# Materi 1 - Bilangan

#### Bilangan dan Aljabar

Jenis-jenis bilangan

Dalam matematika, **bilangan dibagi menjadi beberapa jenis**. Setiap jenis **bilangan punya karakteristiknya** masing-masing.

- 1. Bilangan Asli
  - a. Contoh: 1, 2, 3, 4, ...
  - b. Ini adalah bilangan yang biasa kita pakai untuk menghitung benda.
  - c. Tidak termasuk nol dan tidak ada bilangan negatif.
- 2. Bilangan Cacah
  - a. Contoh: 0, 1, 2, 3, 4, ...
  - b. Sama seperti bilangan asli, tapi ditambah angka 0.
- 3. Bilangan Bulat
  - a. Contoh: ..., -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, ...
  - b. Ini mencakup bilangan positif, nol, dan negatif.
  - c. Tidak ada pecahan atau desimal.
  - d. Bilangan bulat bisa ke arah kiri (negatif) dan ke kanan (positif) di garis bilangan.
- 4. Bilangan Rasional
  - a. Contoh: -1, 1/2, 0,75, 3, 4/5, dan sebagainya.
  - b. Semua bilangan yang bisa ditulis dalam bentuk pecahan (a/b) di mana a dan b adalah bilangan bulat dan b  $\neq$  0.
  - c. Termasuk juga bilangan desimal terbatas atau desimal berulang.
- 5. Bilangan Irasional
  - a. Contoh:  $\sqrt{2}$ ,  $\pi$  (pi), e, ...
  - b. Bilangan yang tidak bisa ditulis sebagai pecahan.
  - c. Desimalnya tidak berakhir dan tidak berulang.
  - d. Contoh:  $\sqrt{2}$  = 1.414213..., dan terus berlanjut tanpa pola.
- 6. Bilangan Real
  - a. Gabungan dari bilangan rasional dan bilangan irasional.
  - b. Ini adalah semua bilangan yang bisa ditunjukkan di garis bilangan.
- 7. Bilangan Imajiner
  - a. Contoh:  $\sqrt{(-1)}$ , yang biasa ditulis sebagai i.
  - b. Tidak bisa ditemukan di garis bilangan biasa.
  - c. Digunakan dalam matematika tingkat lanjut, seperti teknik dan fisika listrik.

Bilangan juga dapat ditulis dalam beberapa bentuk lainnya, yakni pecahan, desimal, dan persen.

- 1. Pecahan
  - a. Contoh: 1/2, 3/4, dll
  - b. Menunjukkan bagian dari keseluruhan
  - c. Bentuknya a/b, di mana a = pembilang dan b = penyebut.

#### 2. Desimal

- a. Contoh: 0,5; 2,75; 1,0
- b. Bilangan yang mengandung angka di belakang koma.
- c. Contoh penggunaan: Berat badan 45,5 kg, panjang meja 1,25 meter.

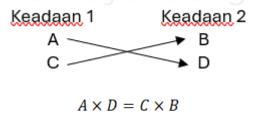
#### 3. Persen

- a. Contoh: 10%, 50%, 100%
- b. Menyatakan bagian dari 100.
- c. 1% artinya 1/100.
- d. Contoh penggunaan: Diskon 50%, ujian dapat nilai 80%.

## **Perbandingan**

## 1. Perbandingan Senilai

Perbandingan senilai disebut juga sebagai proporsi. Perbandingan senilai melibatkan dua rasio yang sama. Dimana jika satu variabel bertambah maka variabel lain juga bertambah.



Contoh: 1 Mesin jahit yang menghasilkan 5 pakaian per mesin, maka 3 mesin jahit dapat menghasilkan 15 pakaian.

#### 2. Perbandingan Berbalik Nilai

Perbandingan berbalik nilai adalah kebalikan dari perbandingan senilai dimana jika satu variabel bertambah tetapi variabel yang lain berkurang.



$$A \times B = C \times D$$

Contoh: **1 pekerja** membutuhkan **24 jam** untuk mengecat tembok, maka **4 pekerja** dapat hanya membutuhkan **6 jam**.

