

\Rightarrow implicação lógica
 $A \Rightarrow B$ e' sempre verdade

Proposição condicional

antecedente
consequente
 $p \rightarrow q$ (le-se: se p , então q)
 $q, \text{ se } p$

Se Pedro é médico, então Maria é dentista.
 $m \rightarrow d$

Se o Sol é uma estrela, então a baleia é um mamífero.
 $e \rightarrow b$

Uma proposição condicional (do ponto de vista matemático) é independente de uma relação causa-efeito entre hipótese e tese.

Se Márcia é paulistana, então ela é paulista.
 $m \rightarrow p$

Se amanhecer chovendo, então não irei à praia.
 $a \rightarrow \neg p$

Pensando.....

p e q : proposições

nova: proposição condicional
 $p \rightarrow q$

Seja a seguinte sentença que descreve uma promessa:

Se você for trabalhar na segunda-feira pela manhã, então você terá o emprego.

p

q

$p \rightarrow q$

$$V(p)=V \text{ e } V(q)=V \Rightarrow V(p \rightarrow q)=V$$

—//—

$$V(p \rightarrow q)=F$$

Em que situação o empregador não falou a verdade, ou seja, a promessa (sentença) é falsa?

$$V(p)=V \text{ e } V(q)=F \Rightarrow V(p \rightarrow q)=F$$

—//—

p	q	$p \rightarrow q$
V	V	?
V	F	?
F	V	?
F	F	?

E se a afirmação p não for satisfeita? $V(p)=F$

$$\begin{aligned} V(q)=V &\rightarrow V(p \rightarrow q)=V \\ V(q)=F &\rightarrow V(p \rightarrow q)=V \end{aligned}$$

Não é justo dizer que a promessa é falsa.

Tabela verdade (por definição)

p	q	$p \rightarrow q$
V	V	V
V	F	F
F	V	V
F	F	V

Proposição bicondicional

(o símbolo não é \Leftrightarrow)
outra coisa

p, q : proposições

$$p \leftrightarrow q$$

lê-se: p se, e somente se q

Ex $\underbrace{\text{Perereca vira sapo}}_p$ se, e somente se $\underbrace{\text{sapo vira príncipe}}_q$

$$p \leftrightarrow q$$

p	q	$p \leftrightarrow q$
V	V	V
V	F	F
F	V	F
F	F	V

Equivalência lógica

Duas proposições P e Q são equivalentes logicamente ($P \equiv Q$) quando suas tabelas verdade forem idênticas.

Proposições logicamente equivalentes transmitem a mesma informação, a mesma ideia, a partir das mesmas proposições componentes.

Como verificar se duas proposições P e Q são equivalentes logicamente?

1. Construa a tabela da verdade para P .
2. Construa a tabela da verdade para Q usando os mesmos valores de variáveis para as afirmações que formam a proposição.
3. Verifique se as tabelas da verdade de P e Q são idênticas para cada combinação de valores-verdade. Se forem, P e Q são equivalentes logicamente, caso contrário não.

Mostrar que $(p \rightarrow q) \wedge (q \rightarrow p)$ e $p \leftrightarrow q$ são logicamente equivalentes

A B		A B	
P	Q	$(p \rightarrow q) \wedge (q \rightarrow p)$	$p \leftrightarrow q$
V	V	V	V
V	F	F	F
F	V	F	F
F	F	V	V

$$\therefore p \leftrightarrow q \equiv (p \rightarrow q) \wedge (q \rightarrow p)$$

↑ tabelas verdade
idênticas

Eduardo fica alegre se, e somente se Mariana sorri

É o mesmo que fazer a conjunção entre as duas proposições condicionais:

Se Eduardo fica alegre, então Mariana sorri e se Mariana sorri, então Eduardo fica alegre

$$(p \rightarrow q) \rightarrow (q \rightarrow p)$$

V
V
F
V

← tabelas
distintas,
portanto
não são
equivalentes

Negação de uma proposição composta

p : prop.

$\neg p$: negação de p

$\neg(\neg p)$: negação da negação de p

$$\left. \begin{array}{l} p: \text{prop.} \\ \neg p: \text{negação de } p \\ \neg(\neg p): \text{negação da negação de } p \end{array} \right\} \neg(\neg p) \equiv p$$

p	$\neg p$	$\neg(\neg p)$
V	F	V
F	V	F

↑ tabelas ↑
verdade
idênticas

$$\neg(\neg p) \equiv p$$

• Não é verdade que Ze é não estudioso
Ze é estudioso

- Do ponto de vista lógico, o que significa
 - Não tem ninguém aqui! → Tem alguém
 - Não tenho nada a declarar! → Tem algo declarar

Do ponto de vista do Português: dupla negação
reforça a negação

Falha: Não dá para não ler!

Negação da conjunção (e)

P: A comida é gostosa e a comida é farta

g f

P: $g \wedge f$

$\neg P$: Não é verdade que: a comida é gostosa e a comida é farta $\neg(g \wedge f)$

a comida não é gostosa ^{2 ou} a comida não é farta

$\neg(g \wedge f) \equiv \neg g \vee \neg f$? Não e não!

g	f	$\neg g$	$\neg f$	$g \wedge f$	$\neg(g \wedge f)$	$\neg g \vee \neg f$
V	V	F	F	V	F	F
V	F	F	V	F	V	F
F	V	V	F	F	V	F
F	F	V	V	F	V	V

não são
idênticas

$\neg(g \wedge f) \equiv \neg g \vee \neg f$

g	f	$g \wedge f$	$\neg(g \wedge f)$	$\neg g$	$\neg f$	$\neg g \vee \neg f$
V	V	V	F	F	F	F
V	F	F	V	F	V	V
F	V	F	V	V	F	V
F	F	F	V	V	V	V

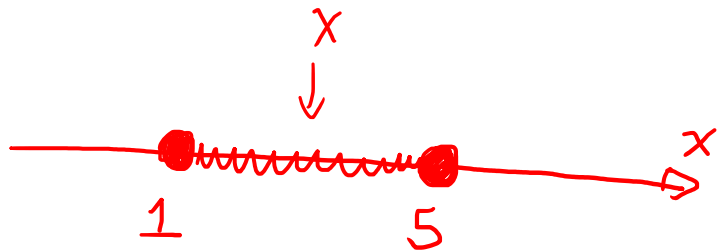
tabelas
verdade
idênticas

P : Está frio e chove lá fora

$\neg P$: não está frio ou não chove lá fora

negação

$$\boxed{\neg(p \wedge q) \equiv \neg p \vee \neg q}$$



$$x \geq 1 \text{ e } x \leq 5$$

negar



$$x < 1 \text{ ou } x > 5$$

Negação da disjunção (ou)

$$\neg(p \vee q) \equiv \neg p \wedge \neg q$$

p	q	$p \vee q$	$\neg(p \vee q)$	$\neg p$	$\neg q$	$\neg p \wedge \neg q$
V	V	V	F	F	F	F
V	F	V	F	F	V	F
F	V	V	F	V	F	F
F	F	F	V	V	V	V

tabelas verdade idênticas

e $\xrightarrow{\text{neg}}$ ou
ou \rightarrow e

$$\underline{x \geq 5}$$

$$x = 5 \text{ ou } x > 5$$

negação

$$\underline{x \neq 5 \text{ e } x \leq 5}$$

$$x < 5$$