波动光学·光的干涉

授课教师　　崔海娟

光学内容结构体系

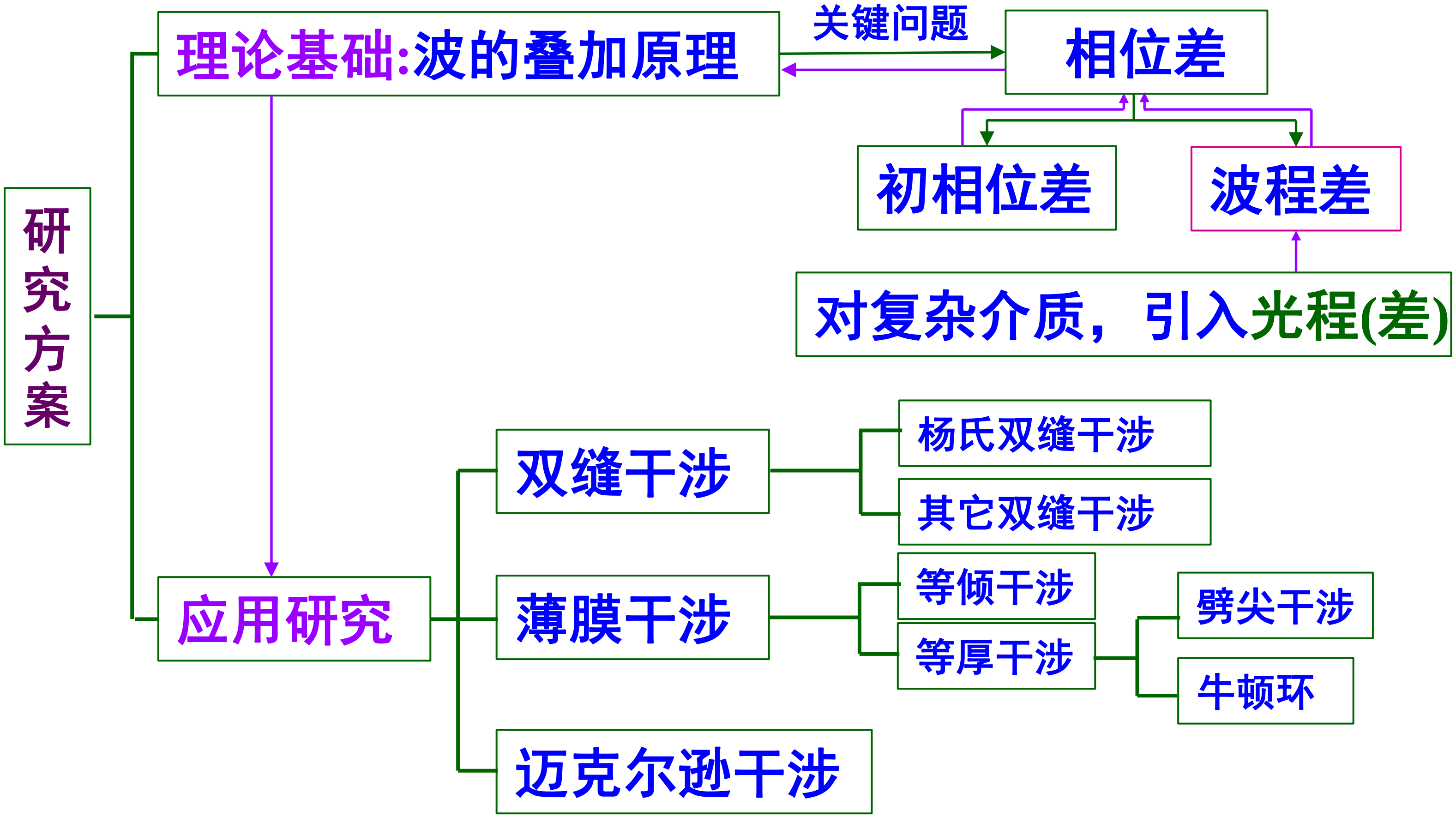
研究对象：研究光在介质中的传输规律及其与物质的相互作用

光学

- **几何光学**
  - 基于少数实验定律基础，用几何方法研究光的传输规律
  - 主要研究光的反射、折射等问题
  - 适用于物体尺寸远大于光波长的光传输规律问题
- **波动光学**
  - 基于麦克斯韦电磁理论基础，研究光的传输规律
  - 主要研究光的干涉、衍射、偏振等问题
  - 适用于任意物体尺寸与光波长比的物理问题
- **量子光学**
  - 基于量子力学或量子电动力学，研究光与物质相互作用
  - 主要研究光的本质、光与物质的相互作用
  - 侧重于需光波量子化的问题

干涉问题的研究方案

研究目标:定量分析多列光波在公共叠加区域光强的时空分布



13.1 干涉问题的解析分析

13.1.1 波动光学预备知识

1. 光波的相关概念

光波：由变化的电场、磁场相互激发，由近及远传播形成的波

光矢量：电磁波中引起化学与视觉效应的电场强度矢量E

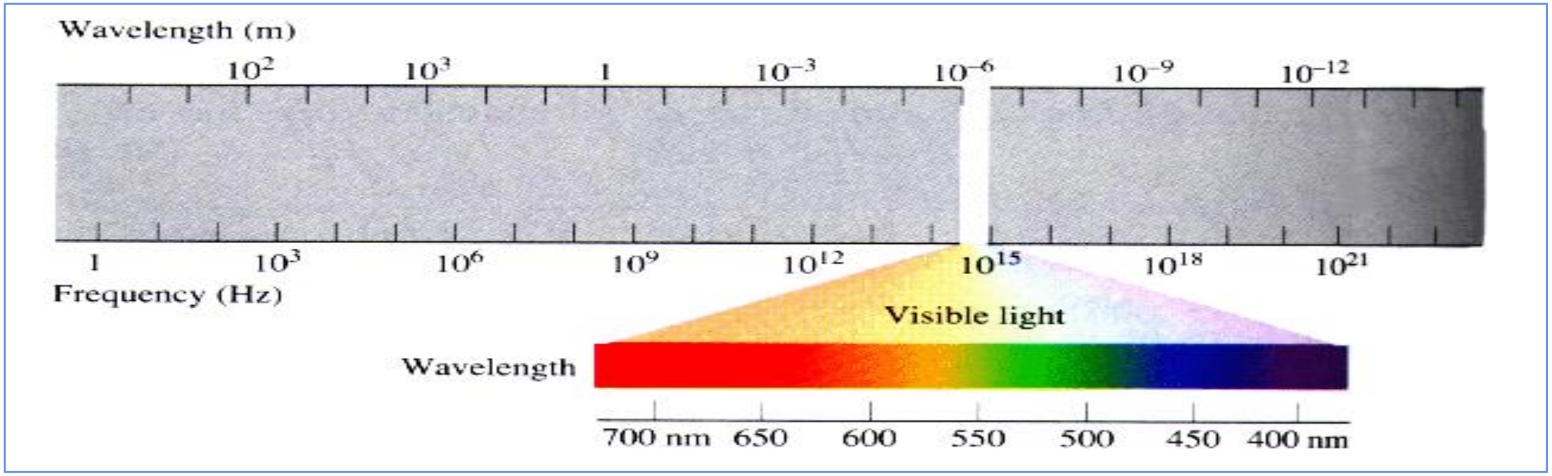
光振动：电场强度矢量 E 随时间的周期变化称为光振动 (光为横波)

光强度：光的强度正比于光振动的振幅平方 ($I \propto E^2$)

电磁波的能流密度 $\vec{S} = \vec{E} \times \vec{H}$　　波强为 $I = \bar{S} = \bar{E}\bar{H} = \sqrt{\dfrac{\varepsilon_0}{\mu_0}}\,\overline{E^2}$

光波的颜色：不同频率的光波能引起人视觉的不同颜色

光的频谱：按光的波长 (或频率) 顺序排列而成的频谱图



可见光 ν : $3.95\times10^{14}\sim7.69\times10^{14}\,\text{Hz}$

真空中的波长

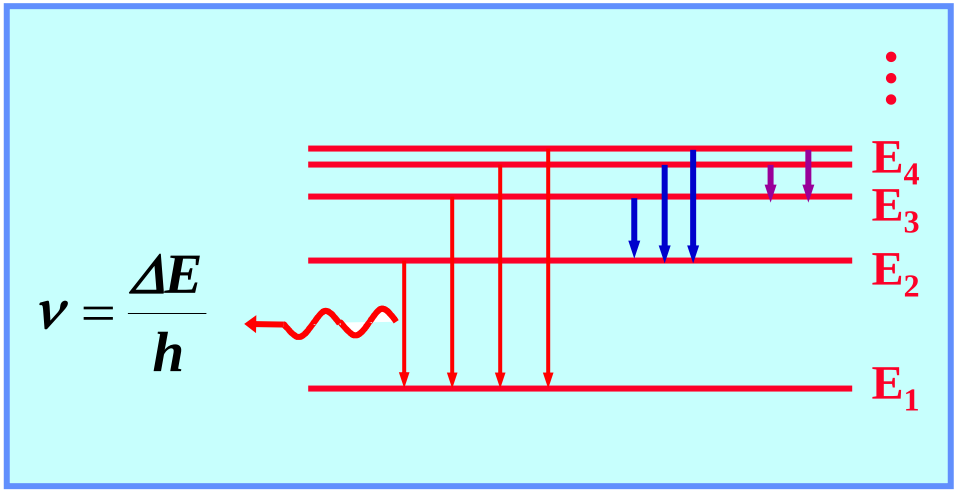
$$\lambda=\frac{c}{\nu}:\quad 7600\,\text{Å}\sim3900\,\text{Å}\quad(1\,\text{Å}=10^{-10}\,\text{m})$$

2.光源、原子的发光模型

能发射光波的物体称为光源。光源的最基本发光单元是原子(或分子)。

➢原子存在状态

- 分离定态
- 能级
- 基态与激发态



➢ 原子的发光机制

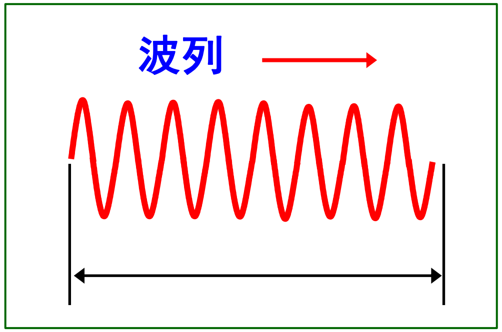
被激发到较高能级的原子跃迁到低能级时，多余的能量以电磁波的形式辐射出来。

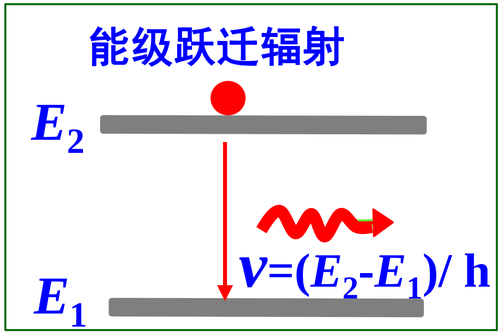
原子每一次跃迁都发出一个光波波列, 其频率：

$$\nu = \frac{\Delta E}{h} \qquad (h=6.63\times10^{-34}\,\mathrm{J{\cdot}S})$$

波列持续时间有限 $\Delta t \sim 10^{-8}\,\mathrm{s}$

波列长度有限 $\Delta x = c \cdot \Delta t$





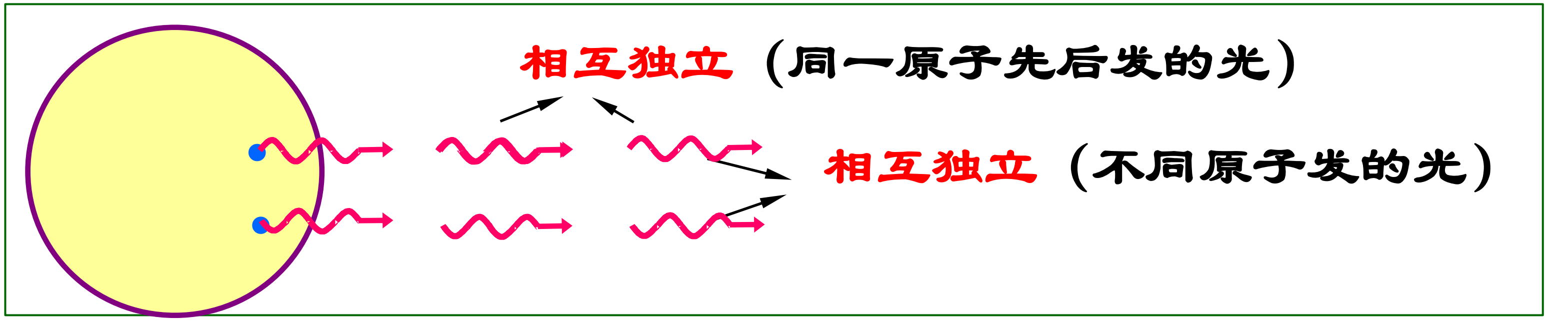
(1) 普通光源发光(自发辐射):

I 原子发光

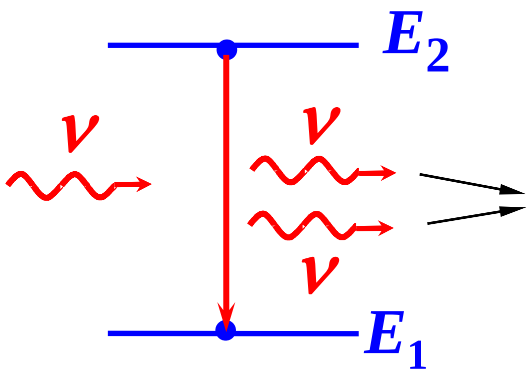
- 原子发光是断续的，每次发光形成一个短短的波列；
- 同一原子先后发的光、不同原子发的光波列均不相干;
- 各原子各次发光相互独立，各波列互不相干。

II 普通光源发光

- 在Δt时间内所有发光粒子发光波列的叠加，合成波频率单一且有确定初相位；
- 长时间内，点光源发出的光波其初相位频繁变化;
- 两个独立的点光源或同一光源不同部位发出的光波，没有恒定相位差，不相干。



(2) 激光光源：受激辐射



$$\nu = (E_2 - E_1) / h$$

完全相同

（振动方向、频率、相位、传播方向）

光源分类
- 普通光源 — 自发辐射发光机制
- 激光光源 — 受激辐射发光机制
- 同步辐射 — 高速电子变速的电磁辐射

□ 普通光源发出的光是非相干光，本章讨论普通光源的干涉问题

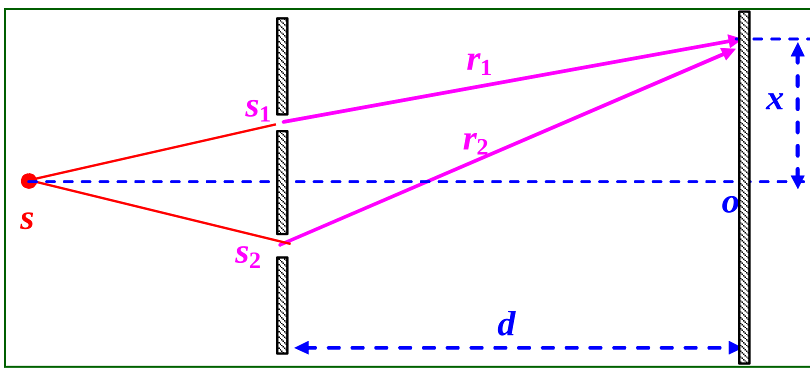
3. 相干光源及获取方法

A 相干光源

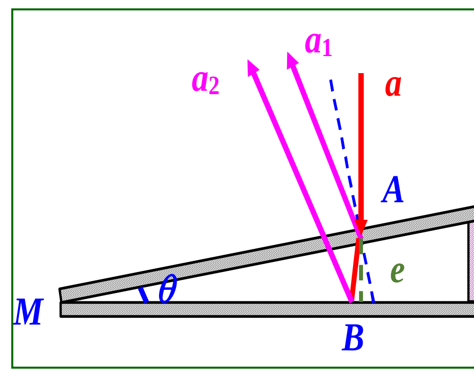
频率相同、偏振方向相同、相位差恒定的光源

B 相干光源获取方法

- 普通光源: 分光束



分波阵面方法



分振幅方法

分波阵面法：利用小微元光源发光近似满足相干条件	杨氏双缝干涉
分振幅方法：利用光源发出的同一光束满足相干条件	薄膜干涉

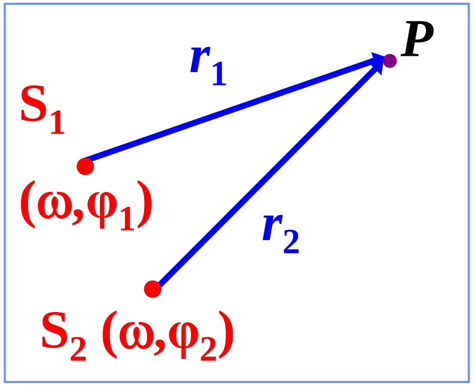
- 激光

13.1.2 光的干涉解析分析

1.光波叠加原理

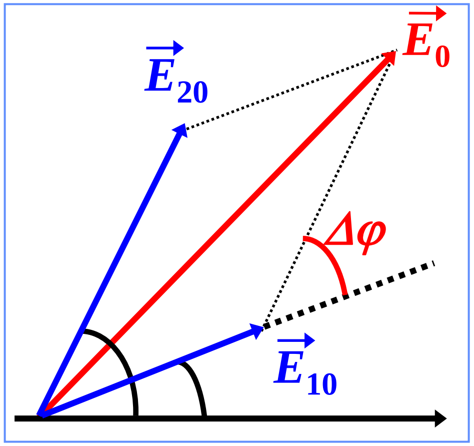
- 各列波相遇后保持各自原有的特点、独立继续传播
- 在各列波相遇的区域，各点的振动为各列波在该点引起振动的叠加