## 3. Perbandingan Bertingkat

Perbandingan permen Adi dan Bani adalah 3: 5, sedangkan perbandingan. kelereng Bani dan Cika adalah 4:3 Untuk menyelesaikan permasalahan tersebut perlu menentukan rasio atau perbandingan dari kelereng Abdul, Beni dan Ciko.

$$A:B:C=12:20:15$$

## Operasi Bilangan dan Aljabar Dasar

Operasi bilangan dasar mencakup penjumlahan, pengurangan, perkalian, dan pembagian.

Urutan Perhitungan:

- 1. Tanda Kurung
- 2. Perpangkatan dan Akar Bilangan
- 3. Perkalian dan Pembagian
- 4. Penjumlahan dan Pengurangan

#### Aljabar

Aljabar menggunakan simbol-simbol (biasanya huruf) untuk merepresentasikan angka dalam persamaan atau ekspresi matematika. Tujuannya untuk memecahkan masalah.

Contoh:

$$2x + 3x = 70 \Rightarrow x = 14$$

$$2x + 3x = 70 + 4x \Rightarrow x = 70$$

$$2(3+4x) = 4+8 \Rightarrow x = 32$$

$$2x \times 3x = 3 \times (4x + 2)$$

$$\Rightarrow 6x^2 - 12x - 6 = 0$$

# Materi 2 - Aljabar Fungsi

#### **Definisi Fungsi**

Dalam matematika, fungsi adalah suatu hubungan antara dua himpunan yang menghubungkan setiap elemen di himpunan pertama (disebut domain) dengan tepat satu elemen di himpunan kedua (disebut kodomain).

Secara sederhana, fungsi adalah "aturan" yang menghubungkan **input** dengan **output**. Jika Anda memberikan input tertentu ke fungsi, fungsi akan memberikan satu output tertentu.

$$f(x) = x + 5 \Rightarrow$$
 apabila input adalah x=1 maka outputnya adalah  $f(1) = 1 + 5 \Rightarrow$  6

## Aljabar Fungsi

Misalkan diketahui dua fungsi 'f(x)' dan 'g(x)' yang akan dioperasikan secara aljabar maka berlaku sifat-sifat sebagai berikut:

1. 
$$(f + g)(x) = f(x) + g(x)$$

2. 
$$(f - g)(x) = f(x) - g(x)$$

3. 
$$(f \times g)(x) = f(x) \times g(x)$$

4. 
$$\left(\frac{f}{g}\right)(x) = \left(\frac{f(x)}{g(x)}\right)_{\text{, dengan }} g(x) \neq 0$$

#### **Fungsi Komposisi**

Hasil f(g(x)) sering dinotasikan sebagai,  $(f \circ g)(x)$ , dibaca "f komposisi g" atau "f bundaran g terhadap x". Begitu pun untuk komposisi tiga fungsi akan berlaku:

$$(f \circ g \circ h)(x) = f(g(h(x)))$$

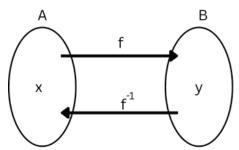
Contoh soal

$$f(x) = 2x + 1$$

$$g(x) = x^2$$

Tentukan  $(f \circ g)(x)!$ 

#### Fungsi Invers



Jika f: A → B maka f -1: B → A dinamakan invers dari f.

Sifat-sifat fungsi invers:

1. 
$$(fog)^{-1}(x) = (g^{-1} \circ f^{-1})(x)$$

2. 
$$(f \circ f^{-1})(x) = (f^{-1} \circ f)(x) = I(x)$$

3. 
$$(f^{-1}(x))^{-1} = f(x)$$

Contoh soal:

$$f(x) = \frac{2x+3}{5}$$

Tentukan fungsi invers dari f(x)!

#### Sistem Persamaan Linear

Sistem Persamaan Linear Dua Variabel (SPLDV)

Bentuk umum:

$$a_1 x + b_1 y = C_1$$

$$a_2 x + b_2 y = C_2$$

Penyelesaian SPLDV:

Metode Eliminasi dan Subtitusi

Contoh terdapat persamaan:

$$y = 3x + 1$$

$$y = x + 17$$

Pertama, lakukan proses eliminasi untuk menyisakan salah satu variabel:

$$x = 8$$

Lakukan penyederhanaan untuk mendapatkan nilai x

x=8  $\Rightarrow$  nilai x ini adalah input yang perlu dimasukan ke dalam salah satu fungsi untuk mendapatkan sebuah output sebagai nilai 'y'

