<u>C8</u> $a \in \mathbb{Z}$ a^n é quadrado perfeito $\Longleftrightarrow$ n é par

$2^2, 2^4, 2^8$

a^n é cubo perfeito $\Longleftrightarrow$ n é múltiplo de 3 (int. pos)

a) $N = 56 \cdot 33 \cdot x$ $\quad x \in \mathbb{N}$

$N = 2^3 \cdot 7 \cdot 3 \cdot 11 \cdot x$

$N = 2^2 \cdot 2^1 \cdot 7^1 \cdot 3^1 \cdot 11^1 \cdot x$ $\quad$ $\underline{\text{menor } x}$

$N = 2^2 \cdot 2^1 \cdot 7^1 \cdot 3^1 \cdot 11^1 \cdot \underbrace{2 \cdot 7 \cdot 3 \cdot 11}_{x}$

$$\boxed{x = 2 \cdot 7 \cdot 3 \cdot 11}$$

$N = 2^2 \cdot 2^2 \cdot 7^2 \cdot 3^2 \cdot 11^2$

$N = (2 \cdot 2 \cdot 7 \cdot 3 \cdot 11)^2$

b) $M = 96^2 \cdot y \quad y \in \mathbb{N}$ M cubo perfeito

$M = (2^5 \cdot 3)^2 \cdot y$

$M = (2^5)^2 \cdot 3^2 \cdot y$

$M = 2^{10} \cdot 3^2 \cdot y$

$M = 2^9 \cdot 2^1 \cdot 3^2 \cdot y$

cubo perfeito, menor

$M = 8^3 \cdot \underbrace{2^3 \cdot 3^3}_{\text{quero}}$

$$2^9 = (2^3)^3 = \underbrace{8^3}_{\text{cubo perf}}$$

$M = 8^3 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3$

$y = 2^2 \cdot 3$

c) $P = z \cdot 540^2 \quad z \in \mathbb{N}$

$P = z \cdot (2^2 \cdot 3^3 \cdot 5)^2$

$P = z \cdot 2^4 \cdot 3^6 \cdot 5^2$ tenho

$P = 2^6 \cdot 3^6 \cdot 5^6$ Quero

$\therefore z = 2^2 \cdot 5^4$

$\underbrace{2^2 \cdot 5^2}_{100} \cdot \underbrace{5^2}_{25}$

$P <$ quadrado perfeito e cubo perfeito

ex $2^6 < \begin{matrix} (2^3)^2 & QP \\ (2^2)^3 & CP \end{matrix}$

$x \in \mathbb{N}$

x^{12} QP e CP

x^{24} QP e CP

x^n QP e CP $\Longleftrightarrow n = 6k, k \in \mathbb{N}$

$540 = 54 \cdot 10 = 2 \cdot 3 \cdot 3^2 \cdot 2 \cdot 5$

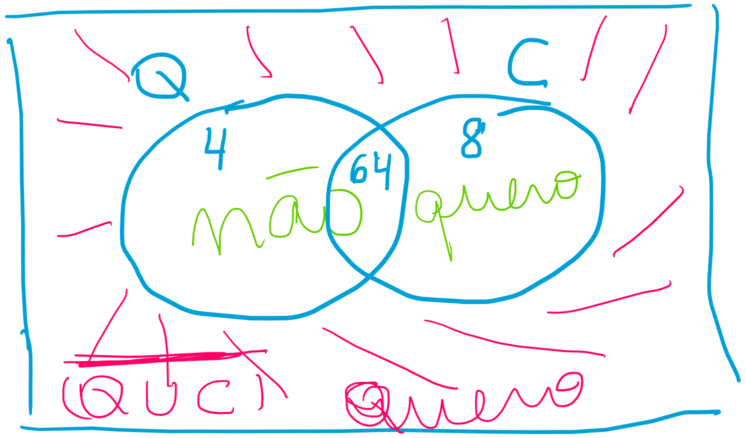
d) $\underline{N} = \{ n \in \mathbb{Z} \mid 1 \leq n \leq 1\,000\,000 \}$ $\quad m(N) = 1\,000\,000$

nº que não são: QP ou CP

$Q = \{ n \in N \mid n \text{ é } QP \}$

$C = \{ m \in N \mid m \text{ é } CP \}$

$m(\overline{Q \cup C}) = ?$



$m(Q \cup C) = m(Q) + m(C) - m(Q \cap C)$

$m(\overline{Q \cup C}) = m(N) - m(Q \cup C)$

$N = \{1, 2, 3, \cancel{4}, 5, 6, 7, \cancel{8}, \cancel{9}, 10, \ldots, 1\,000\,000\}$

