

Exercício resolvido

Calcular, aplicando a definição de logaritmo:

a) $\log_3 81$ b) $\log_2 0,25$ c) $\log_{\frac{1}{2}} \sqrt[3]{4}$

Solução:

a) $\log_3 81 = y \Rightarrow 3^y = 81 \Rightarrow 3^y = 3^4$

Então:

$$y = 4$$

Logo:

$$\log_3 81 = 4$$

b) $\log_2 0,25 = \log_2 \frac{25}{100} = \log_2 \frac{1}{4} = y \Rightarrow$
 $\Rightarrow 2^y = \frac{1}{4} \Rightarrow 2^y = \frac{1}{2^2} \Rightarrow 2^y = 2^{-2}$

Assim:

$$y = -2$$

Logo:

$$\log_2 0,25 = -2$$

c) $\log_{\frac{1}{2}} \sqrt[3]{4} = y \Rightarrow \left(\frac{1}{2}\right)^y = \sqrt[3]{2^2} \Rightarrow$
 $\Rightarrow \left(\frac{1}{2}\right)^y = 2^{\frac{2}{3}} \Rightarrow \left(\frac{1}{2}\right)^y = \left(\frac{1}{2}\right)^{-\frac{2}{3}}$

Então:

$$y = -\frac{2}{3}$$

Logo:

$$\log_{\frac{1}{2}} \sqrt[3]{4} = -\frac{2}{3}$$

Exercícios propostos

1) Calcule, aplicando a definição de logaritmo:

a) $\log_9 \frac{1}{9}$

i) $\log_{100} \sqrt[3]{10}$

b) $\log_{25} 625$

j) $\log_8 \sqrt[3]{16}$

c) $\log_{0,01} 10$

l) $\log_{\frac{1}{4}} \sqrt[4]{8}$

d) $\log_4 \frac{1}{2}$

m) $\log_{\sqrt{2}} 0,25$

e) $\log_{\sqrt{3}} 27$

n) $\log_{\frac{1}{\sqrt{3}}} \sqrt{27}$

f) $\log_{\frac{1}{2}} \sqrt[3]{16}$

o) $\log_{0,25} 2\sqrt{2}$

g) $\log_{\frac{1}{3}} \sqrt[3]{9}$

p) $\log_{2\sqrt{2}} \sqrt{32}$

h) $\log_4 \sqrt{2}$

q) $\log_{1,5} \frac{4}{9}$

2) Calcule o valor das expressões:

a) $\log_2 8\sqrt{2} - 2 \cdot \log_2 (\log_3 81)$

b) $\log_{\sqrt{100}} \sqrt{0,1} + \log_{\sqrt{0,3}} \sqrt{8}$

c) $5 \cdot \log_2 (\log_9 3)$

d) $\log_{0,1} 0,01 - 3 \cdot \log_{\sqrt{2}} 0,25 +$
 $+ \frac{1}{2} \cdot \log_{25} 0,008$

3) Calcule o valor de x:

a) $\log_4 x = \frac{1}{2}$

b) $\log_{\frac{3}{2}} x = -2$

c) $\log_{\sqrt{2}} x = \frac{3}{2}$

d) $\log_{\frac{1}{8}} x = -\frac{2}{3}$

Exercício resolvido

Calcular as bases dos logaritmos:

- a) $\log_a 5 = -1$ c) $\log_{(x-1)} 4 = 2$
b) $\log_a \sqrt[3]{4} = \frac{2}{3}$ d) $\log_x \sqrt[3]{2} = \frac{1}{2}$

Solução:

a) $\log_a 5 = -1$

Pela definição de logaritmo, temos:

$$\log_a 5 = -1 \Rightarrow a^{-1} = 5 \Rightarrow \frac{1}{a} = 5 \Rightarrow a = \frac{1}{5}$$

Como a condição de existência de um logaritmo é $1 \neq a > 0$, o valor encontrado é compatível. Logo:

$$a = \frac{1}{5}$$

b) $\log_a \sqrt[3]{4} = \frac{2}{3}$

Pela definição de logaritmo, temos:

$$a^{\frac{2}{3}} = \sqrt[3]{4} \Rightarrow a^{\frac{2}{3}} = (2)^{\frac{2}{3}} \Rightarrow a = 2$$