设两列振动方向相同的光波在P点相遇：



$$\left.\begin{aligned} S_1 \to P:&\quad E_1 = E_{10}\cos\left(\omega t - \frac{2\pi r_1}{\lambda_1} + \varphi_1\right) \\ S_2 \to P:&\quad E_2 = E_{20}\cos\left(\omega t - \frac{2\pi r_2}{\lambda_2} + \varphi_2\right) \end{aligned}\right\} \Longrightarrow$$

合成光
$$\left\{\begin{aligned} &\vec{E} = \vec{E}_1 + \vec{E}_2 = E_0\cos(\omega t + \varphi) \\ &E_0 = \sqrt{E_{10}^2 + E_{20}^2 + 2E_{10}E_{20}\cos\Delta\varphi} \\ &\Delta\varphi = (\varphi_2 - \varphi_1) - \left(\frac{2\pi}{\lambda_2}r_2 - \frac{2\pi}{\lambda_1}r_1\right) \end{aligned}\right.$$



2 合成光强：

$$I=\overline{S}=\sqrt{\frac{\varepsilon}{\mu}}\overline{E_0^2}=\alpha\overline{E_0^2}$$

$$=\alpha\cdot\frac{1}{\tau}\int_0^{\tau}(E_{10}^2+E_{20}^2+2E_{10}E_{20}\cos\Delta\varphi)\mathrm{d}t$$

$$=I_1+I_2+\boxed{2\sqrt{I_1I_2}\,\overline{\cos\Delta\varphi}}$$ 干涉项

A 非相干叠加

普通光源：原子发光是随机、间歇、独立的，由两个独立光源或从同一光源不同部分发出光的频率、相位及振动方向都可能不同。

干涉项：

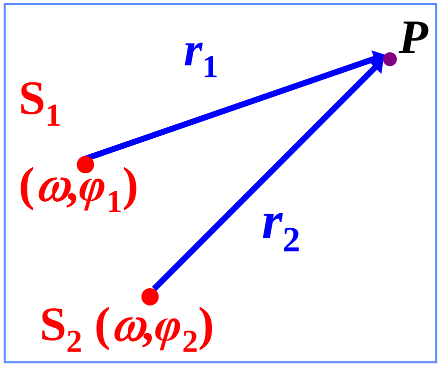
在观测时间内$\Delta\varphi$可取0~2π间的一切可能值，且机会均等

$$\overline{\cos\Delta\varphi}=0\quad\Rightarrow\quad 2\sqrt{I_1I_2}\,\overline{\cos\Delta\varphi}=0$$

$$I=I_1+I_2$$ 光强均匀分布

B 相干叠加

相干光：满足相差恒定、振动频率相同、振动方向相同的光



干涉项： $\Delta\varphi = (\varphi_2 - \varphi_1) - \frac{2\pi}{\lambda}(r_2 - r_1)$

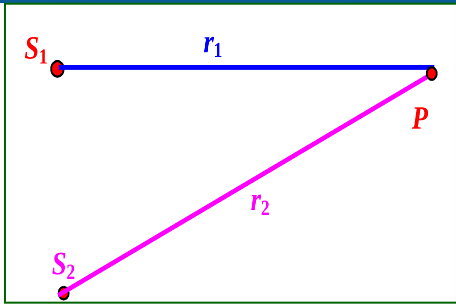
与时间无关，只与P点的位置有关

$$\overline{\cos\Delta\varphi} = \cos\Delta\varphi \neq 0$$

$$I = I_1 + I_2 + 2\sqrt{I_1 I_2}\cos\Delta\varphi$$

- 空间确定点， $\Delta\varphi$有确定值，I有确定值
- 空间不同点， $\Delta\varphi$可能不同，I彼此不等

干涉现象:光强在空间有一新的稳定的非均匀分布



C 光强度稳定空间分布的典型结论

I 相长干涉

$$\Delta\varphi = (\varphi_2 - \varphi_1) - \frac{2\pi}{\lambda}(r_2 - r_1) = \pm 2k\pi \quad k = 0, 1, 2, ...$$

$$I_{\max} = I_1 + I_2 + 2\sqrt{I_1 I_2}$$ 亮纹

II 相消干涉

$$\Delta\varphi = (\varphi_2 - \varphi_1) - \frac{2\pi}{\lambda}(r_2 - r_1) = \pm(2k+1)\pi \quad k = 0, 1, 2, ...$$

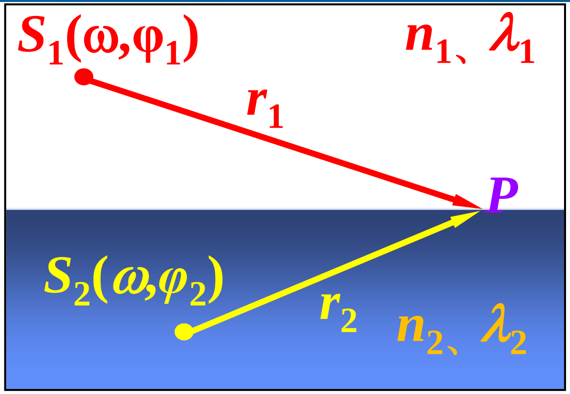
$$I_{\min} = I_1 + I_2 - 2\sqrt{I_1 I_2}$$ 暗纹

特例：如果I_1=I_2，则合成光强

相长处：$I_{\max} = I_1 + I_2 + 2\sqrt{I_1 I_2} = 4I_1$

相消处：$I_{\min} = I_1 + I_2 - 2\sqrt{I_1 I_2} = 0$

13.1.3 光程与相位差



（n_1、n_2为介质的折射率）

光的频率 ν 由光源确定，光速 v 和介质折射率 n 相关。

真空中光速：$c=\nu\lambda$

介质中光速：$v=\dfrac{c}{n}=\nu\dfrac{\lambda}{n}$

⇨ 折射率为 n 介质中：

$$\lambda'=\frac{\lambda}{n}$$

相干光源 S_1 和 S_2 发出的光在不同介质中传至 P 点，两列光波振动的相位差：

$$\Delta\varphi=(\varphi_2-\frac{2\pi}{\lambda_2}r_2)-(\varphi_1-\frac{2\pi}{\lambda_1}r_1)$$

介质中：$\boxed{\lambda_1=\dfrac{\lambda}{n_1}，\quad \lambda_2=\dfrac{\lambda}{n_2}}$

⇨

$$\Delta\varphi=(\varphi_2-\varphi_1)-\frac{2\pi}{\lambda}(n_2r_2-n_1r_1)$$

光波在介质 n 中传播路程 r 的相位变化

光在真空中传播距离 nr 对应的相位变化

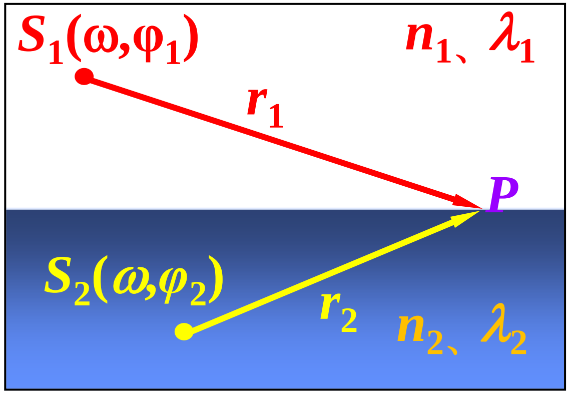
$$\frac{2\pi}{\lambda'}r=\frac{2\pi}{\lambda}nr$$

- 光在介质中传播几何路程，可等效为光在真空中的几何路程（光程）

光程 = 介质折射率 $n\times$ 光在介质中的几何路程 r　　（等效真空程）

$S_1 \to P$：光程 $= n_1 r_1$

$S_2 \to P$：光程 $= n_2 r_2$



光程差： $\delta = n_2 r_2 - n_1 r_1$

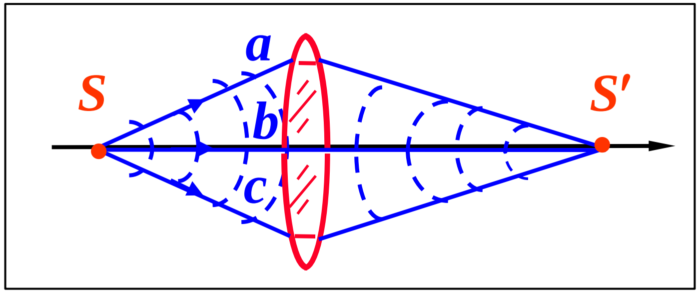
IV 光程差与波的干涉

$$\left.\begin{aligned} \Delta\varphi &= (\varphi_2 - \varphi_1) - \frac{2\pi}{\lambda}(n_2 r_2 - n_1 r_1) \\ \varphi_1 &= \varphi_2 \end{aligned}\right\} \Longrightarrow \Delta\varphi = -\frac{2\pi}{\lambda}(n_2 r_2 - n_1 r_1) = -\frac{2\pi}{\lambda}\delta$$

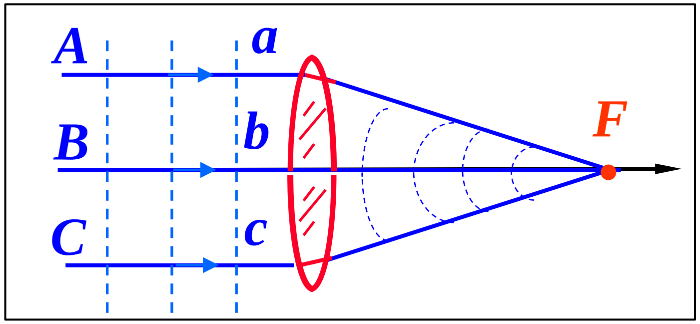
光程差：
$$\begin{cases} \delta = n_2 r_2 - n_1 r_1 = k\lambda & k = 0, \pm 1, \pm 2 \cdots \quad \text{干涉相长，亮纹} \\ \delta = n_2 r_2 - n_1 r_1 = (2k+1)\dfrac{\lambda}{2} & k = 0, \pm 1, \pm 2 \cdots \quad \text{干涉相消，暗纹} \end{cases}$$

- 对相干光源，初相相等或恒定，干涉明暗条纹变化取决于光程差变化
- 干涉问题的光强空间分布计算取决于光程差的计算

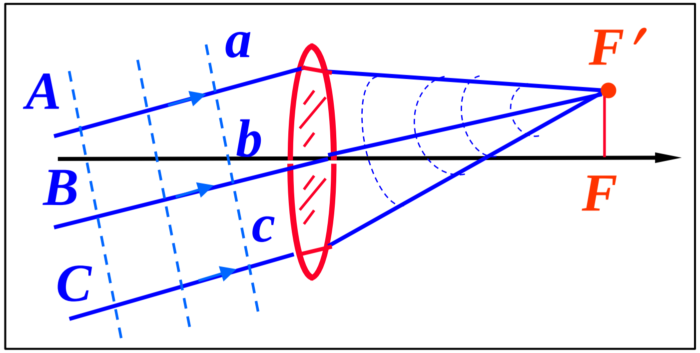
13.1.4 薄透镜的等光程性



物点S到象点S′ (亮点)各光线之间的光程差为零。



焦点 F、F'都是亮点，说明各光线在此同相叠加。

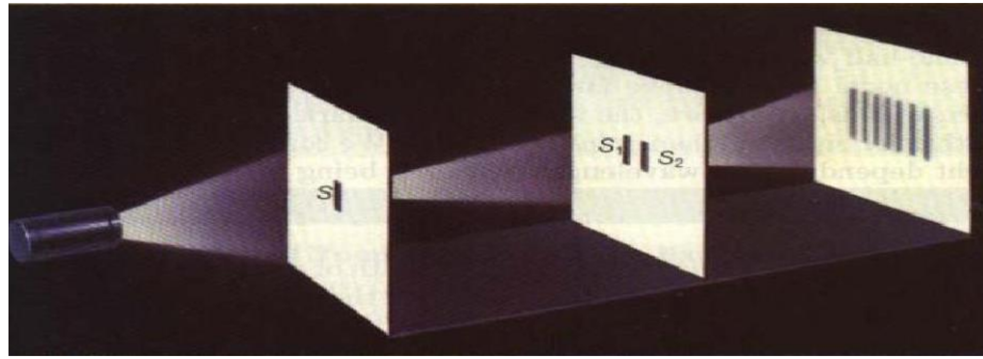


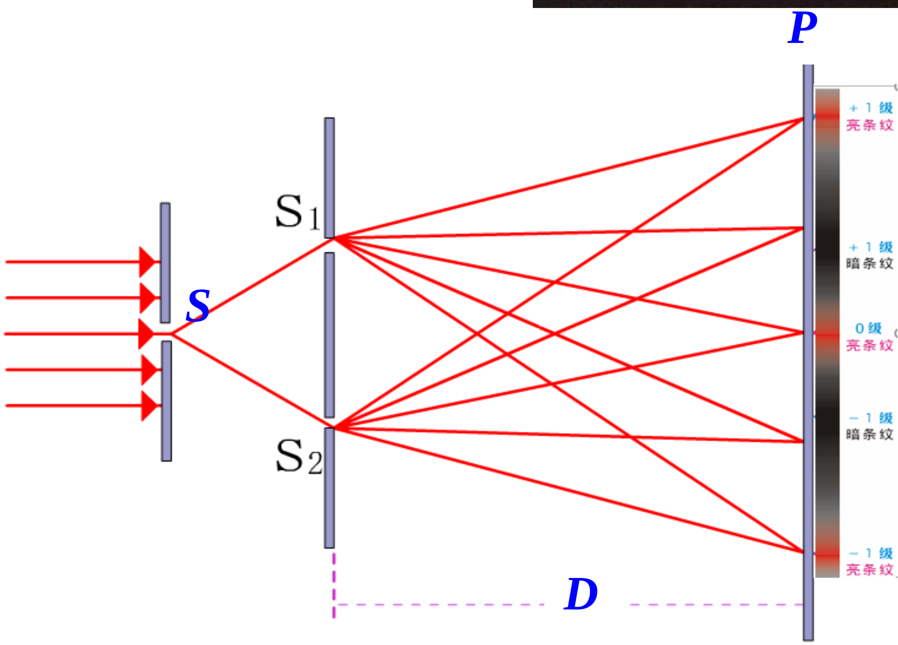
A、B、C 在同相面上，说明 $A \to F$，$B \to F$，$C \to F$ 或 $A \to F'$，$B \to F'$，$C \to F'$ 各光线等光程。

结论：近轴光线经薄透镜可改变方向但不会产生附加光程差。

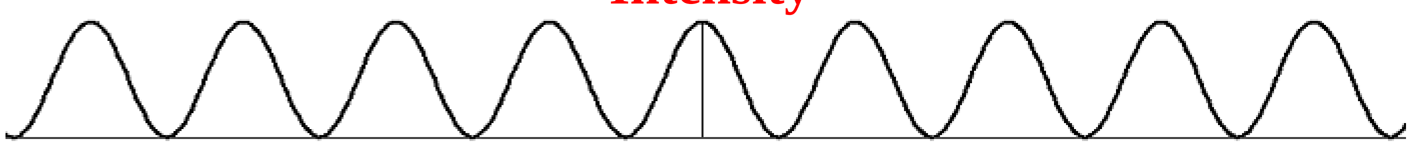
13.2 杨氏双缝干涉实验

1. 实验装置与实验现象

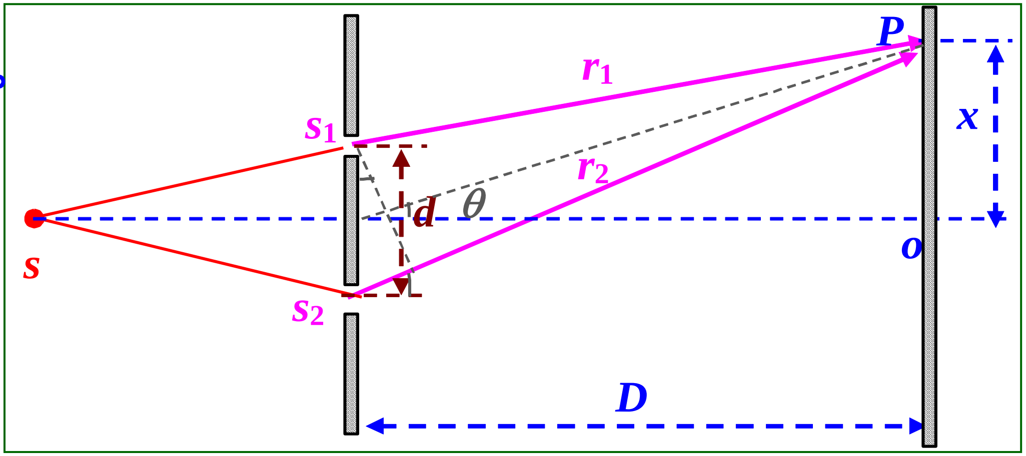




Intensity



S_1和S_2是一对初相相等的相干光源。



2. 相位差计算

在观测屏上任一点P，两个光振动的相位差

$$\left.\begin{aligned}\Delta\varphi &= (\varphi_2-\varphi_1)-\frac{2\pi}{\lambda}(r_2-r_1)\\ \varphi_1 &= \varphi_2\end{aligned}\right\} \Rightarrow \Delta\varphi = -\frac{2\pi}{\lambda}(r_2-r_1) = -\frac{2\pi}{\lambda}\delta$$

$$\left.\begin{aligned}r_1^2 &= D^2+\left(x-\frac{d}{2}\right)^2\\ r_2^2 &= D^2+\left(x+\frac{d}{2}\right)^2\end{aligned}\right\} \Rightarrow r_2^2-r_1^2 = 2dx$$