(1) 
$$f(8) = 3x + 1$$

$$f(8) = 3 * 8 + 1 \Rightarrow$$
 didapatkan 'y' bernilai '25'

#### Sistem Pertidaksamaan Linear Dua Variabel

Bentuk umum:

$$ax + by > c$$

Tanda pertidaksamaan: <, >, ≥, ≤

Sifat-sifat pertidaksamaan:

- 1. Jika a > b maka a + c > b + c
- 2. Jika a > 1 maka a c > b c
- 3. Jika a > b dan c > d maka a + c > b + d
- 4. Jika a > b dan b > c maka a > c
- 5. Jika a > b dan c < 0 maka ac < bc
- 6. Jika a > b a > 0 dan b > 0 maka  $a^2 > b^2$
- 7. Jika a > b a < 0 dan b < 0 maka  $a^2 < b^2$

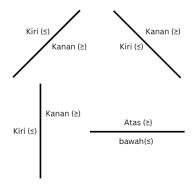
#### **Program Linear**

Program linear adalah suatu cara yang digunakan untuk memecahkan masalah memaksimalkan atau meminimalkan suatu fungsi.

Menyelesaikan suatu program linear berbentuk:

$$ax + by \le c$$
 atau  $ax + by \ge c$ , yaitu:

- 1. Jika  $ax + by \le c$  maka daerah penyelesaiannya berada di sebelah kiri garis, dengan syarat a > 0.
- 2. Jika  $ax + by \ge c$  maka daerah penyelesaiannya berada di sebelah kanan garis, dengan syarat a > 0



Langkah-langkah menentukan nilai optimum (memaksimalkan atau meminimalkan), yaitu:

- 1. Buat model matematika
- 2. Gambar grafik daerah penyelesaiannya
- 3. Tentukan titik-titik sudut dari grafik himpunan penyelesaian.
- 4. Substitusikan titik-titik tersebut ke dalam fungsi tujuan (Z).

#### Contoh soal:

Sebuah pabrik memproduksi dua jenis produk, yaitu Produk A dan Produk B. Setiap unit Produk A memerlukan 2 jam pada mesin 1 dan 1 jam pada mesin 2. Setiap unit Produk B memerlukan 1 jam pada mesin 1 dan 3 jam pada mesin 2. Mesin 1 tersedia selama maksimal 100 jam per minggu, dan mesin 2 tersedia maksimal 90 jam per minggu.

Keuntungan dari masing-masing produk adalah:

Produk A: Rp 40.000 per unit Produk B: Rp 50.000 per unit

Berapa unit Produk A dan Produk B yang harus diproduksi setiap minggu untuk memaksimalkan keuntungan, dan berapa keuntungan maksimum yang dapat diperoleh?

#### Barisan Aritmatika (Un)

Barisan Aritmatika adalah barisan bilangan yang selisih antara dua suku berurutannya selalu tetap dilambangkan dengan (Un). Bentuk umum barisan aritmatika adalah sebagai berikut:

$$U_1, U_2, U_3, \dots, U_n$$

$$a, (a + b), (a + 2b), (a + 3b), ..., (a + (n - 1)b)$$

Suku ke-n:  $U_n = (a + (n-1)b)$ 

Mencari nilai 'b':  $b = U_n - U_{(n-1)}$ 

## Keterangan:

a=Suku pertama b = Selisih perbedaan n=Posisi suku/banyaknya suku

#### Penjumlahan Barisan Aritmatika (Sn)

Penjumlahan dari n-barisan aritmatika biasa disebut dengan "Deret Aritmatika" dan dilambangkan dengan (Sn).

$$S_n = U_1 + U_2 + U_3 + \dots + U_n$$

Jumlah n-suku pertama adalah:

$$S_n = \frac{n}{2}(2a + (n-1)b)$$

$$S_n = \frac{n}{2}(\alpha + U_n)$$

#### **Deret Geometri**

Barisan geometri adalah barisan bilangan yang memiliki aturan perbandingan dua suku yang berurutan selalu tetap.

