FGI-2 – Formale Grundlagen der Informatik II

Modellierung und Analyse von Informatiksystemen

Präsenzlösung 10 : P/T-Netze: T-Invarianten, Kantenkonstante Netze, Workflows / Korrektheit

Präsenzteil am 14./15. 12. – Abgabe am 04./05. 01. 2016

Präsenzaufgabe 10.1: Sei N ein P/T-Netz mit den Gewichtungen:

$$\widetilde{W}(p,t) = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 5 \\ 1 & 2 & 0 \end{pmatrix} \quad \text{und} \quad \widetilde{W}(t,p) = \begin{pmatrix} 2 & 5 & 0 \\ 0 & 1 & 4 \end{pmatrix}$$

1. Zeigen Sie, dass $\mathbf{j} = (7,1,2)^{tr}$ eine T-Invariante ist!

   Lösung: Es ist:

   $$\Delta = \begin{pmatrix} 1 & 3 & -5 \\ -1 & -1 & 4 \end{pmatrix}$$

   Wir rechnen nach:

   $$\Delta \cdot \mathbf{j} = \begin{pmatrix} 1 & 3 & -5 \\ -1 & -1 & 4 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 7 \\ 1 \\ 2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \cdot 7 + 3 \cdot 1 - 5 \cdot 2 \\ -1 \cdot 7 - 1 \cdot 1 + 4 \cdot 2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix}$$

2. Zeigen Sie, dass es eine in der Markierung $\mathbf{m}_0 = (7,4)^{tr}$ aktivierte Schaltfolge w gibt, deren Parikh-Bild $\Psi(w)$ identisch mit $\mathbf{j}^{tr}$ ist!

   Lösung: Die Schaltfolge $w = bca^7c$ erfüllt $\Psi(w) = (7,1,2) = j^{tr}$ und ist aktiviert:

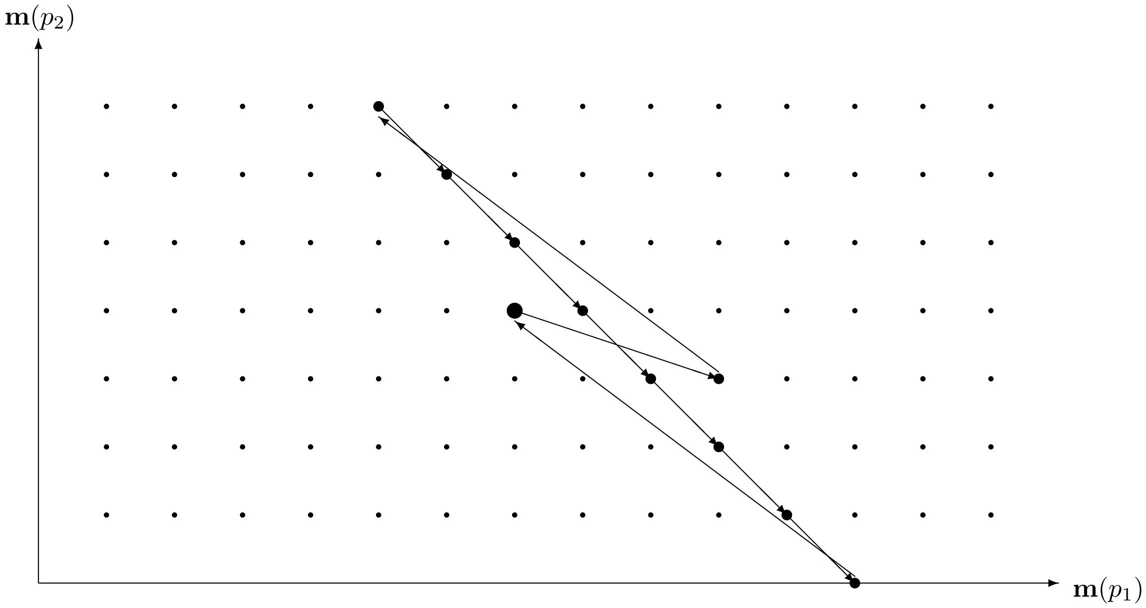
   $$\binom{7}{4} \xrightarrow{b} \binom{10}{3} \xrightarrow{c} \binom{5}{7} \xrightarrow{7a} \binom{12}{0} \xrightarrow{c} \binom{7}{4}$$

