

Constantin Lazari, Marco Wettstein

10. März 2013

1. Geben Sie je eine **kfG** für die folgenden Sprachen an:

(a) $\{a^n b^{n+k} a^k \mid n, k > 0\}$

Lösung:

$$R \rightarrow bRa$$

$$R \rightarrow ba$$

$$L \rightarrow aLb$$

$$L \rightarrow ab$$

$$L \rightarrow LR$$

(b) $\{a^n b^{n+2} \mid n > 0\}$

Lösung:

$$A \rightarrow abbb$$

$$A \rightarrow aAb$$

2. Gegeben sei die in der Vorlesung verwendete **kfG**

$$G_A = (V, T, P, S) = (\{A, B\}, \{+, *, a - z, 0 - 9, (,)\}, P, A)$$

für (vereinfachte) Ausdrücke in Programmiersprachen.

(a) Zeigen Sie, $w \in L(G_A)$ mit $w = ((a + d) * (cd1 + (e * d2)))$ gilt.**Lösung:**

$$\begin{aligned}
A &\rightarrow (A) \rightarrow (A * A) \rightarrow ((A) * A) \rightarrow ((A + A) * A) \\
&\rightarrow ((B + B) * A) \rightarrow ((a + d) * A) \rightarrow ((a + d) * (A)) \\
&\rightarrow ((a + d) * (A + A)) \rightarrow ((a + d) * (B + A)) \rightarrow ((a + d) * (B1 + A)) \\
&\rightarrow ((a + d) * (Bd1 + A)) \rightarrow ((a + d) * (cd1 + A)) \\
&\rightarrow ((a + d) * (cd1 + (A))) \rightarrow ((a + d) * (cd1 + (A * A))) \\
&\rightarrow ((a + d) * (cd1 + (B * A))) \rightarrow ((a + d) * (cd1 + (e * A))) \\
&\rightarrow ((a + d) * (cd1 + (e * B))) \rightarrow ((a + d) * (cd1 + (e * B2))) \\
&\rightarrow ((a + d) * (cd1 + (e * d2))) = w
\end{aligned}$$

 w lässt sich also erzeugen, somit ist w ein gültiges Wort.

- (b) Geben Sie für $w = (a11 * e) + (c + (a * d2))$ die links- und rechtsseitigen Ableitungen an

Lösung:

Um die Sache zu verkürzen haben wir $A \rightarrow B$ für alle A auf einmal durchgeführt.

1. linksseitig

$$\begin{aligned}
 A &\rightarrow A + A \rightarrow (A) + A \rightarrow (A * A) + A \rightarrow (A * A) + (A) \\
 &\rightarrow (A * A) + (A + A) \rightarrow (A * A) + (A + (A)) \\
 &\rightarrow (A * A) + (A + (A * A)) \rightarrow (B * A) + (A + (A * A)) \\
 &\rightarrow (B * B) + (B + (B * B)) \rightarrow (aB * B) + (B + (B * B)) \\
 &\rightarrow (a1B * B) + (B + (B * B)) \rightarrow (a11 * B) + (B + (B * B)) \\
 &\rightarrow (a11 * e) + (B + (B * B)) \rightarrow (a11 * e) + (c + (B * B)) \\
 &\rightarrow (a11 * e) + (c + (a * B)) \rightarrow (a11 * e) + (c + (a * dB)) \\
 &\rightarrow (a11 * e) + (c + (a * d2))
 \end{aligned}$$

