

# FGI-2 – Formale Grundlagen der Informatik II

## Modellierung und Analyse von Informatiksystemen

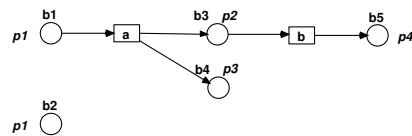
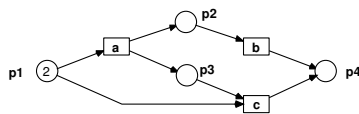
### Präsenzlösung 8: Prozesse, Kausalnetze, Invarianzen

Präsenzteil am 30.11./01.12. – Abgabe am 07./08.12.2015

**Präsenzaufgabe 8.1:** Gegeben ein Petrinetz sowie ein dazu passender Prozess:

$N_{8.1} = (P, T, F, W, \mathbf{m}_0)$ :

$R = (B, E, <)$ :



1. Geben Sie die Abbildung  $\phi$  an, die dem Prozess  $R$  zugrunde liegt.

**Lösung:**

$$\phi_P(b_1) = \phi_P(b_2) = p_1, \phi_P(b_3) = p_2, \phi_P(b_4) = p_3, \phi_P(b_5) = p_4$$

$$\phi_T(a) = a, \phi_T(b) = b$$

2. Bestimmen Sie die Mengen  ${}^\circ R$  und  $R^\circ$ .

*Nachtrag zum Skript:* Die Mengen sind wie folgt definiert:

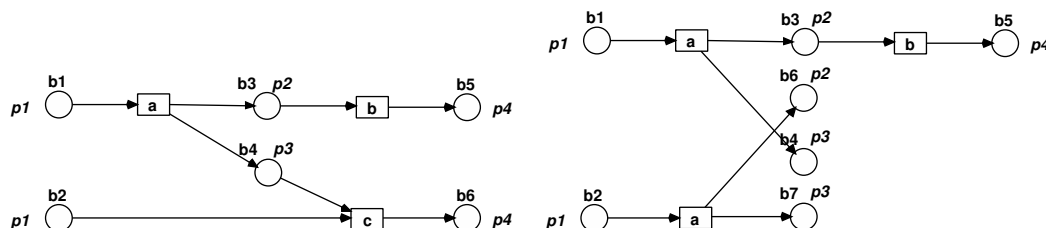
$${}^\circ R := \{b \in B \mid \bullet b = \emptyset\}$$

$$R^\circ := \{b \in B \mid b^\bullet = \emptyset\}$$

**Lösung:**  ${}^\circ R = \{b_1, b_2\}$ ,  $R^\circ = \{b_2, b_4, b_5\}$

3. Geben Sie eine Fortsetzung  $R'$  des Prozesses  $R$  gemäß Def. 6.13 an. Gibt es mehrere mögliche Fortsetzungen?

**Lösung:** Es gibt zwei mögliche Fortsetzungen:



**Präsenzaufgabe 8.2:** Der Model Checking Algorithmus hat gewisse Ähnlichkeiten mit den Algorithmen für Markierungs- und Lebendigkeitsinvarianz.

Sei  $f$  eine aussagenlogische Formel, wie sie für Markierungs- und Lebendigkeitsinvarianz als Markierungsprädikat verwendet wird. Kann man eine Markierungsinvarianz durch die CTL-Formel  $\mathbf{AG}f$  ausdrücken? Überprüfe dies durch einen Vergleich der Algorithmenabläufe.

**Lösung:** Ein grundlegender Unterschied besteht darin, dass wir beim CTL Model Checking annehmen, dass keine Verklemmungen auftreten. Betrachten wir also im folgenden nur Netze, die verklemmungsfrei sind.