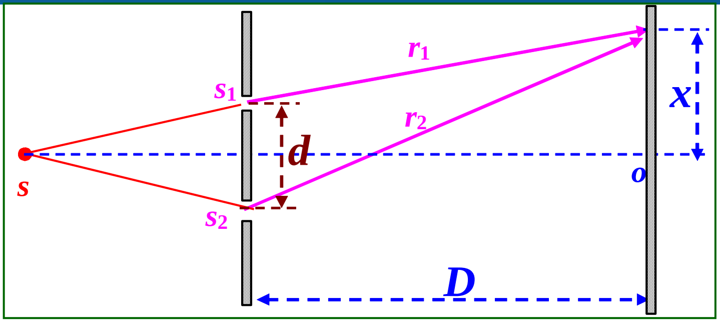
$$r_2^2-r_1^2 = (r_2-r_1)(r_2+r_1) = \delta(r_2+r_1)$$

$$D \gg d \qquad r_1+r_2 \approx 2D$$

$$\Rightarrow \delta = \frac{dx}{D}$$

$$\Delta\varphi = -\frac{2\pi d}{\lambda D}x$$

$$\delta \approx d\sin\theta \approx d\tan\theta = \frac{dx}{D}$$ (教材)



3. 明暗条纹空间位置计算

A 出现明条纹的条件　　条纹位置

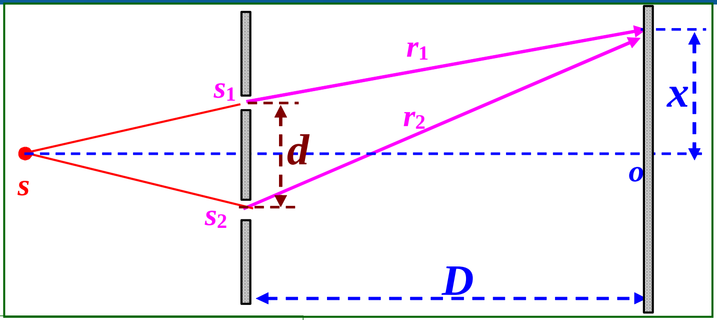
$$\delta = \frac{dx}{D} = \pm k\lambda \quad \Rightarrow x = \pm k\frac{D}{d}\lambda \qquad k = 0,1,2\cdots\cdots$$

k 为干涉条纹的级次

B 出现暗条纹的条件

$$\delta = \frac{dx}{D} = \pm(2k+1)\frac{\lambda}{2} \Rightarrow x = \pm(k+\frac{1}{2})\frac{D}{d}\lambda \quad k = 0,1,2\cdots\cdots$$

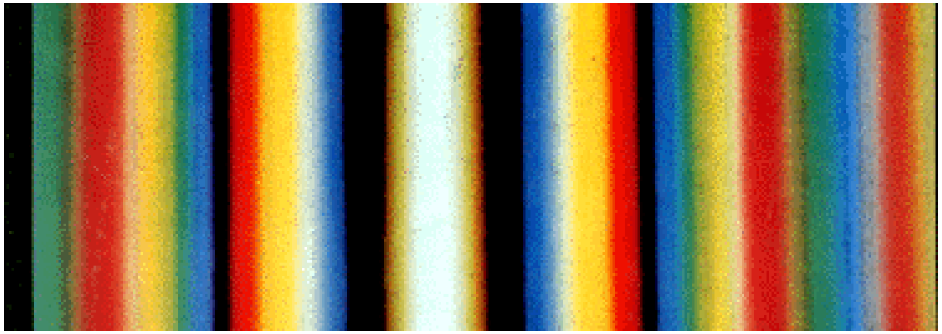
- 观察屏上是一系列平行于双缝的明暗相间的直线条纹
- 中心为明条纹，条纹中间级次低，两边级次高；
- 条纹上下对称，明暗相间，均匀排列
- 如果是点光源，则强度减弱

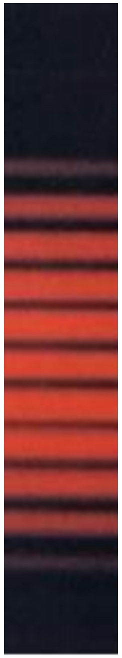


C 明、暗条纹的间距

$$\Delta x = x_{k+1} - x_k = \frac{D}{d}\lambda$$

- 明暗条纹的间距与 k 无关，间距相等
- 若移动观察屏（D变化），则条纹间距变化
- 若改变缝间距（d变化），则条纹间距发生变化
- 条纹间距与波长成正比

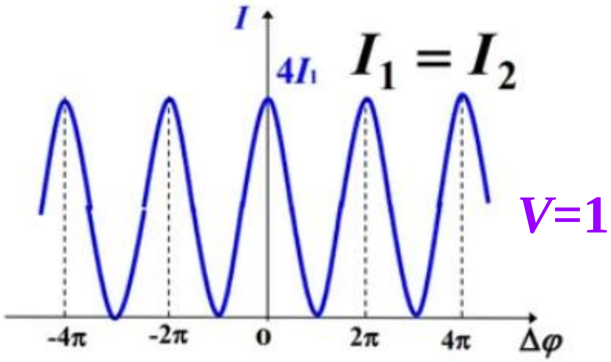




白光光源，中心是白色亮纹，外面是彩色亮纹

4. 光的强度分布

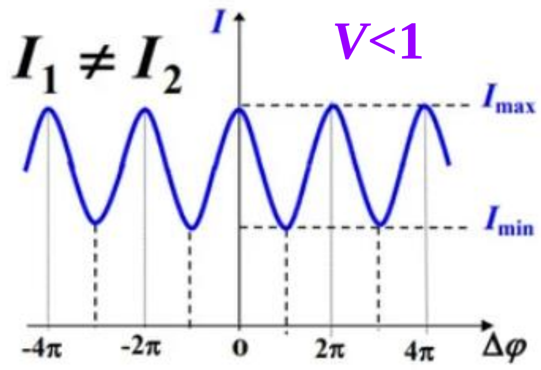
$$I = I_1 + I_2 + 2\sqrt{I_1 I_2}\cos\Delta\varphi$$



当 $I_1 = I_2$ $\quad I_{max} = 4I_1 \quad I_{min} = 0$

当 $I_1 \neq I_2$ $\quad I_{max} = I_1 + I_2 + 2\sqrt{I_1 I_2} \quad I_{min} = I_1 + I_2 - 2\sqrt{I_1 I_2}$

条纹可见度（衬比度）：



光强分布条纹的明显程度用对比度表示，即：

$$V = \frac{I_{max} - I_{min}}{I_{max} + I_{min}}$$

条纹清晰的条件之一：

两相干光强相差不要太大，$I_1=I_2$(V=1)时条纹最清晰

例13.2.1：已知白光的波长范围是 4000 Å~7000 Å，用白光做杨氏干涉实验，实验的双缝间距为 d=0.5mm，屏幕距缝 D=5 m

求：与屏幕中心 x=21 mm 处形成亮纹的可见光波波长

解：明暗条纹空间分布与波长有关，由形成亮条纹的条件

$$x = \pm k\frac{D}{d}\lambda \qquad k = 0,1,2\cdots\cdots$$

$$\lambda = \frac{dx}{kD} = \frac{0.5\times10^{-3}\times21\times10^{-3}}{5k}$$

$$k = 0,1,2\cdots\cdots$$

$$\Rightarrow \begin{cases} k=3 & \lambda_3 = 7.0\times10^3\ \text{Å} \\ k=4 & \lambda_4 = 5.25\times10^3\ \text{Å} \\ k=5 & \lambda_5 = 4.20\times10^3\ \text{Å} \end{cases}$$

例13.2.2：杨氏双缝干涉光路中放入一个小盒，通过测量小盒填充气体前后干涉条纹的移动，可测气体折射率

求：(1) 当待测气体的折射率大于空气折射率时，干涉条纹如何移动？

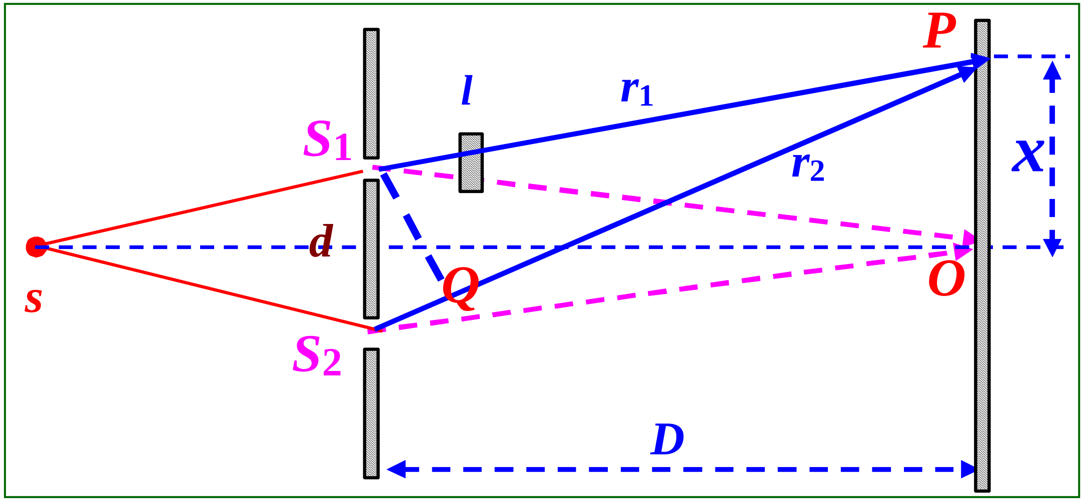
(2) 设 l=2.0 cm，某点条纹移动 20 条，光波的波长为 5893 Å，空气的折射率为 n=1.000276，求待测气体的折射率

解：(1) 判断零级条纹的移动方向。设充入空气，零级条纹在 O点；充入待测气体，零级条纹在 P 点

$$\delta = S_2Q - (n' - n)l$$

零级条纹出现条件

$$\delta = \pm k\lambda = 0$$



$$\Rightarrow s_2q = (n' - n)l > 0$$

于是，零级条纹 (因而所有条纹) 应当上移

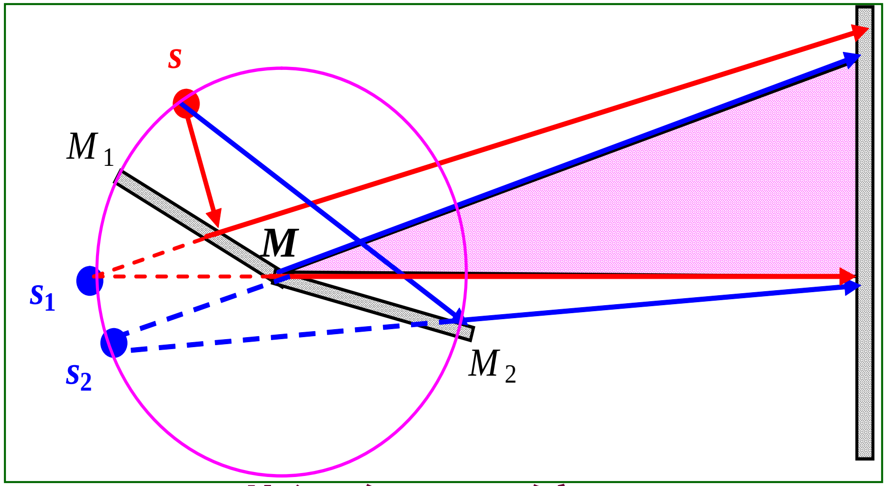
(2) 对屏幕上的一固定点，通过该点的条纹每移动一级，光程差相差一个波长

$$\left.\begin{aligned} &\delta = \pm k\lambda \Rightarrow \Delta\delta = \pm\Delta k\lambda \\ &\Delta\delta = (n' - n)l \end{aligned}\right\} \Rightarrow \Delta k = \frac{(n' - n)l}{\lambda} \Rightarrow n' = n + \frac{\Delta k \cdot \lambda}{l}$$

