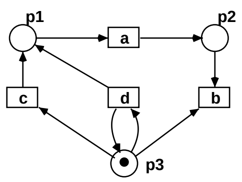
FGI-2 – Formale Grundlagen der Informatik II

Modellierung und Analyse von Informatiksystemen

Präsenzlösung 9 : Überdeckungsgraph, Invarianzen, Fairness

Präsenzteil am 07./08. 12. – Abgabe am 14./16. 12. 2015

Präsenzaufgabe 9.1: Konstruieren Sie für das folgende Netz $N_{9.1}$ den Überdeckungsgraphen nach Algorithmus 7.4. (Seite 131). Bestimmen Sie die Menge der unbeschränkten Plätze.

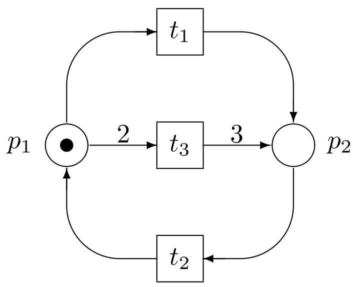


Lösung:

$$\begin{array}{ccc}
 & (0,0,1) & \\
c \swarrow & \downarrow d & \\
(1,0,0) & (\omega,0,1) \circlearrowleft d & \\
a \downarrow & \downarrow a & \searrow c \\
(0,1,0) & (\omega,\omega,1) \circlearrowleft a,d & (\omega,0,0) \\
 & \downarrow b,c & \swarrow a \\
 & (\omega,\omega,0) \circlearrowleft a &
\end{array}$$

Mit Hilfe des Überdeckungsgraphen können wir die Menge der unbeschränkten Plätze bestimmen: $\{p_1, p_2\}$

Präsenzaufgabe 9.2: Gegeben sei das folgende P/T Netz $N_{9.2}$:



1. Falls $\mathbf{i}$ eine S-Invariante eines Netzes ist: Gilt dann für alle erreichbaren Markierungen $\mathbf{m}$ die folgende, von $\mathbf{i}$ abgeleitete Invariantengleichung? Gilt diese Gleichung für das Netz $N_{9.2}$?

$$\mathbf{i}(p_1) \cdot \mathbf{m}(p_1) + \mathbf{i}(p_2) \cdot \mathbf{m}(p_2) = const.$$

Lösung: Ja, dies ist der Satz von Lautenbach.
Für $N_{9.2}$ gilt dies nicht, siehe Skript Seite 146ff.

2. Aus der Anfangsmarkierung $\mathbf{m}_0 = (1, 0)$ heraus gilt für alle erreichbaren Markierungen die folgende Invariantengleichung:

$$1 \cdot \mathbf{m}(p_1) + 1 \cdot \mathbf{m}(p_2) = 1 \cdot \mathbf{m}_0(p_1) + 1 \cdot \mathbf{m}_0(p_2) = 1$$

   Da nur t_1 bzw. t_2 schalten können, wechselt die Marke immer zwischen p_1 und p_2, es existiert also zu jedem Zeitpunkt genau eine Marke im System.

   Zeigen Sie, dass der zur Gleichung zugehörige Vektor $\mathbf{i} = (1, 1)^{tr}$ jedoch *kein* Invariantenvektor ist. Erläutern Sie die Ursachen!

   Lösung: Mit $\Delta = \begin{pmatrix} -1 & 1 & -2 \\ 1 & -1 & 3 \end{pmatrix}$ folgt $\Delta^{tr}\mathbf{i} = (0, 0, 1)^{tr} \neq \mathbf{0}$. Man beachte, dass für dieses Beispiel die Anfangsmarkierung gerade so gewählt ist, dass in keiner erreichbaren Markierung t_3 aktiviert ist. Für eine andere Anfangsmarkierung, z.B. $\mathbf{m} = (2, 0)^{tr}$ ist t_3 aktiviert, und die Invariantengleichung ist ungültig.