3. Berechnen Sie die Nachfolgemarkierung, die durch Schalten von w aus $\mathbf{m}_0$ entsteht!

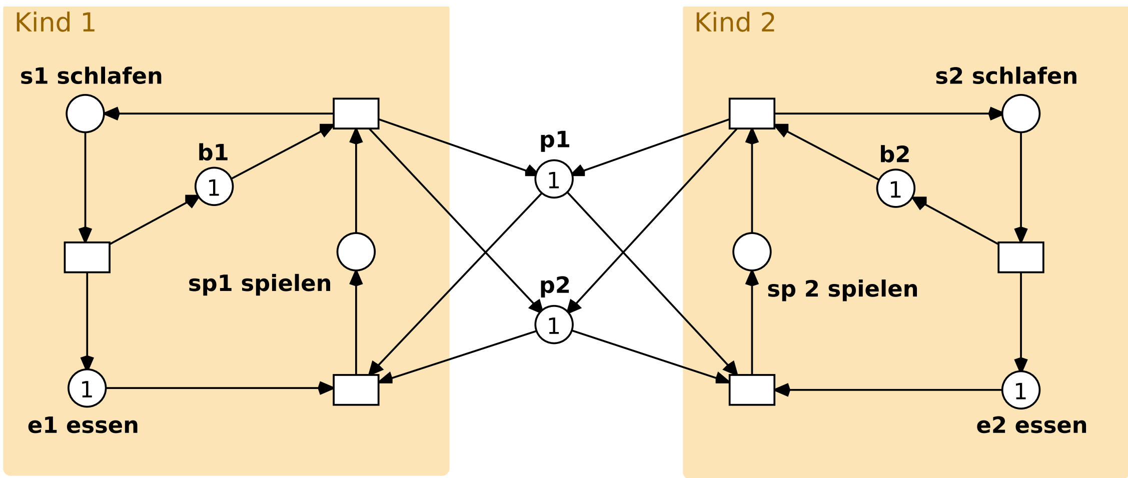
   Lösung: Da $\mathbf{m} = \mathbf{m}_0 + \Delta \cdot \Psi(w)$ gilt, folgt $\mathbf{m} = \mathbf{m}_0$, denn $\Psi(w)$ ist eine T-Invariante und damit ist $\Delta \cdot \Psi(w) = \underline{\mathbf{0}}$.

4. Da wir zwei Stellen haben, sind Markierungen Punkte im $\mathbb{N}^2$, die man auf Karopapier visualisieren kann. Zeichnen Sie für Ihre Lösung $w = t_1 \cdots t_n$ die Schaltfolge $\mathbf{m}_0 \xrightarrow{t_1} \mathbf{m}_1 \cdots \xrightarrow{t_n} \mathbf{m}_n$ (d.h. Markierungen und Übergänge)!

