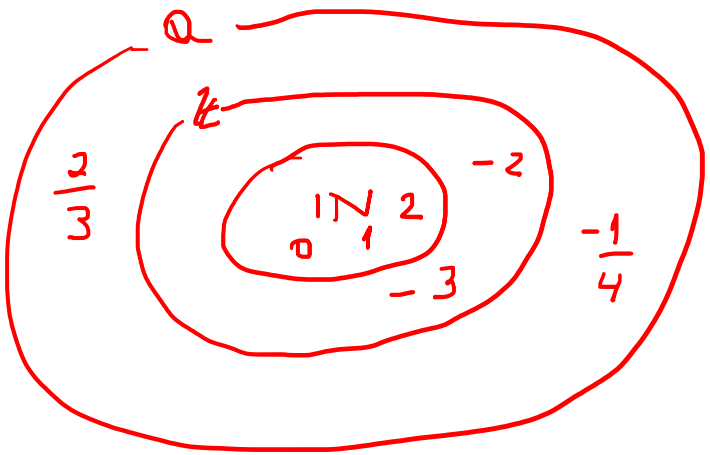
Conjunto dos nºs racionais ($\mathbb{Q}$)

$p \in \mathbb{Z}$ e $q \in \mathbb{Z}^*$ $\qquad \dfrac{p}{q}$ razão de nºs inteiros

$\mathbb{N} \subset \mathbb{Z} \subset \mathbb{Q}$



$$\frac{2}{3} = \frac{4}{6} = \frac{6}{9} = \frac{8}{12} = \frac{-10}{-15} = \ldots\ldots\ldots$$

$$\frac{-5}{8} = \frac{5}{-8} = \frac{-10}{16} = \ldots\ldots$$

$$4 = \frac{4}{1} = \frac{8}{2} = \ldots\ldots$$

$$0 = \frac{0}{1} = \frac{0}{2} = \ldots\ldots$$

$\mathbb{Q}_+$: nºs racionais negativos

$\mathbb{Q}^*_+$: nºs racionais positivos

etc ....

Representação decimal

racional

decimal exato
ou
dízima periódica

$\frac{1}{5} = 0{,}2 = \frac{2}{10}$

$\frac{1}{2} = 0{,}5 = \frac{5}{10}$

$\frac{3}{4} = 0{,}75 = \frac{75}{100}$

$0{,}12 = \frac{12}{100} = \frac{3}{25}$

$0{,}123 = \frac{123}{1000}$

$0{,}1234 = \frac{1234}{10\,000}$

nº inteiro
P

potência de base 10

decimal exato

$\frac{5}{4} \qquad \frac{7}{5} \qquad \frac{11}{12}$

$\frac{5}{4} = \frac{5 \cdot 25}{4 \cdot 25} = \frac{125}{100} = 1{,}25$

$\frac{7}{5} = \frac{7 \cdot 2}{5 \cdot 2} = \frac{14}{10} = 1{,}4$

$\frac{11}{12} = \frac{11}{4 \cdot 3}$

$\frac{57}{40} = \frac{57 \cdot 5^2}{2^3 \cdot 5 \cdot 5^2} = \frac{1425}{1000} = 1{,}425$

Conclusão

decimal exato

denominador: potência de base 2 ou potência de base 5

Não pode ter fator primo diferente de 2 e de 5.

Dízima periódica

período

a) $0,3333\ldots\ldots = 0,\overline{3}$

$x = 0,3333\ldots\ldots$

$10x = 3,3333\ldots\ldots$ $\ominus$

$10x - x = \underbrace{3,333\ldots}_{3+0,33\cancel{3}\ldots} - 0,3333\ldots - 0,3\cancel{33}\ldots$

$9x = 3$

$x = \frac{3}{9}$

$\boxed{x = \frac{1}{3}}$ fração geratriz

b) $0,\underbrace{45}\underbrace{45}\underbrace{45}\underbrace{45}\ldots = 0,\overline{45}$

