Progressão Geométrica (PG)

Def Sequência a_1 e q nºs reais

$$\begin{cases} a_1 \text{ (dado)} \\ a_n = a_{n-1} \cdot q, \ n \geq 2 \end{cases}$$

q: razão da PG (constante)

① $a_1 = 2 > 0$ e $q = 3 > 1$

$(2, 6, 18, 54, \ldots)$ PG crescente $a_n > a_{n-1}, \ n \geq 2$

$\times 3 \quad \times 3 \quad \times 3$

Observe que $\frac{6}{2} = \frac{18}{6} = \frac{54}{18} = \ldots = \frac{a_n}{a_{n-1}} = 3$

② $a_1 = 2$ e $q = \frac{1}{3}$

$(2, \frac{2}{3}, \frac{2}{9}, \frac{2}{27}, \ldots)$ PG decrescente

$a_1 > 0$ e $0 < q < 1$

Observe que $\frac{a_2}{a_1} = \frac{a_3}{a_2} = \ldots = \frac{1}{3}$

③ $a_1 = 2$ e $q = -3$

$(2, -6, 18, -54, 162, \ldots)$ PG alternante ou oscilante

$a_1 > 0$ e $q < 0$

$\frac{-6}{2} = \frac{18}{-6} = \frac{-54}{18} = \ldots = -3$

④ $a_1 = 2$ e $q = -\frac{1}{3}$

$(2, -\frac{2}{3}, \frac{2}{9}, -\frac{2}{27}, \ldots)$ PG alternante ou oscilante

$a_1 > 0$ e $q < 0$

$\frac{-\frac{2}{3}}{2} = \frac{\frac{2}{9}}{-\frac{2}{3}} = \ldots = -\frac{1}{3}$

⑤ $a_1 = 2$ e $q = 1$

$(2, 2, 2, 2, \ldots)$ PG constante $q = 1$ (Tb é PA $r = 0$)

⑥ $a_1 = 2$ e $q = 0$

$(2, 0, 0, 0, \ldots)$ PG estacionária $a_1 \neq 0$ e $q = 0$

⑦ $a_1 = -2$ e $q = 3$

$(-2, -6, -18, -54, \ldots)$ PG decrescente $a_1 < 0$ e $q > 0$

$\frac{-6}{-2} = \frac{-18}{-6} = \ldots = 3$

⑧ $a_1 = -2$ e $q = -3$

$(-2, 6, -18, 54, -162, \ldots)$ PG oscilante $a_1 < 0$ e $q < 0$
alternante

⑨ $a_1 = -2$ e $q = 0$ $\Rightarrow$ PG $(-2, 0, 0, 0, \ldots)$ estacionária
$a_1 \neq 0$ e $q = 0$

⑩ $a_1 = 0$ e $q = 0$

$(0, 0, 0, 0, \ldots)$ PG constante

⑪ $a_1 = 0$ e $q \neq 0$ $(0, 0, 0, 0, \ldots)$

PG $a_1 \neq 0$ e $q \neq 0$

$(a_1, a_2, a_3, \ldots, a_{n-1}, a_n, \ldots)$

$$\frac{a_2}{a_1} = \frac{a_3}{a_2} = \ldots = \frac{a_n}{a_{n-1}} = q$$

Ex

① $(0, 0, 0, \ldots)$ PG — por definição
razão qq nº real

② $(\pi, 0, 0, 0, \ldots)$
é PG de razão 0 — por definição

③ $(1-\sqrt{2}, -1, \ldots)$ PG

$\times q$

$$q = \frac{-1}{1-\sqrt{2}} = \frac{-1}{(1-\sqrt{2})} \cdot \frac{(1+\sqrt{2})}{(1+\sqrt{2})} = \frac{-1(1+\sqrt{2})}{1-2}$$

$$\boxed{q = 1+\sqrt{2}}$$

3 termos consecutivos de uma PG

$(\ldots, a_{n-1}, a_n, a_{n+1}, \ldots)$

① $a_1 \neq 0$ e $q \neq 0$ $\quad \dfrac{a_n}{a_{n-1}} = \dfrac{a_{n+1}}{a_n} \Longrightarrow (a_n)^2 = a_{n-1} \cdot a_{n+1}$

Propriedade da média geométrica

$$(a_n)^2 = a_{n-1} \cdot a_{n+1}$$

Vale mesmo $a_1 = 0$ ou $q = 0$

$(\overline{\pi, 0, 0}, 0, \ldots)$

① $(x-2;\ x+2;\ x-1)$ PG qual é a razão?

$(x+2)^2 = (x-2)(x-1)$

$x^2 + 4x + 4 = x^2 - x - 2x + 2$

$4x + 3x = 2 - 4$

$7x = -2$

$\boxed{x = -\frac{2}{7}}$

a PG é $\left(-\frac{16}{7};\ \frac{12}{7};\ -\frac{9}{7}\right)$

Logo, $q = \frac{\frac{12}{7}}{-\frac{16}{7}} = -\frac{12}{16} \Rightarrow \boxed{q = -\frac{3}{4}}$

$a_1 \neq 0$ e $q < 0$

PG oscilante

② Considere uma PG de 3 termos tal que o produto dos termos é 216 e a soma desses termos é 26.

$a_1 \neq 0$ e $q \neq 0$

PG $\begin{cases} (a_1, a_1q, a_1q^2) \\ \text{ou} \\ \left(\frac{x}{q}, x, xq\right) \quad q \neq 0 \end{cases}$

$$\begin{cases} \frac{x}{q} \cdot x \cdot xq = 216 \quad (I) \\ \frac{x}{q} + x + xq = 26 \quad (II) \end{cases}$$

(I) $x^3 = 216 \Rightarrow \boxed{x = 6}$

$x = 6 \overset{(II)}{\Rightarrow} \frac{6}{q} + 6 + 6q = 26 \quad \big] \times q$

$6 + 6q + 6q^2 = 26q$

$6q^2 - 20q + 6 = 0 \quad \big] \div 2$

$3q^2 - 10q + 3 = 0$

$q = 3$ ou $q = \frac{1}{3}$

$x = 6$ e $q = 3 \Rightarrow$ a PG é $(2, 6, 18)$

ou

$x = 6$ e $q = \frac{1}{3} \Rightarrow$ a PG é $(18, 6, 2)$

—//—

$\frac{6 + 6q + 6q^2}{q} = \frac{26q}{q}$

Pag 180

52, 53, 62 (excetto d), 65, 66, 67, 68, 71, 72, 76