Etec de São Paulo

Aluno(a): Aluno(a):	1ª série	RM
Curso: ETIM – Desenvolvimento de Sistemas	Data: ___ / ___ / _____	
Componente Curricular: Matemática	Menção:	
Professor(a): Marcia Xavier Cury		

Competências/Habilidades	Critérios de Avaliação
Identificar problemas e planejar estratégias apropriadas para sua resolução. Analisar e avaliar argumentos e resultados. Aplicar os conceitos da matemática na resolução de problemas. Ler e interpretar informações relativas ao problema. Ler e interpretar textos e representações matemáticas. Distinguir e utilizar raciocínios dedutivos.	Não basta a resposta correta, é necessário apresentar argumentação válida que acarreta a resposta correta. Raciocínio lógico; Comparações; Analogias; Organização; Clareza; Criticidade; Generalização; Objetividade; Uso correto de termos técnicos; Linguagem adequada; Coerência; Embasamento conceitual.

Trabalho em dupla sobre Sequências

- Apresente a argumentação que acarreta a resposta.
- Se necessário, pesquise em livros a teoria, mas não copie. Entenda e elabore a própria resolução.
- Apresente todas as passagens matemáticas que levam a resolução do problema.
- Caso seja identificada qualquer tipo de “cola”, à atividade será atribuída menção I.
- Apresente o trabalho em um arquivo PDF. Identifique esse arquivo com os nomes dos componentes da dupla.

1. Prove que o produto dos n primeiros termos de uma progressão geométrica é $P_n = a_1^n \cdot q^{\frac{n(n-1)}{2}}$, em que a_1 é o primeiro termo e q é a razão dessa progressão.

Numa progressão geométrica finita com 9 termos, a razão é $q = -\frac{1}{4}$ e o produto de seus termos é $P_9 = -2^{27}$. Nessas condições, determine os extremos dessa progressão.

2. Calcule a soma de todos os inteiros, compreendidos entre 100 e 500, que não são divisíveis nem por e, nem por 3 e nem por 5.

3. Quantos são os termos comuns às progressões (2, 5, 8, ..., 332) e (7, 12, 17, ..., 157).

4. Dispondo 500 bolas formando um triângulo, com uma bola na primeira linha, duas na segunda, três na terceira etc, quantas bolas sobrarão? Quantas linhas haverá?

5. Em uma PG, com número par de termos, a soma de todos os termos é igual ao triplo da soma dos termos de ordem ímpar. Determine a razão dessa PG.

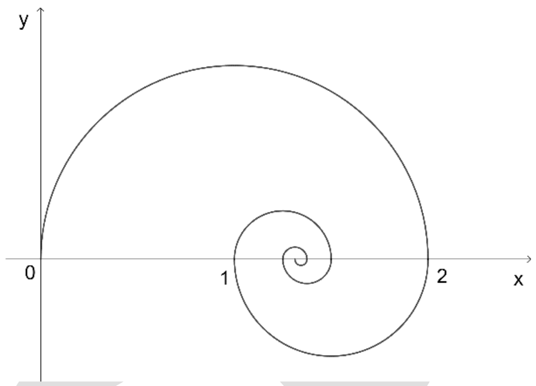
6. Dois corpos, A e B, se encontram a uma distância de 510 m e se movem simultaneamente um ao encontro do outro. O corpo A percorre no primeiro minuto 50 m, e em cada minuto seguinte dois metros a mais que no precedente. O corpo B percorre no primeiro minuto 40 m, e em cada minuto seguinte quatro metros a mais que no precedente. Depois de quantos minutos se encontrarão esses corpos?

7. Larga-se uma bola de uma altura de 5 m. Após cada choque com o solo, a bola recupera apenas $\frac{4}{9}$ da altura anterior. Determine a distância total percorrida pela bola.

8. Um garrafão contém V litros de vinho. Retira-se um litro de vinho do garrafão e acrescenta-se um litro de água, obtendo-se uma mistura homogênea; retira-se um litro da mistura e acrescenta-se um litro de água e assim sucessivamente. Qual a quantidade de vinho que restará no garrafão após n dessas operações?

9. Calcule o valor de $\sqrt[3]{5\cdot\sqrt[3]{5\cdot\sqrt[3]{5\cdot\sqrt[3]{5\cdot\sqrt[3]{5\cdots}}}}}$.

10. No plano cartesiano, uma formiga sai da origem e descreve uma trajetória na forma de uma espiral. Essa espiral é formada por semicircunferências cujos centro pertencem ao eixo das abscissas. Se o raio da primeira semicircunferência é igual a 1 e o raio de cada semicircunferência é igual à metade do raio da semicircunferência anterior, determine o comprimento da espiral e a abscissa do ponto "final" da trajetória da formiga.