3. Verhält sich $N_{9.2}$ unter der gegebenen Anfangsmarkierung fair?

   Lösung: Nein, t_3 kommt in der einzigen unendlichen Schaltfolge $w_1 = (t_1 t_2)^\omega$ nicht vor.

4. Verhält sich $N_{9.2}$ mit der Anfangsmarkierung $\mathbf{m}'_0 = (2, 0)^{tr}$ fair?

   Lösung: Nein, t_3 kann nun zwar unendlich oft schalten, z.B. in der Schaltfolge $w_2 = (t_1 t_3 t_2)^\omega$. Es tritt aber in der weiterhin möglichen unendlichen Schaltfolge w_1 nicht auf.

5. Verhält sich $N_{9.2}$ mit der Anfangsmarkierung $\mathbf{m}'_0 = (2, 0)^{tr}$ fair unter der verschleppungsfreien Schaltregel?

   Lösung: Nein, die unendlichen Schaltfolge w_1 wird durch die verschleppungsfreie Schaltregel nicht ausgeschlossen, da t_3 nicht permanent aktiviert ist.

6. Verhält sich $N_{9.2}$ mit der Anfangsmarkierung $\mathbf{m}'_0 = (2, 0)^{tr}$ fair unter der fairen Schaltregel?

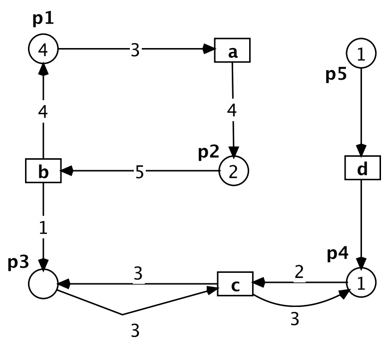
   Lösung: Zwar wird die unendliche Schaltfolge w_1 durch die faire Schaltregel ausgeschlossen, da t_3 unendlich oft aktiviert ist. Aber man kann nun $w_2 = t_1 t_1 t_2 w_1$ schalten. Nach dem Präfix $= t_1 t_1 t_2$ ist t_3 nie mehr aktiviert, muss also auch unter der fairen Schaltregel nicht schalten. Also verhält sich $N_{9.2}$ auch unter der fairen Schaltregel nicht fair.

Übungsaufgabe 9.3: von 3

1. Bestimmen Sie für Netz $N_{9.3}$ die Menge B der kleinsten Anfangsmarkierungen, unter denen das Netz unbeschränkt ist und erläutern Sie die Zusammensetzung der Menge.

$$B := \{\mathbf{m} \in \mathbb{N}^{|P|} \mid (N, \mathbf{m}) \text{ ist unbeschränkt} \land \neg\exists \mathbf{m}' < \mathbf{m} : (N, \mathbf{m}') \text{ ist unbeschränkt}\}$$

$N_{9.3}$:



2. Zeichnen Sie den Überdeckungsgraphen zu $N_{9.3}$ für die Anfangsmarkierung $\mathbf{m}_0 = (4, 2, 0, 1, 1)^t$ mit Hilfe von Renew und dem dort verfügbaren FA-Plugin.

Übungsaufgabe 9.4: Erstellen Sie zwei neue Olat-Frage für den aktuellen Lesestoff der 9. Woche entsprechend den bisherigen Anforderungen. Mindestens eine der Aufgaben soll Fragen zu Renew enthalten. von 1

Übungsaufgabe 9.5: Konstruieren Sie mit Hilfe von Renew zu den folgenden Texten jeweils ein eigenes Netz für jeden Aufgabenabschnitt und begründen Sie Ihre Modellierungsentscheidungen. von 8

Wählen Sie dabei ein möglichst einfaches Modell, das aber mindestens die wesentlichen Eigenschaften der beschriebenen *Anwendung* enthält.