↳ período

$x = 0,45454545\ldots\ldots$

$100x = 45,454545\ldots\ldots$ $\ominus$

$100x - x = 45$

$99x = 45$

$x = \frac{45}{99} \longrightarrow \boxed{x = \frac{5}{11}}$

fração geratriz

c) $x = 2{,}64444\ldots = 2{,}6\overline{4}$

$$x = 2{,}64444\ldots$$

$$10x = 26{,}4444\ldots \quad \times 10$$

$$100x = 264{,}4444\ldots \quad \times 10$$

$\ominus$

$$100x - 10x = 264 - 26$$

$$x = \frac{264-26}{90}$$

$$x = \frac{238 \div 2}{90 \div 2}$$

$$\boxed{x = \frac{119}{45}}$$

$\frac{119}{3^2 \cdot 5}$ nº int / nº int

↳ fração irredutível

d) $x = 7{,}1312121212\ldots = 7{,}13\overline{12}$

$$100x = 713{,}12121212\ldots$$

$$10000x = 71312{,}121212\ldots$$

$\ominus$

$$10\,000x - 100x = 71\,312 - 713$$

$$x = \frac{71\,312 - 713}{9\,900} = \frac{70\,599 \div 3}{9\,900 \div 3}$$

Pensando $9 \cdot 11 \cdot 100 = 2^2 \cdot 3^2 \cdot 5^2 \cdot 11$

$$\boxed{x = \frac{23\,533}{3\,300}}$$

testar 3, 9 ✗, 11

3 300 é div 11
mas 23 533
não é div. 11

Nºs irracionais ($\mathbb{I}$) → não é comum

↳ nº real que não pode ser expresso como razão de inteiros

$\sqrt{4} = 2 \in \mathbb{Q}$

$\sqrt{2}$ = 1,414213562373095048801688724209........

$\sqrt{5}$ = 2,236067977499789696409173668731.........

π = 3,14159265358979323846264338327....

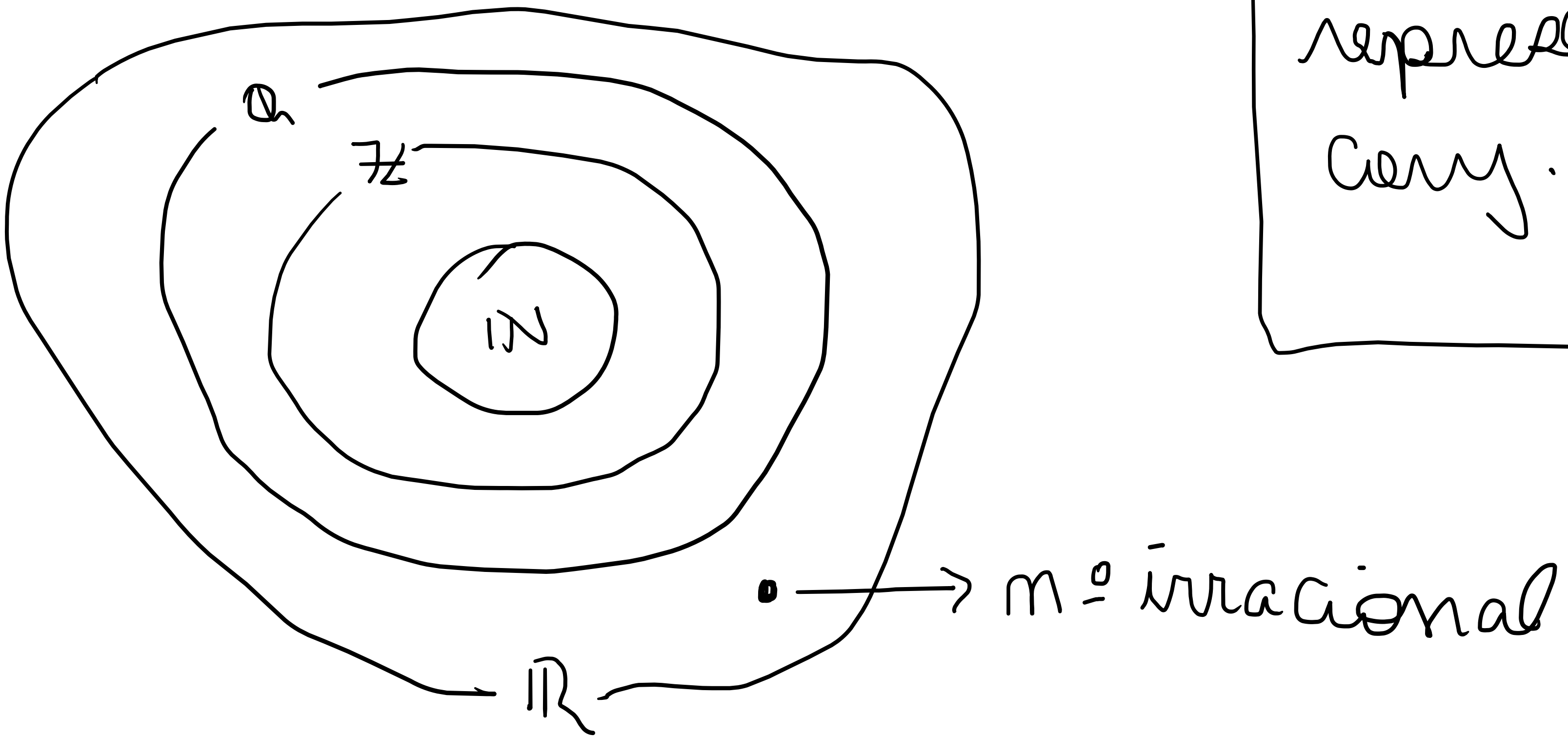
e = 2,718281828459045235360287471352.... Nº Euler (óiler)

