FGI-2 – Formale Grundlagen der Informatik II

Modellierung und Analyse von Informatiksystemen

Aufgabenblatt 3 : Produktsysteme, Bisimulation

Präsenzteil am 26./27. 10. – Abgabe am 2./3. 11. 2015

Präsenzaufgabe 3.1:

1. Konstruieren Sie A_4 gemäß Satz 1.21 zu den Büchi-Automaten A_1 und A_2 aus Beispiel 1.20. Bestimmen Sie $L^\omega(A_4)$.

2. Bestimmen Sie zu Beispiel 1.20 $L(A_1)$, $L(A_2)$, $L(A_3)$ und $L(A_4)$. Diskutieren Sie die Übereinstimmung von $L(A_3)$ und $L(A_4)$ mit der Schnittmenge $L(A_1) \cap L(A_2)$.

3. Konstruieren Sie einen Automaten B, der $L(B) = \{w \in a \cdot (a+b)^* \mid \exists n \in \mathbb{N} : |w| = 2n\}$ und zugleich $L^\omega(B) = a \cdot (a+b)^\omega$ akzeptiert.

   Hinweis: Sie benötigen nur 3 Zustände.

4. Konstruieren Sie die beiden Produktautomaten für $L(A_1) \cap L(B)$ und $L^\omega(A_1) \cap L^\omega(B)$.

Hinweis: Aufgabenteile 5. und 6. sind optional.

5. Wandeln Sie das Verfahren aus Satz 1.8 ab: Vorausgesetzt werden nun zwei *vollständige* endliche Automaten A_1 und A_2. Die Endzustandsmenge sei nun $F_3 := \{(s,r) \mid s \in F_1 \vee r \in F_2\}$. Alle anderen Verfahrensschritte bleiben unverändert.

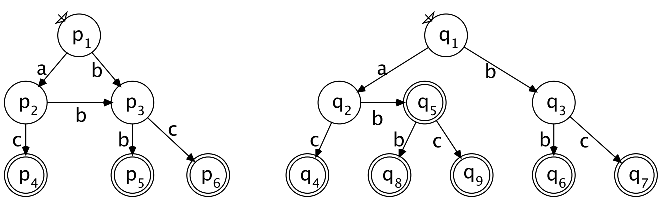
   Welche reguläre Sprache wird A_3 akzeptieren (relativ zu $L(A_1)$ und $L(A_2)$ gesehen)? Überlegen Sie sich, wie Sie Ihre Vermutung beweisen könnten.

   Lässt sich die Vermutung auf ω-Sprachen übertragen?

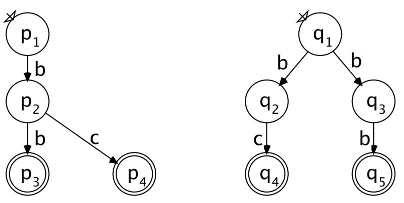
   Gedächtnisstütze: Def. Vollständigkeit: $\forall q \in Q\ \forall x \in \Sigma\ \exists q' \in Q : (q,x,q') \in \delta$

6. Vervollständigen Sie die Automaten A_1 und A_2 aus Beispiel 1.20 und wenden Sie das Verfahren aus Teilaufgabe 5 darauf an.

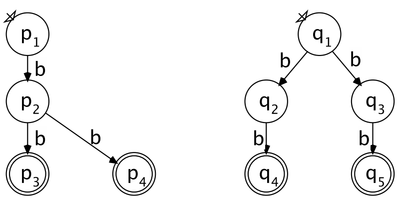
Präsenzaufgabe 3.2: Prüfen Sie, ob die folgenden Transitionssysteme bisimilar sind. Geben Sie die Bisimulationsrelation explizit an.



1.



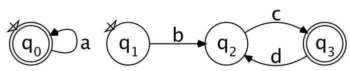
2.

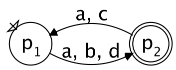


3.

