

# FGI-2 – Formale Grundlagen der Informatik II

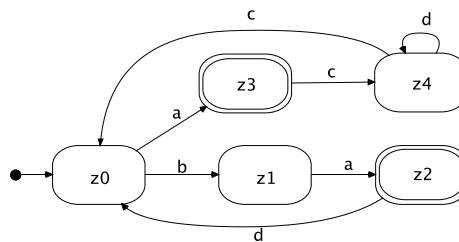
## Modellierung und Analyse von Informatiksystemen

### Aufgabenblatt 2: Büchi-Automaten, $\omega$ -reguläre Sprachen

Präsenzteil am 19./20.10. – Abgabe am 26./27.10.2015

**Präsenzaufgabe 2.1:** Betrachten Sie den Büchi-Automaten  $A$  aus Beispiel 1.11 im Skript. Der folgende Büchi-Automat akzeptiert die Sprache:

$$L^\omega(A) = (\{ac\}\{d\}^*\{c\} \cup \{bad\})^\omega$$

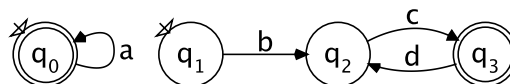


1. Erläutern Sie, warum  $L^\omega(A)$  so aussieht, wie es im Skript angegeben ist.
2. Betrachten Sie  $A$  als NFA. Bestimmen Sie  $L(A)$ .
3. Angenommen  $z_2$  sei nicht mehr Endzustand und sei  $A'$  der resultierende Automat. Bestimmen Sie dann die resultierende Sprache  $L^\omega(A')$ .

**Präsenzaufgabe 2.2:** Zeigen Sie die erste Teilaussage von Lemma 1.15: „Die Vereinigung zweier  $\omega$ -regulärer Mengen  $U \cup V$  ist immer eine  $\omega$ -reguläre Menge.“

1. Geben Sie ein Verfahren an, welches  $U \cup V$  konstruktiv aus  $U$  und  $V$  ermittelt.
2. Wenden Sie Ihr Verfahren auf die Sprachen  $L_{2.2.1} = \{bad\}^\omega$  und  $L_{2.2.2} = (\{ac\} \cdot \{d\}^* \cdot \{c\})^\omega$  an.
3. Begründen Sie Korrektheit und Termination Ihres Verfahrens.
4. Vergleichen Sie die Sprache  $L_{2.2.1} \cup L_{2.2.2}$  mit der Sprache  $L^\omega(A)$  aus Präsenzaufgabe 2.1.

**Übungsaufgabe 2.3:** Gegeben der NFA  $A_{2.3}$ :



1. Geben Sie explizit die Sprache  $L(A_{2.3})$  sowie die Sprachen  $L^\omega(A_{2.3})$  und  $(L(A_{2.3}))^\omega$  als regulären bzw.  $\omega$ -regulären Ausdruck an.
2. Diskutieren Sie den Unterschied zwischen  $L^\omega(A_{2.3})$  und  $(L(A_{2.3}))^\omega$ . Benennen Sie zwei konkrete  $\omega$ -Wörter aus jeder Sprache (Sie können die Wörter als  $\omega$ -reguläre Ausdrücke ohne die Operatoren  $+$ ,  $()^+$  und  $()^*$  beschreiben).
3. Zeichnen Sie das Zustandsdiagramm eines Büchi-Automaten, der  $(L(A_{2.3}))^\omega$  akzeptiert. Begründen Sie die Korrektheit des Automaten.

**Übungsaufgabe 2.4:** Zeigen Sie die zweite Teilaussage von Lemma 1.15: „Der  $\omega$ -Abschluss  $U^\omega$  einer regulären Menge  $U$  ist immer eine  $\omega$ -reguläre Menge.“

Führen Sie einen konstruktiven Beweis durch. *Hinweis:* Der kurze Lösungsweg über reguläre Ausdrücke bringt maximal die halbe Punktzahl. Volle Punktzahl gibt es nur für die Konstruktion eines Büchi-Automaten.

1. Benennen Sie die Arbeitsschritte, die für einen konstruktiven Beweis des Lemmas notwendig sind.
2. Entwickeln Sie ein geeignetes Konstruktionsverfahren.
3. Weisen Sie die Qualität Ihres Verfahrens entsprechend Teilaufgabe 1 nach.
4. Wenden Sie das Verfahren aus Ihrem Beweis auf die reguläre Sprache an, die von NFA  $A_{2,3}$  akzeptiert wird.

**Bonusaufgabe 2.5:** Bei dieser Aufgabe handelt es sich um eine Bonusaufgabe. Man kann so einen zusätzlichen Punkt erlangen!

Die Aufgabe besteht darin, dass eine neue Olat-Frage für den Lesestoff der zweiten Woche erstellt wird. Das heißt, dass die Antworten zu der neuen Frage direkt aus dem Skript beantwortet werden können sollen.

Die Abgabe erfolgt elektronisch an den Übungsgruppenleiter. *Nach Möglichkeit* sollte für die Erstellung der Frage  $\text{\LaTeX}$  verwendet werden. Auf den Rechnern des Rechenzentrums ist  $\text{\LaTeX}$  installiert. Im Internet finden sich zahlreiche Informationen zu  $\text{\LaTeX}$ -Werkzeugen für eine eigene Installation.

Die Abgabe sollte dann in Form einer zip-Datei erfolgen. Diese enthält alle Dateien, die notwendig sind, dass aus den Quellen direkt eine pdf-Datei mit Eurer Frage erzeugt werden kann. Die pdf-Datei sollte dann wiederum als Kopf dieselben Daten enthalten, wie der Dateiname (siehe unten). Die pdf-Datei selbst soll auch mit enthalten sein.

Die Dateinamen sollen folgendem Schema folgen, damit die Punkte zugeordnet werden können:

fgi-ueb-gr-NN-WW-ZZ-auf-XX-EUERNAMEN.EXT

NN = Übungsgruppennummer (01, 02, ..., 09),

WW = Wochentag (Mo oder Di),

ZZ = Anfangszeit (10 oder 12 oder 14),

XX = Aufgabenzettel Nr (01, 02, ..., 14),

EUERNAMEN = Eure Nachnamen ohne Umlaute, durch - getrennt (Meyer-Schulze-Mueller),

EXT = die jeweilige Endung des Dateinamens (tex, pdf, zip ...).

*Bisher erreichbare Punktzahl:* 24