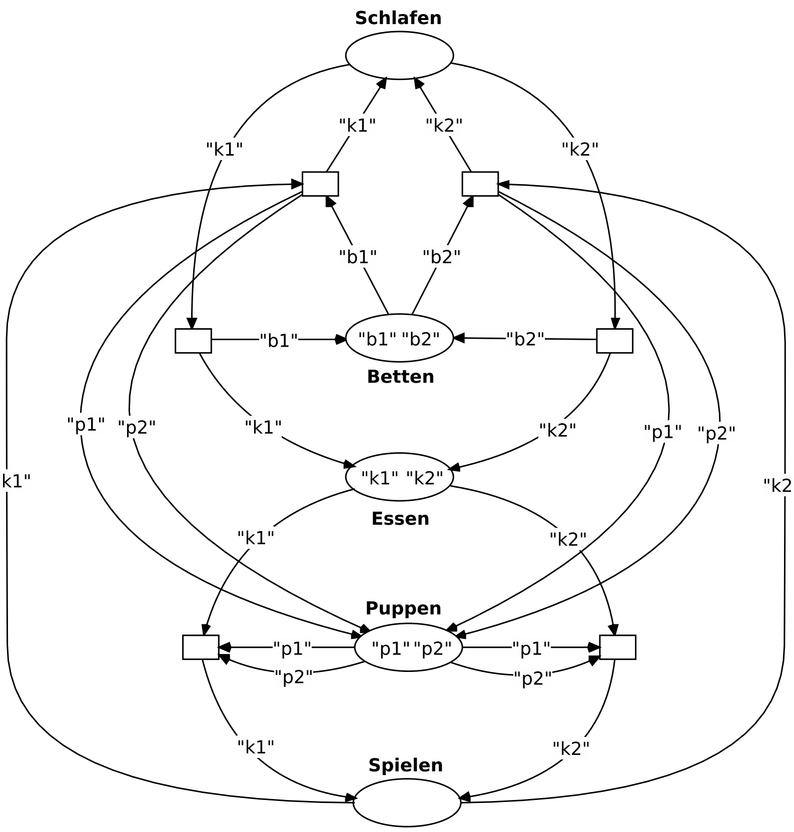
   Lösung:



Präsenzaufgabe 10.2: Abbildung 8.6 im Skript zeigt ein Beispiel, wie anhand einer Platz-Faltung ein Petrinetz zu einem kantenkonstanten Netz erweitert werden kann.
Netz $N_{10.2}$ zeigt zwei, um zwei Puppen konkurrierende, Kinder. Bilden Sie aus Netz $N_{10.2}$ ein kantenkonstantes Netz.
Netz $N_{10.2}$:

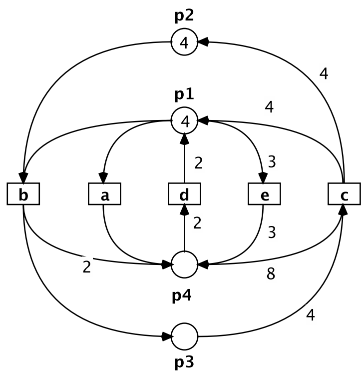


Lösung: Ein mögliches Ergebnis (hier als ausführbares RENEW-Netz):



von
4

Übungsaufgabe 10.3: Gegeben ist das Netz $N_{10.3}$:



1. Bestimmen Sie die Menge aller T-Invarianten von $N_{10.3}$.

2. Einer der T-Invarianten-Vektoren lautet $\mathbf{j} = (1, 4, 1, 2, 1)^{tr}$. Geben Sie eine Schaltfolge w mit passendem Parikh-Bild an und wählen Sie eine Anfangsmarkierung $\mathbf{m}_0$, mit möglichst wenig Marken, so dass $\mathbf{m}_0 \xrightarrow{w}$ gilt. Notieren Sie die Schaltfolge mit allen erreichten Zwischenmarkierungen $\mathbf{m}_0 \xrightarrow{t_{k_1}} \mathbf{m}' \xrightarrow{t_{k_2}} \ldots \xrightarrow{t_{k_7}} \mathbf{m}^{(7)}$.

von
8

Übungsaufgabe 10.4: Korrektheit von Workflows: Strukturelle Analyse

Hinweis: Die folgenden Netzfragmente sind Teile eines produktiv eingesetzten Softwaresystems. Die hier vorliegenden Modelle stellen Abstraktionen der Original-Dateien (in diesem Falle ein Agenten-Protokoll) dar. Bei solchen Systemen, die verteilt sind und auch noch nebenläufig ablaufen, stellt sich natürlich die Frage, inwieweit die Software korrekt funktioniert.

Hinweis: Nutzen Sie für diese Aufgabe Renew.