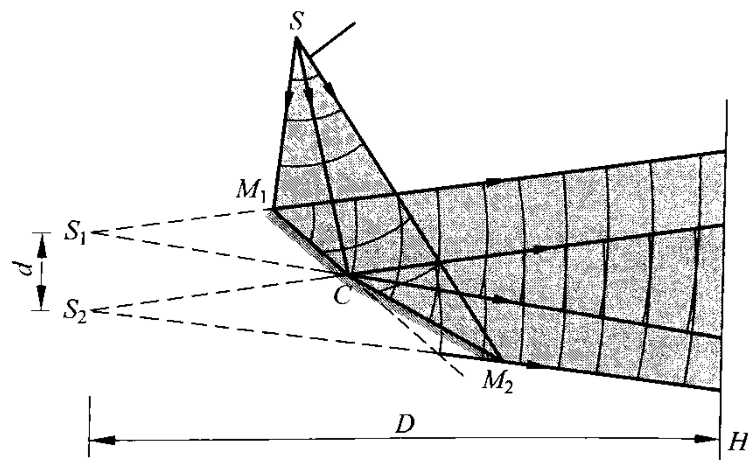
$$= 1.0008653$$

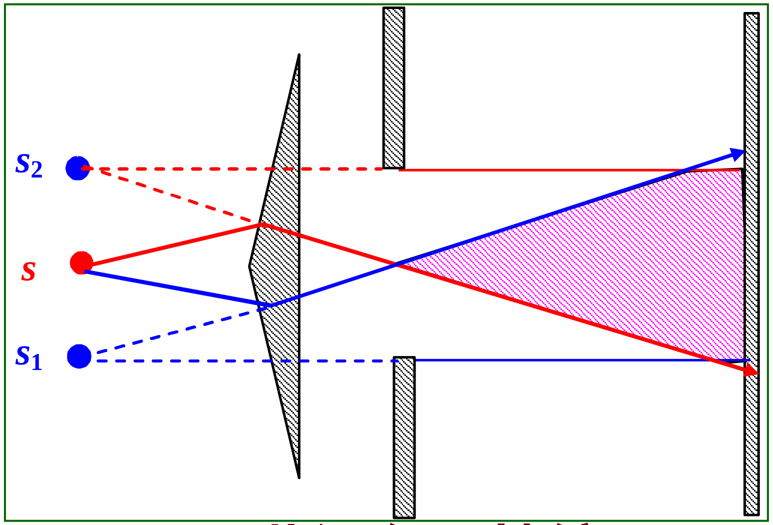
5. 双缝干涉的其它实验装置

- 各干涉仪相干光获取方法
- 各干涉仪明暗条纹计算方法

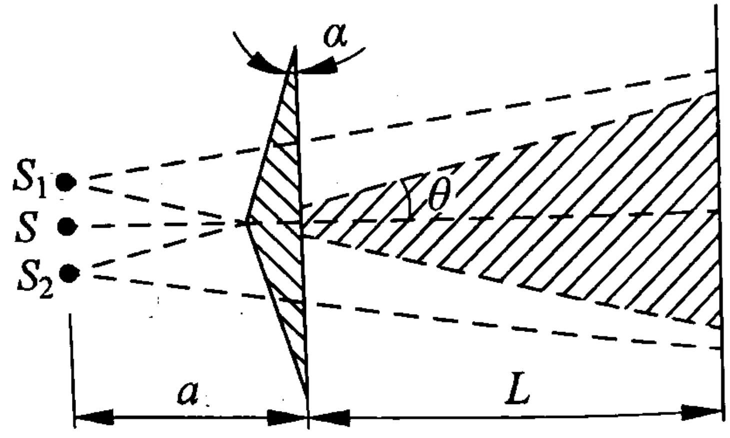


菲涅尔双面镜

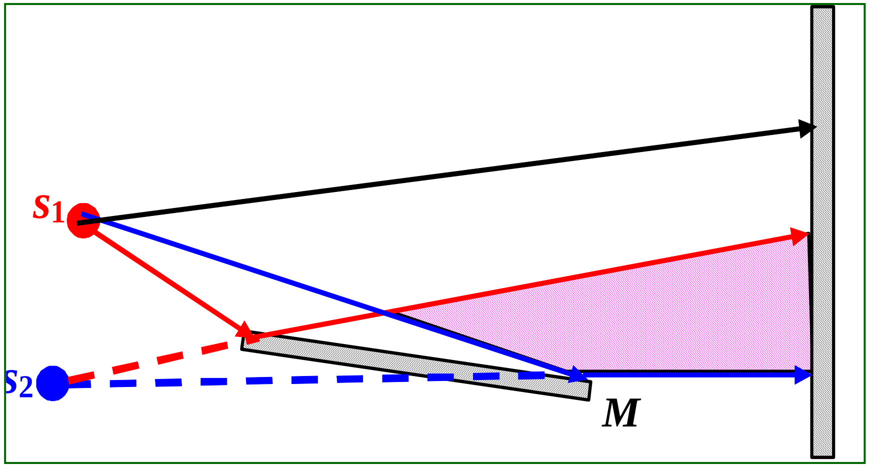


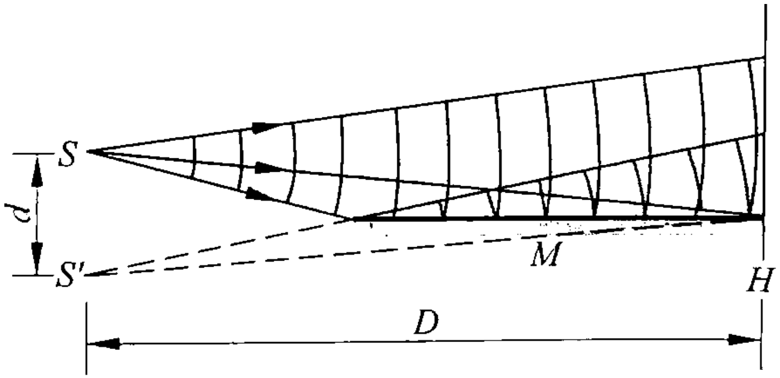


菲涅尔双棱镜



洛埃镜干涉





实验发现，屏上的明暗纹恰好与杨氏双缝相反。当屏移到镜边缘*M*时，*M*处出现暗条纹

——光在镜子表面反射时出现了相位π 的突变（半波损失）

$$\delta = \frac{dx}{D} + \frac{\lambda}{2}$$

$\delta = \pm k\lambda$ 明纹

$\delta = \pm(k + \frac{1}{2})\lambda$ 暗纹

6. 干涉问题分析的要点

(1) 确认是哪两束（或几束）光在干涉；

(2) 计算相干光在叠加点的光程差或相位差；

(3) 分析干涉条纹的特点：

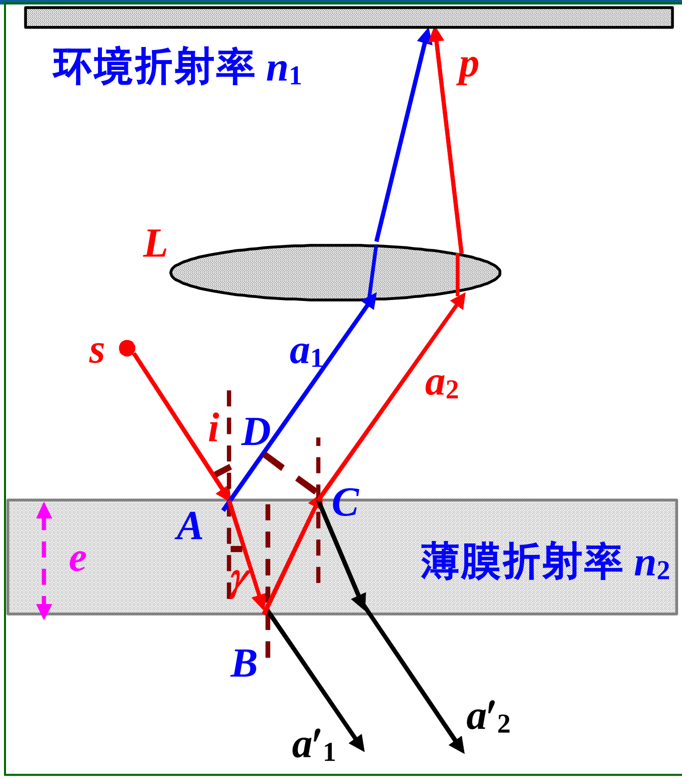
静态特点：条纹形状、位置、级次分布、间距等几何特点；

条纹变化的特点、条纹的光强分布特点，条纹清晰度等。

13.3 薄膜干涉

13.3.1 薄膜干涉一般性讨论

1. 薄膜干涉的光程差计算



设环境折射率小于介质薄膜折射率 $n_1<n_2$

单色光源s，上下表面反射光为相干光

光线 a_1 在 A 点反射时存在半波损失

光线 a_1、a_2 分别从 C、D 到 p 点等光程

$$\delta = n_2(AB+BC) - n_1 AD + \frac{\lambda}{2}$$

$$AB = BC = \frac{e}{\cos\gamma}$$

$$AD = AC\sin i = 2e\cdot\tan\gamma\cdot\sin i$$

$$\frac{\sin i}{\sin\gamma} = \frac{n_2}{n_1} \Rightarrow n_1\sin i = n_2\sin\gamma$$

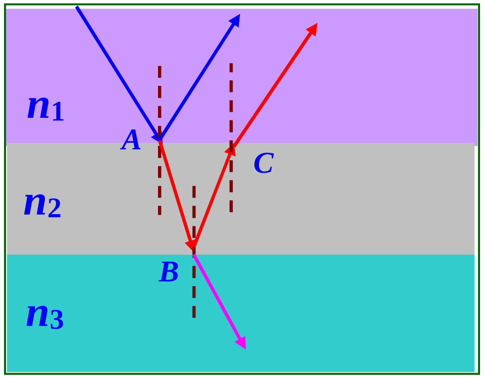
$$\Rightarrow \delta = 2e\sqrt{n_2^{\,2} - n_1^{\,2}\sin^2 i} + \frac{\lambda}{2}$$

2. 明暗条纹条件

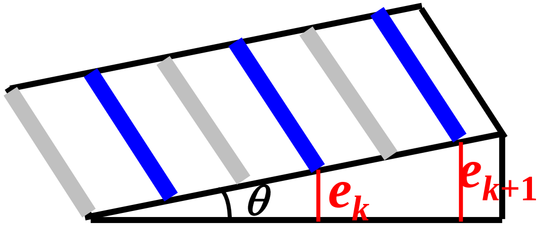
$$\delta = 2e\sqrt{n_2^{\ 2} - n_1^{\ 2}\sin^2 i} + \frac{\lambda}{2} \Rightarrow \begin{cases} \delta = k\lambda & k = 1,2,3\cdots\cdots \quad \text{明条纹} \\ \delta = (2k+1)\dfrac{\lambda}{2} & k = 0,1,2\cdots\cdots \quad \text{暗条纹} \end{cases}$$

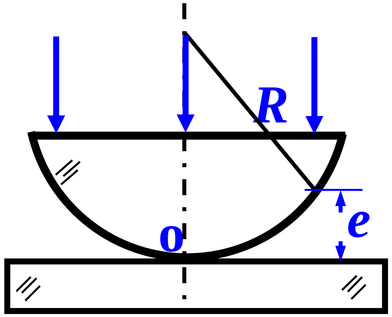
3. 关于薄膜干涉的课堂讨论

- 讨论多层膜的薄膜干涉问题中的半波损失问题
- 考察薄膜干涉明暗条纹计算公式，讨论等倾干涉、等厚干涉问题



等倾干涉





等厚干涉

I 如果薄膜两侧介质的折射率不同，反射光a_1与a_2光程差：

(1) $n_1 < n_2 > n_3$ 或 $n_1 > n_2 < n_3$ 有附加光程差λ/2！

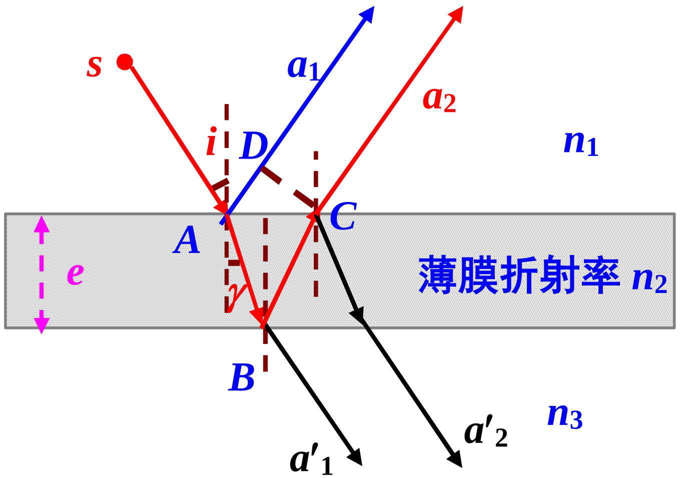
$$\delta = 2e\sqrt{n_2^2 - n_1^2 \cdot \sin^2 i} + \lambda / 2$$

(2) $n_1 < n_2 < n_3$ 或 $n_1 > n_2 > n_3$ 无附加光程差！

$$\delta = 2e\sqrt{n_2^2 - n_1^2 \cdot \sin^2 i}$$

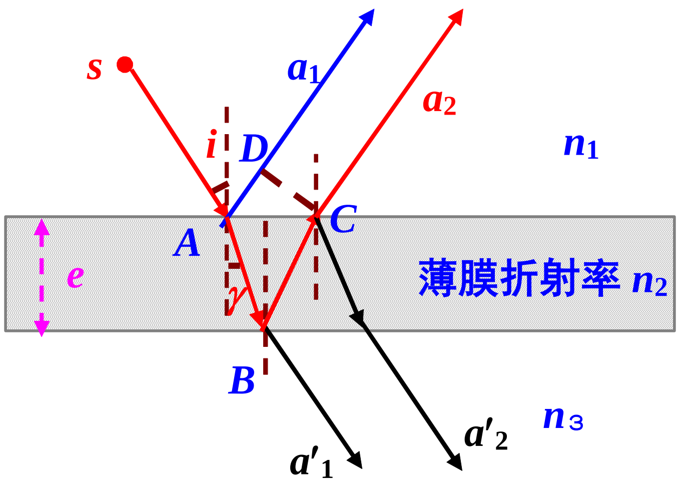
故反射光a_1与a_2光程差：

$$\boxed{\delta = 2e\sqrt{n_2^2 - n_1^2 \cdot \sin^2 i} + \begin{cases} \lambda / 2 & (1) \\ 0 & (2) \end{cases}}$$



II 薄膜干涉的两种情况：

$$\delta = 2e\sqrt{n_2^2 - n_1^2 \cdot \sin^2 i} + \begin{cases} \lambda/2 \\ 0 \end{cases}$$



(1)薄膜厚度均匀—等倾干涉

$$\delta = \delta(i)$$

倾角*i*相同的光线对应同一条干涉条纹 ——等倾条纹

(2)薄膜厚度不均匀，平行光入射即 *i* 相同—等厚干涉

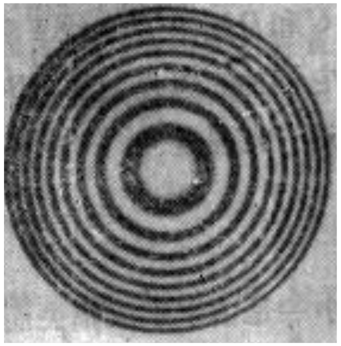
$$\delta = \delta(e)$$

同一厚度*e*对应同一级条纹 ——等厚条纹 （劈尖、牛顿环）

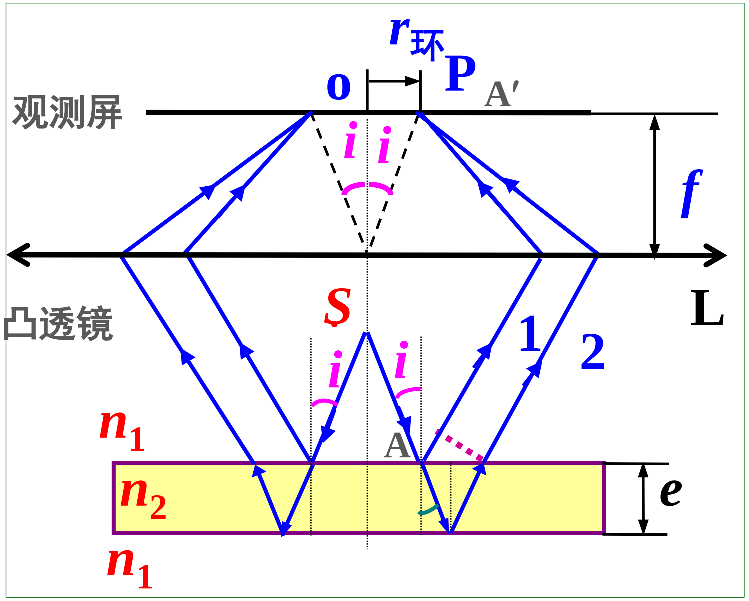
13.3.2 等倾干涉

$$\delta = 2e\sqrt{n_2^{\ 2} - n_1^{\ 2}\sin^2 i} + \frac{\lambda}{2}$$

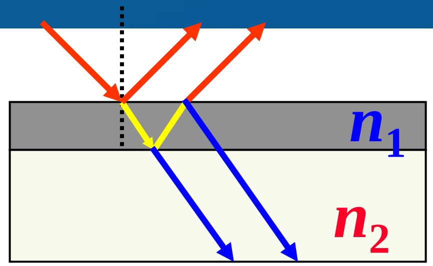
$$\Rightarrow \begin{cases} \delta = k\lambda & \text{明条纹} \\ \delta = (2k+1)\dfrac{\lambda}{2} & \text{暗条纹} \end{cases}$$



$r_k = f \cdot \tan i$



- 等倾干涉的条纹图样是同心圆，条纹间隔内疏外密。
- 圆环中心(i=0)处，δ最大，条纹次最高；从中心向外，亮(暗)纹的级次减小。
- 中心亮暗取决于膜厚，当膜厚增加，更多条纹从中间冒出，条纹变密
- 当波长增加，条纹往中心收缩
- 透射光与反射光相差半个波长
- 讨论增透膜、反射膜、干涉过滤片设计方案



1.增透膜和高反射膜

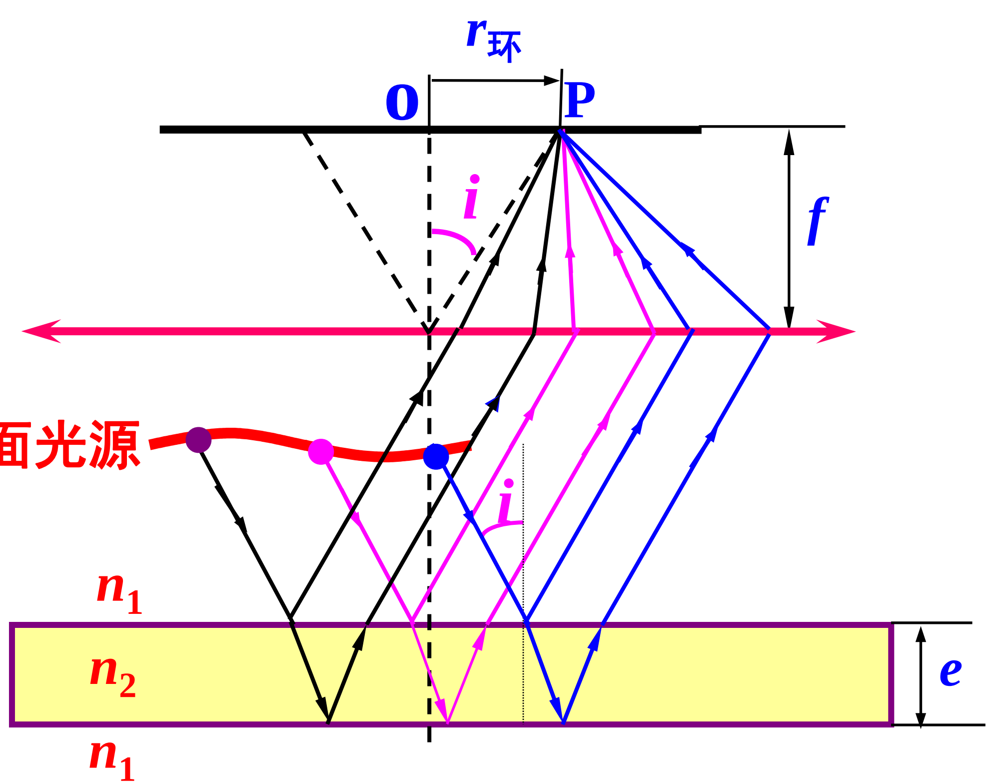
(1)增透膜

- 膜的厚度适当时，可使某种波长的反射光因干涉而减弱，则该波长在对应方向的透射光一定干涉而加强。
- 如照相机、摄像机等的镜头上镀一层厚度均匀的透明薄膜。

(2)增反膜(高反射膜)

