

Equivalências Lógicas Notáveis

Lembrando que

- duas proposições, P e Q, são logicamente equivalentes quando as suas tabelas verdade são idênticas, isto é, $P \leftrightarrow Q$ é uma tautologia.

Sendo

- p, q e r proposições
- T tautologia
- C contradição

Temos que:

Dupla negação	$\sim(\sim p) \equiv p$
Leis idempotentes	$p \wedge p \equiv p$ $p \vee p \equiv p$
Leis de Absorção	$(p \wedge q) \vee p \equiv p$ $(p \vee q) \wedge p \equiv p$
Leis Comutativas	$p \wedge q \equiv q \wedge p$ $p \vee q \equiv q \vee p$
Leis Associativas	$p \wedge (q \wedge r) \equiv (p \wedge q) \wedge r$ $p \vee (q \vee r) \equiv (p \vee q) \vee r$
Leis Distributivas	$p \wedge (q \vee r) \equiv (p \wedge q) \vee (p \wedge r)$ $p \vee (q \wedge r) \equiv (p \vee q) \wedge (p \vee r)$
Leis de De Morgan	$\sim(p \wedge q) \equiv \sim p \vee \sim q$ $\sim(p \vee q) \equiv \sim p \wedge \sim q$
Leis de Identidade	$p \vee C \equiv p$ $p \vee T \equiv T$ $p \wedge C \equiv C$ $p \wedge T \equiv p$
Leis Complementares	$p \vee \sim p \equiv T$ $p \wedge \sim p \equiv C$ $\sim T \equiv C$ $\sim C \equiv T$
Condiciona	$p \rightarrow q \equiv \sim(p \wedge \sim q) \equiv \sim p \vee q$ $p \rightarrow q \equiv \sim q \rightarrow \sim p$ $\sim(p \rightarrow q) \equiv p \wedge \sim q$
Bicondiciona	$p \leftrightarrow q \equiv (p \rightarrow q) \wedge (q \rightarrow p)$ $\sim(p \leftrightarrow q) \equiv p \leftrightarrow \sim p \equiv \sim p \leftrightarrow q$

Análogas às propriedades operatórias dos números reais.

Por serem válidas as Leis Associativas, pode-se escrever a proposição sem parênteses.

verifique por meio de tabela verdade

idem

Uma consequência prática da equivalência lógica é que ao trocar uma dada proposição por qualquer outra que lhe seja equivalente, estamos apenas mudando a maneira de dizê-la.

Exemplo

1. A proposição

David é professor ou David é mecânico, e David é professor

é logicamente equivalente a, pelas Leis de Absorção,

David é professor

2. Por meio de equivalências lógicas, simplifique a proposição:

$$\sim (p \vee q) \vee (\sim p \wedge q)$$

Aplicando a Lei de De Morgan, temos:

$$(\sim p \wedge \sim q) \vee (\sim p \wedge q)$$

Aplicando a Lei Distributiva (por em evidência $\sim p$), vem que:

$$\sim p \wedge (\sim q \vee q)$$

De acordo com a Lei Complementar, temos:

$$\sim p \wedge T$$

Aplicando a Lei de Identidade, vem que:

$$\sim p$$

$$\text{Assim, } \sim (p \vee q) \vee (\sim p \wedge q) \equiv \sim p$$