

# FGI-2 – Formale Grundlagen der Informatik II

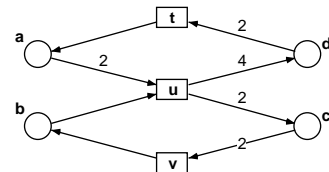
## Modellierung und Analyse von Informatiksystemen

### Präsenzlösung 7: P/T-Netze: Schaltregel, Modellierung, Systemeigenschaften

Präsenzteil am 23./24. 11. – Abgabe am 30.11./01. 12. 2015

**Präsenzaufgabe 7.1:** Gegeben sei das folgende P/T Netz  $N$ . Sei  $\mathbf{m}_1 = \begin{pmatrix} 3 \\ 2 \\ 4 \\ 1 \end{pmatrix}$ .

1. Gilt  $\mathbf{m}_1 \xrightarrow{u}$ ?
2. Für welche  $\mathbf{m}'$  gilt  $\mathbf{m}_1 \xrightarrow{u} \mathbf{m}'$ ? Gibt es mehrere?
3. Für welche  $k \in \mathbb{N}$  gilt  $(\mathbf{m}_1 - (k, 0, 0, 0)^t) \xrightarrow{u}$ ?
4. Für welche  $k \in \mathbb{N}$  gilt  $(\mathbf{m}_1 - (0, 0, k, 0)^t) \xrightarrow{u}$ ?
5. Beschreibe die Menge aller Markierungen, für die die Transition  $u$  **nicht** aktiviert ist.
6. Sei  $m_0 = \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}$ . Konstruiere den Erreichbarkeitsgraphen  $RG(N)$ .
7. Ist  $(N, m_0)$  beschränkt? ...lebendig? ...reversibel? (s. Tabelle 6.1, S. 105 (Skript WiSe14/15))



#### Lösung:

1. Ja,  $u$  ist in  $m_1$  aktiviert, denn  $m_1(a) = 3 > 2 = W(a, u)$  und  $m_1(b) = 2 > 1 = W(b, u)$ .
2. Es gibt nur eine Nachfolgemarkierung, die exakt bestimmt werden kann:

$$m' = m_1 - W(\bullet, u) + W(u, \bullet) = \begin{pmatrix} 3 \\ 2 \\ 4 \\ 1 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 2 \\ 4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 6 \\ 5 \end{pmatrix}$$

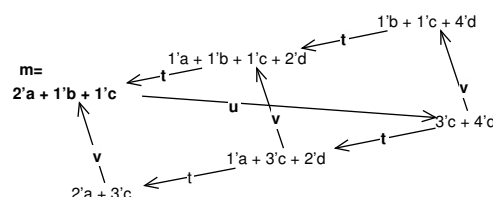
oder, in Multimengenschreibweise:

$$m' = (3'a + 2'b + 4'c + d) - (2'a + b) + (2'c + 4'd) = (a + b + 6'c + 5'd)$$

3.  $u$  ist aktiviert, solange mindestens 2 Marken in  $a$  liegen, also für  $k \in \{0, 1\}$ .
4.  $u$  ist unabhängig von der Zahl der Marken in  $c$  aktiviert, es gilt also  $k \leq 4$  (Einschränkung, um keine negativen Marken in  $c$  zu erzeugen).
5.  $u$  ist nicht aktiviert, wenn weniger als 2 Marken in  $a$  vorhanden sind oder weniger als eine Marke in  $b$  vorhanden ist (oder beides). Die anderen Stellen dürfen beliebig hoch markiert sein. Kurz:

$$\mathbf{m} \in \left\{ \begin{pmatrix} 1 \\ l \\ n \\ o \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 \\ l \\ n \\ o \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} k \\ 0 \\ n \\ o \end{pmatrix} \mid k, l, n, o \in \mathbb{N} \right\}$$

6. Der vollständige Erreichbarkeitsgraph sieht wie folgt aus:



7. Wie am Erreichbarkeitsgraphen zu sehen ist, ist das Netz  $N$  mit der Anfangsmarkierung  $m_0$  sowohl beschränkt und lebendig als auch reversibel.

