1. November 2015
Gruppe 06

Ruben Felgenhauer,
Alexander Hildebrandt,
Leonhard Reichenbach

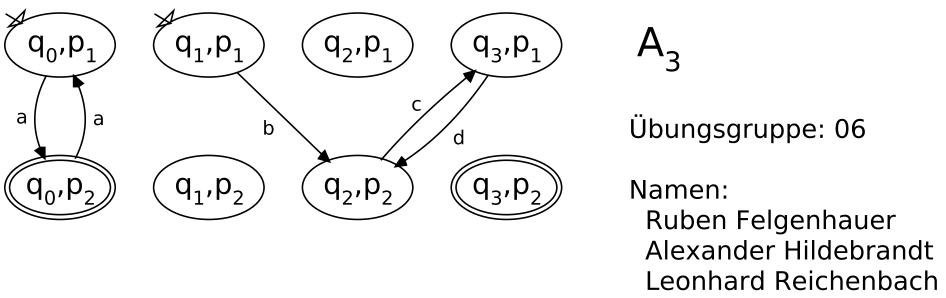
Übungen Formale Grundlagen der Informatik II
Blatt 3

Übungsaufgabe 3.3:

3.3.1:

$$
\begin{aligned}
L(A_1) &= a^* + bc(dc)^* \\
L(A_2) &= (a+b+d)\left((a+c)(a+b+d)\right)^* \\
L^\omega(A_1) &= a^\omega + b(cd)^\omega \\
L^\omega(A_2) &= ((a+b+d)(a+c))^\omega
\end{aligned}
$$

3.3.2:

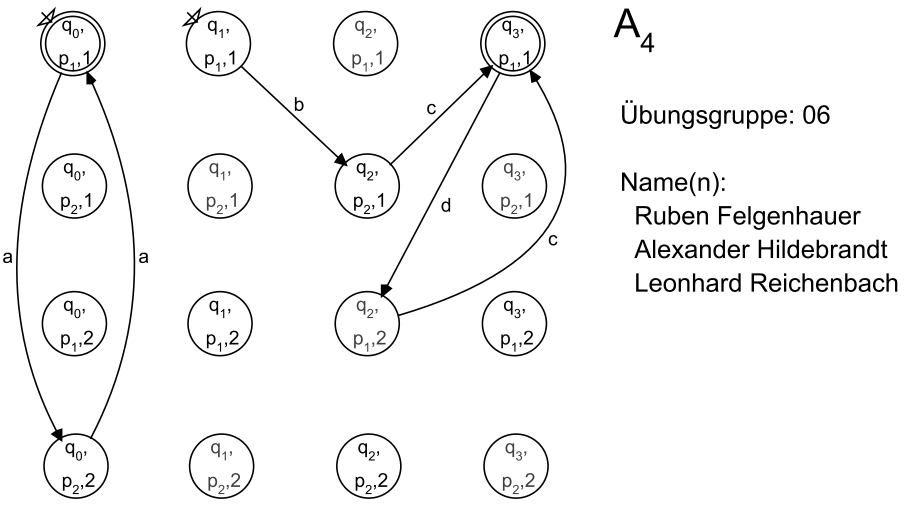


3.3.3:

$$
\begin{aligned}
L(A_3) &= a(aa)^* \\
L^\omega(A_3) &= a^\omega \\
L(A_1) \cap L(A_2) &= a(aa)^* && = L(A_3) \\
L^\omega(A_1) \cap L^\omega(A_2) &= a^\omega + b(cd)^\omega && \neq L^\omega(A_3)
\end{aligned}
$$

Ruben Felgenhauer,
Alexander Hildebrandt,
Leonhard Reichenbach

3.3.4:

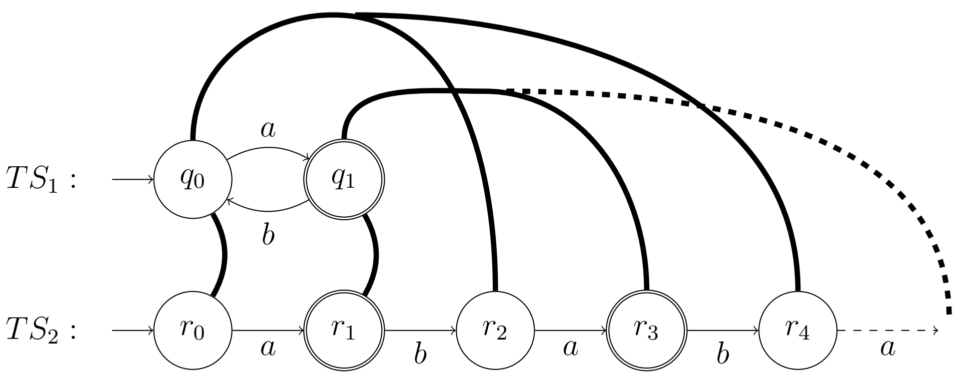


3.3.5:

$$
\begin{aligned}
L(A_4) &= (aa)^* + (bc)\cdot(dc)^* \\
L^\omega(A_4) &= a^\omega + b(cd)^\omega \\
L(A_1)\cap L(A_2) &= a(aa)^* && \neq L(A_4) \\
L^\omega(A_1)\cap L^\omega(A_2) &= a^\omega + b(cd)^\omega && = L^\omega(A_4)
\end{aligned}
$$

Übungsaufgabe 3.4:

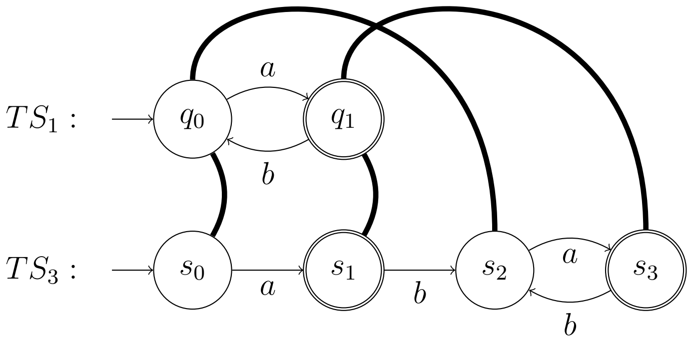
3.4.1:



Es gilt $TS_1 \underset{\mathcal{B}_{12}}{\leftrightarrows} TS_2$ mit $\mathcal{B}_{12} = \{(q_0, r_i), (q_1, r_j) \mid i \bmod 2 = 0;\ j \bmod 2 = 1\}$

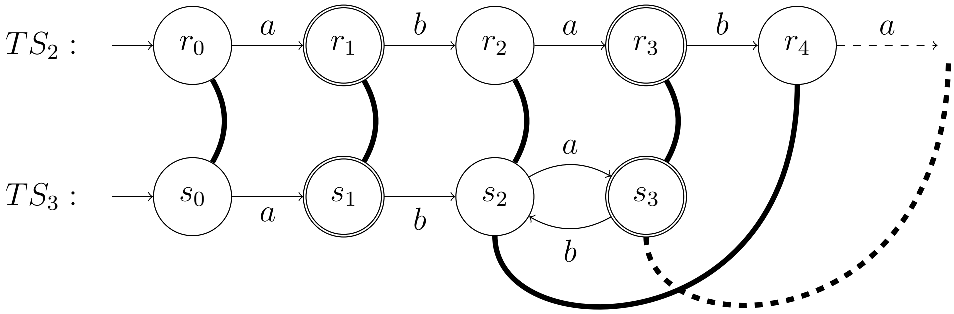
$\Rightarrow TS_2 \leftrightarrows TS_1$

Ruben Felgenhauer,
Alexander Hildebrandt,
Leonhard Reichenbach



Es gilt $TS_1 \underset{\mathcal{B}_{13}}{\leftrightarrows} TS_3$ mit $\mathcal{B}_{13} = \{(q_0, s_0), (q_0, s2), (q_1, s_1), (q_1, s3)\}$

