

FGI-2 – Formale Grundlagen der Informatik II

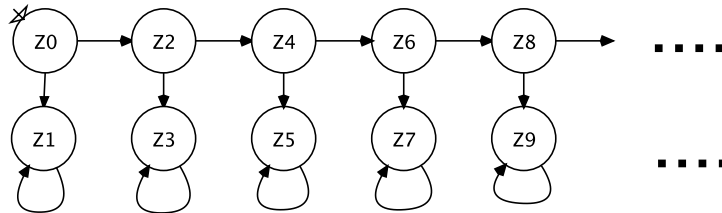
Modellierung und Analyse von Informatiksystemen

Aufgabenblatt 5: CTL und CTL-Model-Checking

Präsenzteil am 09./10.11. – Abgabe am 16./17.11.2015

Präsenzaufgabe 5.1:

1. Betrachten Sie die Kripke-Strukturen M_1 und M_2 im Skript, Seite 58. Gibt es LTL-Formeln, die die beiden Strukturen unterscheiden? Falls ja, geben Sie welche an!
2. M_1 und M_2 wie zuvor: Gibt es CTL-Formeln, die die beiden Strukturen unterscheiden?
3. Betrachte die folgende Kripkestruktur mit unendlicher Zustandsmenge S , wobei die Zustandsettikettenfunktion für alle $n \in \mathbb{N}$ durch $E_S(z_{2n}) = \emptyset$ und $E_S(z_{2n+1}) = \{p\}$ definiert sei.



- (a) Gilt $f_1 = \mathbf{EF}p$?
- (b) Gilt $f_2 = \mathbf{AGEF}p$?
- (c) Gilt $f_3 = \mathbf{AF}p$?

Präsenzaufgabe 5.2: Äquivalenzen in CTL.

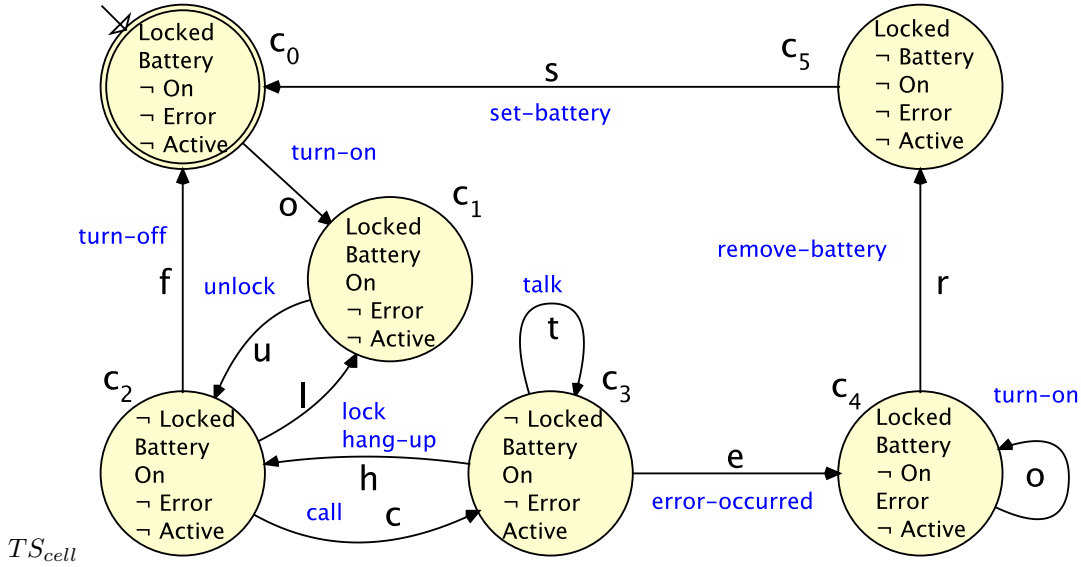
1. Formulieren Sie die folgenden Äquivalenzen in natürlicher Sprache und begründen Sie deren Gültigkeit: (i) $\neg \mathbf{G}f \equiv \mathbf{F}(\neg f)$, (ii) $\mathbf{F}f \equiv \mathbf{True} \mathbf{U} f$, (iii) $\mathbf{A}f \equiv \neg(\mathbf{E}\neg f)$ und (iv) $\neg \mathbf{X}f \equiv \mathbf{X}\neg f$.
2. Beweisen Sie die Äquivalenzen:

$$\begin{aligned}\mathbf{A} \mathbf{X} g &\equiv \neg \mathbf{E} \mathbf{X} (\neg g) \\ \mathbf{E} \mathbf{F} g &\equiv \mathbf{E} [\mathbf{True} \mathbf{U} g] \\ \mathbf{A} \mathbf{G} g &\equiv \neg \mathbf{E} \mathbf{F} (\neg g) \\ \mathbf{A} \mathbf{F} g &\equiv \neg \mathbf{E} \mathbf{G} (\neg g)\end{aligned}$$

Tipp: Nutzen Sie in der Argumentation die einfacheren Äquivalenzen der ersten Teilaufgabe.