**Präsenzaufgabe 7.2:** Sei  $N = (P, T, F, W, m_0)$  ein P/T Netz, für das  $W(x, y) = 1$  für alle  $(x, y) \in F$  gilt und für das  $(P, T, F)$  eine Zustandsmaschine ist, d.h. es gilt  $\forall t \in T : |\bullet t| = |t\bullet| = 1$ . Zeigen Sie per Induktion über die Schaltfolgenlänge:  $\forall \mathbf{m} \in R(N, \mathbf{m}_0) : |\mathbf{m}| = |\mathbf{m}_0|$

**Lösung:** Zu jeder erreichbaren Markierung  $\mathbf{m}$  gibt es gemäß Definition von  $R(N, \mathbf{m}_0)$  mindestens eine Schaltfolge  $w \in T^*$  mit  $\mathbf{m}_0 \xrightarrow{w} \mathbf{m}$ . Wir zeigen die Behauptung mittels Induktion über die Länge  $n = |w|$  der Schaltfolgen.

I.A. Sei  $n = 0$ , d.h.  $w = \varepsilon$ . Es gilt  $\mathbf{m}_0 \xrightarrow{\varepsilon} \mathbf{m}_0$ . Somit ist  $\mathbf{m} = \mathbf{m}_0$  und auch  $|\mathbf{m}| = |\mathbf{m}_0|$ .

I.V. Es gelte für alle Schaltfolgen  $w$  mit  $|w| \leq n$ :  $\mathbf{m}_0 \xrightarrow{w} \mathbf{m} \implies |\mathbf{m}| = |\mathbf{m}_0|$ .

I.S. Sei  $v$  eine Schaltfolge der Länge  $n + 1$ . Dann kann die letzte Transition der Schaltfolge abgetrennt werden:  $\exists w \in T^* \exists t \in T : v = wt$ . Es gibt dann eine Markierung  $\mathbf{m}'$ , so dass  $\mathbf{m}_0 \xrightarrow{w} \mathbf{m}' \xrightarrow{t} \mathbf{m}$  gilt.  $\mathbf{m}$  berechnet sich gemäß Schaltregel wie folgt:

$$\begin{aligned} \mathbf{m} &= \mathbf{m}' - W(\bullet, t) + W(t, \bullet) \\ |\mathbf{m}| &= |\mathbf{m}'| - \sum_{p \in P} \widetilde{W}(p, t) + \sum_{p \in P} \widetilde{W}(t, p) \\ (*) &= |\mathbf{m}'| - 1 + 1 \\ &= |\mathbf{m}'| \end{aligned}$$

Zur Gleichheit (\*) ist Folgendes anzumerken: Die Summe aller Marken, die die Transition  $t$  von Plätzen abzieht, ist 1, da die Transition nur einen Eingangsplatz  $p$  hat ( $|\bullet t| = 1$ ) und das Gewicht der Kante auf 1 festgesetzt ist ( $W(p, t) = 1$ ). Gleichmaßen erzeugt die Transition nur eine Marke in einem Platz.

Da  $|w| = n$  gilt, ist die Induktionsvoraussetzung anwendbar, d.h.  $|\mathbf{m}'| = |\mathbf{m}_0|$ . Somit gilt auch  $|\mathbf{m}| = |\mathbf{m}'| = |\mathbf{m}_0|$ .

Wir haben die Aussage für beliebige lange Schaltfolgen bewiesen. Also gilt sie für alle Schaltfolgen und damit auch für alle erreichbaren Markierungen.

**Übungsaufgabe 7.3:** Betrachten Sie das Netz 01 in der folgenden Abbildung 1:

von
5

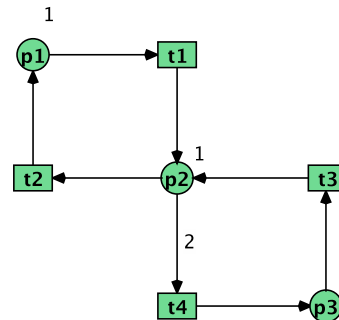


Abbildung 1: Netz 01

1. Erstellen Sie den Erreichbarkeitsgraph. Verwenden Sie zur Darstellung der Zustände z.B.  $p1, p1(2), p2, p2(2)$ , um die einfach (bzw. zweifach) markierten Stellen  $p1$  und  $p2$  anzugeben. Starten Sie wie in der Abbildung angegeben mit  $p1, p2$ .
2. Geben Sie eine Schaltfolge der Länge mind. sechs an, die mindestens einmal alle Transitionen enthält.
3. Begründen Sie die sowohl die Lebendigkeit / Nicht-Lebendigkeit als auch die Verklemmungs-freiheit / Nicht-Verklemmungsfreiheit des Netzes nach der von Ihnen gewählten Schaltfolge.
4. Geben Sie Ihre Schaltfolge der Länge mind. sechs in der Notation von Seite 109 des FGI-Skriptes in Vektorschreibweise an. Es sind also die Vektoren und die schaltenden Transitionen anzugeben.
5. Verändern Sie das Netz auf eine möglichst einfache Weise, so dass es reversibel (rücksetzbar) im Sinne der Definition in der Tabelle 6.1: Systemeigenschaften eines P/T-Netzes auf Seite 114 des FGI-2 Skriptes ist. Erläutern Sie anschaulich, warum Ihre Lösung auch in andere Fällen richtig ist und wann nicht. Geben Sie an, zwei weitere Eigenschaften an, die Ihre Lösung hat.
6. Verändern Sie das Netz auf eine möglichst einfache Weise, so dass es lebendig wird und beschränkt bleibt. Erstellen Sie für Ihr Netz den Erreichbarkeitsgraph. Benennen Sie vier elementare Eigenschaften des Netzes.