Machen Sie sich außerdem Gedanken über eine gute Struktur des Netzes, um die Lesbarkeit zu fördern (z.B. möglichst keine überschneidenden Kanten, sprechende Namen, geeignete Farben zur Unterstützung der Lesbarkeit (zusammengehörige Teile gleich färben), Anordnung der Transitionen und Stellen (verwenden Sie dazu das Alignment-Werkzeug von Renew)). Fügen Sie hinreichend viele Kommentare hinzu. Hierzu gehören die Angaben zur Aufgabe, Übungsgruppe (mit Termin), vollständige Angaben zu den Erstellern der Modelle, Erstellungsdatum, Aufgabenabschnitt, Erklärungen, die das Modell inhaltlich beschreiben etc. Einen Punkt erhalten Sie für die gute Lesbarkeit aller Modelle.

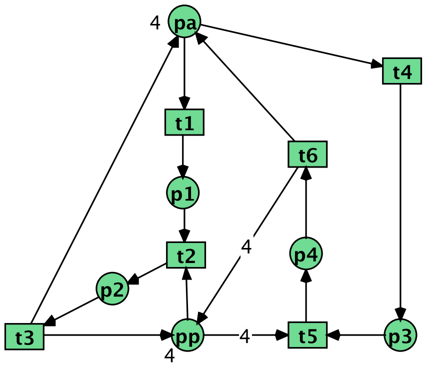
Liefern Sie alle Modelle sowohl als rnw als auch als pdf in einer einzigen zip Datei ab, die sich in einen einzigen Ordner hinein entpackt. Die Namen der Dateien (zip, rnw, pdf etc.) sind entsprechend der Angaben von der letzen Woche zu wählen.

Ausgangssituation:
Das von Ihnen gegründete, innovative Unternehmen Innovative Renew Modellers zur Unterstützung von KMUs (Kleine und Mittelständische Unternehmen) war auch in der letzten Saison erfolgreich. Insbesondere die Firma *Sequentielle Produktion GmbH* ist weiterhin mit Ihrer Beratung zufrieden.

Aufgrund von Neuheiten auf dem Markt bittet die Firma *Sequentielle Produktion GmbH* Sie um einige Gutachten zu Maschinen. Damit die Firma keine Probleme bei der Produktion erhält, sollen Sie diese Maschine auf ihre Zuverlässigkeit hin prüfen. Da es Hinweise auf Probleme bezüglich der jeweiligen Losgrößen und Auslastungen der Maschinen gibt, sollen Sie nachweisen, dass es für die Maschinen keine Verklemmungen gibt. Ihre Zusagen wollen Sie mit Hilfe von Invarianten für alle Maschinen nachweisen.

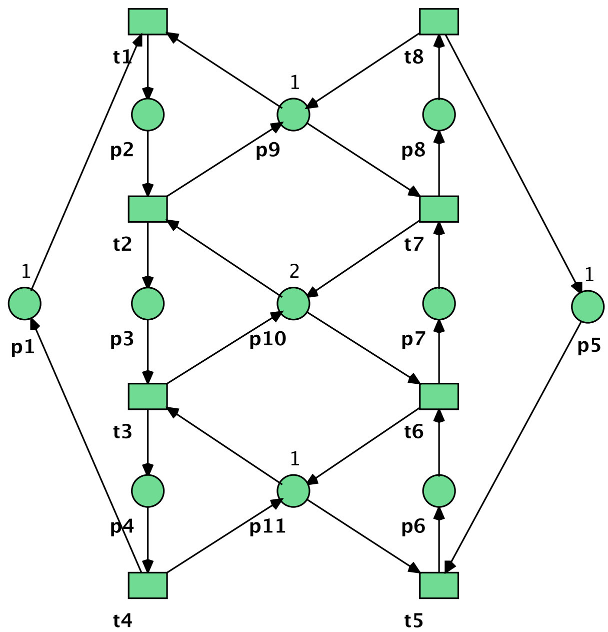
1. Geben Sie für das Netz $N_{9.Masch-01}$ mit der Anfangsmarkierung pa^4pp^4 die Wirkungsmatrix an. Geben Sie zwei S-Invarianten und zwei T-Invarianten an, die jeweils keine Linearkombinationen voneinander sind. Begründen Sie Ihre Ergebnisse durch Ihre Berechnungen oder durch andere (formal fundierte) Begründungen.