$\Rightarrow TS_3 \leftrightarrows TS_1$



Es gilt $TS_2 \underset{\mathcal{B}_{23}}{\leftrightarrows} TS_3$

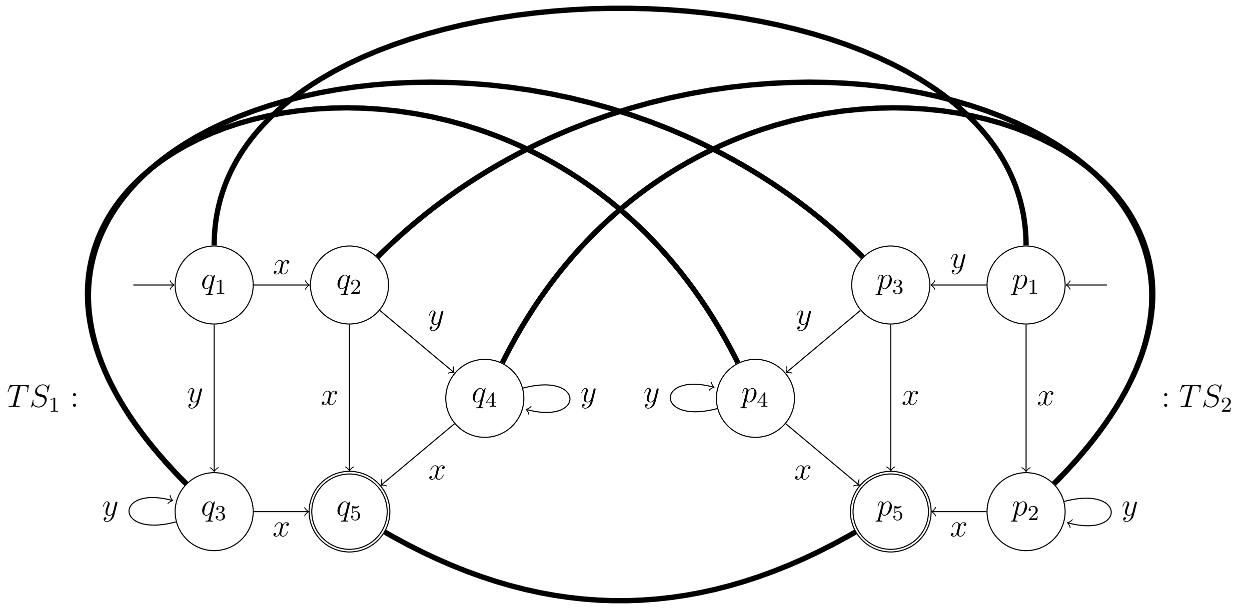
mit $\mathcal{B}_{23} = \{(r_0, s_0), (r_1, s_1), (r_i, s_2), (r_j, s_3) \mid i \geq 2;\ i \bmod 2 = 0;\ j \geq 3;\ j \bmod 2 = 1\}$

$\Rightarrow TS_3 \leftrightarrows TS_2$

Ruben Felgenhauer,
Alexander Hildebrandt,
Leonhard Reichenbach

3.4.2:

(a)



$$\mathcal{B}_1 = \{(q_1, p_1), (q_2, p_2), (q_3, p_3), (q_3, p_4), (q_4, p_2), (q_5, p_5)\}$$
$$\mathcal{B}_2 = \{(p_1, q_1), (p_2, q_2), (p_2, q_4), (p_3, q_3), (p_4, q_3), (p_5, q_5)\}$$

Eine Bisimulationsrelation ist eine Menge von Paaren, die für jeden Zustand eines Transitionssystems TS_1 angibt, welchem Zustand er aus einem entfernten Transitionssystem $TS_2 \mathrel{\underline{\leftrightarrow}} TS_1$ zugeordnet werden kann. Hierbei folgt direkt auch $TS_1 \mathrel{\underline{\leftrightarrow}} TS_2$, sodass es keine Reihenfolge spielt, in welcher Reihenfolge die Zustände im jeweiligen Paar angeordnet werden, solange diese innerhalb der Menge konsistent ist. Da hier $\mathcal{B}_2 = \{(p_i, q_i) \mid (q_i, p_i) \in \mathcal{B}_1\}$ gilt, erfüllen sowohl $\mathcal{B}_1$ als auch $\mathcal{B}_2$ die Bedingungen für eine Bisimulation.

(b)

$$\begin{aligned}\mathcal{B}_3 \coloneqq \mathcal{B}_1 \cup \mathcal{B}_2 = \{&(q_1, p_1), (q_2, p_2), (q_3, p_3), (q_3, p_4), (q_4, p_2), (q_5, p_5),\\ &(p_1, q_1), (p_2, q_2), (p_2, q_4), (p_3, q_3), (p_4, q_3), (p_5, q_5)\}\end{aligned}$$

Sämtliche Paare aus $\mathcal{B}_1$ und $\mathcal{B}_2$ sind ebenfalls in $\mathcal{B}_3$ enthalten. Hierbei ist jedes Paar einmal als Relation zwischen einem q aus TS_1 auf ein p aus TS_2 enthalten, sowie einmal in umgekehrter Reihenfolge. Durch diese Redundanz erfüllt $\mathcal{B}_3$ ebenfalls die Bedingungen für eine Bisimulationsrelation.

(c)

Ohne die Schleife (p_2, y, p_2) hat p_2 keine y-Kante mehr, sodass die zuvorige Bisimilarität mit q_2 und q_4 nicht mehr bestehen kann, da diese hingegen immer noch jeweils eine y-Kante besitzen.