

1. Unifikation

Unter welchen Umständen ist die Unifikation erfolgreich? Wie ist der Ablauf?

Werten Sie die folgenden Anfragen aus und geben Sie die erzeugten Variablenbindungen an. Notieren Sie außerdem die Reihenfolge der Bindungen. Formulieren Sie Korrekturen wenn Sie die 'Intention' scheiternder Anfragen erfassen.

```
a(b(Eins,B),c(1),D,f) = a(D,G,b(2,E),A).
A = 1 + 2, B = 3 + 4, C = A * B.
X = s(Y), Y = s(X), X = Y.
A = 1 + A, B is A.
b(X,Y) = B(x,y).
consult('familie.pl'), X = mutter_von(M, K).
```

2. PEANO-Arithmetik

Vergleichen Sie die folgenden Implementierungen von `peano2int/2`:

```
peano2intA(0, 0).
peano2intA(s(P1), Int) :-
    peano2intA(P1, Int1),
    Int is Int1 + 1.

peano2intB(P, Int) :- peano2intB_(P, 0, Int).
peano2intB_(0, Res, Res).
peano2intB_(s(P1), IntAkk, Res) :-
    Int1 is IntAkk + 1,
    peano2intB_(P1, Int1, Res).

peano2intC(P, Int) :- peano2intC_(P, 0, Int).
peano2intC_(0, IntAkk, Res) :- Res is IntAkk.
peano2intC_(s(P1), IntAkk, Res) :-
    peano2intC_(P1, IntAkk+1, Res).
```

Welche entspricht (am ehesten) Ihrer Abgabe? Worin unterscheiden sie sich? Haben Sie eine weitere strukturell unterschiedliche Lösung?

3. Stromorientierte Verarbeitung

Der PEANO-Typtest (vgl. Vorlesung und Skript) liefert durch Backtracking alle Peano-Zahlen in aufsteigender Reihenfolge:

?- `peano(P)`. `P = 0` ; `P = s(0)` ; `P = s(s(0))` ; `P = s(s(s(0)))` ; ...

- Implementieren Sie eine entsprechende rekursive Prozedur `nat_zahl/1`, die mithilfe eines zweistelligen Hilfsprädikats die natürlichen Zahlen (0, 1, 2, 3, ...) als alternative Bindungen mittels Backtracking aufzählt. Nutzen Sie die zusätzliche Stelle des Hilfsprädikats als Akkumulator den Sie geeignet initialisieren.

- Entwerfen und implementieren Sie in Anlehnung an `nat_zahl/1` ein rekursives Prädikat `between/3`, das mittels alternativer Bindungen die Zahlen zwischen zwei Grenzen aufzählt. Gelingt Ihnen eine richtungsunabhängige Definition?
?- `between(0, I, 5)`. `I = 1` ; `I = 2` ; `I = 3` ; `I = 4`.

- Implementieren Sie `between/3` für PEANO-Zahlen. Benutzen Sie dafür den Zusammenhang $\text{min} < i < \text{max}$ und das in der Vorlesung definierte `lt/2`. Vergleichen Sie das Ergebnis mit dem `between` für natürliche Zahlen.

∞. Bevor Sie Langeweile bekommen (aber erst unmittelbar davor):

Erweitern Sie die Definition der PEANO-Zahlen auf (positive) rationale Zahlen. (Oder nehmen Sie ein Bit für das Vorzeichen hinzu.) Implementieren Sie neben der schon vorhandenen Addition (nennen sie das Prädikat doch einfach `+/3` anstatt `add/3`) auch die Multiplikation (`*/3`) und dividieren Sie indem sie mit dem Kehrwert multiplizieren. Implementieren Sie ein Prädikat für den größten gemeinsamen Teiler und bringen Sie Brüche in ihre Normalform (um sie mittels Unifikation auf Gleichheit zu prüfen).