Übungsaufgabe 5.3: Betrachten Sie das Modell des TS_{cell} Telefons aus dem Aufgabenblatt 4.

von
6



- Wenden Sie den CTL-Algorithmus aus dem Skript Abschnitt 4.2 auf folgende Formeln f und g an. Dazu müssen diese natürlich zunächst durch die entsprechenden Äquivalenz-Umformungen umgeformt werden. Geben Sie also zunächst die umgeformten Formeln an auf die der Algorithmus durchgeführt werden kann:

(a)

$$f = \left(\mathbf{AG}(\text{Error} \implies \mathbf{E}(\text{Error} \mathbf{U} \neg \text{Battery})) \right) \wedge \left(\neg \mathbf{AF} \text{Active} \right)$$

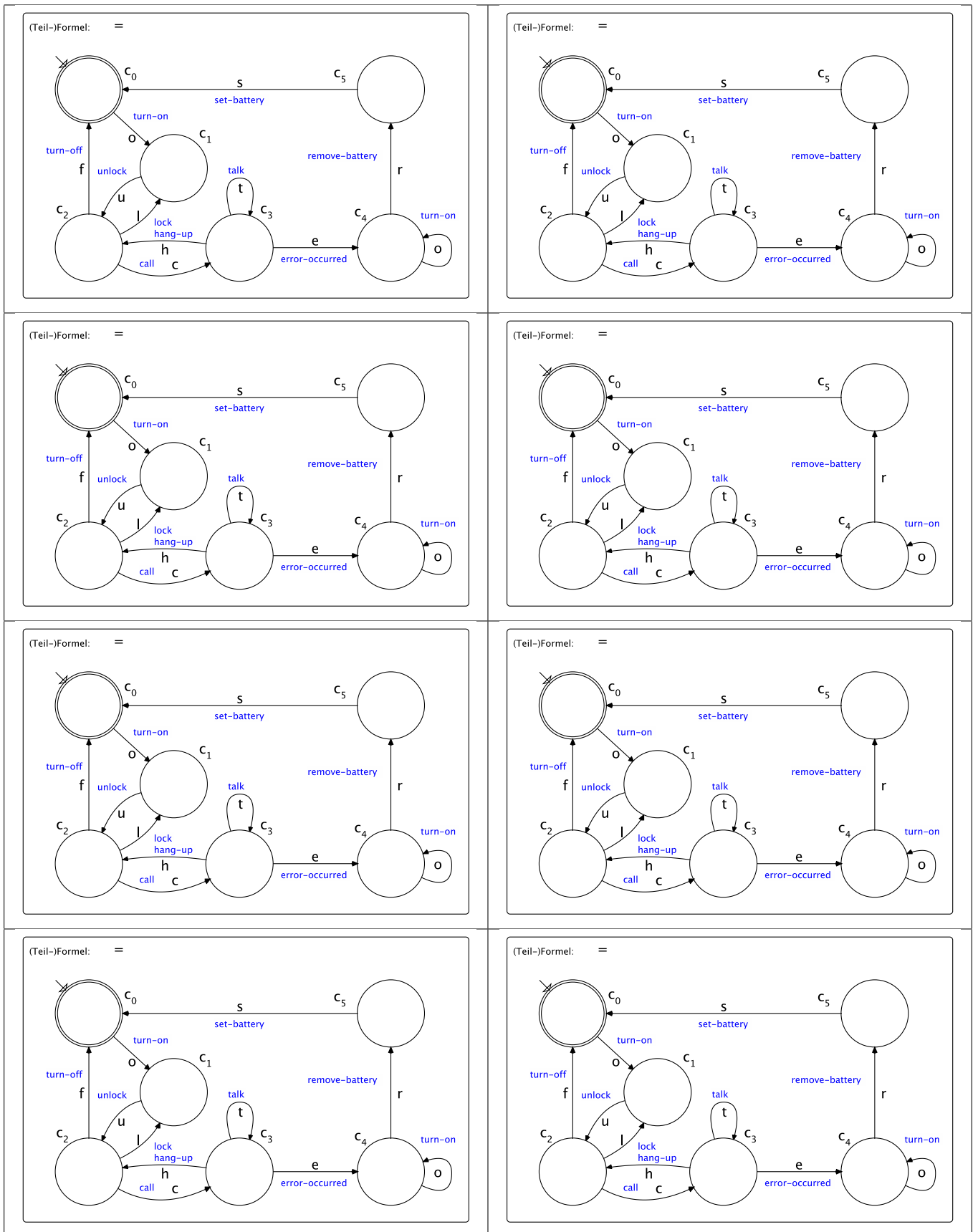
(b)

