

Constantin Lazari, Marco Wettstein

1. Oktober 2012

1. Bringen Sie 2023.5_{10} in folgende Zahlensysteme:

(a) Hexadezimalsystem

Lösung:

1. Ganzzahlanteil berechnen:

$$2023 \div 16 = 126 \text{ R } 7$$

$$126 \div 16 = 7 \text{ R } 14 (= E_{16})$$

$$7 \div 16 = 0 \text{ R } 7$$

2. Nachkomma-Anteil berechnen: $0.5 \cdot 16 = 8 \rightarrow 2023.5_{10} = 7E7.8_{16}$

(b) Oktalsystem

Lösung:

1. Ganzzahlanteil berechnen:

$$2023 \div 8 = 252 \text{ R } 7$$

$$252 \div 8 = 31 \text{ R } 4$$

$$31 \div 8 = 3 \text{ R } 7$$

$$3 \div 8 = 0 \text{ R } 3$$

2. Nachkomma-Anteil berechnen: $0.5 \cdot 8 = 4 \rightarrow 2023.5_{10} = 3747.4_8$

(c) Binärsystem

Lösung:

1. Ganzzahlanteil berechnen:

$$2023 \div 2 = 1011 \text{ R } 1$$

$$1011 \div 2 = 505 \text{ R } 1$$

$$505 \div 2 = 252 \text{ R } 1$$

$$252 \div 2 = 126 \text{ R } 0$$

$$126 \div 2 = 63 \text{ R } 0$$

$$63 \div 2 = 31 \text{ R } 1$$

$$31 \div 2 = 15 \text{ R } 1$$

$$15 \div 2 = 7 \text{ R } 1$$

$$7 \div 2 = 3 \text{ R } 1$$

$$3 \div 2 = 1 \text{ R } 1$$

$$1 \div 2 = 0 \text{ R } 1$$

2. Nachkomma-Anteil berechnen: $0.5 \cdot 2 = 1 \rightarrow 2023.5_{10} = 11111100111.1_2$

2. Konvertieren Sie $186\,225A_{12}$ in das Dezimalsystem.

Lösung:

Hornerschema (mit $A_{12} = 10_{10}$):

$$\begin{aligned} 186\,225A_{12} &= ((((((1 \cdot 12 + 8) \cdot 12 + 6) \cdot 12 + 2) \cdot 12 + 2) \cdot 12 + 5) \cdot 12 + 10) \\ &= 5\,104\,870 \end{aligned}$$

3. Konvertieren Sie folgende Dezimalzahlen in das gewünschte Zahlensystem.

- (a) $3\,463\,443_{10} \rightarrow 6\text{er}$

Lösung:

$$3\,463\,443 \div 6 = 577\,240 \text{ R } 3$$

$$577\,240 \div 6 = 96\,206 \text{ R } 4$$

$$96\,206 \div 6 = 16\,034 \text{ R } 2$$

$$16\,034 \div 6 = 2\,672 \text{ R } 2$$

$$2\,672 \div 6 = 445 \text{ R } 2$$

$$445 \div 6 = 74 \text{ R } 1$$

$$74 \div 6 = 12 \text{ R } 2$$

$$12 \div 6 = 2 \text{ R } 0$$

$$2 \div 6 = 0 \text{ R } 2$$

Zusammengesetzt: $3\,463\,443_{10} = 202\,122\,243_6$

- (b) $4,9_{10} \rightarrow 5\text{er}$

Lösung:

Ganzzahlanteil: $4_{10} = 4_5$

Nachkomma-Anteil:

$$0,9 \cdot 5 = 4,5$$

$$0,5 \cdot 5 = 2,5$$

$$0,5 \cdot 5 = 2,5$$

...

Zusammengesetzt: $4,9_{10} = 4,42\bar{2}_5$

4. Berechnen Sie folgende Terme mit der Einer-Komplementdarstellung (mit einer Wortlänge von 16 Bit).

(a) $118_{10} - 15_{10} =$

Lösung:

Umrechnung mit Taschenrechner

$$118_{10} - 15_{10} = 118_{10} + -15_{10}$$

$$118_{10} = 0000\ 0000\ 0111\ 0110_2$$

$$15_{10} = 0000\ 0000\ 0000\ 1111_2$$

$$-15_{10} = 1111\ 1111\ 1111\ 0000_2$$

$$0000\ 0000\ 0111\ 0110_2 + 1111\ 1111\ 1111\ 0000_2 = 0000\ 0000\ 0110\ 0111_2 \text{ mit Überlauf}$$

$$0000\ 0000\ 0110\ 0111_2 = 103_{10}$$

(b) $150_{10} + 30_{10} =$

Lösung:

Umrechnung mit Taschenrechner

$$150_{10} = 0000\ 0000\ 1001\ 0110_2$$

$$30_{10} = 0000\ 0000\ 0001\ 1110_2$$

$$0000\ 0000\ 0001\ 1110_2 + 0000\ 0000\ 0001\ 1110_2 = 0000\ 0000\ 1011\ 0100_2$$

$$0000\ 0000\ 1011\ 0100_2 = 180_{10}$$

5. Berechnen Sie folgende Terme mit der Zweier-Komplementdarstellung (mit einer Wortlänge von 8 Bit).

(a) $8_{10} + 15_{10} =$

Lösung:

Umrechnung mit Taschenrechner

$$8_{10} = 0000\ 1000_2$$

$$15_{10} = 0000\ 1111_2$$

$$0000\ 1000_2 + 0000\ 1111_2 = 0001\ 0111_2$$

$$0001\ 0111_2 = 23_{10}$$

(b) $-18_{10} - 2_{10} =$

Lösung:

Umrechnung mit Taschenrechner

$$-18_{10} - 2_{10} = -18 + -2$$

$$18_{10} = 0001\,0010_2$$

$$-18_{10} = 1001\,0010_2$$

$$2_{10} = 1111\,0010_2$$

$$-2_{10} = 1111\,1110_2$$

$$1111\,0010_2 + 1111\,1110_2 = 1111\,0001_2$$

$$\text{Rückwandlung: } 1111\,0001_2 \rightarrow 0001\,0000_2 = -20_{10}$$

(c) $100_{10} + 150_{10} =$

Lösung:

Umrechnung mit Taschenrechner

$$100_{10} = 0110\,0100_2$$

$$150_{10} = 1001\,0110_2$$

$$0110\,0100_2 + 1001\,0110_2 = 1111\,1010_2$$

$$1111\,1010_2 = -6_{10}$$

Das Ergebnis ist das Resultat eines Overflows, bzw. Flip-Flops.

6. (Optional) Stellen Sie die folgenden Zahlen als Festpunktzahl mit 16 Bit dar ($N = M = 8$ ohne Vorzeichenbit).

(a) $1\,239,33034_{10} =$

Lösung:

Nicht lösbar: Schon der Ganzzahlteil ist nicht mit 8 Bit darstellbar. Das Maximum für 8 Bit ist 256.

(b) $23,25_{10} =$

Lösung:

1. Ganzzahlteil:

$$23 \div 2 = 11 \text{ R } 1$$

$$11 \div 2 = 5 \text{ R } 1$$

$$5 \div 2 = 2 \text{ R } 1$$

$$2 \div 2 = 1 \text{ R } 0$$

$$1 \div 2 = 0 \text{ R } 1 \rightarrow 23_{10} = 10111_2 \rightarrow 0001\,0111_2$$

2. Nachkommateil:

$$0,25 \cdot 2 = 0,5 \text{ Ganzzahlanteil: } 0$$

$$0,5 \cdot 2 = 1,0 \text{ Ganzzahlanteil: } 1$$

$$0,25_{10} \rightarrow 0100\ 0000_2$$

$$\text{Zusammengesetzt: } 23,25_{10} = 00010111\ 01000000$$

7. (Optional) Stellen Sie die folgenden Zahlen als Gleitpunktzahl – nach IEEE 754 dar.

(a) $15,75_{10} =$

Lösung:

Annahme: Wortlänge von 32 Bit

1. Vorzeichen: positiv $\rightarrow 0$ 2. Mantisse:

$$15_{10} = 1111_2$$

$$0,75_{10} = 0,11_2$$

$$15,75_{10} = 1111,11_2$$

Normalisierung: $1111,11_2 \cdot 2^0_{10} = 1,11111_2 \cdot 2^3_{10} \rightarrow e = 3_{10}$

3. Exponent: $E = e + \text{Biaswert} = 3_{10} + 127_{10} = 130_{10} = 1000\ 0010$

Zusammengesetzt: $15,75_{10} = 0\ 10000010\ 1111100000000000000000_2$

(b) $90,6328125_{10} =$

Lösung:

Annahme: Wortlänge von 32 Bit

1. Vorzeichen: positiv $\rightarrow 0$ 2. Mantisse:

$$90_{10} = 1011010_2$$

$$0,6328125_{10} = 0,1010001_2$$

$$90,6328125_{10} = 1011010,1010001_2$$

Normalisierung: $1011010,1010001_2 \cdot 2^0_{10} = 1,0110101010001_2 \cdot 2^6_{10}$

3. Exponent: $E = e + \text{Biaswert} = 6_{10} + 127_{10} = 133_{10} = 10000101_2$

Zusammengesetzt: $90,6328125_{10} = 0\ 10000101\ 101101010100010000000000_2$