Murata (1989)[1] hat einige eigenschaftserhaltende Transformationsregeln für Petrinetze aufgestellt. Bei der korrekten Anwendung dieser Regeln werden die Lebendigkeits-, Erreichbarkeits- und Beschränktheits-Eigenschaften eines Netzes nicht verändert. Dies kann auf zweierlei Weise verwendet werden. (1) Um zu prüfen, ob ein Netz eine bestimmte Eigenschaft besitzt oder (2) um ein Netz zu konstruieren, dass die gewünschte Eigenschaft schon durch die Konstruktion erhält (*proof by construction*).

Abbildung 4 zeigt einige der bekannten Regeln als schematische Darstellung.

Zusätzlich zu den schematisch angegebenen Regeln führen wir noch eine weitere Regel ein: Eine Transition, die die selben Vor- und Nachbedingungen hat wie eine andere Transition kann entfernt (oder hinzugefügt) werden (Name der Regel: *Same Pre/Post*).

1. Mit dem Erhalt der oben genannten Eigenschaften lässt sich auch die Korrektheit von Workflownetzen analysieren. Begründen sie warum!

2. Offensichtlich kann ein zu analysierendes (korrektes) Netz so weit vergröbert werden, bis ein triviales Netz herauskommt. Wie sieht das kleinste korrekte Workflownetz aus?

[1] Tadao Murata *Petri Nets: Properties, Analysis and Applications*, 1989, p. 553
`http://www.cs.unc.edu/~montek/teaching/spring-04/murata-petrinets.pdf`

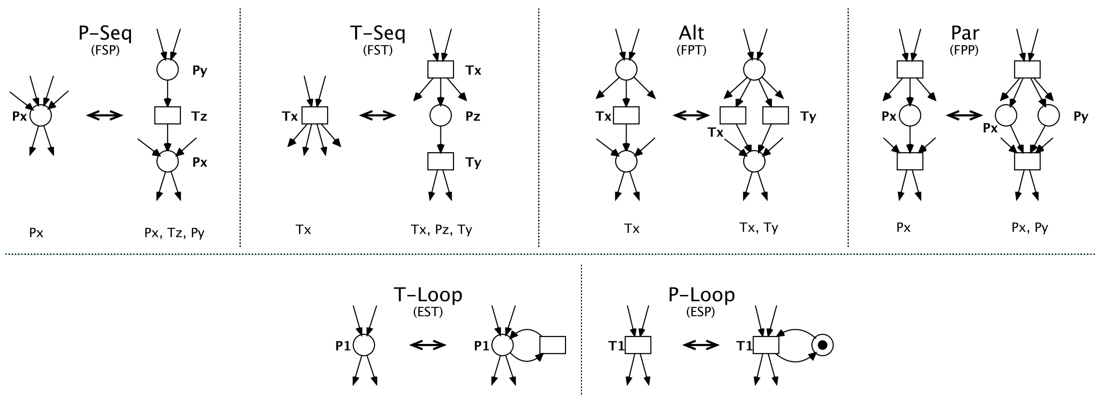
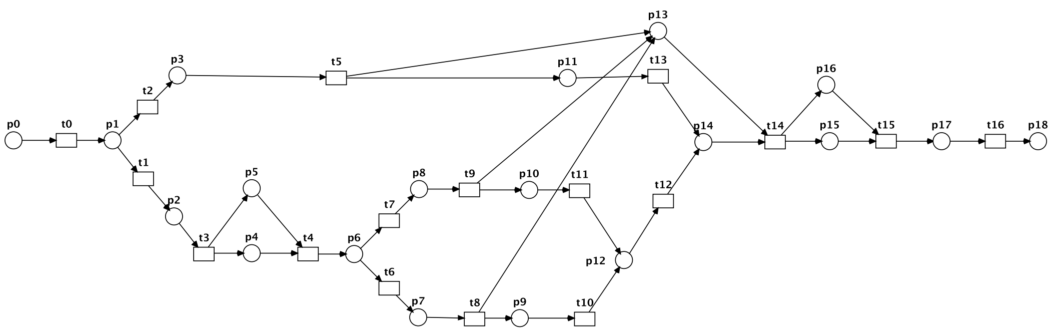


Abbildung 4: Transformationsregeln nach Murata.