11. A soma de três números que formam uma progressão geométrica crescente é igual a 65. Se do menor número é subtraído 1 e do maior número é subtraído 19, obtemos uma progressão aritmética. Determinar os números iniciais.

12. A sequência de números (1, 4, 10, 19, ...) tem a seguinte propriedade, a partir do segundo termo: a diferença entre um termo e seu antecessor forma uma progressão aritmética. Determine o termo geral dessa sequência de números.

(I)

Observe que na sequência $\left(\frac{1}{2},\frac{1}{5},\frac{1}{8},\frac{1}{11},\cdots\right)$ os denominadores formam a PA (2, 5, 8, 11, ...).

Definição

A sequência $\left(\frac{1}{a_1},\frac{1}{a_2},\frac{1}{a_3},\ldots,\frac{1}{a_n},\ldots\right)$ é uma progressão harmônica (PH) se, e somente se, a sequência $(a_1, a_2, a_3, \ldots, a_n, \ldots)$ é uma progressão aritmética, com $a_n \neq 0,\ \forall\, n \in \mathbb{N}^*$.

Exemplo

A sequência $\left(\frac{1}{5},\frac{1}{2},-1,-\frac{1}{4},-\frac{1}{7},\ldots..\right)$ é uma progressão harmônica, pois a sequência (5, 2, –1, –4, –7, ...) é uma progressão geométrica.

13. Completar a PH de 4 termos $\left(\frac{1}{3},\ a_2,\ \frac{2}{3},\ a_4\right)$.

14. Interpolar 6 meios harmônicos entre $\frac{2}{5}$ e $\frac{4}{3}$.

(II)

Dadas a PA (2, 5, 8, 11, 14, ...) e a PG $\left(1,\frac{1}{3},\frac{1}{9},\frac{1}{27},\frac{1}{81},\ldots\right)$ vamos multiplicar, ordenadamente, os termos consecutivos da PA pelos termos consecutivos da PG: $\left(2\cdot 1,\ 5\cdot\frac{1}{3},\ 8\cdot\frac{1}{9},\ 11\cdot\frac{1}{27}, 14\cdot\frac{1}{81},\ldots\right)$.

A sequência obtida $\left(2,\frac{5}{3},\frac{8}{9},\frac{11}{27},\frac{14}{81},\ldots\right)$ é denominada progressão aritmético-geométrica (PAG).

Definição

Dados os números a, r e q, com r e q não nulos e q ≠ 1, chamamos de progressão aritmético-geométrica (PAG) à sequência

$$(a,\ (a+r)q,\ (a+2r)q^2,\ (a+3r)q^3, \ldots).$$

OBS.: Dadas a PA (a, a + r, a + 2r, a + 3 r, ...) e a PG (1, q, q^2, q^3, ...), os termos consecutivos da PA são, ordenadamente, multiplicados por termos consecutivos da PG.

Exemplo

Se a = 2, r = 3 e q = 4, $(2, (2+3)\cdot 4, (2+2\cdot 3)\cdot 4^2, (2+3\cdot 3)\cdot 4^3, \cdots)$, isto é, (2, 20, 128, 704, ...)

15. Considere a PAG definida por a = –4, r = 3 e q = 2. Determine

a. os 5 primeiros temos dessa PAG;

b. a expressão do termo geral dessa PAG;

c. o 10º termo dessa PAG.

(III)

Dadas a PG (2, 4, 8, 16, ...) e a PA $(0, 3, 6, 9, \ldots)$ vamos somar, ordenadamente, os termos consecutivos da PG pelos termos consecutivos da PA: $(2+0,\ 4+3,\ 8+6,\ 16+9, \ldots)$.

A sequência obtida $(2,\ 7,\ 14,\ 25, \ldots)$ é denominada progressão geométrico-aritmética (PGA).

Definição

Dados os números a, r e q, com r e q não nulos e q ≠ 1, chamamos de progressão geométrico-aritmética (PGA) à sequência

$$(a,\ aq+r,\ aq^2+2r,\ aq^3+3r, \ldots).$$

16. Considere a PGA definida por a = –4, r = 3 e q = 2. Determine

a. os 5 primeiros temos dessa PGA;

b. a expressão do termo geral dessa PGA;

c. o 10º termo dessa PGA.