- 膜的厚度适当时，能使某些波长的反射光因为干涉而增强，从而使该波长的光更多地反射。
- 如He–Ne激光器要求反射99%，这时可在元件表面多层镀膜以增强反射，这类薄膜称为增反膜或高反射膜。

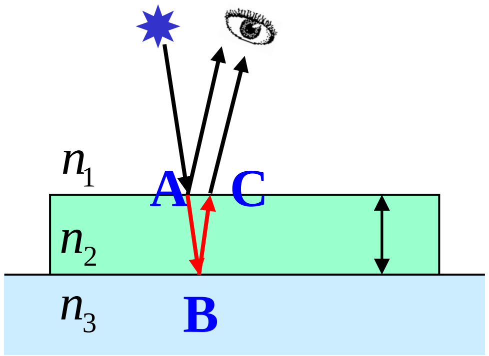
讨论：面光源照明时，干涉条纹的分析



面光源

- 每个点光源形成的同级条纹半径完全相同，即干涉图样完全重合无错位；
- 各图样非相干叠加，使明条纹亮度增加；
- 对于观察等倾条纹，没有光源宽度和条纹衬比度的矛盾！

例13.3.1： 为减少反射引起的光能损失，在光学仪器(如照相机、摄像机等)的镜头上镀一层厚度均匀的透明薄膜(常用MgF_2, $n_2=1.38$)，空气的折射率为 $n_1=1$，照相机镜头玻璃折射率 $n_3=1.5$



求： 欲使 $\lambda=5500$Å 增透，膜的厚度至少为多少？

解： 增透膜在镀膜两表面的反射光发生相消干涉

$$\delta = 2e\sqrt{n_2^2 - n_1^2\sin^2 i} = (2k+1)\frac{\lambda}{2} \qquad k = 0,1,2\cdots\cdots$$

照相时光线一般垂直入射($\theta=0$)，且当 $n_1<n_2<n_3$ 时，不计算半波损失

$$\delta = 2n_2 e = (2k+1)\frac{\lambda}{2}$$

要求最小厚度，取 k 的最小值 $k=0$

$$e = \frac{\lambda}{4n_2} = 996.4 \text{ Å}$$

镀膜时常采用k=1时所对应的光学厚度：

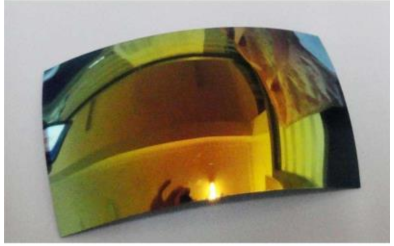
$$\delta = 2n_2 e = (2k+1)\frac{\lambda}{2} = \frac{3}{2}\times 5500\ \text{Å}$$

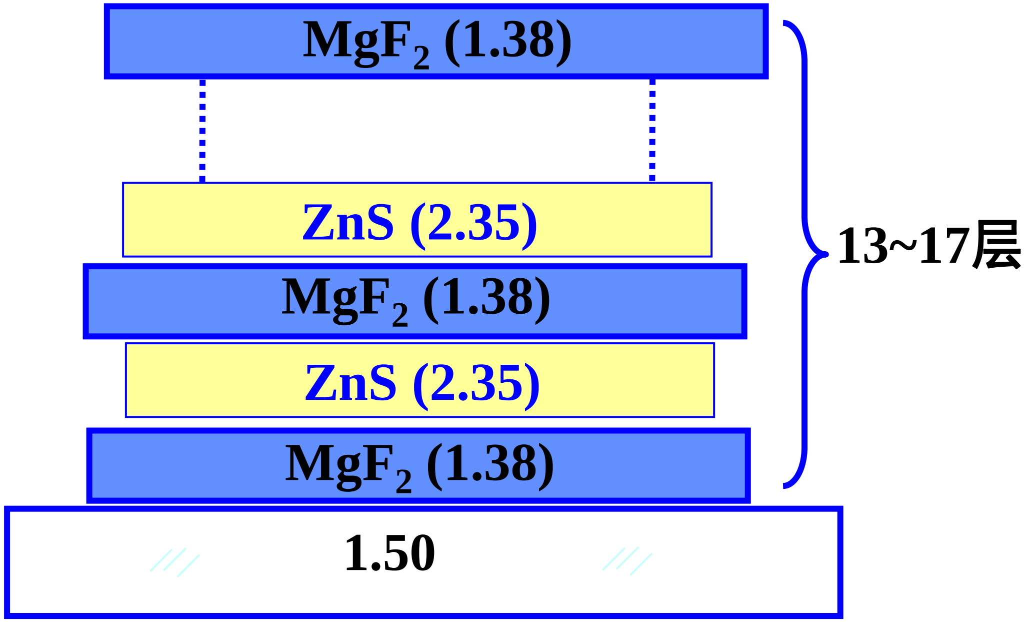
反射光加强的条件是：

$$\delta = 2n_2 e = \frac{3}{2}\times 5500 = k\lambda$$

只有k=2，λ=4100Å 紫色

增反膜或高反射膜：

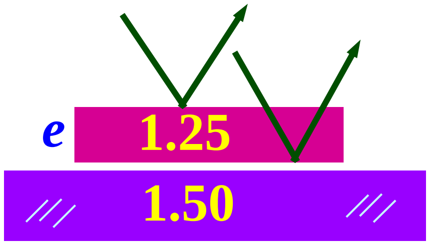




例13.3.2：一平板玻璃 (n_3=1.50) 上有一层透明油膜 (n_2=1.25)，

求：要使波长λ=6000Å 的光垂直入射无反射，薄膜的最小膜厚e=?

解：先求出两反射光线的光程差：　　$n_1 < n_2 < n_3$ 不计算半波损失



$$\delta_{反} = 2e\sqrt{n_2^{\ 2} - n_1^{\ 2}\sin^2 i} = 2en_2$$

无反射意味着反射光出现暗纹，所以

$$\delta_{反} = 2en_2 = (k + \frac{1}{2})\lambda \quad (k = 0, 1, 2, \ldots)$$

薄膜的折射率n_2= 1.25；e最小的条件是 k =0

$$\therefore e = \frac{\lambda}{4n_2} = 1200\text{Å} = 1.2 \times 10^{-7}\text{m}$$

例13.3.3：阳光垂直照射在空气中的肥皂膜上，膜厚e=3800Å, 折射率n_2=1.33

求：肥皂膜的正面和背面各呈什么颜色？

解：(1)正面反射加强 $n_1 < n_2 > n_1$ 计算半波损失

$$\delta_{反} = 2en_2 + \frac{\lambda}{2} = k\lambda$$

$$\therefore \lambda = \frac{2en_2}{k - \frac{1}{2}} = \frac{7600Å \times 1.33}{k - \frac{1}{2}}$$

在可见光范围内 (7700Å~3900Å) 的解为

k=1,…

k=2, λ=6739 Å 红色

k=3, λ=4043 Å 紫色

k=4,...

(2)背面透射加强意味着反射减弱,有

$$\delta_{反} = 2en_2 + \frac{\lambda}{2} = (k + \frac{1}{2})\lambda$$

$$\lambda = \frac{2en_2}{k} = \frac{7600\text{Å} \times 1.33}{k}$$

在可见光范围内(7700Å~3900Å)的解为

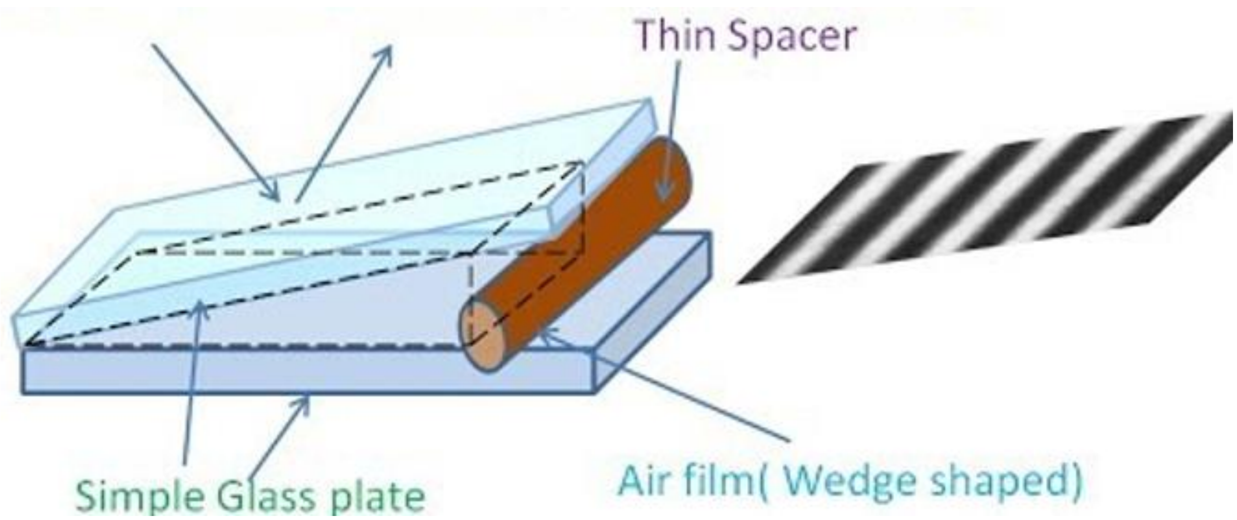
k=1, …

k=2, λ = 5054 Å 绿色

k=3, ...

13.3.3 等厚干涉—劈尖干涉

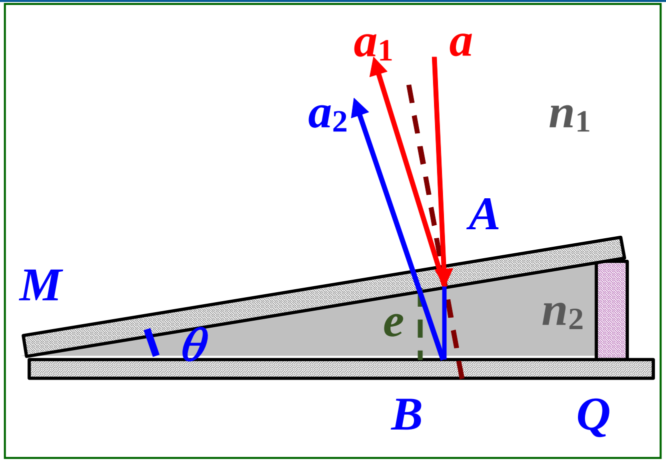
1. 实验装置与实验现象



劈尖：上面玻璃的下表面和下面玻璃的上表面和中间的空气形成劈尖

2. 光程差

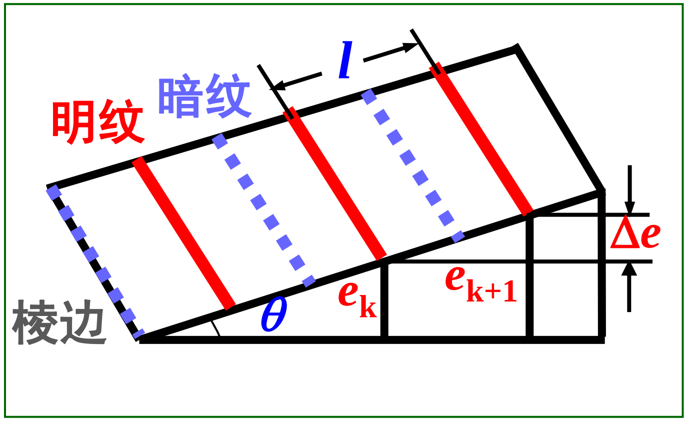
$$\delta = 2n_2 e + \begin{cases} 0 & \text{界面反射条件同} \\ \dfrac{\lambda}{2} & \text{界面反射条件不同} \end{cases}$$



A 干涉条纹明暗条纹条件

明条纹　$\delta = 2n_2 e + \dfrac{\lambda}{2} = k\lambda$　　$k = 1,2,3\cdots$

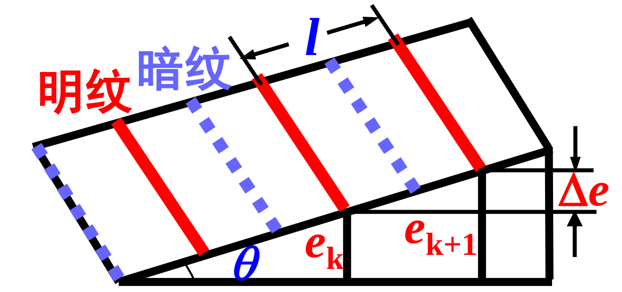
暗条纹　$\delta = 2n_2 e + \dfrac{\lambda}{2} = (2k+1)\dfrac{\lambda}{2}$　　$k = 0,1,2\cdots$



等厚干涉：同一条条纹对应的薄膜厚度相同，条纹和膜的等厚线重合

- 劈尖干涉的图样是一系列明暗相间的，平行于棱边的直条纹；
- 棱边处是暗纹(半波损失)，随着膜厚增加亮(暗)纹级次依次增加

B 相邻明、暗条纹间距



$$\delta = 2n_2 e + \frac{\lambda}{2} = k\lambda \Rightarrow \Delta\delta = 2n_2\Delta e = \Delta k \cdot \lambda \Rightarrow$$

相邻两明(暗)条纹对应的薄膜厚度差 $\Delta e = e_{k+1} - e_k = \dfrac{\lambda}{2n_2}$

相邻两明(暗)条纹对应的斜面间距 $l = \dfrac{\Delta e}{\sin\theta} = \dfrac{\lambda}{2n_2 \sin\theta} \approx \dfrac{\lambda}{2n_2\theta}$

- 条纹是等间距的，同一条明(暗)纹对应薄膜厚度相等；
- 任意两个相邻亮(暗)纹所对应的薄膜厚度差是介质中的半个波长；
- 随着劈尖角度θ增加，条纹越来越密集；
- 波长增加，则条纹变稀疏。

思考：

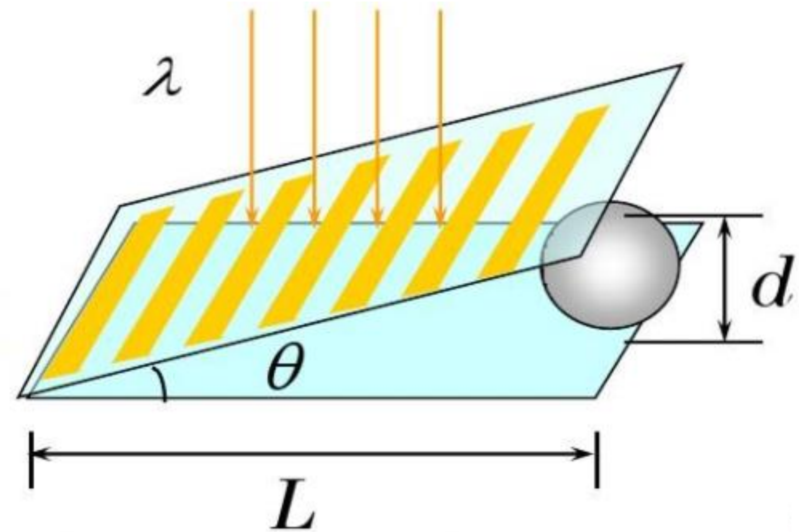
(1)如果用手指轻压劈尖，劈尖上表面向下轻微移动，干涉条纹如何移动？

(2)劈尖上表面平行下移，条纹如何变化

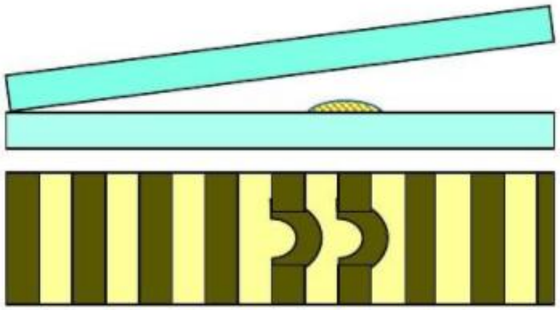
讨论：

(1) 等厚干涉典型特征：等厚、厚度差半波长

(2) 劈尖干涉的典型应用 (微小厚度、角度、长度、表面平整度测量)