Bentuk umum:

$$U_1, U_2, U_3, \dots, U_{n-1}, U_n$$

Atau sama dengan,

$$a, ar^{1}, ar^{2}, ..., ar^{n-2}, ar^{n-1}$$

Mencari suku ke-n:

$$U_n = ar^{n-1}$$
 Atau  $U_n = U_k \times r^{n-k}$ 

Dengan 
$$r = \frac{v_2}{v_1}$$

Keterangan:

$$U_n = Suku ke-n$$

a = Suku pertama

r = Rasio

$$U_k$$
 = Suku ke-k

Deret Geometri adalah jumlah dari suku suku suatu barisan geometri. Untuk **menentukan jumlah n suku pertama (Sn)**, terdapat dua rumus yang perlu disesuaikan dengan nilai rasio (r) dari deret tersebut.

Jika r > 1

Jika r < 1

Untuk Deret geometri tak hingga n

$$S_n = \frac{a(r^n - 1)}{r - 1}$$

$$S_n = \frac{a(1-r^n)}{1-r}$$

$$S_n = \frac{a}{1-r}$$

#### Contoh soal:

Seorang atlet lompat jauh sedang melakukan latihan dengan pola lompatan yang unik. Pada lompatan pertama, ia menempuh jarak **10 meter**. Setiap lompatan berikutnya, ia hanya mampu menempuh **80% dari jarak lompatan sebelumnya**, karena kelelahan.

- 1. Tentukan total jarak yang ditempuh atlet setelah 5 lompatan pertama.
- 2. Jika ia terus melompat dengan pola yang sama **tanpa batas**, berapa **total jarak maksimum** yang mungkin ia capai?

# Materi 3 - Geometri dan Pengukuran

## Objek Geometri

Geometri merupakan salah satu cabang dari matematika yang fokus pada pengukuran, pernyataan terkait bentuk, posisi relatif sebuah gambar, pandang ruang dan lain sebagainya.

## 1.) Garis

Garis merupakan kumpulan dari berbagai titik-titik yang berderet hingga jarak tak hingga



Untuk membentuk sebuah garis diperlukan minimal dua titik yang dapat tarik garis lurus dari salah satu titik ke titik yang lainnya. Contohnya di atas adalah "Garis AB"

Garis juga merupakan elemen penting dalam membentuk suatu bangun-datar maupun bangun-ruang.

Kubus di samping terdiri dari **12 garis.**Garis AB, BC, CD, DA, | AE, BF, CG, DH, | EF, FG, GH, HE |



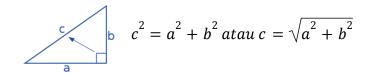
#### 2.) Sudut

Sudut merupakan daerah yang dibentuk oleh dua garis yang tidak segaris (kolinear/tidak terletak pada satu garis lurus) dan berpotongan.

1. Sudut lancip	2. Sudut tumpul	
Sudut yang memiliki besar kurang	Sudut yang memiliki besar antara	
dari 90°	90° sampai 180°	
3. Sudut berpelurus	4. Sudut berpenyiku	
Dua sudut dikatakan berpelurus, jika	Dua sudut dikatakan berpenyiku, jika	
dua sudut tersebut di jumlahkan	dua sudut tersebut dijumlahkan akan	
akan menjadi 180°	menjadi 90°	

#### 3.) Pythagoras

Pythagoras adalah teorema dasar dalam geometri yang menyatakan bahwa dalam segitiga **siku-siku**, kuadrat panjang sisi miring (hipotenusa) sama dengan jumlah kuadrat dari panjang kedua sisi lainnya. Secara matematis, teorema Pythagoras dinyatakan sebagai:



## **Bangun Datar**

Ilmu yang mempelajari tentang bentuk 2 dimensi.

## Persegi

Keliling = 4\*panjang-sisi

Luas = sisi\*sisi



# Persegi Panjang

Keliling = 2\*(panjang+lebar)

Luas = panjang\*lebar



## Jajar Genjang

Keliling = 2\*(alas+sisi-miring)

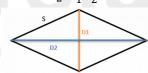
Luas = alas (a)\*tinggi (t)



# **Belah Ketupat**

Keliling = 4\*sisi

Luas = 
$$\frac{1}{2}d_{1}d_{2}$$

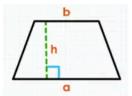


## **Trapesium**

Keliling = Jumlah semua sisi

Luas =

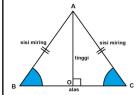
$$\frac{1}{2}$$
 \* jumlah sisi sejajar \* Tinggi



