3. Considere a representação de u
os algarismos a, b e c são descor

$$\begin{array}{cccc} 1 & a & b & c \\ & & \times & 3 \\ \hline a & b & c & 4 \end{array}$$

Qual o valor da soma a + b + c?

$$\begin{array}{cccc} & & 2 & \\ 1 & 4 & 2 & 8 \\ & & x & 3 \\ \hline 4 & 2 & 8 & 4 \end{array}$$

$C = 8$

$3 \cdot b + 2 = \ldots\ldots 8$

$3b = \ldots\ldots 6$

$\boxed{b = 2}$

$3a = \ldots\ldots 2$

$a = 4$

$a + b + C = 4 + 2 + 8 = 14$

4. Quantos números naturais entre 1 e 1 000 são divisíveis por 9? E entre 87 e 1 000?

$A = \{9, 18, 27, \ldots\ldots, 981, 990, 999\}$

$A = \{9 \cdot 1, 9 \cdot 2, 9 \cdot 3, \ldots\ldots\ldots, 9 \cdot 110, 9 \cdot 111\}$ $n(A) = 111$

$B = \{90, \ldots\ldots\ldots, 999\} = \{9 \cdot 10, \ldots\ldots, 9 \cdot 111\}$

$n(B) = 111 - 9 = 102$

OBS de 1 a 10 → temos 10 nºs

$10 - 1 = 9$

5. Seja n = ab000 um número natural não nulo, cujos cinco algarismos são a, b e três zeros. Se n é um quadrado perfeito e é divisível por 3, determine o valor de a + b.

n QP e n div. por 3

critério de divisão por 3

n é divisível por 3 ⟺

⟺

a≠0 a+b é div por 3 ab alg.

~~a=0 → b=3 ou b=6 ou b=9~~ precisa

a=1 → b=2 ou b=5 ou b=8 →

a=2 → b=1 ou b=4 ou b=7

a=3 → b=0 ou b=3 ou b=6 ou b=9

a=4 → b=2 ou b=5 ou b=8

a=5

$n = \underbrace{ab} \cdot 10 \cdot 10^2$

$n = \underbrace{(a \cdot 10 + b)} \cdot 2 \cdot 5 \cdot 10^2$ QP

1 fator 2 e
1 fator 5
1 fator 3
} pelo menos

$a \cdot 10 + b = 30 = 3 \cdot 2 \cdot 5$

$n = \underbrace{3 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 5}_{90} \cdot 2 \cdot 5 \cdot 10^2$

$n = 3^2 \cdot 2^2 \cdot 5^2 \cdot 10^2$

a=9 e b=0

$\boxed{a+b=9}$

7. Seja $m = 2^6 \cdot 3^3 \cdot 5^2$. Quantos divisores de m são múltiplos de 100?

$100 = 2^2 \cdot 5^2$

$m = 2^6 \cdot 3^3 \cdot 5^2$

$m = 2^4 \cdot 3^3 \cdot 2^2 \cdot 5^2$

$m = \underbrace{2^4 \cdot 3^3} \cdot 100$

Qtos divisores positivos tem $2^4 \cdot 3^3$?

nº div. pos $(4+1)\cdot(3+1) = 20$

9. Qual é o menor número natural não nulo que se deve multiplicar por 2 310 para obter um número divisível por 1 300?

$n \in \mathbb{N}^*$

$\underbrace{2310}_{} \cdot n$ divisível por $1300 = 13 \cdot 10^2 = 13 \cdot 2^2 \cdot 5^2$

$7 \cdot 11 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 5 \cdot n$ é divisível por $13 \cdot 2^2 \cdot 5^2$

qdo $n = 13 \cdot 2 \cdot 5 = 130$ (menor)

//

Não gosto

$$\frac{7 \cdot 11 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 5 \cdot n}{13 \cdot 2^2 \cdot 5^2}$$ natural!

não se escreve assim em $\mathbb{Z}$

15. Uma senhora tinha entre trinta e quarenta ações de uma empresa para dividir igualmente entre todos os seus netos. Num ano, quando tinha 3 netos, se a partilha fosse feita, deixaria 1 ação sobrando. No ano seguinte, nasceu mais um neto e, ao dividir igualmente entre os quatro netos o mesmo número de ações, ela observou que sobrariam 3. Nesta última situação, quantas ações receberá cada neto?

$m \in \mathbb{N} \mid 30 < n < 40$

3 de netos

Pensando $\begin{array}{l|l} n & 3 \\ \cline{2-2} 1 & q \end{array}$

(I) $m = 3q + 1 \quad q \in \mathbb{N} \Rightarrow n \in \{31, 34, 37\}$

e $\qquad\qquad\qquad\qquad$ e

(II) $m = 4k + 3 \quad k \in \mathbb{N} \Rightarrow m \in \{31, 35, 39\}$

Logo, $\boxed{m = 31}$

16. Determinar o número inteiro ***n*** tal que 200 < n < 300 e a divisão de ***n*** por 3, por 5 ou por 8 dá o mesmo resto 2.