测微小厚度

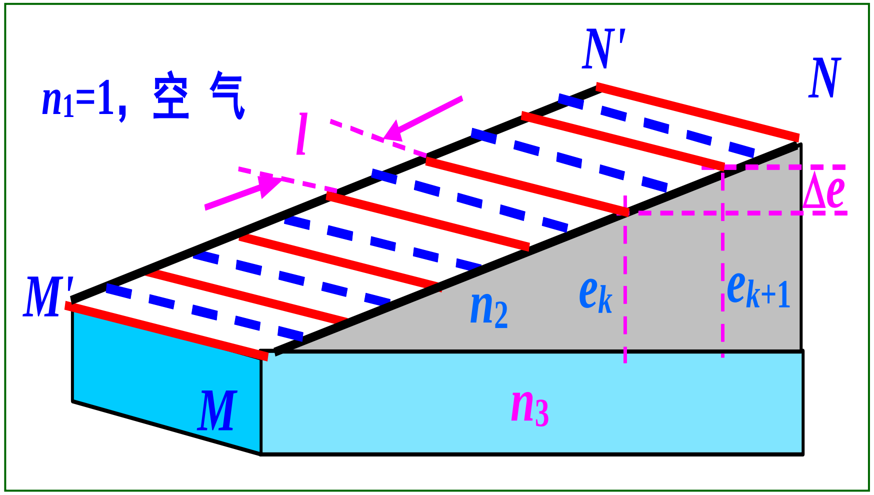


检查工件表面平整度

例13.3.4：已知 SiO_2、Si 的折射率分别为 n_2=1.46，n_3=3.42，入射波波长 λ=6328Å，观察到斜劈斜面的最高点出现第八条亮条纹

求：SiO_2 的厚度

解：$n_1<n_2<n_3$ 时， 在 劈尖上下表面点都存在半波损失



光程差 $\delta = 2n_2e$

由明条纹条件

$$\delta = 2n_2e = k\lambda \qquad k = 0,1,2\cdots\cdots$$

当 e=0 时，δ=0，在棱边 MM' 出现第一条（0级）明纹，故 Δk=7

$$e = \Delta k\frac{\lambda}{2n_2} = 1.52 \quad (\mu m)$$

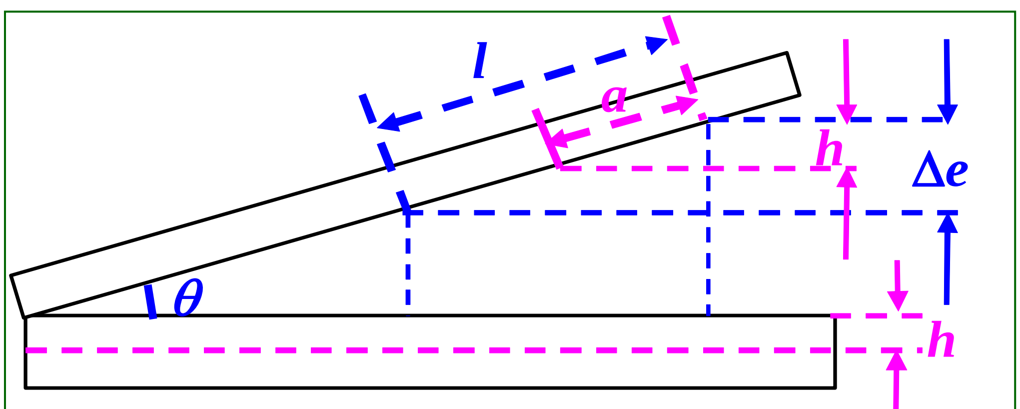
例13.3.5：工件表面的斜劈干涉条纹如图所示，已知相邻明条纹在斜面上的间距l，以及某条干涉条纹在斜面上弯曲部分的长度a

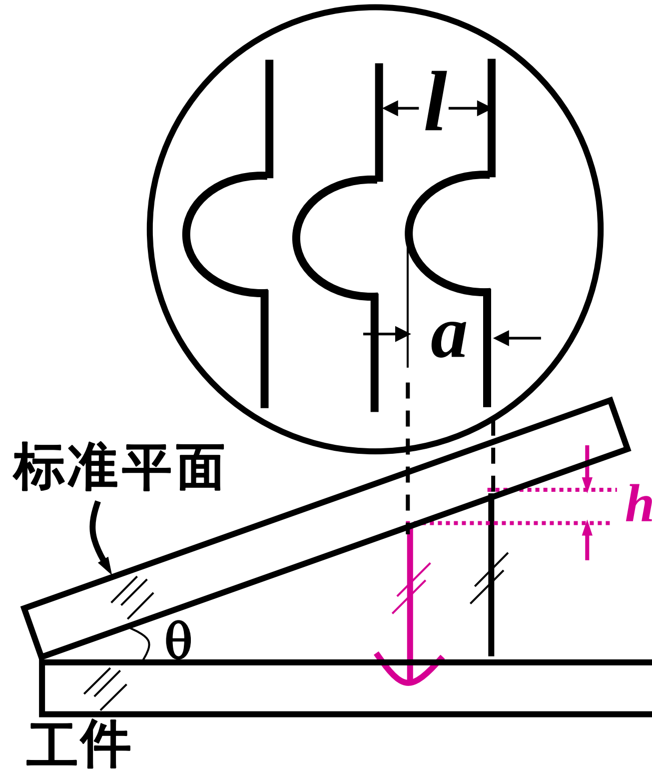
问：(1) 工件表面是凸痕还是凹痕；　(2) 痕的深度

解：(1) 等厚干涉条纹向前弯曲，为凹纹，凹纹方向与明 (暗) 纹方向垂直

(2) 痕的深度

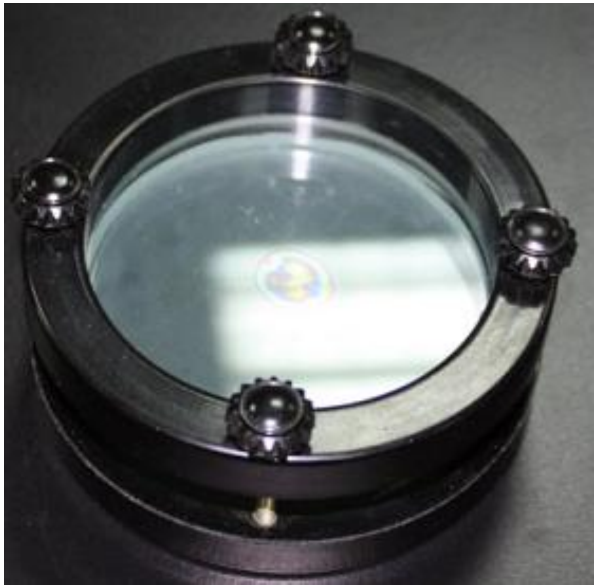
$$\frac{a}{l}=\frac{h}{\Delta e}\Rightarrow h=\frac{a}{l}\Delta e=\frac{a}{l}\frac{\lambda}{2n_2}=\frac{a}{l}\frac{\lambda}{2}$$

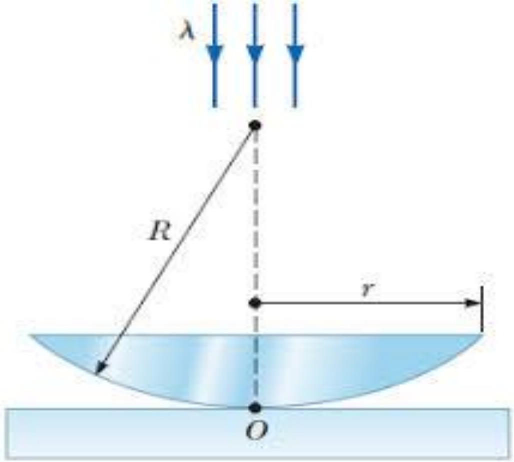


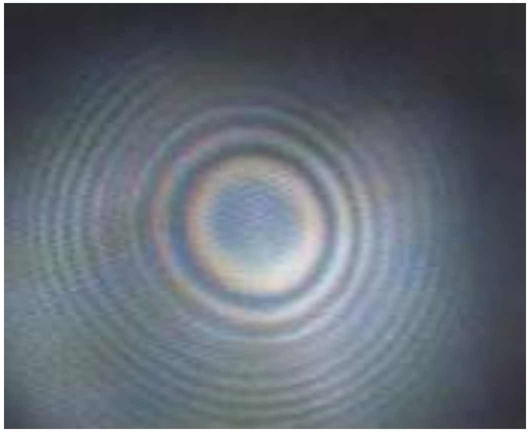


13.3.4 等厚干涉—牛顿环干涉

1. 实验装置与实验现象



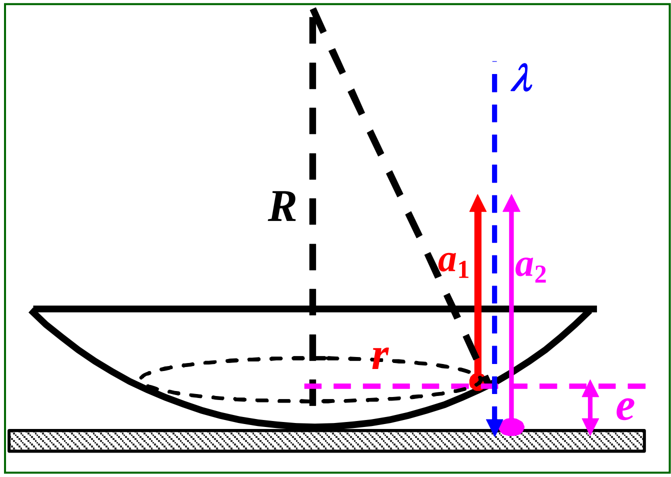




实验装置：上表面为平凸透镜、下表面为平板玻璃的环状空气劈形薄膜

牛顿环：单色平行光垂直入射，在反射光中观察到一组以接触点为中心的同心圆环。

2. 光程差计算 $\delta = 2n_2 e + \dfrac{\lambda}{2}$

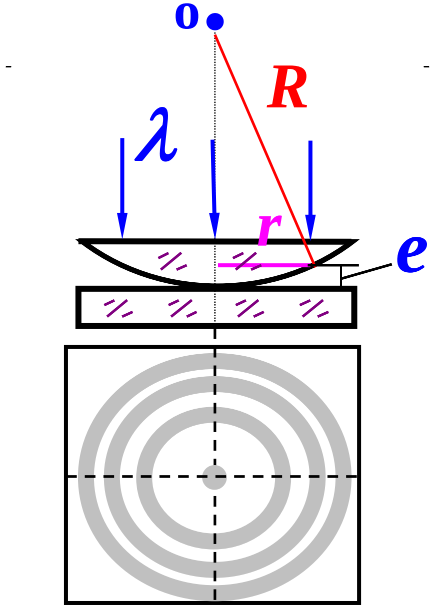


A 明暗条纹条件

明条纹 $\delta = 2n_2 e + \dfrac{\lambda}{2} = k\lambda \qquad k = 1,2,3\cdots\cdots$

暗条纹 $\delta = 2n_2 e + \dfrac{\lambda}{2} = (2k+1)\dfrac{\lambda}{2} \qquad k = 0,1,2\cdots\cdots$

B 明暗牛顿环的半径



$$r^2 = R^2 - (R-e)^2 \approx 2Re \Rightarrow r^2 = 2Re$$

$$\Rightarrow \begin{cases} \text{明环半径} \quad r_k = \sqrt{(k-\dfrac{1}{2})\dfrac{R\lambda}{n_2}} \\ \text{暗环半径} \quad r_k = \sqrt{k\dfrac{R\lambda}{n_2}} \end{cases}$$

明纹 $\delta = 2n_2 e + \frac{\lambda}{2} = k\lambda$ $r_k = \sqrt{(k-\frac{1}{2})\frac{R\lambda}{n_2}}$

暗纹 $\delta = 2n_2 e + \frac{\lambda}{2} = (2k+1)\frac{\lambda}{2}$ $r_k = \sqrt{k\frac{R\lambda}{n_2}}$

讨论:

- 等厚处对应同一亮度，条纹是一系列明暗相间的圆环;
- 空气薄膜牛顿环中心为暗圆斑，从内到外亮(暗)纹的级次增加;
- 相邻明、暗环之间的距离随半径的增大而减小 (内疏外密)
- 不同波长对同一牛顿环装置所形成的同一级环纹半径不同

牛顿环应用： $r_{k+m}^2 - r_k^2 = mR\lambda / n_2$

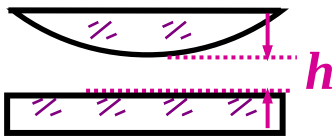
- 测透镜球面的半径R： 已知λ，测 m、r_{k+m}、r_k，可得R
- 测波长λ： 已知R，测出m 、 r_{k+m}、r_k， 可得λ。
- 检验透镜球表面质量

思考：(1) 平凸透镜往上移，条纹怎么移动？

解：设平凸透镜上移距离为h

明条纹对应光程差 $\delta = 2n_2h + 2n_2e + \frac{\lambda}{2} = k\lambda$

明环半径 $r_k = \sqrt{\frac{(k - \frac{1}{2})\lambda - 2n_2h}{n_2}R}$



分析：对于k级明条纹(光程差确定)，h增大，r_k减小，条纹向中心缩进

结论：

平凸透镜上移: 中心点亮暗交替，周围圆环不断向中心缩进

平凸透镜下移: 中心点亮暗交替，周围圆环不断向外冒出

(2) 白光入射的条纹什么样？ $\delta = 2n_2e + \frac{\lambda}{2} = k\lambda$ $r_k = \sqrt{(k - \frac{1}{2})\frac{R\lambda}{n_2}}$

例13.3.6：检查待测工件与标准工件是否吻合时，观察到两条暗条纹

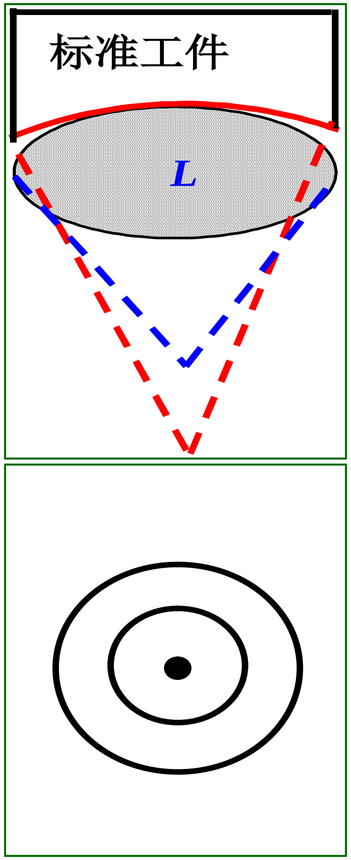
求：(1) 待测工件与标准工件间的最大缝隙

(2) 轻压标准工件，如环纹向外扩张，标准半径R与待测工件R_L半径有何关系

解：(1) 标准与待测件间的缝隙不超过三条暗纹的缝隙距离

暗纹形成条件 $\delta = 2n_2 e + \dfrac{\lambda}{2} = (2k+1)\dfrac{\lambda}{2} \quad k = 0,1,2\cdots\cdots$

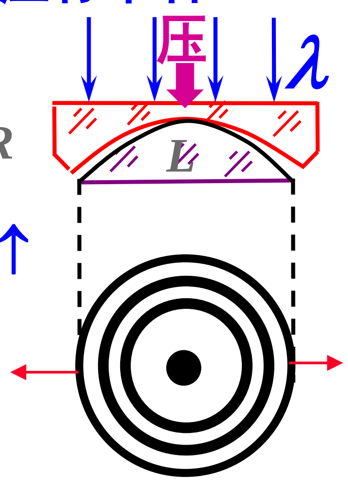
取$k<3 \Rightarrow e_{max} < \dfrac{3}{2}\lambda$