# Segitiga

Keliling = jumlah 3 sisinya

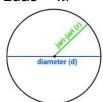
Luas = 
$$\frac{1}{2}$$
 \* alas \* tinggi



## Lingkaran

Keliling =  $2\pi r$ 

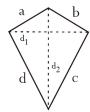
Luas = 
$$\pi r^2$$



# Layang-layang

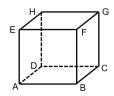
Keliling = Jumlah panjang sisi

Luas = 
$$\frac{1}{2} * d_1 * d_2$$



# **Bangun Ruang**

## 1.) Kubus



Kubus adalah salah satu bangun ruang tiga dimensi yang memiliki **6 sisi** berbentuk persegi yang sama besar.

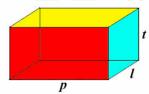
Luas permukaan: 6 \* s<sup>2</sup>

• Volume:  $s^3$ 

• Diagonal sisi kubus:  $s\sqrt{2}$ 

• Diagonal ruang kubus:  $s\sqrt{3}$ 

## 2.) Balok

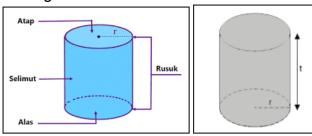


Balok adalah salah satu bangun ruang tiga dimensi yang memiliki 6 sisi berbentuk persegi panjang. Berbeda dengan kubus, **panjang, lebar, dan tinggi balok bisa memiliki ukuran yang berbeda.** 

• Luas permukaan: 2(pl + pt + lt)

Volume: p \* l \* t

# 3.) Tabung



• Luas Permukaan =  $2 \times \pi \times r \times (r + t)$ 

• Volume =  $\pi \times r^2 \times t$ 

## 4.) Prisma

Prisma memiliki berbagai macam bentuk yang berbeda berdasarkan bentuk alasnya





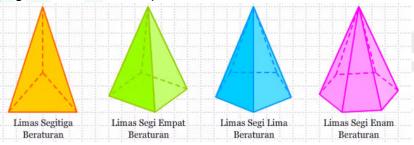




- Luas Permukaan = jumlah luas dari seluruh permukaan
- Volume =  $Luas \ alas \times t$

## 5.) Limas

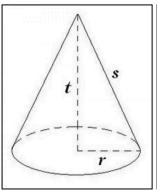
Limas memiliki berbagai macam bentuk yang berbeda berdasarkan bentuk alasnya juga, sama seperti prisma. Bahkan rumus volume limas sangat mirip dengan rumus volume prisma.

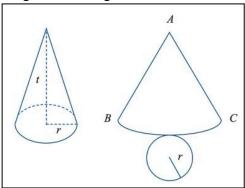


- Luas Permukaan = jumlah luas dari seluruh permukaan
- Volume =  $\frac{1}{3} \times Luas \ alas \times t$

## 6.) Kerucut

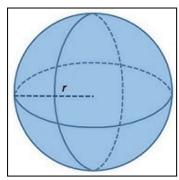
Kerucut merupakan bentuk kon yang terdiri dari 2 permukaan. Sebenarnya, kerucut adalah limas dengan alas lingkaran.





- Luas Permukaan =  $\pi r^2 + \pi rs$
- Volume =  $\frac{1}{3}$  × Luas alas × t

# 7.) Bola



- Luas Permukaan =  $4\pi r^2$
- Volume =  $\frac{4}{3} \times \pi r^3$

#### **Tranformasi Geometri**

Transformasi adalah mengubah setiap koordinat titik menjadi koordinat lainnya pada bidang tertentu.

Jenis Tranformasi

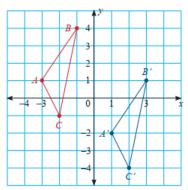
1. Translasi (pergeseran)

Translasi atau pergeseran adalah pemindahan suatu objek sepanjang garis lurus dengan jarak dan arah tertentu.

