

Übungen Formale Grundlagen der Informatik II

Blatt 4

Übungsaufgabe 4.3:

4.3.1:

$$\begin{aligned} L(TS_{cell}) &= (ou((lu)^* + (ct^*h))^* \cdot (f + ct^*eo^*rs))^* \\ L^\omega(TS_{cell}) &= (ou((lu)^* + (ct^*h))^* \cdot (f + ct^*eo^*rs))^\omega \end{aligned}$$

4.3.2:

$$SS(M_{cell}) = 0(12((12) + (3^+2))^* \cdot (0 + 3^+4^+50))^\omega$$

4.3.3:

$$\begin{aligned} ES(c_0) &= \{Locked, Battery\} \\ ES(c_1) &= \{Locked, Battery, On\} \\ ES(c_2) &= \{Battery, On\} \\ ES(c_3) &= \{Battery, On, Active\} \\ ES(c_4) &= \{Locked, Battery, Error\} \\ ES(c_5) &= \{Locked\} \\ ES(SS(M_{cell})) &= ES(c_0)(ES(c_1)ES(c_2)((ES(c_1)ES(c_2))+ \\ &\quad (ES(c_3)^+ES(c_2)))^* \cdot (ES(c_0) + ES(c_3)^+ES(c_4)^+ES(c_5)ES(c_0)))^\omega \end{aligned}$$

4.3.4:

$$\begin{aligned} Sat(Error) &= \{c_4\} \\ Sat(\neg Battery) &= \{c_5\} \\ Sat(On) &= \{c_1, c_2, c_3\} \end{aligned}$$

Immer, wenn ein Fehler auftritt, gilt, dass wenn man im nächsten Schritt die Batterie entfernt, dass das Telefon dann zukünftig wieder an sein wird.

Behauptung: Die Formel f gilt in c_0 .

Beweis: Einen Error erreicht man von c_0 nur, indem man über c_1 c_2 und c_3 nach c_4 übergeht. In c_4 kann der nächste Schritt auf c_5 gehen. In diesem Fall gilt nun $\neg Battery$. Von c_5 kann man nur nach c_0 übergehen, von da aus nur nach c_1 . In c_1 gilt wieder On .

4.3.5:

Behauptung: Die Formel g gilt in c_0 .

Beweis: Einen Error erreicht man von c_0 nur, indem man über c_1 c_2 und c_3 nach c_4 übergeht. In c_4 kann der nächste Schritt auf c_5 gehen, von c_5 nur nach c_0 , von da aus nur nach c_1 , von und von da aus nur nach c_2 . Hier existiert nun ein Weg nach c_3 , in dem *Active* gilt.

Ein Pfad π lautet beispielsweise:

$$\pi = c_0 c_1 c_2 c_3 c_4 c_5 c_0 c_1 c_2 c_3$$

Übungsaufgabe 4.4:

4.4.1:

#	f	$M_{cell} \models f$	$M_{cell}, \pi \models f$
1	$\Box(Active)$	Falsch	Falsch
2	$\Box\Diamond(Active)$	Falsch	Wahr
3	$\Box(\bigcirc Active \Rightarrow On)$	Wahr	Wahr
4	$\Box\Diamond(Active \Rightarrow \bigcirc\bigcirc \neg On)$	Wahr	Wahr
5	$\Box\Diamond(\neg Battery \vee Active \vee \neg On \vee Error)$	Falsch	Wahr
6	$\bigcirc\bigcirc\bigcirc Active$	Wahr	Wahr

1. $M_{cell} \not\models \Box(Active)$, denn bereits im Startzustand c_0 $\neg Active$ gilt.
 $M_{cell}, \pi \not\models \Box(Active)$ aus dem gleichen Grund.
2. $M_{cell} \not\models \Box\Diamond(Active)$, da mit den Pfad $\pi' := (c_0 c_1 c_2)^\omega$ gilt $M_{cell}, \pi' \models \Box(\neg Active)$.
 $M_{cell}, \pi \models \Box\Diamond(Active)$, da in c_3 stets *Active* gilt.
3. $M_{cell} \models \Box(\bigcirc Active \Rightarrow On)$, da *Active* nur in c_3 gilt, und in den vorangehenden Zuständen c_2 und c_3 *On* gilt. Außerdem wird der geklammerte Ausdruck immer wahr, falls $(\bigcirc \neg Active)$ gilt.
 $M_{cell}, \pi \models \Box(\bigcirc Active \Rightarrow On)$ aus dem gleichen Grund.
4. $M_{cell} \models \Box\Diamond(Active \Rightarrow \bigcirc\bigcirc \neg On)$, da $(Active \Rightarrow \bigcirc\bigcirc \neg On)$ immer wahr wird, wenn $\neg Active$ gilt. Da dies schon in c_0 der Fall ist, gilt die Aussage auf allen Pfaden.
 $M_{cell}, \pi \models \Box\Diamond(Active \Rightarrow \bigcirc\bigcirc \neg On)$ aus dem gleichen Grund.
5. $M_{cell} \not\models \Box\Diamond(\neg Battery \vee Active \vee \neg On \vee Error)$, da für $\pi' := (c_0(c_1 c_2)^\omega)$ nach dem Startzustand nie wieder $(\neg Battery \vee Active \vee \neg On \vee Error)$ gilt.
 $M_{cell}, \pi \models \Box\Diamond(\neg Battery \vee Active \vee \neg On \vee Error)$, da hier c_0 immer wieder durchlaufen wird und hier $(\neg Battery \vee Active \vee \neg On \vee Error)$ gilt.
6. $M_{cell} \not\models \bigcirc\bigcirc\bigcirc Active$, da mit $\pi' := (c_0 c_1 c_2)^\omega$ niemals *Active* gilt.
 $M_{cell}, \pi \models \bigcirc\bigcirc\bigcirc Active$, da von c_0 aus startend drei Schritte weiter c_3 folgt, und hier *Active* gilt.

4.4.2:

(a)

$$\Box(\neg Battery \Rightarrow \neg On) \rightarrow True$$

(b)

$$\Box \Diamond(On) \rightarrow True$$

(c)

$$\Box(\bigcirc Error \Rightarrow Active) \rightarrow True$$

(d)

$$\Box(On \vee Error \vee \bigcirc On) \rightarrow \text{Gegenbeispiel: } c_5$$