**Übungsaufgabe 7.4:** Erstellen Sie zwei neue Olat-Frage für den aktuellen Lesestoff der 7. Wo-che entsprechend den bisherigen Anforderungen. Mindestens eine der Aufgaben soll Fragen zu RENEW enthalten.

von
2

VON
5

**Übungsaufgabe 7.5:** Konstruieren Sie mit Hilfe von RENEW zu den folgenden Texten jeweils ein eigenes Netz für jeden Aufgabenabschnitt und begründen Sie Ihre Modellierungsentscheidungen.

Wählen Sie dabei ein möglichst einfaches Modell, das aber mindestens die wesentlichen Eigenschaften der beschriebenen *Anwendung* enthält.

Machen Sie sich außerdem Gedanken über eine gute Struktur des Netzes, um die Lesbarkeit zu fördern (z.B. möglichst keine überschneidenden Kanten, sprechende Namen, geeignete Farben zur Unterstützung der Lesbarkeit (zusammengehörige Teile gleich färben)). Fügen Sie hinreichend viele Kommentare hinzu. Hierzu gehören die Angaben zur Aufgabe, Übungsgruppe (mit Termin), vollständige Angaben zu den Erstellern der Modelle, Erstellungsdatum, Aufgabenabschnitt, Erklärungen, die das Modell inhaltlich beschreiben etc. Einen Punkt erhalten Sie für die gute Lesbarkeit aller Modelle.

Liefern Sie alle Modelle sowohl als rnw als auch als pdf in einer einzigen zip Datei ab, die sich in einen einzigen Ordner hinein entpackt. Die Namen der Dateien (zip, rnw, pdf etc.) sind entsprechend der Angaben von der letzten Woche zu wählen.

#### Ausgangssituation:

Sie haben ein neues innovatives Unternehmen INNOVATIVE RENEW MODELLERS zur Unterstützung von KMUs (Kleine und Mittelständische Unternehmen) gegründet. Ihre Dienstleistung besteht in der Erstellung hervorragender Petrinetzmodelle, die genau die jeweiligen Wünsche oder Beschreibungen der jeweiligen KMUs wiedergeben. Ihre Modelle erstellen Sie aus den informellen Beschreibungen Ihrer Kunden. Ihre Expertise liegt unter anderem darin, dass Sie Lücken und Fehler in Texten selbstständig entdecken können indem Sie die Petrinetzmodelle zuerst so erstellen, wie vom Kunden beschrieben. Danach können Sie mögliche Verbesserungen direkt anhand Ihrer Petrinetzmodelle beim Kunden argumentativ vertreten.

Ihr erster Kunde ist die Firma *Sequentielle Produktion GmbH*. Diese hat Ihnen auf dem Postwege eine Beschreibung zugeschickt. Ihre Aufgabe ist es nun daraus Petrinetzmodelle zu erstellen, die von der Firma *Petrinetz-Implementation-Wizards* später in Programme für die Firma *Sequentielle Produktion GmbH* umgesetzt werden sollen. Die konkrete Implementation ist also aktuell nicht Ihre Aufgabe.

Sehr wohl sollen Sie aber die Firma *Sequentielle Produktion GmbH* in Hinblick auf eine, wie in Ihren Werbeprospekten versprochene, *schöne und gute* Spezifikation beraten. Erstellen Sie also Modelle, die prinzipiell den Systemaufbau und die Systemabläufe beschreiben, und somit von der Firma *Petrinetz-Implementation-Wizards* zur Realisierung verwendet werden könnten.

Liefern Sie aber zudem eine Beratung für die Firma *Sequentielle Produktion GmbH*, so dass diese auf Schwachstellen hingewiesen wird, die Sie bei Ihrer Modellierung in der Beschreibung entdecken können.