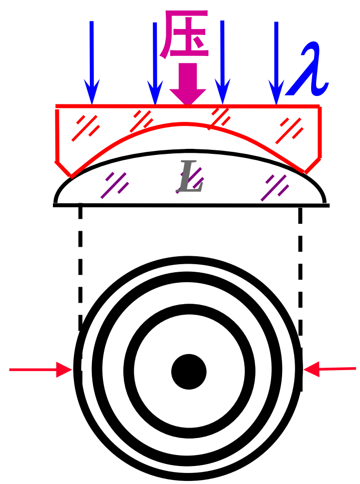
(2)轻压标准件

$R_L<R$

$e\uparrow, r_k\uparrow$



环纹外扩



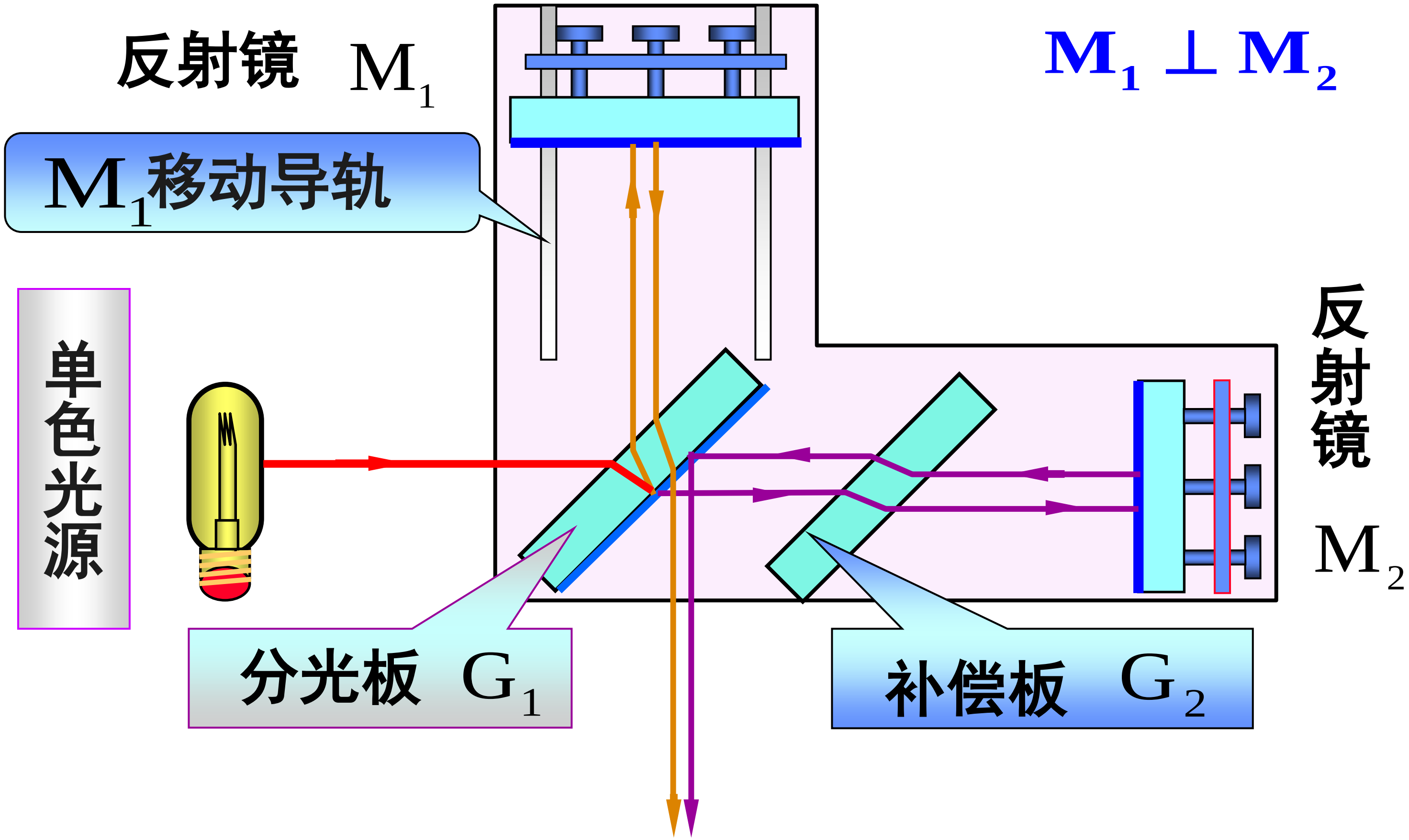
环纹收缩

$R_L>R$

$e\downarrow, r_k\downarrow$

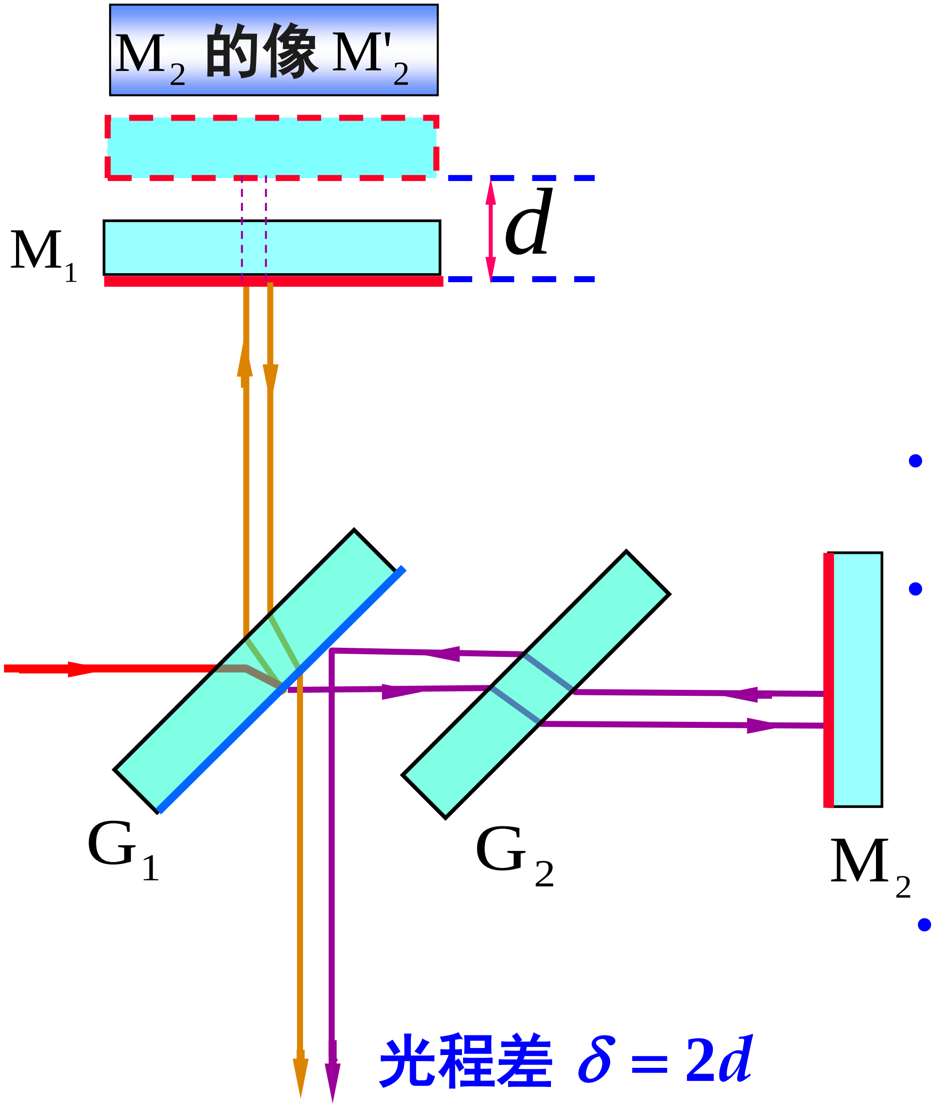
$r_k = \sqrt{2Re}$

13.4 迈克尔逊干涉仪

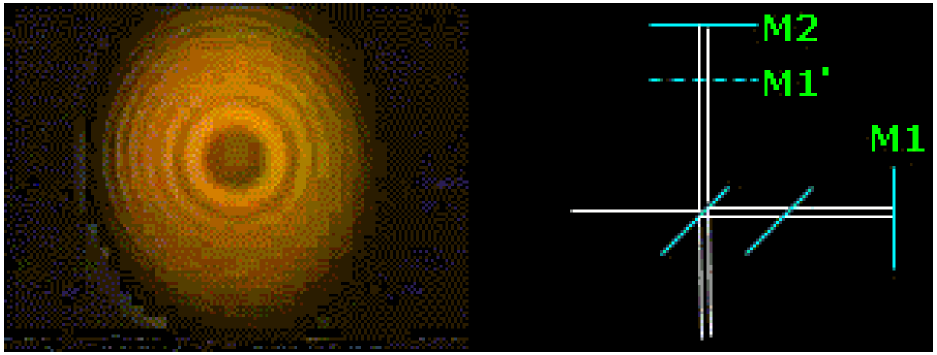


$\mathbf{M_1 \perp M_2}$

$\mathbf{G_1 // G_2}$ 与 $\mathbf{M_1, M_2}$ 成 45° 角



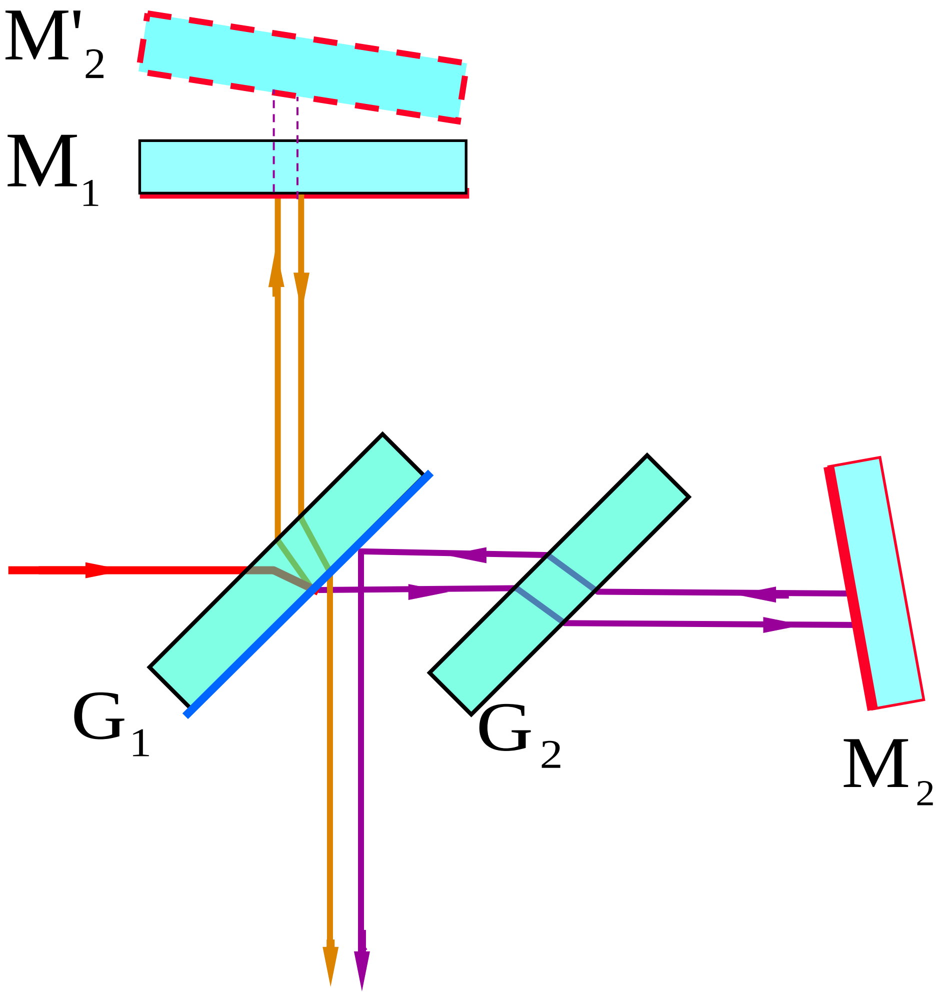
光程差 $\delta = 2d$

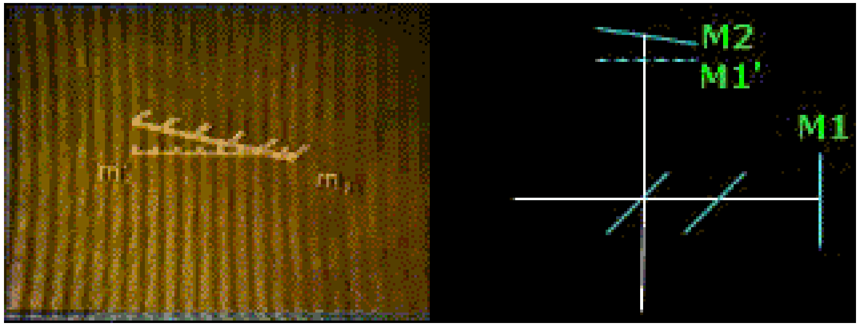


等倾干涉

- M_2和M_1距离增加，相当于膜厚增加，
- 每当M_1移动$\lambda/2$，光线1、2的光程差就改变一个λ，视场中就会看见一条条纹移过。
- 设 M_1 移动距离为 Δd，条纹移动数为 N

$$\Delta d = N\frac{\lambda}{2}$$





等厚干涉

当M_1、M_2不严格垂直时，

M_1 和M_2'之间形成空气劈尖，

形成等厚干涉条纹

例13.4.1：把厚度e、折射率n=1.40的透明薄膜插入迈克耳逊干涉仪的一臂(一条光路)中。

求：(1) 光线1、2光程差和位相差的改变量；

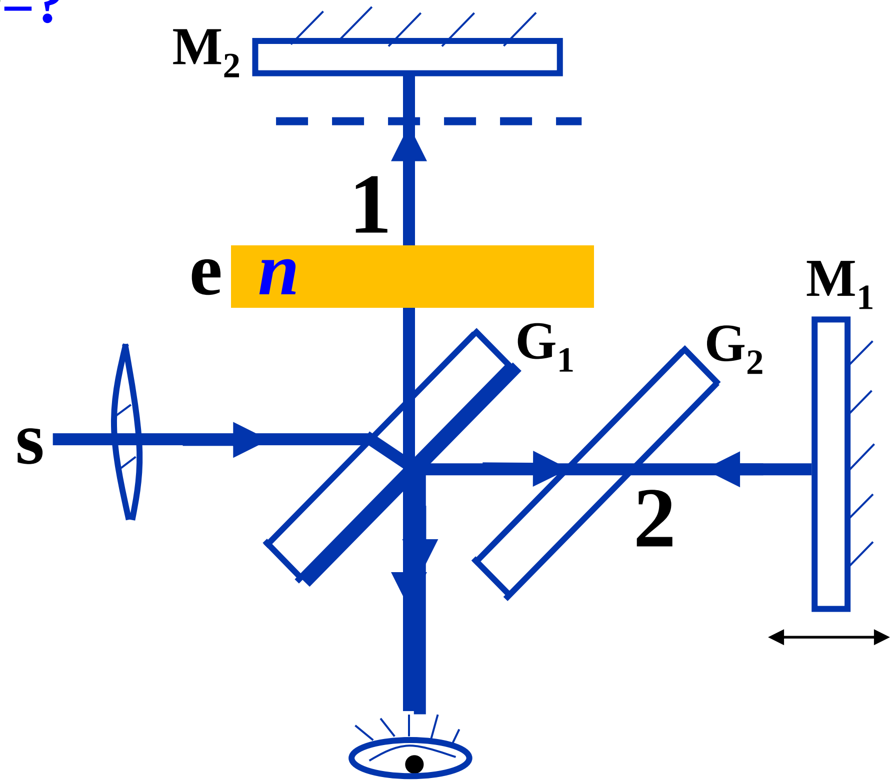
(2) 若插入薄膜的过程中，观察到7条明纹移过，所用波长λ=5890Å，求薄膜的厚度e=?

解：(1) $\Delta\delta=2(n-1)e$

$$\Delta\phi=\frac{2\pi}{\lambda}\Delta\delta=\frac{4\pi(n-1)e}{\lambda}$$

(2)由$\Delta\delta=2(n-1)e=7\lambda$得：

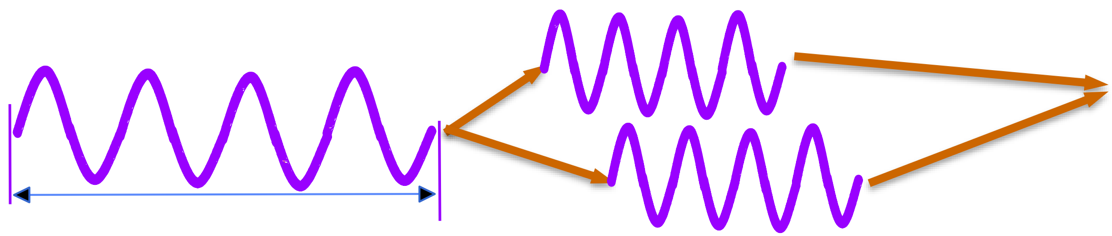
$$e=\frac{7\lambda}{2(n-1)}=51538\text{Å}$$



