Progressão Aritmética (PA)

$$\begin{cases} a_1 \\ a_n = a_{n-1} + r \end{cases}$$

r constante
razão

$r = 0 \Rightarrow$ seq. é cte
$r > 0 \Rightarrow$ seq é crescente
$r < 0 \Rightarrow$ seq é decrescente

① $(2, 2, 2, 2, \ldots)$ PA $r = 0$

② $(-3, -1, 1, 3, 5, \ldots)$ PA $a_1 = -3$ e $r = 2$

③ $(7, 4, 1, -2, -5, \ldots)$ PA $a_1 = 7$ e $r = -3$

$$4 = \frac{7+1}{2} \qquad 1 = \frac{4+(-2)}{2} \qquad -2 = \frac{1+(-5)}{2}$$

$(a_1, a_2, a_3, a_4, \ldots, a_{n-1}, a_n, a_{n+1}, \ldots)$ PA de razão r

($a_1 \xrightarrow{+r} a_2 \xrightarrow{+r} a_3$)

a_{n-1}, a_n, a_{n+1}: 3 termos consecutivos da sequência

Como é PA

$$a_2 - a_1 = a_3 - a_2 = a_4 - a_3 = \cdots = a_n - a_{n-1} = a_{n+1} - a_n$$

$$a_n - a_{n-1} = a_{n+1} - a_n$$

$$a_n + a_n = a_{n+1} + a_{n-1}$$

$$2a_n = a_{n+1} + a_{n-1}$$

$$\boxed{a_n = \frac{a_{n+1} + a_{n-1}}{2}}$$

Propriedade da média aritmética

Ex peq $(x+5, 4x-1, x^2-1)$ PA x?

Prop. da média aritmética

$$4x-1 = \frac{x+5+x^2-1}{2}$$

$$8x-2 = x^2+x+4$$

$$0 = x^2-7x+6$$

$$\boxed{x=1 \text{ ou } x=6}$$

$x=1 \Rightarrow$ a PA é $(6, 3, 0)$

ou

$x=6 \Rightarrow$ a PA é $(11, 23, 35)$

opção $(x^2-1)-(4x-1) = (4x-1)-(x+5)$

Termo geral da PA

PA 1º termo a_1 e r é razão

a_1

$a_2 = a_1 + r$

$a_3 = a_2 + r = \underbrace{a_1 + r}_{a_2} + r \Rightarrow$

$a_4 = a_3 + r = \underbrace{a_1 + 2r}_{a_3} + r \Rightarrow$

$a_2 = a_1 + 1 \cdot r$ (2 − 1)

$a_3 = a_1 + 2r$ (3 − 1)

$a_4 = a_1 + 3r$ (4 − 1)

$$\boxed{a_n = a_1 + (n-1) \cdot r, \; n \geq 1}$$

① PA (4, 10, 16, 22, ...) $a_{51} = ?$

$a_1 = 4 \quad r = 10 - 4 = 6 \quad a_n = a_1 + (n-1) \cdot r$

$a_{51} = 4 + 50 \cdot 6 \Rightarrow \boxed{a_{51} = 304}$

② PA $a_1 = 7$ e $a_5 = 8$ razão r?

$a_5 = a_1 + (5-1) \cdot r \Rightarrow 8 = 7 + 4 \cdot r \Rightarrow \boxed{r = \frac{1}{4}}$

③ PA (2, 10, 18, ..., 250) nº de termos da PA

$a_1 = 2 \quad a_n = 250 \quad r = 8$

$a_n = a_1 + (n-1) r$

$250 = 2 + (n-1) \cdot 8$

$\frac{250 - 2}{8} = n - 1$

$31 = n - 1$

$\boxed{n = 32}$

(4) ex 17 ao 40 quantidade de exercícios

$(17, 18, 19, \ldots, 40)$ PA $\quad a_1 = 17 \quad a_n = 40 \quad r = 1$

$40 = 17 + (n-1) \cdot 1 \Rightarrow n - 1 = 40 - 17 \Rightarrow n = 40 - 17 + 1$

$\boxed{n = 24}$

---

(5) Interpolar 4 meios aritméticos entre 1 e 2, nessa ordem

$(\underset{a_1}{1}, -, -, -, -, \underset{a_6}{2})$ PA

$a_1 = 1$

$n = 2 + 4 = 6$

$a_6 = 2$

$r = ?$

$a_6 = a_1 + 5 \cdot r$

$2 = 1 + 5r$

$\boxed{r = \frac{1}{5}}$

PA é

$\left(1, \frac{6}{5}, \frac{7}{5}, \frac{8}{5}, \frac{9}{5}, 2\right)$

⑥ PA $a_1 + a_5 = 26$ e $a_2 + a_9 = 46$ Razão?

$$\begin{cases} a_1 + a_5 = 26 \\ a_2 + a_9 = 46 \end{cases}$$

$$\begin{cases} a_1 + a_1 + 4r = 26 \\ a_1 + r + a_1 + 8r = 46 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 2a_1 + 4r = 26 \\ 2a_1 + 9r = 46 \end{cases} \ominus$$

Treinar método da adição

$$5r = 20$$

$$\boxed{r = 4}$$

⑦ PA de 3 termos tal que a soma desses termos é -3 e o produto deles é $-\frac{5}{9}$.

1ª solução

(a_1, a_2, a_3) PA

$$\begin{cases} a_1 + a_2 + a_3 = 3 \\ a_1 \cdot a_2 \cdot a_3 = \frac{5}{9} \\ a_2 = \frac{a_1 + a_3}{2} \end{cases}$$

2ª solução

PA $a_1 = x$ e razão r

$(x, x+r, x+2r)$

$$\begin{cases} x + x + r + x + 2r = 3 \\ x \cdot (x+r)(x+2r) = \frac{5}{9} \end{cases}$$

$$\begin{cases} 3x + 3r = 3 \\ x \cdot (x+r) \cdot (x+2r) = \frac{5}{9} \end{cases}$$

$\hookrightarrow x + r = 1 \rightarrow x = 1 - r$

$(1-r)(1-r+r)(1-r+2r) = \frac{5}{9}$

3ª solução

PA de razão r

$(x-r, x, x+r)$

$$\begin{cases} x - r + x + x + r = 3 \\ (x-r) \cdot x \cdot (x+r) = \frac{5}{9} \end{cases}$$

$3x = 3 \Rightarrow \boxed{x = 1}$

$\therefore (1-r) \cdot 1 \cdot (1+r) = \frac{5}{9}$

$$(1-r)(1+r) = \frac{5}{9}$$

$$1 - r^2 = \frac{5}{9}$$

$$1 - \frac{5}{9} = r^2$$

$$r^2 = \frac{4}{9}$$

$$r = \frac{2}{3} \text{ ou } r = -\frac{2}{3}$$

$x = 1$ e $r = \frac{2}{3} \Rightarrow$ a PA $\left(\frac{1}{3}, 1, \frac{5}{3}\right)$

ou

$x = 1$ e $r = -\frac{2}{3} \Rightarrow$ a PA $\left(\frac{5}{3}, 1, \frac{1}{3}\right)$

Tarefa

Pag 174

do 9 ao 36

$$a_n = a_1 + (n-1) \cdot r$$

$$a_n - a_1 = (n-1) \cdot r$$

$$r \neq 0 \Rightarrow n - 1 = \frac{a_n - a_1}{r}$$

$$n - 1 = \frac{36 - 9}{1}$$

$$\boxed{n = 28}$$

exec

28 | 7 dias

0 4 exerc/dia