

- Roberto disse a Valéria: “pense um número; dobre esse número; some 12 ao resultado; divida o novo resultado por 2. Quanto deu?”. Valéria disse “15”, e Roberto imediatamente revelou o número original que Valéria havia pensado. Determine esse número.
- Descubra um número natural tal que:
 - é um número de dois algarismos;
 - o algarismo das dezenas é o dobro do algarismo das unidades;
 - trocando os dois algarismos de lugar, obtém-se um segundo número. Se, do primeiro, subtrai-se o segundo número, o resultado é 27.
- Considere a representação de uma multiplicação, em que os algarismos a , b e c são desconhecidos.

$$\begin{array}{r} 1 \quad a \quad b \quad c \\ \times \quad 3 \\ \hline a \quad b \quad c \quad 4 \end{array}$$

Qual o valor da soma $a + b + c$?

- Quantos números naturais entre 1 e 1 000 são divisíveis por 9? E entre 87 e 1 000?
- Seja $n = ab000$ um número natural não nulo, cujos cinco algarismos são a , b e três zeros. Se n é um quadrado perfeito e é divisível por 3, determine o valor de $a + b$.
- O quociente de um número inteiro positivo n dividido por 20 é 7 e o resto é o maior possível. Determine n .
- Seja $m = 2^6 \cdot 3^3 \cdot 5^2$. Quantos divisores de m são múltiplos de 100?
- Determine α e β naturais não nulos para que $n = 2^3 \cdot 5^\alpha \cdot 7^\beta$ tenha 84 divisores.
- Qual é o menor número natural não nulo que se deve multiplicar por 2 310 para obter um número divisível por 1 300?
- Na divisão inteira de a por b o quociente é 6 e o resto é o menor possível. Ache a e b sabendo que $a - b = 525$.
- Em uma divisão de números naturais, o maior resto possível é 30. Determine os quatro menores valores do dividendo.
- Em uma divisão de números naturais, o dividendo é 242 e o resto é 37. Ache o divisor.
- A divisão de um certo número inteiro positivo N por 1 994 deixa resto 148. Calcule o resto da divisão de $N + 2 000$ pelo mesmo número 1 994.
- Um número natural N é formado por 2 algarismos cuja soma é igual a 9. A diferença entre esse número e o número que se obtém invertendo-se a ordem dos seus algarismos é igual a 27. Determine a quantidade de divisores naturais de N .
- Uma senhora tinha entre trinta e quarenta ações de uma empresa para dividir igualmente entre todos os seus netos. Num ano, quando tinha 3 netos, se a partilha fosse feita, deixaria 1 ação sobrando. No ano seguinte, nasceu mais um neto e, ao dividir igualmente entre os quatro netos o mesmo número de ações, ela observou que sobriam 3. Nesta última situação, quantas ações receberá cada neto?
- Determinar o número inteiro n tal que $200 < n < 300$ e a divisão de n por 3, por 5 ou por 8 dá o mesmo resto 2.
- Determinar o menor número natural não nulo que dividido por 12, por 20 ou por 38 dá o mesmo resto 10.
- Determine o menor número inteiro positivo, maior que 4, que dividido por 15, 25 e 40 deixa o mesmo resto 4.
- Qual é o menor natural n , diferente de zero, que torna o produto $972 \cdot n$ um:
 - quadrado perfeito?
 - cubo perfeito?
- (PUC-SP) Considere o número inteiro $P = 100 \cdot 101 \cdot 102 \cdot \dots \cdot 200$, produto de 101 números inteiros sucessivos. Ao escrever-se P como um produto de fatores primos, determine o número de vezes que o fator 7 aparece.
- (UFRJ) Um número natural deixa resto 3, quando dividido por 7, e resto 5, quando dividido por 6. Qual o resto da divisão desse número por 42?
- Representar por extensão os conjuntos:
 - $A = \{x \in \mathbf{Z} \mid -5 < x \leq 7 \text{ e } x \text{ não é múltiplo de } 3\}$
 - $B = \{x \in \mathbf{N} \mid x \text{ é divisor de } 18 \text{ ou, } x \text{ é número primo e menor que } 13\}$
 - $C = \{x \in \mathbf{Z} \mid |x| \leq 3\}$
 - $E = \left\{x \in \mathbf{N} \mid x = \frac{3n+4}{5}, \text{ com } n \in \mathbf{N} \text{ e } x < 12\right\}$
 - $F = \left\{x \in \mathbf{N} \mid x = \frac{57-3k}{5} \text{ e } k \in \mathbf{N}\right\}$.
- Dois números inteiros positivos são tais que a divisão do primeiro deles por 7 deixa resto 6, enquanto a divisão do segundo, também por 7, deixa resto 5. Somando os dois números e dividindo o resultado por 7, determine o resto dessa divisão.
- Os números inteiros positivos são dispostos em “quadrados” da seguinte maneira:

1	2	3	10	11	12	19
4	5	6	13	14	15
7	8	9	16	17	18

O número 500 se encontra em um desses “quadrados”. Determinar a “linha” e a “coluna” em que o número 500 se encontra.

25. Vamos definir duas novas operações em \mathbf{Z} :

- $a \oplus b = a + b + 1, \forall a, b \in \mathbf{Z}$
- $a \otimes b = ab + a + b, \forall a, b \in \mathbf{Z}$.

Efetue: $(4 \oplus 5) \otimes 3$.

26. Calcule $E(n) = (-1)^n - (-1)^{n+1}, n \in \mathbf{Z}$.

27. Qual a 2005ª letra da sequência
(ABCDEDCBAABCDEDCBAABCDEDCBAABCDEDCBA...)

Gabarito

1. 9
2. 63
3. 14
4. 111; 103
5. 9
6. 159
7. 20
8. ou $(\alpha = 2 \text{ e } \beta = 6)$ ou $(\alpha = 6 \text{ e } \beta = 2)$
9. 130
10. $a = 630$ e $b = 105$
11. 30, 61, 92, 123
12. 41 ou 205
13. 154
14. 6 divisores naturais
15. 7 ações por neto
16. 242

17. 1 150
18. 604
19. a) 3 b) 6
20. 16
21. 17
22. $A = \{-4; -2; -1; 1; 2; 4; 5; 7\}$
 $B = \{1; 2; 3; 5; 6; 7; 9; 11; 18\}$
 $C = \{-3; -2; -1; 0; 1; 2; 3\}$
 $E = \{2; 5\}$
 $F = \{0; 3; 6; 9\}$
23. 4
24. 2ª linha e 2ª coluna
25. 43
26. $E(n) = \begin{cases} 0, & \text{se } n \text{ é par} \\ -2, & \text{se } n \text{ é ímpar} \end{cases}$
27. C