Conjuntos Numéricos
IN e Z

Marcia Xavier Cury

Conjunto dos números naturais: $\mathbb{N}$

$\mathbb{N} = \{0, 1, 2, 3, 4, 5, ..., n, ...\}$

$\mathbb{N}^* = \mathbb{N} - \{0\} = \{1, 2, 3, 4, 5, ..., n, ...\}$

Conjunto dos números naturais não nulos

Conjunto dos números inteiros: **Z** $\mathbb{Z}$

$$\mathbf{Z} = \{\ldots, -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, \ldots\}$$

$$\text{Um número inteiro é} \begin{cases} \text{ou positivo} \\ \text{ou negativo} \\ \text{ou nulo} \end{cases}$$

Por que **Z**?

Em alemão número é Zahl.

Atenção

$$\text{número inteiro} \begin{cases} \text{ou é positivo} \\ \text{ou é negativo} \\ \cancel{\text{ou é nulo}} \end{cases}$$

$n \in \mathbb{Z}^*$

Número inteiro não nulo

$$\text{número inteiro} \begin{cases} \text{ou é positivo} \\ \cancel{\text{ou é negativo}} \\ \text{ou é nulo} \end{cases}$$

Número inteiro não negativo

$n \in \mathbb{Z} \mid n > 0$ ou $n = 0$

$$\text{número inteiro} \begin{cases} \cancel{\text{ou é positivo}} \\ \text{ou é negativo} \\ \text{ou é nulo} \end{cases}$$

Número inteiro não positivo

$n \in \mathbb{Z} \mid n < 0$ ou $n = 0$

Subconjuntos de **Z**

$\mathbb{Z}^* = \mathbb{Z} - \{0\}$

pos nulo neg

$$\underbrace{\mathbb{Z}_+^* \quad 0 \quad \mathbb{Z}_-^*}_{\mathbb{Z}}$$

- $\mathbf{Z}^* = \{\ldots, -3, -2, -1, 1, 2, 3, \ldots\}$ Conjunto dos números inteiros não nulos
- $\mathbf{Z}_+ = \{0, 1, 2, \ldots\}$ Conjunto dos números inteiros não negativos
  $\mathbf{Z}_+ = \mathbb{N}$ e $\mathbb{N} \subset \mathbf{Z}$
- $\mathbf{Z}_+^* = \{1, 2, \ldots\}$ Conjunto dos números inteiros positivos
- $\boxed{\mathbf{Z}_-} = \{0, -1, -2, -3, \ldots\}$ Conjuntos dos números inteiros não positivos
- $\boxed{\mathbf{Z}_-^*} = \{-1, -2, -3, \ldots\}$ Conjuntos dos números inteiros negativos

Ordenação em Z

$$\cdots < -2 < -1 < 0 < 1 < 2 < \cdots$$

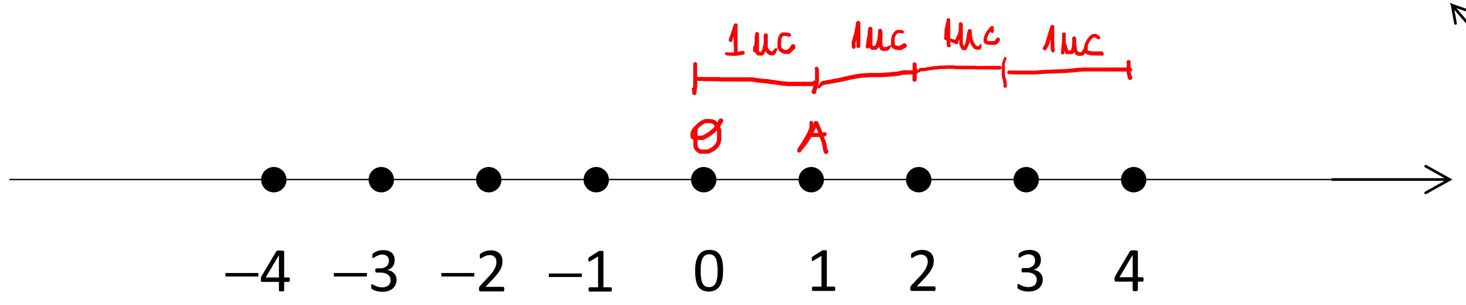
Se a, b $\in$ **Z**, então a = b ou a < b ou a > b (exclusivamente)

$a \leq b$ e $b \leq a \Rightarrow a = b, \forall\ a, b \in \mathbf{Z}$ $(a < b \vee a = b) \wedge (b < a \vee b = a)$