1,0100100010000100000 1......

Conjunto dos nºs reais $\mathbb{R}$

$x \in \mathbb{R}$, pois ou x é racional ou x é irracional

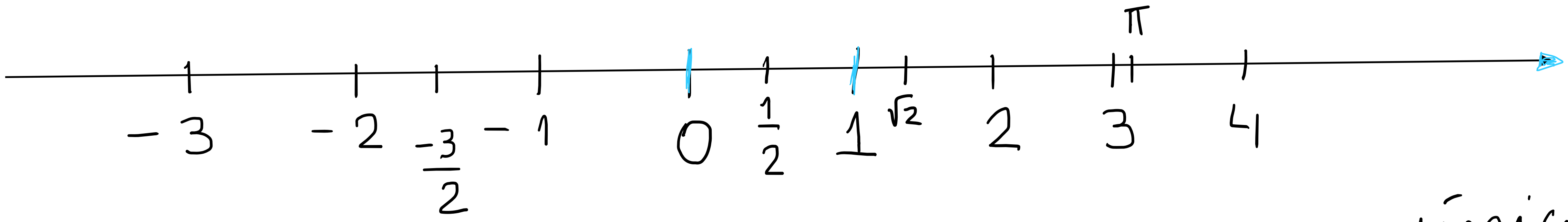
$\mathbb{N} \subset \mathbb{Z} \subset \mathbb{Q} \subset \mathbb{R}$



representação do conj. nºs irracionais

$\mathbb{R} - \mathbb{Q}$

Representação geométrica $\mathbb{R}$ — reta real



Cada ponto da reta, está associado a um único nº real

e

a cada nº real, está associado um único ponto da real

$\ldots\ldots -3 < -2 < -\frac{3}{2} < -1 < 0 < \frac{1}{2} < 1 < \sqrt{2} < 2 < 3 < \pi$

Pag 21 (a partir)

do 7 ao 23

Dados $a, b \in \mathbb{R}$

ou $a > b$ ou $a = b$ ou $a < b$