14. Dezember 2015
Gruppe 06

Ruben Felgenhauer,
Alexander Hildebrandt,
Leonhard Reichenbach

Übungen Formale Grundlagen der Informatik II
Blatt 9

Übungsaufgabe 9.3:

9.3.1:

$$B = \left\{ \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 3 \\ 2 \\ 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 3 \\ 0 \\ 2 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 3 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix} \right\}$$

In dem Netz $N_{9.3}$ können im oberen Abschnitt und von der Transition c Marken erzeugt werden. c kann jedoch schon mit insgesamt 5 Marken unendlich oft geschaltet werden, dies ist im oberen Abschnitt nicht möglich. Damit c unendlich oft schalten kann werden 3 Marken in p_3 und 2 Marken in p_4 benötigt. Da die Marken von p_5 nach p_4 geschaltet werden können ergeben sich die obigen drei Anfangsmarkierungen.

9.3.2:

$$\begin{tikzcd}
{} \arrow[r] & (4,2,0,1,1)^T \arrow[r, "a"] \arrow[d, "d"'] & (1,\omega,0,1,1)^T \arrow[r, "b"] \arrow[d, "d"'] & (\omega,\omega,\omega,1,1)^T \arrow[d, "d"'] \arrow[loop above, "{a,b}"] & \\
& (4,2,0,2,0)^T \arrow[r, "a"'] & (1,\omega,0,2,0)^T \arrow[r, "b"'] & (\omega,\omega,\omega,2,0)^T \arrow[r, "c"'] \arrow[loop below, "{a,b}"] & (\omega,\omega,\omega,\omega,0)^T \arrow[loop below, "c"]
\end{tikzcd}$$

Übungsaufgabe 9.5:

9.5.1:

Wir ermitteln die Wirkungsmatrix Δ, die P-Invariantenvektoren i_k und die T-Invariantenvektoren j_k:

$$\Delta = \begin{array}{c|c} & \begin{array}{cccccc} t1 & t2 & t3 & t & t5 & t6 \end{array} \\ \hline \begin{array}{c} pa \\ pp \\ p1 \\ p2 \\ p3 \\ p4 \end{array} & \begin{pmatrix} -1 & 0 & 1 & -1 & 0 & 1 \\ 0 & -1 & 1 & 0 & -4 & 4 \\ 1 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & -1 \end{pmatrix} \end{array} ; \quad j_1 = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} ; \quad j_2 = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix} ; \quad i_1 = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \\ 1 \\ 0 \\ 4 \end{pmatrix} ; \quad i_2 = \begin{pmatrix} 4 \\ -1 \\ 4 \\ 3 \\ 4 \\ 0 \end{pmatrix}$$

Ruben Felgenhauer,
Alexander Hildebrandt,
Leonhard Reichenbach

$$\Delta \cdot j_1 \ = \ \Delta \cdot j_2 \ = \ \Delta^T \cdot i_1 \ = \ \Delta^T \cdot i_2 \ = \ 0$$

9.5.2:

Die Menge I der P-Invarianten des Netzes lautet:

$$\begin{aligned} I &= \operatorname{kern}(\Delta^T) \setminus \{0\} \\ &= \operatorname{span}\{(e, d+e, c+e, b+e, a-b, a, a-b+c, a-b+d, d, c, b)^T \mid a, b, c, d, e \in \mathbb{N}_+\} \end{aligned}$$

9.5.4:

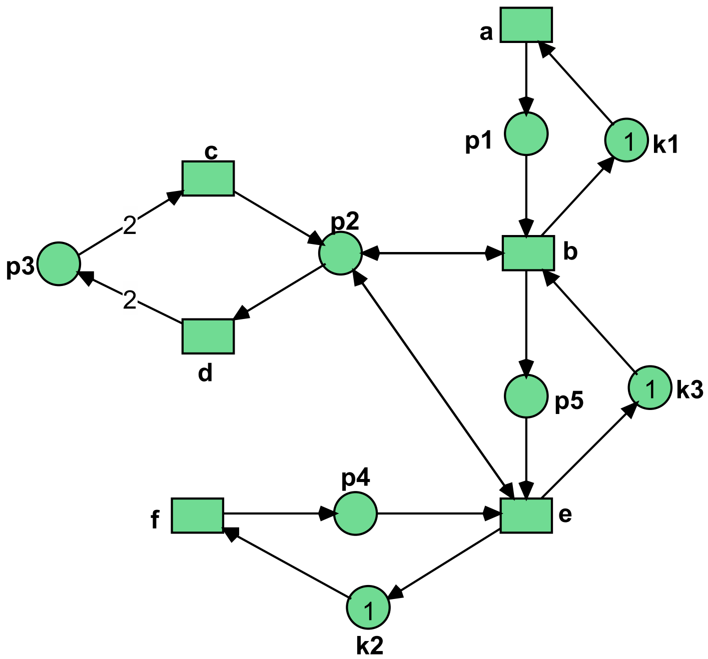
$$\Delta = \left(\begin{array}{c|cccccc} & a & b & c & d & e & f \\ \hline p1 & 1 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ p2 & 0 & 0 & 1 & -1 & 0 & 0 \\ p3 & 0 & 0 & -2 & 2 & 0 & 0 \\ p4 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & 1 \\ p5 & 0 & 1 & 0 & 0 & -1 & 0 \end{array}\right)$$

9.5.5:

Die Menge I der P-Invarianten des Netzes lautet:

$$I = \operatorname{kern}(\Delta^T) \setminus \{0\} = \operatorname{span}\{(0, -2, -1, 0, 0)^T\} = \{(0, 2a, a, 0, 0)^T \mid a \in \mathbb{N}_+\}$$

9.5.6:



Ruben Felgenhauer,
Alexander Hildebrandt,
Leonhard Reichenbach

$$\Delta' = \begin{array}{c|cccccc} & a & b & c & d & e & f \\ \hline p1 & 1 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ p2 & 0 & 0 & 1 & -1 & 0 & 0 \\ p3 & 0 & 0 & -2 & 2 & 0 & 0 \\ p4 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & 1 \\ p5 & 0 & 1 & 0 & 0 & -1 & 0 \\ k1 & -1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ k2 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & -1 \\ k3 & 0 & -1 & 0 & 0 & -1 & 0 \end{array}$$

$$\begin{aligned} I' &= \operatorname{span}\{(1,0,0,0,0,1,0,0)^T, (0,2,1,0,0,0,0,0)^T, (0,0,0,1,0,0,1,0)^T\} \\ &= \{(a, 2b, b, c, 0, a, c, 0)^T \mid a, b, c \in \mathbb{N}_+\} \end{aligned}$$

Wie man sieht, sind alle P-Invarianten echt größer Null, damit ist das Netz strukturell beschränkt.

9.5.7:

$$\forall \mathbf{m} \in R(\mathcal{N}_{9.4b}) \ : \ 4p_1 + 2p_2 + p_3 + p_4 + p_5 + 4p_6 + p_7 + p_8 = 54$$