2. rechtsseitig

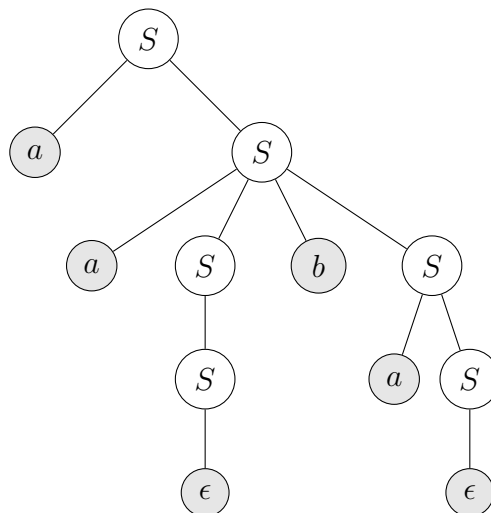
$$\begin{aligned}
 A &\rightarrow (A) \rightarrow (A * A) \rightarrow A + (A * A) \rightarrow (A + (A * A)) \\
 &\rightarrow A + (A + (A * A)) \rightarrow (A) + (A + (A * A)) \\
 &\rightarrow (A * A) + (A + (A * A)) \rightarrow (B * B) + (B + (B * B)) \\
 &\rightarrow (B * B) + (B + (B * B2)) \rightarrow (B * B) + (B + (B * d2)) \\
 &\rightarrow (B * B) + (B + (a * d2)) \rightarrow (B * B) + (c + (a * d2)) \\
 &\rightarrow (B * e) + (c + (a * d2)) \rightarrow (B1 * e) + (c + (a * d2)) \\
 &\rightarrow (B11 * e) + (c + (a * d2)) \rightarrow (a11 * e) + (c + (a * d2))
 \end{aligned}$$

3. Gegeben sei die **kfG** $G_{Auf} = (V, T, P, S) = (\{S\}, \{\epsilon, a, b\}, P, S)$ mit den Produktionen $S \rightarrow \epsilon | aS | aSbS$. Zeigen Sie, dass G_{Auf} mehrdeutig ist.

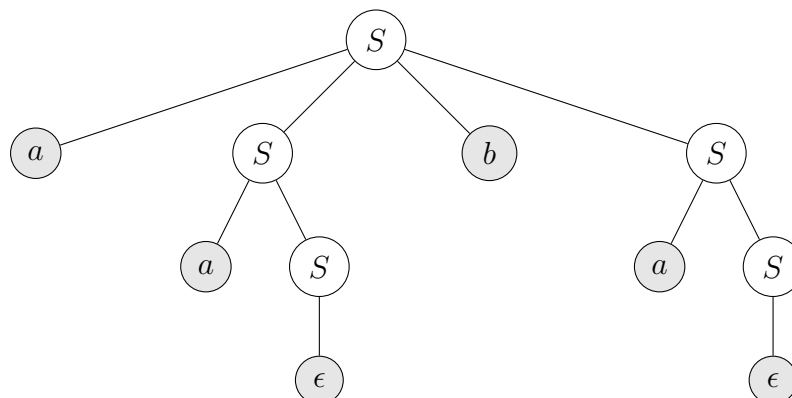
(a) Über Parsebäume

Lösung:

Variante 1 (für das Wort $aaba$):



Variante 2 (für das Wort $aaba$):



Da es mindestens zwei Möglichkeiten gibt, ist G_{Auf} mehrdeutig.

(b) Über linksseitige Ableitungen

Lösung:

Variante 1 (für das Wort $aaba$):

$$S \rightarrow aS \rightarrow aaSbS \rightarrow aa\epsilon bS \rightarrow aa\epsilon baS \rightarrow aa\epsilon ba\epsilon \rightarrow aaba$$

Variante 2 (für das Wort $aaba$):

$$S \rightarrow aSbS \rightarrow aaSbS \rightarrow aa\epsilon bS \rightarrow aa\epsilon baS \rightarrow aa\epsilon ba\epsilon \rightarrow aaba$$

Wie im Parsebaum ist hier der erste Schritt ein anderer.

(c) Über rechtsseitige Ableitungen

Lösung:

Variante 1 (für das Wort $aaba$):

$$S \rightarrow aS \rightarrow aaSbS \rightarrow aaSbaS \rightarrow aaSba\epsilon \rightarrow aa\epsilon ba\epsilon \rightarrow aaba$$

Variante 2 (für das Wort $aaba$):

$$S \rightarrow aSbS \rightarrow aaSbS \rightarrow aaSbaS \rightarrow aaSba\epsilon \rightarrow aa\epsilon ba\epsilon \rightarrow aaba$$

Hier sind ebenfalls die ersten beiden Schritte vertauscht.