$a \leq b$ e $b \leq c \Rightarrow a \leq c, \forall\ a, b, c \in \mathbf{Z}$ (Propriedade Transitiva)

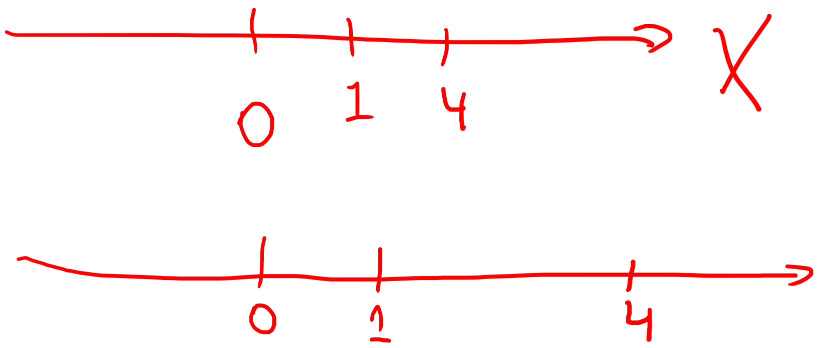
Representação geométrica de Z

origem
sentido
unidade medida



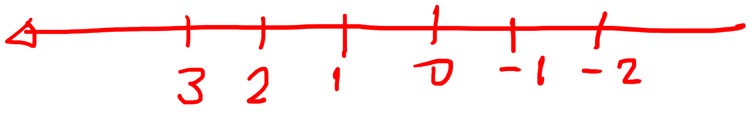
Cada nº inteiro está associado a um único ponto da reta

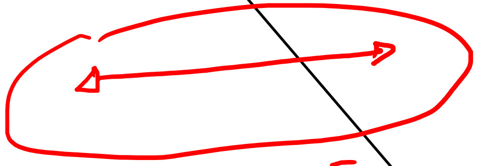
reta



reta O

segmento de reta





reta não numérica

Adição em Z

$a, b \in \mathbb{Z} \Rightarrow a + b \in \mathbb{Z}$

$2+3 = 3+2$ comutativa

Z é fechado para a operação de adição.

Axiomas

Quaisquer que sejam a, b e c inteiros:

- a + b = b + a (Comutativa)
- (a + b) + c = a + (b + c) (Associativa)
- a + 0 = a (0 é o elemento neutro da adição)
- $\forall\, a \in \mathbf{Z}, \exists\, b \in \mathbf{Z} \mid a + b = 0$

  b é o oposto de a (é único)

  Notação: b = –a (oposto de a)

  O oposto de 0 é 0.

  $0+0=0$

$2^3 \neq 3^2$

Isto significa que a operação de potenciação não é comutativa.

$(2^3)^4 \neq 2^{(3^4)}$

$2^{12} \neq 2^{81}$

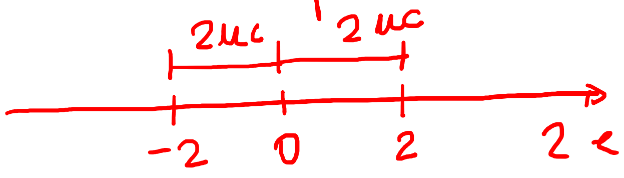
Isto significa que a operação de potenciação não é associativa.

$(2+3)+4 = 2+(3+4)$

oposto de 2 $\Rightarrow -2$ $\qquad 2+(-2)=0$

oposto de $-3 \Rightarrow -(-3) = 3$

$(-3)+3=0$



2 e −2 são simétricos

Subtração em **Z**

Sejam a e b números inteiros.

$$a - b = a + (-b)$$

Observe que $2 - 3 = 2 + (-3) = (-3) + 2$

Em $\mathbb{Z}$: $5 - 2 = 5 + (-2) = (-2) + 5$

$5 - 2 = 2 - 5$ X

$5 + (-2)$

$(-2) + 5$

$2 + (-5)$

$(-5) + 2$

Em $\mathbb{N}$: $5 - 2 = 3$

$2 - 5$ não está definido

Multiplicação em Z

$a, b \in \mathbb{Z} \Rightarrow a \cdot b \in \mathbb{Z}$

Z é fechado para a operação de multiplicação.