Misalkan, sebuah titik A (a, b) ditranslasikan dengan vektor  ${p \brack q}$  diperoleh hasil translasi sebagai berikut:

$$A (a,b) \rightarrow A'(a+p, b+q)$$

#### Ilustrasi:



A (-3, 1) ditranslasi sebesar (4, -3) menjadi A' (1, -2)

#### 2. Refleksi

Refleksi (pencerminan) adalah suatu transformasi yang memindahkan setiap titik pada bidang dengan menggunakan sifat bayangan cermin dari titik-titik yang hendak dipindahkan itu.

no
----

1	Pencerminan terhadap sumbu x	$(x, y) \rightarrow (x, -y)$
2	Pencerminan terhadap sumbu y	$(x, y) \rightarrow (-x, y)$
3	Pencerminan terhadap garis y = x	$(x, y) \rightarrow (y, x)$
4	Pencerminan terhadap garis y = -x	$(x, y) \rightarrow (-y, -x)$
5	Pencerminan terhadap titik asal (0,0)	$(x, y) \rightarrow (-x, -y)$
6	Pencerminan terhadap garis x = a	(x, y) → (2a-x, y)
7	Pencerminan terhadap garis y = b	$(x, y) \rightarrow (x, 2b - y)$
8	Pencerminan terhadap garis y = mx (Dengan <b>m = tan a</b> )	X' = x.cos(2a)+ y.sin (2a) Y' = x.sin(2a)+ y.cos (2a)

#### 3. Rotasi

Rotasi (perputaran) pada bidang geometri ditentukan oleh titik pusat, besar sudut, dan arah sudut rotasi. Suatu rotasi dikatakan memiliki arah positif, jika rotasi itu berlawanan arah dengan putaran jarum jam. Sedangkan, rotasi dikatakan negatif jika rotasi itu searah dengan putaran jarum jam.

no	Transformasi	Pemetaan
1	Rotasi terhadap titik asal O(0, 0) sebesar θ	$(x, y) \rightarrow (x', y')$ $X' = x.\cos(\theta) - y.\sin(\theta)$ $Y' = x.\sin(\theta) + y.\cos(\theta)$
2	Rotasi terhadap titik pusat P(a,b) sebesar θ	$(x, y) \rightarrow (x', y')$ $X'-a = (x-a).\cos(\theta) - (y-b).\sin(\theta)$ $Y'-b = (x-a).\sin(\theta) + (y-b).\cos(\theta)$

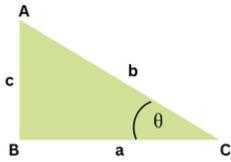
## 4. Dilatasi

Adalah suatu transformasi yang mengubah ukuran (memperbesar atau memperkecil) suatu bangun, tetapi tidak mengubah bentuk bangun yang bersangkutan. Dilatasi ditentukan oleh titik pusat dan faktor skala (k)

no	Transformasi	Pemetaan
1	Dilatasi terhadap titik asal O(0, 0) dengan faktor skala k	$(x, y) \rightarrow (kx, ky)$
2	Dilatasi terhadap titik A(x , y) dengan faktor skala k	$(x, y) \rightarrow (x', y')$ X' - a = k(x - a) Y' - b = k(y - b)

# Materi 4 - Trigonometri

## Perbandingan Trigonometri



$$sin \theta = \frac{c}{b}$$
  $cosec \theta = \frac{1}{sin \theta}$   
 $cos \theta = \frac{a}{b}$   $sec \theta = \frac{1}{cos \theta}$   
 $tan \theta = \frac{c}{a}$   $cot \theta = \frac{1}{tan \theta}$ 