$$\begin{array}{r|l} n & 3 \\ \hline 2 & q \end{array} \quad \begin{array}{r|l} n & 5 \\ \hline 2 & k \end{array} \quad \begin{array}{r|l} n & 8 \\ \hline 2 & c \end{array}$$

pensando

$q, k, c \in \mathbb{N}$

$n = 3q + 2$ e $n - 2 = 3q$

$n = 5k + 2$ e $n - 2 = 5k$

$n = 8c + 2$ e $n - 2 = 8c$

Logo, $(n-2)$ é múltiplo de 3 e de 5 e de 8

$\text{mmc}(3, 5, 8) = 120$

$n - 2 = 120 \cdot Q$, $Q \in \mathbb{N}$

$n = 120 \cdot Q + 2$, $Q \in \mathbb{N}$

e

$200 < n < 300$

$Q = 0 \longrightarrow n = 2 < 200$

$Q = 1 \longrightarrow n = 122 < 200$

$Q = 2 \longrightarrow n = 242$

$Q = 3 \longrightarrow n = 362 > 300$

Resp: $\boxed{n = 242}$

$(U = \mathbb{N})$

8. Determine α e β naturais não nulos para que $n = 2^3 \cdot 5^\alpha \cdot 7^\beta$ tenha 84 divisores.

n tem 84 divisores

nº div. pos. de n: $(3+1)\cdot(\alpha+1)(\beta+1) = 84$

$(\alpha+1)(\beta+1) = 21$ com $\alpha, \beta \in \mathbb{N}$

$\alpha+1$	$\beta+1$
1	21
3	7
7	3
21	1

α	β
~~0~~	~~2~~
2	6
6	2
~~20~~	~~0~~

$(\alpha = 2$ e $\beta = 6)$

ou

$(\alpha = 6$ e $\beta = 2)$

(exclusivo)

$n = 2^3 \cdot 5^2 \cdot 7^6$

ou

$n = 2^3 \cdot 5^6 \cdot 7^2$

20. (PUC-SP) Considere o número inteiro $P = 100 \cdot 101 \cdot 102 \cdot \ldots \cdot 200$, produto de 101 números inteiros sucessivos. Ao escrever-se P como um produto de fatores primos, determine o número de vezes que o fator 7 aparece.

$P = 100 \ldots (7 \cdot 15) \ldots (7 \cdot 16) \ldots (7 \cdot 17) \ldots (7 \cdot 28)\ 197 \ldots 200$

olhei múltiplos de 7

múltiplos de $49 = 7^2 \rightarrow \underline{147}, \underline{196}$

múltiplos de $7^3 > 200$

$7 \cdot 7 \cdot 3$

$7 \cdot 15$
$7 \cdot 16$
$7 \cdot 17$

$7 \cdot 18$
$7 \cdot 19$
$7 \cdot 20$

$7 \cdot 21$
$7 \cdot 22$
$7 \cdot 23$

$7 \cdot 24$
$7 \cdot 25$
$7 \cdot 26$

$7 \cdot 27$
$7 \cdot 28$
$7 \cdot 4$

14 múltiplos de 7 de 100 a 200

Resp $14 + 2$

21. (UFRJ) Um número natural deixa resto 3, quando dividido por 7, e resto 5, quando dividido por 6. Qual o resto da divisão desse número por 42?

$m \in \mathbb{N}$

$\begin{array}{l|l} m & 7 \\ \hline 3 & q \end{array}$ $\begin{array}{l|l} m & 6 \\ \hline 5 & k \end{array}$ $\begin{array}{l|l} m & 42 \\ \hline r & Q \end{array}$

q e $k \in \mathbb{N}$ Dado

$m = 7q + 3$ ×6

$m = 6k + 5$ ×7

$6m = 42q + 18$

$7m = 42k + 35$

$7m - 6m = (42k + 35) - (42q + 18)$

$m = 42k + 35 - 42q - 18$

$m = 42Q + r$

$Q \in \mathbb{N}$ e $0 \leq r < 42$

nº inteiro

$$\therefore\ m = \underbrace{42}_{\text{div.}} \cdot \underbrace{(k - q)}_{\text{quoc}} + \boxed{17} \rightarrow 17 < 42$$

Logo, o resto 17

$m = 7q - 4$ está certo, mas não

$m = 6k - 1$ representa divisão

$m = 7q - 4$

$m = 6k - \underline{1}$

$m \in \mathbb{N}$

$q, k \in \mathbb{Z}$

$7q - 4 = 6k - \underline{1}$

$7q = 6k + 3$

$$q = \frac{3 \cdot (2k+1)}{7}$$

$$\boxed{k = 3 \longrightarrow q = 3}$$

$\begin{array}{r|l} 17 & 7 \\ \cline{2-2} 3 & \end{array}$ e $\begin{array}{r|l} 17 & 6 \\ \cline{2-2} 5 & \end{array}$

$\begin{array}{r|l} 17 & 42 \\ \cline{2-2} 17 & 0 \end{array}$

vínculo com 42?

d) $E = \left\{x \in \mathrm{N} | x = \frac{3n+4}{5},\ com\ n \in N\ e\ x < 12\right\}$ $= \{2, 5, 8, 11\}$

n	x
~~0~~	~~$\frac{4}{5}$~~
~~1~~	~~$\frac{7}{5}$~~
2	2
~~3~~	~~~~
~~4~~	~~~~
~~5~~	~~~~
~~6~~	~~~~
7	5

+5

+3

+5

+5

n	x
~~8~~	~~~~
~~9~~	~~~~
~~10~~	~~~~
~~11~~	~~~~
12	8
~~13~~	~~~~
~~14~~	~~~~
~~15~~	~~~~
~~16~~	~~~~
17	11

+3

+3

OH!

$\underbrace{3n+4}$ div. por 5

$\underbrace{3n}$ alg unidade < 1 ou 6

3	21
6	24
9	27
12	30
15	
18	