Übungsaufgabe 3.3: Schnitt von ω-Sprachen.

von 6

A_1:


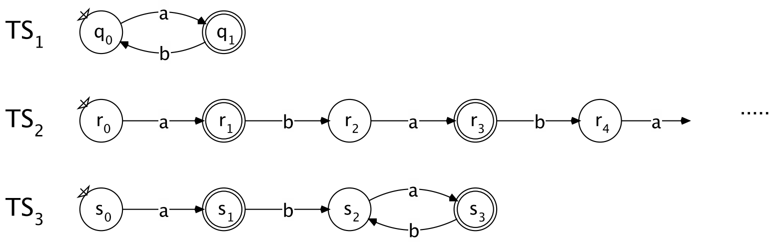
A_2:


1. Bestimmen Sie $L(A_1)$, $L(A_2)$, $L^\omega(A_1)$ und $L^\omega(A_2)$.
2. Konstruieren Sie den Produktautomaten A_3 im Sinne von Satz 1.8 bzw. Lemma 1.19. Nutzen Sie hierfür die Renew Vorlage, siehe FGI2 Web-Seite unter *Ressourcen* :
`http://www.informatik.uni-hamburg.de/TGI/lehre/vl/WS1516/FGI2/`
3. Bestimmen Sie $L(A_3)$ und $L^\omega(A_3)$. Vergleichen Sie $L(A_3)$ mit $L(A_1) \cap L(A_2)$ und $L^\omega(A_3)$ mit $L^\omega(A_1) \cap L^\omega(A_2)$.
4. Konstruieren Sie den Produktautomaten A_4 (siehe Hinweis in 3.3.2) im Sinne von Satz 1.21.
5. Bestimmen Sie $L(A_4)$ und $L^\omega(A_4)$. Vergleichen Sie $L(A_4)$ mit $L(A_1) \cap L(A_2)$ und $L^\omega(A_4)$ mit $L^\omega(A_1) \cap L^\omega(A_2)$.

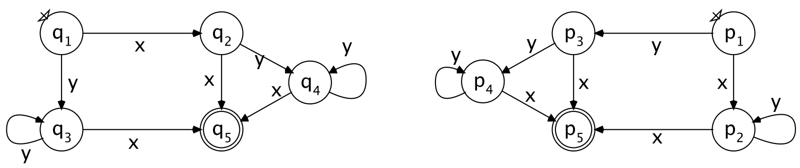
Übungsaufgabe 3.4:

von 6

1. Prüfen Sie für alle Zweierkombination der folgenden drei Transitionssysteme, ob diese bisimilar sind. Geben Sie die Bisimulationsrelation explizit an. (Sie können sich Arbeit sparen, wenn sie beachten, dass die Bisimulationsrelation symmetrisch ist, d.h. $TS_1 \leftrightarrow TS_2$ impliziert $TS_2 \leftrightarrow TS_1$.)



2. Vereinigung von Bisimulationen: verdeutlichen Sie die Aussage des Satzes 2.9 an den folgenden Transitionssystemen:



TS_1 TS_2

   (a) Geben Sie zwei verschiedene Relationen $\mathcal{B}_1$ und $\mathcal{B}_2$ für diese Transitionssysteme an. Begründen Sie, warum beide Relationen die Bedingungen für eine Bisimulation erfüllen.
   (b) Überprüfen Sie am Beispiel, dass $\mathcal{B}_3 := (\mathcal{B}_1 \cup \mathcal{B}_2)$ ebenfalls die Bedingungen für eine Bisimulation erfüllt.
   (c) Bilden Sie nun TS_3 aus TS_2, indem die Schleife (p_2, y, p_2) entfernt wird. Begründen Sie, dass keine Bisimulationsrelation zwischen TS_1 und TS_3 aufgestellt werden kann.

Bonusaufgabe 3.5: Erstellen Sie eine neue Olat-Frage für den aktuellen Lesestoff der dritten Woche entsprechend den bisherigen Anforderungen.

von 1