## **Identias Trigonometri**

Your way to a bright future Identitas dan rumus-rumus trigonometri

$$\sin^2 x + \cos^2 x = 1$$

$$\tan x = \frac{\sin x}{\cos x}$$

$$\cot x = \frac{\cos x}{\sin x}$$

$$\sec^2 x = \tan^2 x + 1$$

$$\csc^2 x = \cot^2 x + 1$$

$$\tan (a - b) = \frac{\tan a + \tan b}{1 - \tan a \cdot \tan b}$$

$$\sin (a - b) = \frac{\tan a + \tan b}{1 - \tan a \cdot \tan b}$$

$$\sin (a - b) = \frac{\tan a + \tan b}{1 - \tan a \cdot \tan b}$$

$$\sin (a - b) = \frac{\tan a + \tan b}{1 - \tan a \cdot \tan b}$$

$$\sin (a - b) = \frac{\tan a + \tan b}{1 - \tan a \cdot \tan b}$$

$$\sin (a - b) = \frac{\tan a + \tan b}{1 - \tan a \cdot \tan b}$$

$$\sin (a - b) = \frac{\tan a + \tan b}{1 - \tan a \cdot \tan b}$$

$$\sin (a - b) = \frac{\tan a + \tan b}{1 - \tan a \cdot \tan b}$$

$$\sin (a - b) = \frac{\tan a + \tan b}{1 - \tan a \cdot \tan b}$$

$$\sin (a - b) = \frac{\tan a + \tan b}{1 - \tan a \cdot \tan b}$$

$$\sin (a - b) = \frac{\tan a + \tan b}{1 - \tan a \cdot \tan b}$$

$$\sin (a - b) = \frac{\tan a + \tan b}{1 - \tan a \cdot \tan b}$$

$$\sin (a - b) = \frac{\tan a + \tan b}{1 - \tan a \cdot \tan b}$$

$$\sin (a - b) = \frac{\tan a + \tan b}{1 - \tan a \cdot \tan b}$$

$$\sin (a - b) = \frac{\tan a + \tan b}{1 - \tan a \cdot \tan b}$$

$$\sin (a - b) = \frac{\tan a + \tan b}{1 - \tan a \cdot \tan b}$$

$$\sin (a - b) = \frac{\tan a + \tan b}{1 - \tan a \cdot \tan b}$$

$$\sin (a - b) = \frac{\tan a + \tan b}{1 - \tan a \cdot \tan b}$$

$$\sin (a - b) = \frac{\tan a + \tan b}{1 - \tan a \cdot \tan b}$$

$$\sin (a - b) = \frac{\tan a + \tan b}{1 - \tan a \cdot \tan b}$$

$$\sin (a - b) = \frac{\tan a + \tan b}{1 - \tan a \cdot \tan b}$$

$$\sin (a - b) = \frac{\tan a + \tan b}{1 - \tan a \cdot \tan b}$$

$$\cos (a - b) = \frac{\tan a + \tan b}{1 - \tan a \cdot \tan b}$$

$$\sin (a - b) = \frac{\tan a + \tan b}{1 - \tan a \cdot \tan b}$$

$$\cos (a - b) = \frac{\tan a + \tan b}{1 - \tan a \cdot \tan b}$$

$$\cos (a - b) = \frac{\tan a + \tan b}{1 - \tan a \cdot \tan b}$$

$$\cos (a - b) = \frac{\tan a + \tan b}{1 - \tan a \cdot \tan b}$$

$$\cos (a - b) = \frac{\tan a + \tan b}{1 - \tan a \cdot \tan b}$$

$$\cos (a - b) = \frac{\tan a + \tan b}{1 - \tan a \cdot \tan b}$$

$$\cos (a - b) = \frac{\tan a + \tan b}{1 - \tan a \cdot \tan b}$$

$$\cos (a - b) = \frac{\tan a + \tan b}{1 - \tan a \cdot \tan b}$$

$$\cos (a - b) = \frac{\tan a + \tan b}{1 - \tan a \cdot \tan b}$$

$$\cos (a - b) = \frac{\tan a + \tan b}{1 - \tan a \cdot \tan b}$$

$$\cos (a - b) = \frac{\tan a + \tan b}{1 - \tan a \cdot \tan b}$$

$$\cos (a - b) = \frac{\tan a + \tan b}{1 - \tan a \cdot \tan b}$$

$$\cos (a - b) = \frac{\tan a + \tan b}{1 - \tan a \cdot \tan b}$$