$Q = \{1, 4, 9, 16, 25, \ldots, 1\,000\,000\}$

$$\underline{10^6} = \underbrace{(10^3)^2}_{QP} = \underbrace{(10^2)^3}_{CP}$$

$Q = \{1^2, 2^2, 3^2, 4^2, 5^2, \ldots, 1000^2\}$ $\quad m(Q) = 1000$

$C = \{1^3, 2^3, 3^3, 4^3, 5^3, \ldots, 100^3\}$ $\quad m(C) = 100$

$Q \cap C = \{1^6, 2^6, 3^6, 4^6, 5^6, \ldots, 10^6\}$ $\quad m(Q \cap C) = 10$

$m(Q \cup C) = 1000 + 100 - 10$

$m(Q \cup C) = 1090$

Logo,

$m(\overline{Q \cup C}) = 1\,000\,000 - 1090$

$$\boxed{m(\overline{Q \cup C}) = 998\,910}$$

OBS

$\mathbb{N}^*$ $\quad 1, 2, 3, 4, 5, 6, \ldots$

QP $\quad 1^2, 2^2, 3^2, 4^2, 5^2, 6^2, \ldots$

CP $\quad 1^3, 2^3, 3^3, 4^5, 5^3, 6^3, \ldots$

T19 n cadernos

Nº pac	Nº cad/pac	Resto
x	12	11
y	20	19
z	18	17

$n = 12x + 11$

$n = 20y + 19$

$n = 18z + 17$

$x, y, z \in \mathbb{Z}_+$

$n < 1200$ e maior n

Resolução particular

$n + 1 = 12x + \overbrace{11 + 1}^{12} \Rightarrow n + 1 = 12 \cdot (x+1)$: nº int

$n + 1 = 20y + 20 \Rightarrow n + 1 = 20 \cdot (y+1)$ nº in

$n + 1 = 18z + 18 \Rightarrow n + 1 = 18 \cdot (z+1)$ nº in

$n+1$ é múltiplo de 12 e de 20 e de 18

$n+1$ é múltiplo de $mmc(12, 20, 18) = 180$

$\exists k \in \mathbb{Z}_+ \mid n + 1 = 180 \cdot k$

dada $n < 1200$

$k = 10 \Rightarrow n + 1 = 1800$ não

$k = 9 \Rightarrow n + 1 = 1620$ não

$k = 5 \Rightarrow n + 1 = 900$ não

$k = 6 \Rightarrow n + 1 = 1080 \Rightarrow \boxed{n = 1079}$

CIO

456 alunos: M (nº alunos manhã), N (nº alunos noturno)

$M, N \in \mathbb{N}$

Competição

nº de alunos

$\frac{15}{17} \cdot M \in \mathbb{N} \Rightarrow M$ é múltiplo de 17

$\frac{7}{23} \cdot N \in \mathbb{N} \Rightarrow N$ é múltiplo de 23

nº alunos

$M = 17k, \ k \in \mathbb{Z}_+ \rightarrow \{17, 34, 51, \ldots, 170, \ldots, 272, \ldots$

$N = 23h, \ h \in \mathbb{Z}_+ \rightarrow \{23, 46, 69, \ldots, 230, \ldots, 184, \ldots$

$M + N = 456$

$17k + 23h = 456$

$k = \frac{456 - 23h}{17} = \frac{17 \cdot 26 + 14 - 23h}{17} = 26 + \frac{14 - 23h}{17}$

$k \in \mathbb{N}^*$ e $h \in \mathbb{N}^*$

$h = 8 \Rightarrow k = 16$

$E = (-1)^n - (-1)^n \cdot (-1) = (-1)^n \cdot \left[\underbrace{1-(-1)}_{2}\right] \Rightarrow E = (-1)^n \cdot 2 \Rightarrow E(n) = 2$, se n é par

$E(n) = -2$, se n é impar

26. Calcule $E(n) = (-1)^n - (-1)^{n+1}, n \in \mathbb{Z}$.

Pensando

$n = 0 \Rightarrow E(0) = (-1)^0 - (-1)^{0+1} = 1 - (-1)^1 = 1 + 1 = 2$

$n = 1 \Rightarrow E(1) = (-1)^1 - (-1)^2 = -1 - 1 = -2$

$n = 2 \Rightarrow E(2) = (-1)^2 - (-1)^3 = 1 - (-1) = 2$

$n = 3 \Rightarrow E(3) = (-1)^3 - (-1)^4 = -1 - 1 = -2$

n é par $\Rightarrow n = 2k, k \in \mathbb{Z} \Rightarrow E(n) = (-1)^{2k} - (-1)^{2k+1}$ impar

$E(n) = \left[(-1)^2\right]^k - (-1)$

n é par $\Rightarrow E(n) = 1 + 1 = 2$

~~ou~~

n é impar $\Rightarrow n = 2k+1, k \in \mathbb{Z}$

$E(n) = (-1)^{2k+1} - (-1)^{2k+2} = -1 - 1 = -2$