Der CTL-Model-Checking-Algorithmus erfordert es zunächst, die Formel umzuwandeln:

$$\begin{aligned} & \mathbf{AG}f \\ \equiv & \neg \mathbf{EF} \neg f \\ \equiv & \neg \mathbf{E}(True \mathbf{U} \neg f) \end{aligned}$$

Der CTL-Model-Checking-Algorithmus arbeitet die Teilformeln von innen nach außen ab, führt also folgende Schritte durch:

1.  $F_1 = f$ : Alle Zustände, in denen  $f$  gilt, erhalten  $f$  als Label (dieser Schritt hängt zwar vom Aufbau von  $f$  ab und kann sehr komplex ausfallen, diese Details sind aber für die Fragestellung nicht weiter relevant).
2.  $F_2 = \neg F_1$ : Alle anderen Zustände erhalten als Label  $\neg f$ .
3.  $F_3 = \mathbf{E}(True \mathbf{U} F_2)$ : (Der Einfachheit halber sei das Versehen eines Zustandes mit der Formel  $\mathbf{E}(True \mathbf{U} \neg f)$  als „Einfärben“ bezeichnet.) Im ersten Teilschritt werden alle Zustände eingefärbt, in welchen  $\neg f$  gilt (also genau die im vorigen Schritt gelabelten). Im zweiten Teilschritt werden iterativ (da  $True$  keine Einschränkung darstellt) *alle* Zustände eingefärbt, von denen aus ein Übergang zu einem bereits gefärbten Zustand möglich ist.
4.  $\neg F_3$ : Diese Formel gilt in allen noch ungefärbten Zuständen.
5. Ergebnis: Die Formel  $\mathbf{AG}f$  ist in der Kripke-Struktur genau dann erfüllt, wenn der Startzustand *nicht* gefärbt wurde. Dies bedeutet, dass vom Startzustand aus kein Zustand erreichbar ist, in dem  $\neg f$  gilt.

Der Markierungsinvarianzalgorithmus läuft iterativ alle vom Startzustand aus erreichbaren Markierungen (Zustände) ab und bricht mit dem Ergebnis „gilt nicht“ ab, sobald in einem Zustand  $\neg f$  gilt. Er liefert das Ergebnis „gilt“, wenn er den Erreichbarkeitsgraphen vollständig abgearbeitet hat, ohne auf eine solche Markierung zu treffen.

Also prüfen beide Algorithmen, ob vom Startzustand aus ein Zustand erreichbar ist, in dem  $\neg f$  gilt.

**Übungsaufgabe 8.3:** Gegeben das P/T-Netz  $N_{8.3}$ :

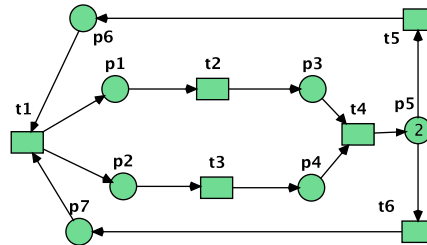
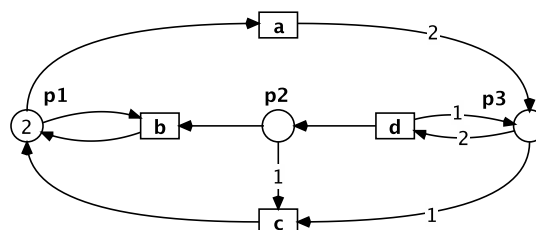


Abbildung 2: Netz  $N_{8.3}$

1. Zeichnen Sie den Erreichbarkeitsgraphen des Netzes. Begründen Sie anhand des Erreichbarkeitsgraphen die Lebendigkeit, Reversibilität und Beschränktheit des Netzes.
2. Zeichnen Sie einen Prozess des Netzes (Kausalnetz) in dem mindestens einmal die Transition  $t1$  vorkommt und in dem dann auch keine Transition mehr aktiviert ist.
3. Geben Sie für Ihren Prozess des Netzes drei verschiedene Schnitte an: einen P-Schnitt, einen T-Schnitt und einen allgemeinen Schnitt in denen mindestens zwei Elemente aus  $P \cup T$  vorkommen. Können Sie vor der Transition  $t1$  einen Schnitt mit mehr als drei Elementen angeben? Wenn ja, welchen; wenn nein, warum?
4. Zeichnen Sie den Verzweigungsprozess des Netzes.

