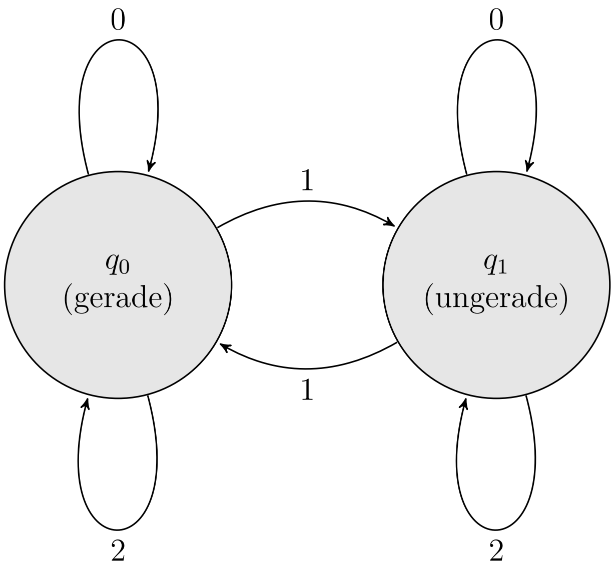
Constantin Lazari, Marco Wettstein 25. Februar 2013

1. Geben Sie (graphisch) einen DEA mit Alphabet $\Sigma = \{0, 1, 2\}$ an, der genau die Wörter aus Σ^* akzeptiert welche geraden natürlichen Zahlen in der Ternärdarstellung (Basis 3 Darstellung) entsprechen.

   Beispiel: Der Automat akzeptiert beispielsweise 1101221, verwirft aber 1010010

Lösung:

0 lesen: $\cdot 3$
1 lesen: $\cdot 3 + 1$
2 lesen: $\cdot 3 + 2$



2. Es sei Σ ein beliebiges Alphabet und $A \subset \Sigma^*$ eine Sprache. Ist folgende Aussage wahr? Begründen Sie Ihre Antwort.

$$A \text{ ist regulär } \Leftrightarrow (\Sigma^* \setminus A) \text{ ist regulär} \tag{1}$$

Lösung:

$\Sigma^* \setminus A$ ist das Inverse von A (und andersrum).

1. „$\Rightarrow$“
Es lässt sich ein deterministischer, endlicher Automat (DEA a) bauen, der prüft, ob ein gegebenes Wort bzw. ein regulärer Ausdruck von Element von A ist.

Es lässt sich auch ein Automat (DEA b) bauen, der:

1. alle Wörter von Σ^* akzeptiert
2. alle akzeptierten Wörter DEA a übergibt
3. Falls:
   (a) das Wort von DEA a akzeptiert wird, es für ungültig erklärt
   (b) ansonsten das Wort für gültig erklärt.

Somit ist die Implikation nach rechts bewiesen.

2. „$\Leftarrow$“
Sofern Σ^* regulär ist, lässt sich ein deterministischer, endlicher Automat bauen, der prüft, ob ein Wort Element von Σ^* ist und falls nicht in den Zustand „$w \notin \Sigma^*$“ übergeht.

Falls, die Σ^* Prüfung erfolgreich verläuft, kann im nächsten Schritt geprüft werden, ob das Wort $\in A$ ist. (Falls ja, Zustand „$w \in A$“, sonst Zustand „$w \notin A$“).

Somit kann der Automat entscheiden, ob ein Wort ein Element von $\Sigma^* \setminus A$ ist. Damit ist auch die Implikation nach links bewiesen.

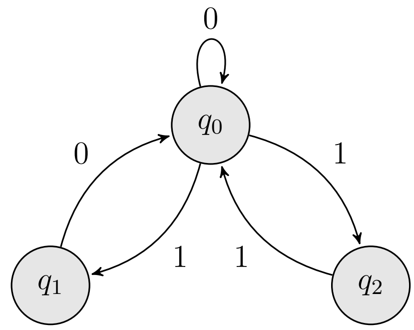
Im Ergebnis ist die Aussage damit richtig, sofern Σ^* auch regulär ist.

3. Die Zustandsübergangfunktion δ vom NEA $A = (\{q_0, q_1, q_2\}, \{0, 1\}, \delta, \{q_0\}, \{q_0\})$ ist durch folgende Tabelle gegeben:

δ	0	1
q_0	$\{q_0\}$	$\{q_1, q_2\}$
q_1	$\{q_0\}$	–
q_2	–	$\{q_0\}$

(a) Zeichnen Sie das Zustandsübergangsdiagramm von A.

Lösung:



(b) Beschreiben Sie die vom Automaten akzeptierte Sprache $L(A)$.

Lösung:
Als regulärer Ausdruck: $L(A) = (0 + (10) + (11))^*$

(c) Konstruieren Sie den zu A äquivalenten DEA A_D. Verwenden Sie dazu die Teilmengenkonstruktion (siehe Hopcroft et al. S. 70ff. – Kopie der S. auf Moodle).

Lösung:
Teilmengenkonstruktion:

	δ	0	1
A	$\emptyset$	$\emptyset$	$\emptyset$
B	$\{q_0\}$	B	G
C	$\{q_1\}$	–	–
D	$\{q_2\}$	–	–
E	$\{q_0, q_1\}$	–	–
F	$\{q_0, q_2\}$	–	–
G	$\{q_1, q_2\}$	B	B
H	$\{q_0, q_1, q_2\}$	–	–

Darstellung (q_1 von $A \neq q_1$ von A_D):