3. Analysieren Sie das folgende Netz ($N_{10.4.3}$) mit der Anfangsmarkierung $m_0 = p_0$ mit Hilfe der Transformationsregeln auf Korrektheit. Erstellen Sie ein Renew-Drawing, das die einzelnen Zwischenschritte aufführt. Sie dürfen offensichtlich gleiche Prozessabschnitte zusammenfassen, falls diese ähnliche Strukturen aufweisen und falls Sie dies angeben. Erstellen Sie den Abschluss für alle Teilnetze und fügen Sie eine geeignete Anfangsmarkierung für jedes Teilnetz hinzu. Schicken Sie dieses Netz verpackt in einem Zip-Archiv an Ihren Übungsgruppenleiter. Der Name der Bearbeiter sollte sowohl im Namen des Zip Archives, im Dateinamen des Netzes und auch im Netz angegeben werden. Das Zip Archiv soll einen einzelnen Ordner enthalten, der genauso benannt ist wie das Zip Archiv.

   Hinweis: Das Netz muss natürlich vergröbert werden.

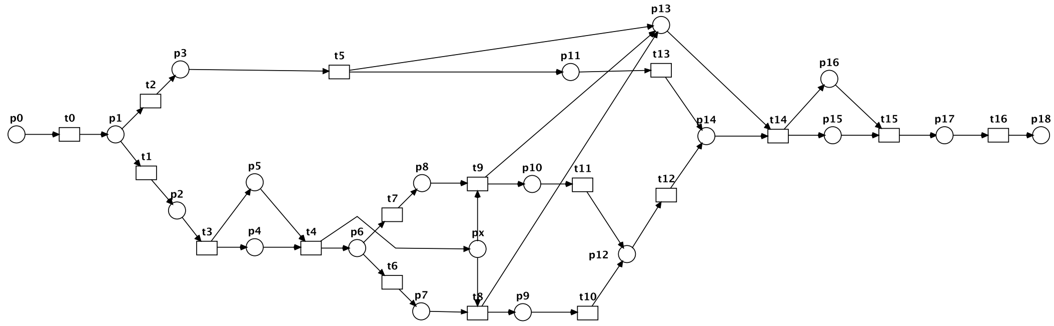
   

   Vorlage Netz10.4.3: `http://www.informatik.uni-hamburg.de/TGI/F2/sec/ressourcen.html`

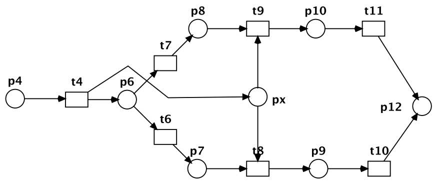
4. Geben Sie zusätzlich die einzelnen durchgeführten Transformationsschritte als Tabelle an.

Nr.	Transformationsregel	Verbliebene Konten	Entfernte Knoten

5. In der ursprünglichen Form sah das Netz aus Aufgabe 10.3.3 (in etwa) so aus wie das folgende Netz ($N_{10.3.3}$):



Wir betrachten den relevanten Ausschnitt isoliert. (Die weiteren Kanten sind für die Betrachtung erst einmal irrelevant und werden vernachlässigt.)



Warum ist es nicht möglich mit den vorhandenen Regeln die Korrektheit dieses Netzes nachzuweisen? Begründen Sie!

6. Zeigen Sie die Korrektheit des Netzes mit einem anderen Verfahren.

7. Überlegen Sie sich eine mögliche Regel, die es ermöglichen würde das Reduktionsverfahren auf dieses Netz erfolgreich anzuwenden.

8. Begründen Sie warum die Transformations-Regel *Same Pre/Post* die Eigenschaft Beschränktheit erhält.

Bisher erreichbare Punktzahl: 120