

FGI-2 – Formale Grundlagen der Informatik II

Modellierung und Analyse von Informatiksystemen

Aufgabenblatt 12: Prozessalgebra: BPA, Normalformen

Präsenzteil am 11./12.1. – Abgabe am 25./26.1.2016

Präsenzaufgabe 12.1: Betrachten Sie die folgenden Prozessausdrücke:

$$\begin{aligned}t_1 &= a((b+b)d) + (ab)c + (ab)(d+d) \\t_2 &= (ab + (a+a)b)(d+d) + a(bc)\end{aligned}$$

1. Konstruieren Sie für die Prozessausdrücke jeweils den Prozessgraphen!
2. Identifizieren Sie alle bisimilaren Knoten in den beiden Prozessgraphen.
3. Sind t_1 und t_2 bisimilar?
4. Konstruieren Sie für t_2 mit den BPA-Transitionsregeln die Ableitungen so vieler Zustandsübergänge zur Aktion a wie möglich!. Geben Sie die in jedem Schritt verwendete Transitionsregel und die Variableninstanziierung an!

Präsenzaufgabe 12.2: Welche der folgenden Aussagen ist richtig? Begründen Sie ihre Antwort!

1. Wenn Prozessgraphen isomorph sind, dann sind sie auch bisimilar. (Isomorphie gilt, wenn beide Graphen durch Umbenennung der Knoten gleich werden. Formal: Zu den Graphen $G_1 = (V_1, E_1)$ und $G_2 = (V_2, E_2)$ mit $E_i \subseteq V_i \times A \times V_i$ muss es eine bijektive Abbildung $\varphi : V_1 \rightarrow V_2$ geben, welche zu $\varphi(E_1) = E_2$ führt.)
2. Wenn Prozessgraphen bisimilar sind, dann sind sie auch isomorph.
3. Alice sagt: „Im BPA-Kalkül (S. 202) kann nur $s = t$ bewiesen werden, nicht aber $s \neq t$.“
Bob sagt: „Im BPA-Ersetzungskalkül (S. 204) kann sogar $s \neq t$ bewiesen werden.“
4. Alice sagt: „Das Tolle an Normalformen ist, dass man von der Gleichheit (modulo AC) auf die Bisimilarität schließen kann.“
Bob sagt: „Viel besser ist noch, dass man von der Ungleichheit (modulo AC) der Normalformen auf die Ungültigkeit der Bisimilarität schließen kann.“
5. Angenommen wir interpretieren Prozessterme nicht durch Prozessgraphen, sondern durch die rationalen Zahlen, wobei $x+y$ wie üblich die Summe und $x \cdot y$ das Produkt beschreibt. Anstelle von Bisimilarität verwenden wir die arithmetische Gleichheit der ausgerechneten Ausdrücke. Haben wir dann auch ein Modell, für das die Axiome des BPA-Kalküls gelten, ist also der BPA-Kalkül korrekt und/oder vollständig bezüglich der arithmetischen Interpretation?

Übungsaufgabe 12.3: Betrachten Sie die folgenden Prozessausdrücke:

$$t_3 = a(cac + abc) + b(dabc + abbc) + c(bbbc + cd)$$

$$\begin{aligned} t_4 = & a((c+c)(a+a)c + a(a+a)(bc+b(c+c))) \\ & + (b+b)((d+d)(a+a)(bc+b(c+c)) + ab(bc+b(c+c))) \\ & + c((b+b)b(bc+b(c+c)) + c(d+d)) \end{aligned}$$

1. Konstruieren Sie für die Prozessausdrücke jeweils den Prozessgraphen. Dabei sollen identische Prozessausdrücke jeweils nur einmal im jeweiligen Graphen auftauchen. Auf eine übersichtliche Darstellung ist zu achten; die Prozessgraphen sind planar. Für den Prozessterm t_4 bietet es sich an, dass Sie eine Tabelle mit Abkürzungen anlegen. Diese Abkürzungen verwenden Sie dann im Prozessgraphen, damit der Graph leichter zu erstellen ist, beispielsweise:

$$\begin{aligned} t_4 = & a((c+c)(a+a)c + a(a+a)(bc+b(c+c))) \\ & + (b+b)((d+d)(a+a)(bc+b(c+c)) + ab(bc+b(c+c))) \\ & + c((b+b)b(bc+b(c+c)) + c(d+d)) \\ t_4 - 1 = & ((c+c)(a+a)c + a(a+a)(bc+b(c+c))) \\ t_4 - 2 = & \dots \end{aligned}$$

2. Identifizieren Sie alle bisimilaren Knoten in den beiden Prozessgraphen und geben sie die Menge der bisimilaren Knoten an.
3. Sind t_3 und t_4 isomorph?
4. Sind t_3 und t_4 bisimilar?
5. Konstruieren Sie zu allen d -Übergängen im Prozessgraphen von t_3 jeweils eine Ableitung mit BPA-Transitionsregeln (siehe Seite 199 im Skript). Geben Sie die in jedem Schritt verwendete Transitionsregel und die Variableninstanziierung (Bsp.: $\sigma_1 : v \mapsto d$) an!

Übungsaufgabe 12.4:

1. Reduzieren Sie den BPA-Term $t_5 = (cd + (c+c)(d+d+d))(b(a+(b+b)))$ zu einer Normalform. Unterstreichen Sie jeweils den umgeformten Teilterm.
2. Reduzieren Sie auch den BPA-Term $t_6 = ((b+b+b)((c+c)+a))((c(d+d)+(c+c)(d+d)))$ zu einer Normalform. Unterstreichen Sie jeweils den umgeformten Teilterm. Prüfen Sie, ob t_5 und t_6 äquivalent sind (mit Begründung)!

Übungsaufgabe 12.5: Erstellen Sie zwei neue Olat-Frage für den aktuellen Lesestoff der 12. Woche entsprechend den bisherigen Anforderungen.

Bisher erreichbare Punktzahl: 144