Como a condição de existência de um logaritmo é $1 \neq a > 0$, vem:

$$a = 2$$

c) $\log_{(x-1)} 4 = 2 \Rightarrow (x-1)^2 = 4 \Rightarrow x-1 = \pm 2$

Temos, então:

$$\begin{cases} \text{para } x-1=2 \Rightarrow x=2+1 \Rightarrow x=3 \\ \text{para } x-1=-2 \Rightarrow x=-2+1 \Rightarrow x=-1 \end{cases}$$

Pela condição de existência, vem:

$$1 \neq x-1 > 0 \Rightarrow 1+1 \neq x > 0+1 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 2 \neq x > 1$$

Assim, vemos que -1 é incompatível. Logo:

$$x = 3$$

d) $\log_x \sqrt[3]{2} = \frac{1}{2}$

$$x^{\frac{1}{2}} = \sqrt[3]{2} \Rightarrow x^{\frac{1}{2}} = 2^{\frac{1}{3}} \Rightarrow \left(x^{\frac{1}{2}}\right)^2 = \left(2^{\frac{1}{3}}\right)^2 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow x = 2^{\frac{2}{3}} \Rightarrow x = \sqrt[3]{2^2} \Rightarrow x = \sqrt[3]{4}$$

Como a condição de existência é $1 \neq x > 0$, vem:

$$x = \sqrt[3]{4}$$

Exercícios propostos

4) Calcule as bases dos logaritmos:

a) $\log_x 16 = 2$

b) $\log_x \frac{16}{81} = 4$

c) $\log_x 5 = -1$

d) $\log_x 243 = -5$

e) $\log_x 0,0081 = -4$

f) $\log_x \frac{1}{27} = 2$

g) $\log_x 2\sqrt{2} = \frac{3}{4}$

h) $\log_x \sqrt[3]{2} = -\frac{3}{5}$

i) $\log_x \sqrt[3]{16} = 2$

j) $\log_{(1-2x)} \frac{1}{2} = -\frac{1}{2}$

5) Calcule o logaritmo de 128 na base 2.

6) Aplicando a definição de logaritmo, determine a , tal que $\log_x \left(5 + \frac{a}{2}\right) = 2$.

7) Para que valores de $x \in \mathbb{R}$ temos $\log_4 x = \frac{5}{2}$?

8) Em qual base a temos $\log_a 16 = -2$?

9) O logaritmo de um número na base 8 é $\frac{5}{3}$. Determine esse número.

10) Em que base o logaritmo de $2\sqrt{2}$ é igual a 3?

11) Calcule, pela definição, o valor de x :

a) $\log_3 \log_2 x = 0$

b) $\log_x \left(\frac{27}{8}\right) = 3$

- 1) a) -1 ; e) 6 ; i) $\frac{1}{6}$; n) -3 ;
 b) 2 ; f) $-\frac{4}{7}$; j) $\frac{4}{9}$; o) $-\frac{3}{4}$;
 c) $-\frac{1}{2}$; g) $-\frac{2}{3}$; l) $-\frac{3}{8}$; p) $\frac{15}{8}$;
 d) $-\frac{1}{2}$; h) $\frac{1}{4}$; m) -6 ; q) -2 .
 2) a) $-\frac{1}{2}$; b) $-\frac{21}{4}$; c) -5 ; d) $\frac{53}{4}$.

- 3) a) $x = 2$; c) $x = \sqrt[4]{8}$;
 b) $x = \frac{4}{9}$; d) $x = 4$.
 4) a) $x = 4$; f) $x = \frac{\sqrt{3}}{9}$;
 b) $x = \frac{2}{3}$; g) $x = 4$;
 c) $x = \frac{1}{5}$; h) $x = \frac{\sqrt[3]{4}}{2}$;
 d) $x = \frac{1}{3}$; i) $x = \sqrt[3]{4}$;
 e) $x = \frac{10}{3}$; j) $x = -\frac{3}{2}$.

5) 7

6) $\frac{5}{2}$

7) $x = 32$

8) $a = \frac{1}{4}$

9) $x = 32$

10) $\sqrt{2}$

11) a) $x = 2$;

b) $x = \frac{3}{2}$.