**Übungsaufgabe 8.4:** Ermitteln Sie mithilfe des Algorithmus für Lebendigkeitsinvarianzeigenschaften, welche der vier Transitionen  $a$ ,  $b$ ,  $c$  und  $d$  lebendig sind. Erläutern Sie ihren Lösungsweg.

$N_{8.4}$ :



*Hinweis:* Bitte bemühen Sie sich beim Zeichnen des Erreichbarkeitsgraphen um eine geometrisch einheitliche Struktur. Kanten zu gleichen Transitionen sollten im gesamten Graphen die gleiche Richtung und die gleiche Länge aufweisen.

**Übungsaufgabe 8.5:** Erstellen Sie zwei neue Olat-Frage für den aktuellen Lesestoff der 8. Woche entsprechend den bisherigen Anforderungen. Mindestens eine der Aufgaben soll Fragen zu RENEW enthalten.

|     |
|-----|
|     |
| von |
| 4   |

**Übungsaufgabe 8.6:** Konstruieren Sie mit Hilfe von RENEW zu den folgenden Texten jeweils ein eigenes Netz für jeden Aufgabenabschnitt und begründen Sie Ihre Modellierungsentscheidungen.

Wählen Sie dabei ein möglichst einfaches Modell, das aber mindestens die wesentlichen Eigenschaften der beschriebenen *Anwendung* enthält.

Machen Sie sich außerdem Gedanken über eine gute Struktur des Netzes, um die Lesbarkeit zu fördern (z.B. möglichst keine überschneidenden Kanten, sprechende Namen, geeignete Farben zur Unterstützung der Lesbarkeit (zusammengehörige Teile gleich färben)). Fügen Sie hinreichend viele Kommentare hinzu. Hierzu gehören die Angaben zur Aufgabe, Übungsgruppe (mit Termin), vollständige Angaben zu den Erstellern der Modelle, Erstellungsdatum, Aufgabenabschnitt, Erklärungen, die das Modell inhaltlich beschreiben etc. Einen Punkt erhalten Sie für die gute Lesbarkeit aller Modelle.

Liefern Sie alle Modelle sowohl als rnw als auch als pdf in einer einzigen zip Datei ab, die sich in einen einzigen Ordner hinein entpackt. Die Namen der Dateien (zip, rnw, pdf etc.) sind entsprechend der Angaben von der letzten Woche zu wählen.

#### Ausgangssituation:

Das von Ihnen gegründete, innovative Unternehmen INNOVATIVE RENEW MODELLERS zur Unterstützung von KMUs (Kleine und Mittelständische Unternehmen) war in der letzten Saison erfolgreich. Insbesondere Ihr erster Kunde, die Firma *Sequentielle Produktion GmbH* war mit Ihrer Beratung zufrieden.

Nun möchten die Firma *Sequentielle Produktion GmbH* die Produktion ausweiten.

Dazu sollen Maschinen vom Typ A eingesetzt werden (siehe Abbildung zur Maschine A). Diese

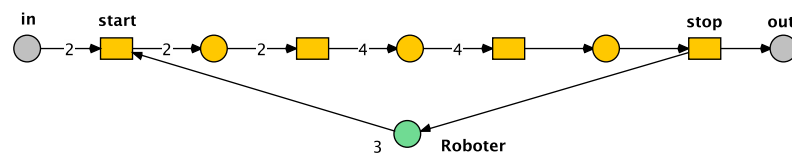


Abbildung 3: Maschine A

Maschine A hat drei Roboter, die jeweils zwei eingehende Materialien aufnehmen können und dann im Rahmen des Produktionsverfahrens verarbeiten, so dass am Ende ein Produkt entsteht. Geben Sie eine Platz-Invarianten-Gleichung für Maschine A an, die das Modell möglichst vollständig abdeckt.

Erstellen Sie ein Modell, dass die Integration einer solchen Maschine in eine bestehende Produktion aufzeigt. Illustrieren Sie dabei lediglich die Umgebung als einfaches Netzmodell, dass die Eingaben und die Ausgaben für die Maschine A übernimmt.

Erstellen Sie ein Modell, dass drei solcher Maschinen integriert, so dass die Produktion nebenläufig funktioniert.