#### Beschreibung der Firma:

Die Firma hat eine Menge von Kunden mit denen sie die Vereinbarung hat, dass diese ihre Aufträge in den firmeneigenen Briefkasten werfen. Die Firma liefert die Waren dann nach der Produktion über ein für alle Kunden allgemein zugängliches Schließfach aus. Bei der Entnahme hinterlegen die Kunden Gutschriften für die entnommene Ware. Die Anlieferung von Rohmaterialien erfolgt nach demselben Schema für die Lieferanten. Die Bezahlung erfolgt durch eine hinterlegte Gutschrift, die die Lieferanten im Tausch mit den Waren mitnehmen.

Der hochgradig durchorganisierte interne Ablauf der Firma sieht dann wie folgt aus. Während des Tages werden Bestellungen und Materiallieferungen entnommen und eingelagert. Da die Firma nur ein Produkt herstellt, kann sie sich auf diese Produktion voll konzentrieren. Um ein Produkt herzustellen, werden aus dem Materiallager vier Einheiten des Materials entnommen und in die patentierte Maschine des Unternehmens gelegt. Die Verarbeitung führt dann zu einem Produkt, das intern noch einmal auf eine hinreichende Qualität geprüft wird. Bei zufrieden stellender Qualität wird das Produkt in das Schließfach gelegt.

**Der zweite Gründer Ihrer Firma schlägt folgende Vorgehensweise vor, die Sie bei der Bearbeitung des ersten Auftrags Ihrer neuen Firma begeistert aufgreifen und prüfen:**

1. Verwenden Sie für alle Modelle RENEW. Liefern Sie die rnw und pdf Dateien als eine einzige zip Datei ab, die sich in einziges Verzeichnis entpackt. Verwenden Sie die zuvor schon beschriebenen Namenskonventionen und halten Sie alle zuvor beschriebenen Qualitätsanforderungen an Ihre Modelle ein.
2. Erstellen Sie zuerst nur die in der Vorlesung erwähnten Kanal/Instanz-Netze als Modellierungstechnik. Es geht also im ersten Modell ausschließlich um die aktiven und passiven Komponenten des Modells. Dabei soll in mehreren, jeweils angemessenen Schritten das Modell erst grob, dann feiner dargestellt werden. Geben Sie dafür die Epifaltung zwischen dem abstraktesten Modell und dem Modell der nächsten Verfeinerungsstufe an oder aber beschreiben Sie warum sie lediglich eine Faltung oder aber nur eine beliebige Abbildung erreichen konnten. Begründen Sie Ihre Ergebnisse mit Bezug auf den obigen Beschreibungstext und die Anforderung der schrittweise Verfeinerung.
3. Verfeinern Sie nun Ihr Modell so weit, dass Sie ein P/T-Netz für den obigen Produktionsprozess angeben, das die interne Produktion beschreibt.
4. Geben Sie nun ein Gesamtmodell für die Produktion und die gesamte Umgebung in Form eines P/T-Netzes an.
5. Erläutern Sie umfassend Ihr Modell (die Teile und das gesamte Modell) in Hinblick auf
  - (a) Nebenläufigkeit
  - (b) Lebendigkeit
  - (c) Determinismus
  - (d) Beschränktheit
  - (e) Rücksetzbarkeit
6. Da Sie auch in den folgenden Jahren für die Firma Systeme entwickeln wollen, sollten Sie die Schwachstellen der gelieferten Beschreibung hinreichend deutlich herausarbeiten. Ansonsten wird die Firma *Sequentielle Produktion GmbH* Sie für fehlerhafte oder ineffiziente Aufbaustrukturen oder Abläufe verantwortlich machen. Beschreiben Sie mindestens vier Probleme, die Sie in der aktuellen Beschreibung der Firma entdecken können.

Welche speziellen Problem muss die Firma *Petrinetz-Implementation-Wizards* bei der ursprünglichen Beschreibung berücksichtigen, wenn Sie die Abläufe mitprotokollieren will?

Geben Sie ein P/T-Netz an, dass die von Ihnen beschriebenen Probleme nicht enthält, so dass die Firma *Petrinetz-Implementation-Wizards* weniger Probleme bei der Implementation hat.
7. Welche anwendungsbezogenen Probleme können Sie identifizieren, die in Hinblick auf der Modell zwar nicht fehlerhaft sind, die aber unter Umständen zu Problemen führen könnten. Wer kann diese Probleme wie beseitigen? Wie können Sie dabei weiterhelfen?

*Bisher erreichbare Punktzahl:* 84