Axiomas

Quaisquer que sejam a, b e c inteiros:

- a · b = b · a (Comutativa)
- (a · b) · c = a · (b · c) (Associativa)
- a · 1 = a (1 é o elemento neutro da multiplicação)

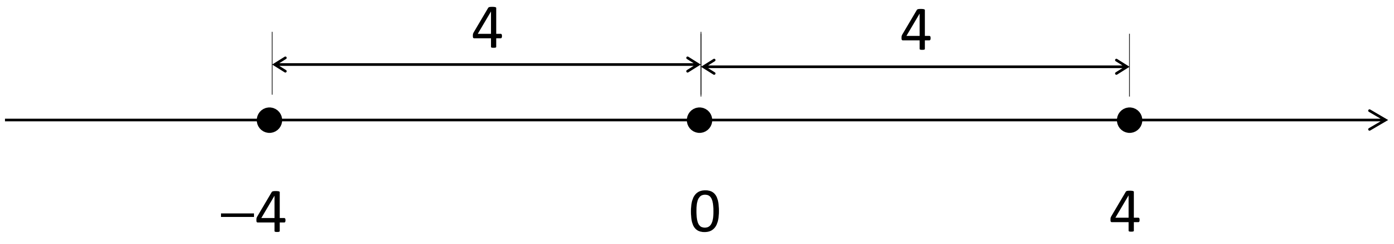
Propriedade distributiva: $a \cdot (b + c) = a \cdot b + a \cdot c$

"por em evidência"

E a divisão em $\mathbb{Z}$?

Aguarde!

Ideia de módulo de um número (ou valor absoluto)



$|4|$

A distância do ponto da reta associado ao número 4 até a origem é 4.

A distância do ponto da reta associado ao número –4 até a origem é 4.

Ideia de módulo: distância do ponto da reta associado ao número n até a origem.

Nunca se esqueça disso!

Logo,

$|4| = 4$ positivo

$|-4| = 4$ positivo

$|0| = \underline{0}$ nulo

$|-11| = -(-11) = 11$

neg

$|9| = 9$

pos

Módulo

(ou valor absoluto)

Def

$$\forall x \in \mathbf{Z}, |\mathbf{x}| = \begin{cases} \mathbf{x}, \text{se } \mathbf{x} \geq 0 \\ -\mathbf{x}, \text{se } \mathbf{x} < 0 \end{cases}$$

se $x > 0$, $|x| = x$

se $x = 0$, $|0| = 0$

se $x < 0$, $|x| = -x$

qualquer que seja

para todo

$|0| = 0$

pos

$|7| = 7$

$|-4| = -(-4) = 4$

neg

$a \in \mathbb{Z}$

$-a > 0$, se $a < 0$

$-a < 0$, se $a > 0$

$-(-5) = 5 > 0$

$-(7) = -7 < 0$

Propriedades

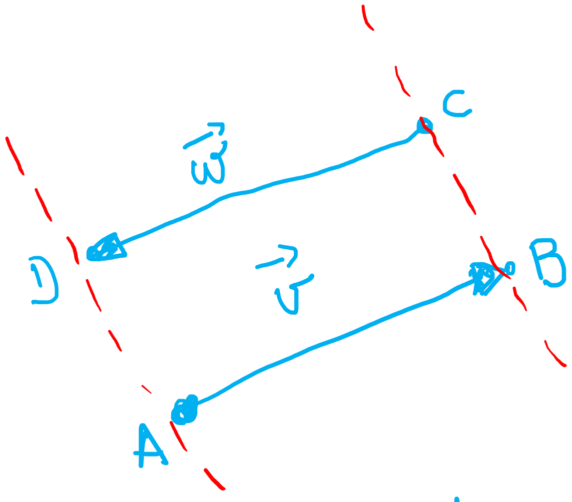
Se a e b são números inteiros quaisquer, então

- $|a| \geq 0$ (o módulo de um número nunca é negativo)
- $|a| = |-a|$ $|4| = |-4|$ $|9| = |-9|$
- $|a \cdot b| = |a| \cdot |b|$ ex $|2 \cdot (-3)| = |2| \cdot |-3| = 2 \cdot 3 = 6$

$\hookrightarrow |-6| = 6$

Tarefa

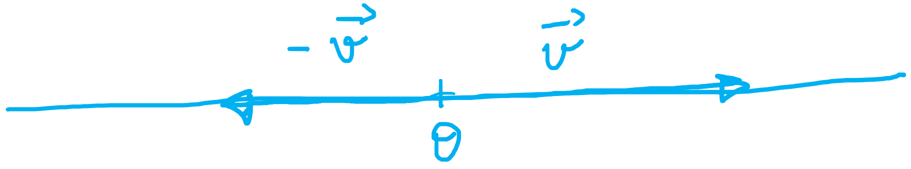
Livro texto, pág. 19, exercícios do 1 ao 6.



$\vec{v} \parallel \vec{w}$ $|\vec{w}| = |\vec{v}|$

$|\vec{v}| = d_{A,B}$

segmento de reta orientado



$|\vec{v}| = |-\vec{v}|$