13.5 时间相干性与空间相干性

1. 相关概念

普通光源 ⇨ 分光束 ⇨ 相干光



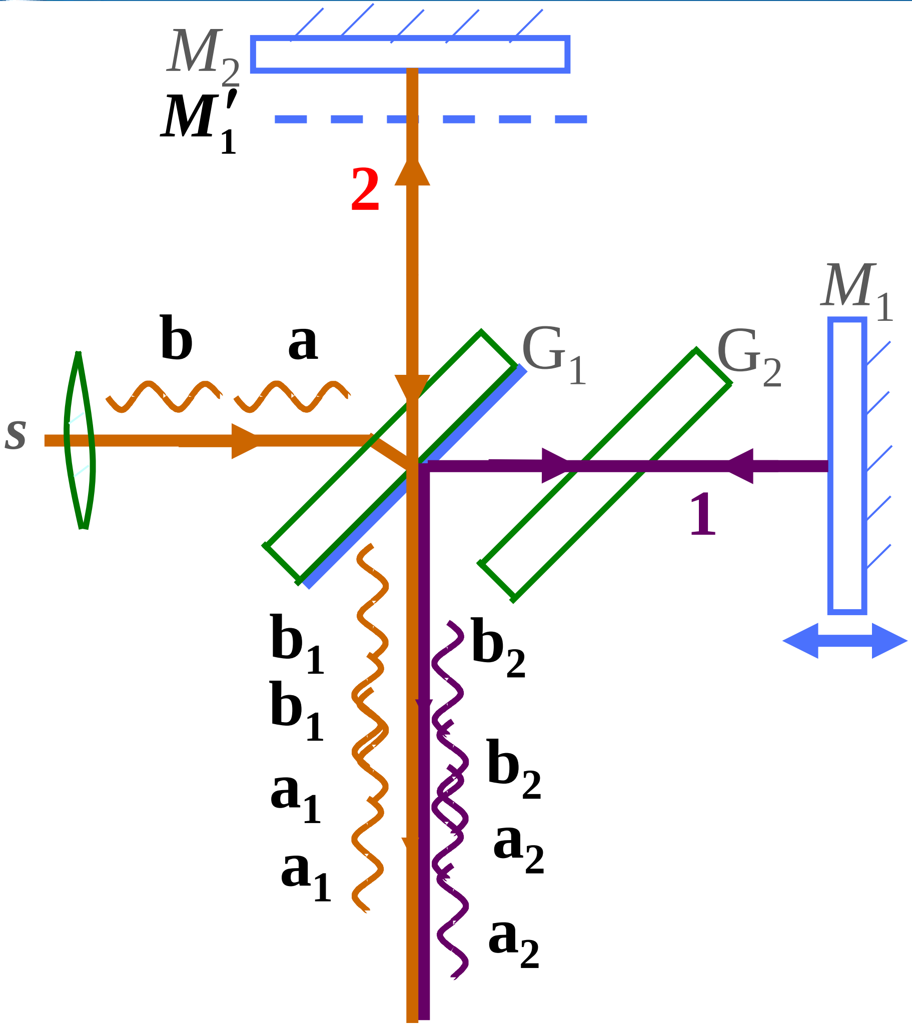
波列长度　$L=C\tau$

要产生干涉现象，这两束光到达相遇点的光程差须小于一个波列长度，即两波列必须部分重叠。　$\delta < L = c\tau$

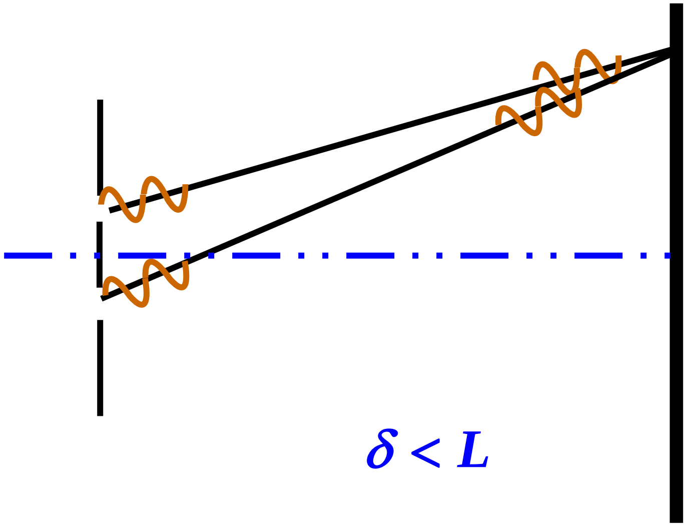
时间相干性：两列光信号受时间间隔约束发生的干涉现象

相干长度：波列长度L

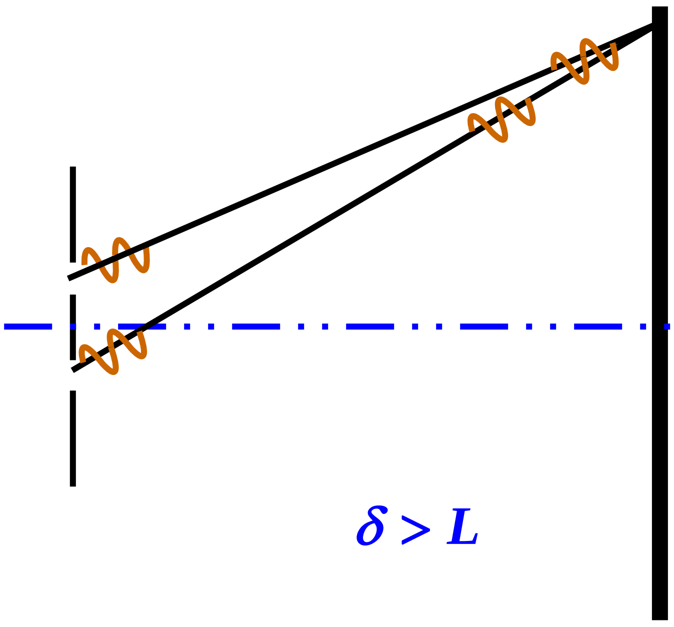
相干时间：波列发光持续时间τ



$\delta > L$



$\delta < L$



$\delta > L$

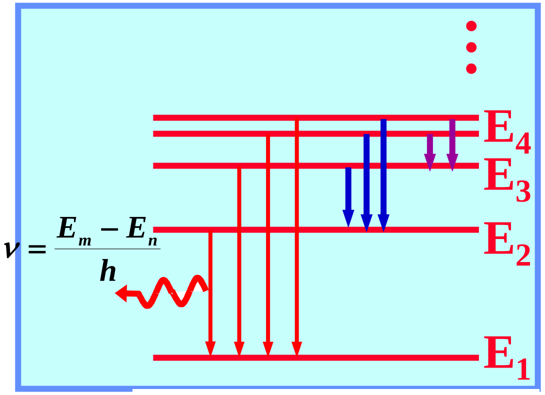
- 相干长度 $L=c\tau$，即相干长度 L 也可以用 τ 来描述，
- τ 为相干时间，由它决定的相干性为时间相干性。

2.相干长度与谱线宽度

原子跃迁发出的光波不是严格的单色光，有一定的谱线宽度

由量子理论可知各激发态的 E 是不确定的，即

$$\Delta E \geq \frac{h}{\tau}$$



由能级不确定引起的谱线宽度(自然宽度)：

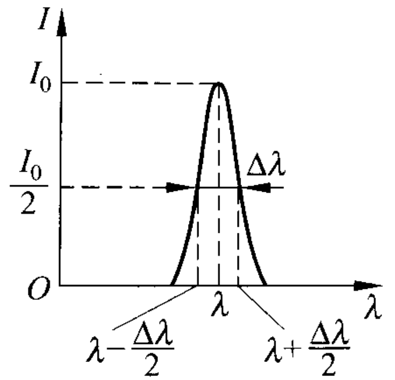
$$\Delta\nu = \frac{\Delta E}{h} = \frac{1}{\tau}$$

用波长表示谱线宽度：

$$\nu = \frac{c}{\lambda} \Rightarrow \Delta\nu = \left|-\frac{c}{\lambda^2}\Delta\lambda\right|$$

$\Rightarrow$ 相干长度

$$L = c\tau = \frac{c}{\Delta\nu} = \frac{\lambda^2}{\Delta\lambda}$$



相干长度 $L = c\tau = \dfrac{\lambda^2}{\Delta\lambda}$

- 相干长度与谱线宽度成反比；
- $\Delta\lambda$ 越小光源的单色性愈好，相干长度愈大，时间相干性愈好。

普通光源的相干长度为10^{-3}~10^{-1}m，而激光的相干长度为10^{2}~10^{4}m。

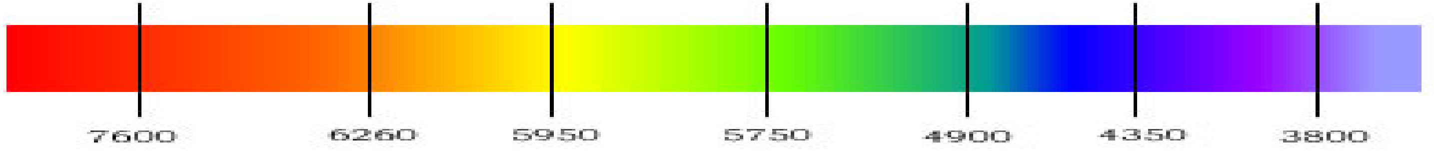
讨论：为什么窗玻璃在阳光下看不见干涉条纹？

阳光：$\Delta\lambda$=(7900-3900)Å，λ=6000 Å

相干长度：$L = 9\times10^{-7}\text{m} = 9\times10^{-4}\,\text{mm}$

He–Ne激光：λ = 6328Å，$\Delta\lambda = 10^{-7}$Å

相干长度：L = 40km



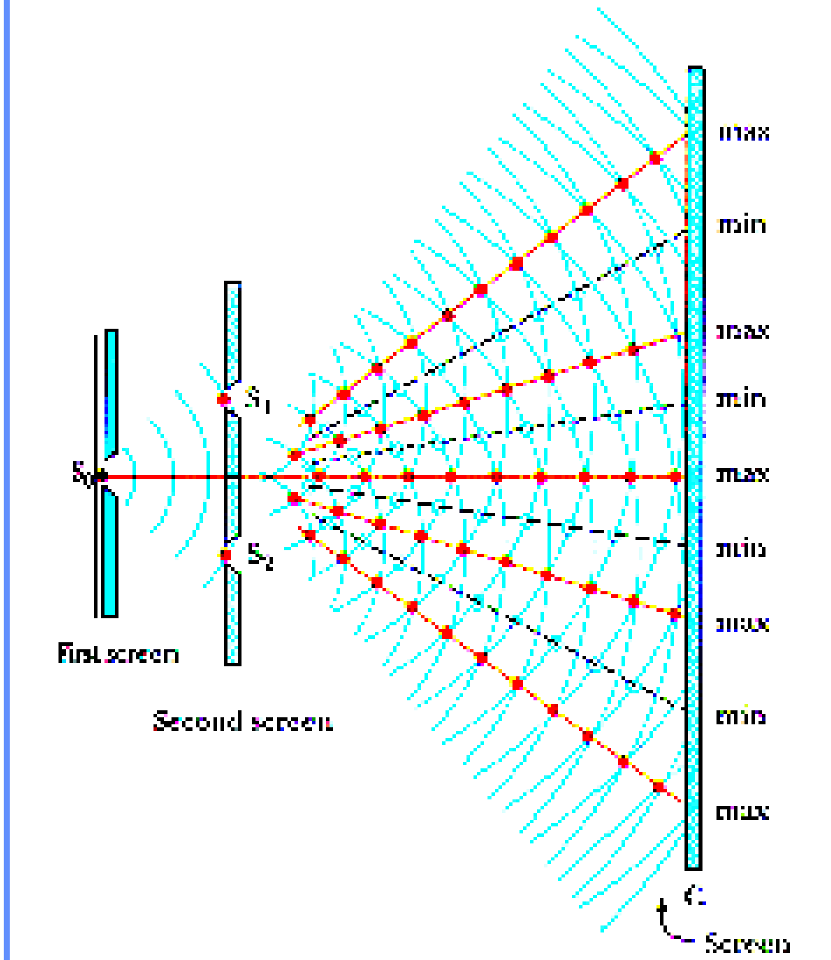
*3.空间相干性 (P.184)

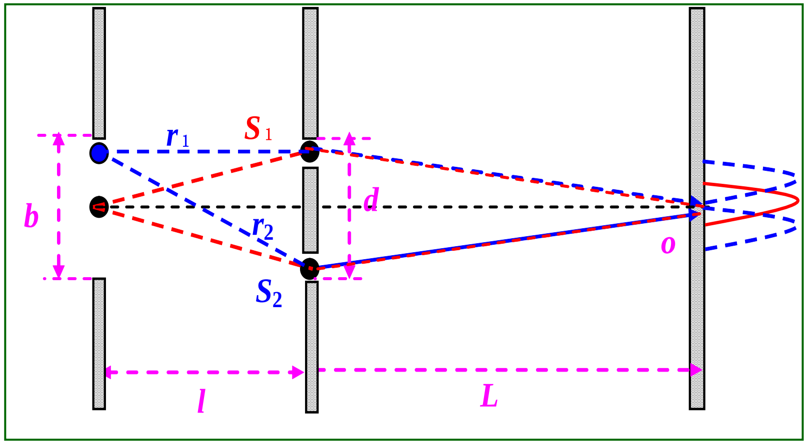
光源的尺度对干涉结果有重要影响。

空间相干性：光源空间尺寸大到一定程度时，干涉效应不明显

分析方法：把宽度为 b 的光源看作为由若干线光源组成

判据：光源中心点产生的明条纹与光源边缘产生暗条纹重合





空间相干条件

单缝边缘处的线光源在 *o* 点产生一级暗纹条件

$$r_2 - r_1 = \frac{\lambda}{2}$$

$$r_1^2 = l^2 + \left(\frac{d-b}{2}\right)^2$$

$$r_2^2 = l^2 + \left(\frac{d+b}{2}\right)^2$$

$\Rightarrow$ $(r_2 + r_1)(r_2 - r_1) = bd$

考虑到$b<<l$，$r_1+r_2 \approx 2l$

$\Rightarrow$ $d \le \frac{l\lambda}{b}$

或 $b \le \frac{l\lambda}{d}$

结论：

宽度为b的普通光源所发出光波的波阵面上，只有来自两点距离小于$l\lambda/b$的光才是相干的。

由这空间距离决定的相干性，称为空间相干性。

本章小结

1.光的相干叠加

1.1光强

$$I = I_1 + I_2 + 2\sqrt{I_1 I_2}\cos\Delta\varphi$$

$$\Delta\varphi = (\varphi_2 - \varphi_1) - \frac{2\pi}{\lambda}(r_2 - r_1)$$

$$= \begin{cases} \pm 2k\pi \text{ 时，} I_{max} = I_1 + I_2 + 2\sqrt{I_1 I_2} & \text{—干涉相长，亮纹} \\ \pm(2k+1)\pi \text{ 时，} I_{min} = I_1 + I_2 - 2\sqrt{I_1 I_2} & \text{—干涉相消，暗纹} \end{cases}$$

$$k = 0, 1, 2, \ldots\ldots$$

1.2光程

光程：光在真空中所走过的几何路程 = nr

光程差： $\delta = n_2 r_2 - n_1 r_1$

- 如果 $\varphi_1 = \varphi_2$， 则 $\Delta\varphi = \dfrac{2\pi}{\lambda}\delta$

当光程差 $\delta = \begin{cases} \pm k\lambda & \text{干涉相长，亮纹} \\ \pm(2k+1)\dfrac{\lambda}{2} & \text{干涉相消，暗纹} \end{cases}$

$k = 0, 1, 2, ...$

2.杨氏双缝干涉

(1)明暗纹条件

$$\delta = \frac{dx}{D} = \begin{cases} \pm k\lambda & \text{明纹} \quad (k = 0, 1, 2, \ldots\ldots) \\ \pm(2k+1)\dfrac{\lambda}{2} & \text{暗纹} \quad (k = 0, 1, 2, \ldots\ldots) \end{cases}$$

(2)相邻亮纹(或暗纹)间的距离为

$$\Delta x = x_{k+1} - x_k = \frac{D}{d}\lambda$$

3.薄膜干涉

3.1薄膜干涉公式

(1) $n_1 < n_2 > n_3$ 或 $n_1 > n_2 < n_3$ 有附加光程差λ/2！

(2) $n_1 < n_2 < n_3$ 或 $n_1 > n_2 > n_3$ 无附加光程差！

$$\delta = 2e\sqrt{n_2^2 - n_1^2 \cdot \sin^2 i} + \begin{cases} \lambda/2 & (1) \\ 0 & (2) \end{cases}$$

3.2薄膜干涉的两种类型

(1)薄膜厚度均匀——等倾干涉 $\delta = \delta(i)$

(2)薄膜厚度不均匀，平行光入射即 i 相同—等厚干涉

$$\delta = \delta(e)$$

3.3劈尖干涉

(1)明、暗纹条件(单色平行光垂直入射)

$$\delta(e)=2n_2e+\frac{\lambda}{2}=\begin{cases}k\lambda & \text{明纹}\quad (k=1,2\ldots\ldots)\\ (2k+1)\dfrac{\lambda}{2} & \text{暗纹}\quad (k=0,1,2\ldots\ldots)\end{cases}$$

(2)条纹(两明纹或暗纹)间距

$$l=\frac{\Delta e}{\sin\theta}=\frac{\lambda}{2n_2\sin\theta}$$

(3)劈尖干涉的应用

测波长λ 、测折射率、测细小直径、厚度、微小变化、

测表面不平度

3.4牛顿环干涉

(1)明、暗纹条件(单色平行光垂直入射)

$$\delta(e)=2n_2e+\frac{\lambda}{2}=\begin{cases}k\lambda & \text{明纹}\ (k=1,2\ldots\ldots)\\ (2k+1)\frac{\lambda}{2} & \text{暗纹}\ (k=0,1,2\ldots\ldots)\end{cases}$$

(2)明、暗纹半径：

明环 $r_k=\sqrt{(k-\frac{1}{2})\frac{R\lambda}{n_2}},\quad k=1,2,3\cdots$

暗环 $r_k=\sqrt{k\frac{R\lambda}{n_2}},\quad k=0,1,2,3,\cdots$

(3)牛顿环的应用

$$r_{k+m}^2 - r_k^2 = mR\lambda / n_2$$

- 测透镜球面的半径R、测波长λ、检验透镜球表面质量

4.迈克尔逊干涉仪

$$d = N\frac{\lambda}{2}$$

5.时间相干性

相干长度 $$L = c\tau = \frac{c}{\Delta\nu} = \frac{\lambda^2}{\Delta\lambda}$$

τ称为相干时间