Für den Fall, dass ein Roboter innerhalb der komplexen Maschine ausfällt, soll die Möglichkeit der Auswechslung vorgesehen werden. Erstellen Sie dafür ein Modell, das eine weitere Schnittstelle für die Produktionsumgebung der Maschine A vorsieht, die eine Entfernung und das Hinzufügen eines Roboters erlaubt. Achten Sie aber dabei auf die spezifischen Kapazitätsbeschränkungen der Maschine A, die nicht mehr als drei Roboter gleichzeitig aufnehmen kann.

Modellieren Sie einen Reservevorrat an Robotern, den Sie flexibel bei der Verwendung von drei Maschinen A mit den Erweiterungen zum Roboteraustausch einsetzen können.

Die Firma *Petrinetz-Implementation-Wizards* will nun eine Simulation durchführen. Deren Modellierungspräferenzen liegen jedoch in aktiven statt passiven Schnittstellen bei Petrinetzmodellen. Anhand eines einfachen Modells erklären Sie die einfache Transformation der passiven Schnittstelle in eine aktive Schnittstelle indem Sie die zuvor mit den Stellen **in** und **out** ausgestatteten Modelle nun mittels synchroner Kanäle beschreiben. Dafür verwenden Sie statt des **P/T Net Compilers** den **Java Net Compiler**. Da es zu diesem Zeitpunkt lediglich um das Prinzip der Modellierung geht, können die Interna so weit vereinfacht werden, wie dies in Abbildung Maschine A-simpel zu sehen ist. Lediglich zwei Ergänzungen bei den Stellen **in** und **out** sind beispielsweise dafür erforderlich. Liefern Sie sowohl die einfache Testumgebung als auch die Erweiterung um die synchronen Kanäle für die Maschine A-simpel ein.

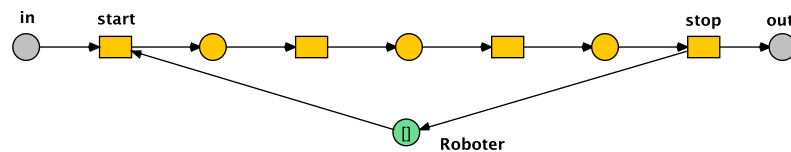


Abbildung 4: Maschine A-simpel

Eine weitere Maschine B kann auf zwei gegenläufigen Arbeitsbändern Produkte bearbeiten. Für die beiden Arbeitsbänder werden zum einen aktuell drei Werkzeuge gemeinsam genutzt und zum anderen je Bearbeitungsdurchgang ein eigener Roboter eingesetzt. Die Firma *Sequentielle Produktion GmbH* berichtet jedoch von ständigen Produktionsstops durch ungenügende Ressourcen. Sie werden gebeten mit möglichst wenig weiteren Mitteln dieses Problem zu lösen. Erstellen Sie dafür zuerst den Erreichbarkeitsgraphen oder geben Sie eine Schaltfolge an, die zu einer Verklemmung führt.

Und überlegen Sie dann, wie Sie durch das Hinzufügen lediglich eines weiteren Werkzeugs das Problem vorerst auf einfache Weise beheben können.

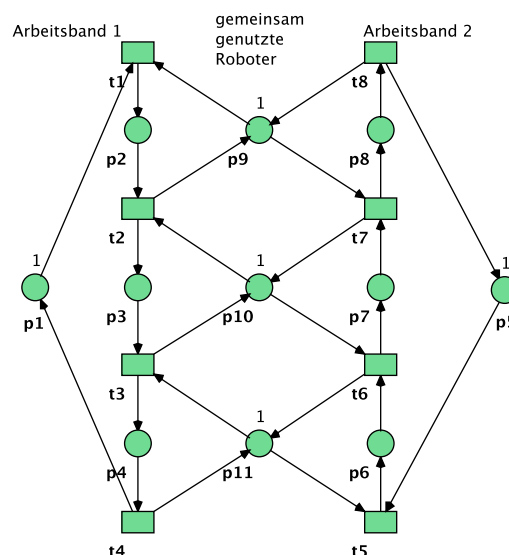


Abbildung 5: Maschine B gegenläufig