

Constantin Lazari, Marco Wettstein

28. Oktober 2012

1. Das Wort 1010001 mit dem korrekt gesetzten *Paritäts-Bit 1* (für die gerade einfache Parität) wird bei der Übertragung durch Fehler verfälscht. Geben Sie an, ob der oder die Fehler erkannt werden und begründen Sie Ihre Antwort kurz (Stichwort).

(a) 1010 0011 \Rightarrow 1010 0111 \Rightarrow

Lösung:

Es handelt sich um einen 1-Bit-Fehler. Dieser kann aufgrund des Parität-Bits erkannt werden. Vier Einsen erheischen eine Null als Paritäts-Bit.

(b) 1010 0011 \Rightarrow 0010 1011 \Rightarrow

Lösung:

Es handelt sich um einen 2-Bit-Fehler. Dieser kann mit der einfachen Parität nicht erkannt werden, weil sich die Fehler gegenseitig maskieren.

(c) 1010 0011 \Rightarrow 1000 1011 \Rightarrow

Lösung:

Es handelt sich um einen 2-Bit-Fehler. Dieser kann mit der einfachen Parität nicht erkannt werden, weil sich die Fehler gegenseitig maskieren.

2. Die Daten werden mit einer 2-Dimensionalen Parität (gerade) gesichert:

- das 1. Paritäts-Bit entspricht der einfachen Parität für jeweils einem 7-Bit-Wort
- das 2. Paritäts-Bit ist das jeweils i-te Bit (Spalte)

Gegeben sind drei übertragene Blöcke mit Übertragungsfehlern. Werden diese erkannt? Begründen Sie Ihre Antwort.

(a)

1	1	0	0	0	0	1	1
1	1	0	0	0	1	0	1
1	1	0	1	0	1	1	0
1	1	0	0	1	0	0	1
1	1	0	0	1	0	1	0
1	1	0	1	1	1	0	0
1	1	0	0	1	1	1	1
1	1	0	1	0	0	0	1
0	0	0	1	0	0	0	1

Lösung:

Erkannt wird ein nicht korrigierbarer 2-Bit-Fehler:

1. Zeile 3 enthält fünf Einsen, Paritätsbit müsste 1 sein.
2. Zeile 6 enthält fünf Einsen, Paritätsbit müsste 1 sein.

(b)

1	1	0	0	0	0	1	1
1	1	0	0	0	1	0	1
1	1	0	1	0	1	1	0
1	1	0	0	1	0	0	1
1	1	0	0	1	1	1	0
1	1	0	0	1	1	0	0
1	1	1	0	1	1	1	1
1	1	0	1	0	0	0	1
0	0	0	1	0	0	0	1

Lösung:

Erkannt wird ein nicht korrigierbarer Mehr-Bit-Fehler:

1. Zeile 3 enthält fünf Einsen, Paritätsbit müsste 1 sein.
2. Zeile 5 enthält fünf Einsen, Paritätsbit müsste 1 sein.
3. Zeile 7 enthält sechs Einsen, Paritätsbit müsste 0 sein.
4. Spalte 3 enthält eine Eins, Paritätsbit müsste 1 sein.
5. Spalte 4 enthält 2 Einsen, Paritätsbit müsste 0 sein.
6. Spalte 6 enthält 5 Einsen, Paritätsbit müsste 1 sein.

(c)

1	1	0	0	0	0	1	1
1	1	0	0	0	1	0	1
1	1	0	0	0	1	1	0
1	1	0	0	1	0	0	1
1	1	0	0	1	0	1	0
1	1	0	0	1	1	0	0
1	1	0	0	1	1	1	1
1	1	0	1	0	0	0	1
0	0	0	1	0	0	0	1

Lösung:

In diesem Fall sind keine Fehler erkennbar, weil die Paritätsbits alle stimmen. Daraus kann leider nicht gefolgert werden, dass keine Fehler da sind. Beispielsweise bei einer Anordnung im Viereck, könnte der Block mindestens 4 Einzelbitfehler aufweisen.

3. Gegeben ist:

- das Generatorpolynom $g = x^5 + x^2 + x + 1$
- eine zu übertragende Bitfolge: 1101 0111 0111

(a) Geben Sie $I(x)$ an

Lösung:

$$I(x) = x^{11} + x^{10} + x^8 + x^6 + x^5 + x^4 + x^2 + x + 1$$

(b) Berechnen Sie $M(x)$ sowie $R(x)$ mit dem CRC-Verfahren

Lösung:

$$M(x) = (x^{11} + x^{10} + x^8 + x^6 + x^5 + x^4 + x^2 + x + 1) \cdot x^5 = x^{16} + x^{15} + x^{13} + x^{11} + x^{10} + x^9 + x^7 + x^6 + x^5$$

Der Rest ergibt sich aus der Polynom-Division von $R(x) = M(x) \bmod g$:

$$\begin{array}{r}
 (x^{16} + x^{15} + x^{13} + x^{11} + x^{10} + x^9 + x^7 + x^6 + x^5) \bmod (x^5 + x^2 + x + 1) \\
 - (x^{16} + x^{13} + x^{12} + x^{11}) \\
 \hline
 x^{15} + x^{12} \\
 - (x^{15} + x^{12} + x^{11} + x^{10}) \\
 \hline
 x^{11} \\
 - (x^{11} + x^8 + x^7 + x^6) \\
 \hline
 x^9 + x^8 + x^5 \\
 - (x^9 + x^8 + x^6 + x^5 + x^4) \\
 \hline
 x^8 + x^6 + x^4 + x^3 \\
 - (x^8 + x^6 + x^5 + x^4 + x^3) \\
 \hline
 x^5 + x^2 + x \\
 - (x^5 + x^2 + x + 1) \\
 \hline
 1 \rightarrow R(x) = 1
 \end{array}$$

- (c) Was passiert, wenn $M(x)$ falsch übertragen wird? Geben Sie dazu ein Beispiel an.

Lösung:

Übertragen wird $M(x) + R(x)$. Da bei der Berechnung die Subtraktion der Addition entspricht, muss die Polynom Division $(M(x) + R(x)) \bmod g$ den Rest null ergeben. Wird $M(x)$ falsch übertragen, ist in der überwiegenden Mehrheit der Fälle, die Ausnahmen sind alle Fälle, in denen durch den Fehler ein vielfaches von g entsteht, der Rest nicht mehr null. Fehlt beispielsweise der Term x^5 (d.h. das letzte Bit der Ursprünglichen Nachricht ist 0 statt 1) ändert sich der Rest der Division $R(x)$ wie folgt:

$$\begin{array}{r}
 (x^{16} + x^{15} + x^{13} + x^{11} + x^{10} + x^9 + x^7 + x^6 + 1) \bmod g \\
 - (x^{16} + x^{13} + x^{12} + x^{11}) \\
 \hline
 x^{15} + x^{12} + x^{11} + x^{10} \\
 - (x^{15} + x^{12} + x^{11} + x^{10}) \\
 \hline
 x^{11} \\
 - (x^{11} + x^8 + x^7 + x^6) \\
 \hline
 x^9 + x^8 \\
 - (x^9 + x^6 + x^5 + x^4) \\
 \hline
 x^8 + x^6 + x^5 + x^4 \\
 - (x^8 + x^5 + x^4 + x^3) \\
 \hline
 x^6 + x^3 \\
 - (x^6 + x^3 + x^2 + x) \\
 \hline
 x^2 + x + 1
 \end{array}$$

Der Rest ist also $R(x) = x^2 + x + 1 \neq 0 \rightarrow$ bei der Übertragung ist ein Fehler aufgetreten.