   Netz $N_{9.Masch-01}$:



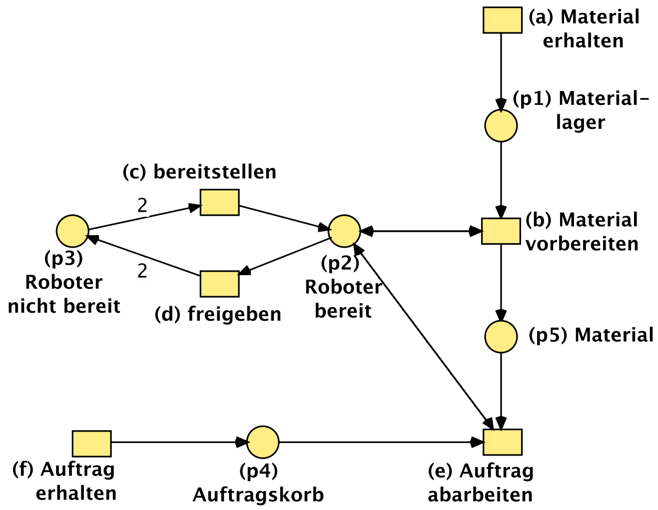
2. Geben Sie für die von Ihnen vorgeschlagene Maschine in Aufgaben 8.6 (siehe Netz $N_{9.Masch-02}$) ein Invariante an, die das gesamte Netz überdeckt. Geben Sie dazu auch eine einfache inhaltliche Begründung an.

   Netz $N_{9.Masch-02}$:



3. Die Untersuchung eines dritten Maschinenkomplexes ist besonders wichtig. Es handelt sich um einen Maschinenkomplex für den interne Roboter eingesetzt werden. Die Bearbeitung erfolgt ausschließlich mit zwei zusammengestellten Robotern. Eingabemöglichkeiten bestehen in der Einlagerung von Material und Aufträgen, die dann von einem internen, zusammengestellten Roboter mit Hilfe des vorbereiteten Materials abgearbeitet werden.

   Netz $N_{9.prod}$:



4. Um die Wirkungsweise des Maschinenkomplexes zu verstehen, geben Sie die Wirkungsmatrix $\Delta_{N_{9.prod}}$ an.

5. Mit Hilfe der Wirkungsmatrix bestimmen Sie sodann die Menge aller S-Invariantenvektoren von $N_{9.prod}$.

6. Das Netz zur Untersuchung des Maschinenkomplexes ist offensichtlich nicht beschränkt, da zwei Transitionen ohne Vorbereich Marken auf Stellen in dem Netz legen können. Damit der Maschinenkomplex nicht durch zu viel Material oder Aufträge überlastet wird, soll eine klare Beschränkung festgelegt werden, so dass es keine beliebig vielen Aufträge und Materialien innerhalb des Systems gibt.
   – Verändern Sie das Netz auf einfache Weise mittels komplementärer Stellen so, dass das Netz strukturell beschränkt ist.
   – Geben Sie für Ihr neues Netz mit acht Stellen eine überdeckende, positive P-Invarianten an.
   – Geben Sie die neue Wirkungsmatrix an, berechnen Sie die Menge aller Stellen-Invarianten und
   – begründen Sie die strukturelle Beschränktheit.

7. Einer der Invariantenvektoren zu $N_{9.4b}$ lautet $\mathbf{i}_1 = (4,2,1,1,1,4,1,1)^{tr}$. Geben Sie die zugehörige Invariantengleichung gemäß Satz von Lautenbach an. Die Anfangsmarkierung sei $\mathbf{m}_0 = (7,1,2,0,1,3,4,5)^{tr}$

Bisher erreichbare Punktzahl: 108