$$g = \left(\mathbf{AGEF}(\text{Active}) \right)$$

Damit man die einzelnen Schritte besser nachvollziehen kann, soll (fast) jeder Rekursionsabschnitt in eine eigene Kopie der Kripkestruktur eingezeichnet werden. Nutzen Sie hierfür die acht Kopien der Abbildung.

Notieren Sie an der Teilabbildung jeweils die Teilformel, die der Algorithmus bearbeitet. Geben Sie – wenn nötig – die SZKs o.ä. an.

- Geben sie eine natürlich-sprachliche Beschreibung für die Bedeutung der Formeln an.
- Bestimmen Sie $Sat(\phi) := \{s \in S \mid M, s \models \phi\}$ für $\phi \in \{f, g\}$.
- Entscheiden Sie, ob $M, c_0 \models f$ gilt.



Übungsaufgabe 5.4: LTL Model-Checking: Führen Sie anhand des folgenden Beispiels den LTL Algorithmus aus.

von
6

1. Modellieren Sie zwei Ampeln an einer Kreuzung als Transitionssystem A_i mit $i \in \{1, 2\}$. Beide Ampeln haben vier Phasen: Rot (r_i), Rot-Gelb (rg_i), Grün (gr_i), Gelb (g_i). Ampel 1 startet in der Phase Rot, während Ampel 2 mit der Phase Grün beginnt. Annotieren Sie die Zustände mit den Etikettenanschriften.
2. Konstruieren Sie aus den beiden Transitionssystemen (A_1 und A_2) das Produkttransitionssystem $A_1 \otimes A_2$ mit einer für zwei Ampeln geeigneten Synchronisationsrelation.
3. Eine geeignete Spezifikation (der ersten Bedingung) für das Gesamtsystem wäre durch die Formel $\phi = G\neg(gr_1 \wedge gr_2)$ gegeben. Sei M_ϕ der Büchi-Automat, der die Sprache $L(\phi)$ akzeptiert. Zu untersuchen ist nun, ob $L(A_1 \otimes A_2) \subseteq L(\phi) = L(M_\phi)$ stimmt. Dies entspräche der Frage, ob $L(A_1 \otimes A_2) \cap \bar{L}(M_\phi) = \emptyset$ korrekt ist. Einfacher ist es $L(A_1 \otimes A_2) \cap L(M_{\neg\phi}) = \emptyset$ zu prüfen.
Erstellen Sie also die Formel $\neg\phi$ und daraus dann einen Büchiautomat $M_{\neg\phi}$, der dieselbe Sprache akzeptiert. (Zwei Zustände reichen aus.)
4. Erstellen Sie zunächst aus dem etikettierten Transitionssystem ($A_1 \otimes A_2$) einen Büchiautomaten B , der die Etikettensprache von ($A_1 \otimes A_2$) akzeptiert.
5. Erstellen Sie den Produktautomat $B \otimes M_{\neg\phi}$.
6. Erfüllt das System die Spezifikation ϕ ?
7. (*Bonusaufgabe*) Führen Sie die Prüfung der zweiten Bedingung $\psi = GFgr_1$ exemplarisch für eine der beiden Ampeln in gleicher Weise durch.

Hinweis: Verwenden Sie bitte abkürzende Schreibweisen für die Etiketten. So kann beispielsweise bei einem Etikettenalphabet $AP = \{a, b, c\}$ anstelle von $\{\emptyset, \{b\}, \{c\}, \{b, c\}\}$ einfach $\neg a$ geschrieben werden.

Bonusaufgabe 5.5: Erstellen Sie eine neue Olat-Frage für den aktuellen Lesestoff entsprechend den bisherigen Anforderungen.

von
1

Bisher erreichbare Punktzahl: 60