$$\cos (a - b) = \frac{\tan a + \tan b}{1 - \tan a \cdot \tan b}$$

$$\cos (a - b) = \frac{\tan a + \tan b}{1 - \tan a \cdot \tan b}$$

$$\cos (a - b) = \frac{\tan a + \tan b}{1 - \tan a \cdot \tan b}$$

$$\cos (a - b) = \frac{\tan a + \tan b}{1 - \tan a \cdot \tan b}$$

$$\cos (a - b) = \frac{\tan a + \tan b}{1 - \tan a \cdot \tan b}$$

$$\cos (a - b) = \frac{\tan a + \tan b}{1 - \tan a \cdot \tan b}$$

$$\cos (a - b) = \frac{\tan a + \tan a + \tan b}{1 - \tan a \cdot \tan a}$$

$$\cos (a - b) = \frac{\tan a + \tan a + \tan a}{1 - \tan a \cdot \tan a}$$

$$\cos (a - b) = \frac{\tan a + \tan a + \tan a}{1 - \tan a \cdot \tan a}$$

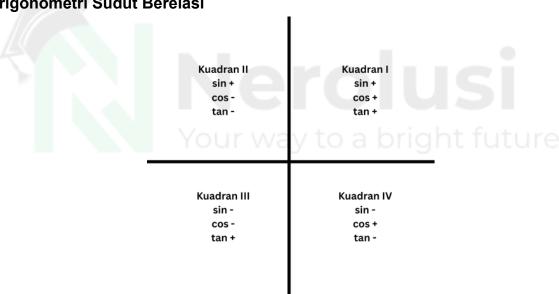
$$\cos (a - b) = \frac{\tan a + \tan a + \tan a}{1 - \tan$$

#### **Sudut Sudut Istimewa**

	0°	30°	45°	60°	90°
sin θ	0	1/2	$\frac{1}{2}\sqrt{2}$	$\frac{1}{2}\sqrt{3}$	1

cos θ	1	$\frac{1}{2}\sqrt{3}$	$\frac{1}{2}\sqrt{2}$	1/2	0
tan θ	0	$\frac{1}{3}\sqrt{3}$	1	$\sqrt{3}$	8

# Trigonometri Sudut Berelasi



Kuadran	Sudut Berelasi		
1	sin (90 - a) = cos a $cos (90 - a) = sin a$ $tan (90 - a) = cot a$		
II	sin (90 + a) = cos a $cos (90 + a) = -sin a$ $tan (90 + a) = -cot a$	sin (180 - a) = sin a $cos (180 - a) = -cos a$ $tan (180 - a) = -tan a$	
III	sin (180 + a) = -sin a cos (180 + a) = -cos a tan (180 + a) = tan a	$sin (270 - a) = -\cos a$ $cos (270 - a) = -\sin a$ $tan (270 - a) = \cot a$	
IV	sin (360 + a) = - sin a cos (360 + a) = cos a tan (360 + a) = - tan a	sin (270 + a) = -cos a cos (270 + a) = sin a tan (270 + a) = -cot a	

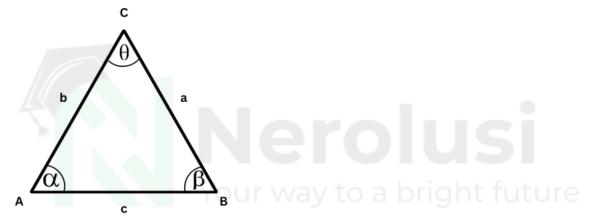
# **NERONOTES!**

$$sin (k. 90 \pm a)$$
  
 $cos (k. 90 \pm a)$   
 $tan (k. 90 \pm a)$ 

Jika k genap maka fungsi tetap, tetapi jika k ganjil maka fungsi berubah (sin menjadi cos, cos menjadi sin, dan tan menjadi cot).

## **Aturan Sinus**

Aturan sinus digunakan jika diketahui dua sudut dan satu sisi di depannya.



## Rumus:

$$\frac{a}{\sin \alpha} = \frac{b}{\sin \beta} = \frac{c}{\sin \theta}$$

#### **Aturan Kosinus**

Aturan kosinus digunakan jika diketahui ketiga sisi segitiga atau dua sisi dan satu sudut yang mengapitnya.

#### Rumus:

$$a^{2} = b^{2} + c^{2} - 2bc.\cos\alpha$$
  
 $b^{2} = a^{2} + c^{2} - 2ac.\cos\beta$   
 $c^{2} = a^{2} + b^{2} - 2ab.\cos\theta$ 

# Materi 5 - Data dan Peluang

## Data Tunggal | Mean (rata-rata), Modus (nilai terbanyak muncul), Median (nilai tengah)

Data tunggal adalah jenis data yang hanya terdiri dari satu nilai atau elemen dalam satu waktu pengamatan.

Cth: Data tinggi badan murid dalam suatu kelas.

Tinggi badan murid:	
160 cm, 162 cm, 158 cm, 165 cm, 160 cm	

Terdapat 4 parameter ukuran pemusatan:

1.) Mean (rata-rata):

$$\overline{x} = \frac{x_1 + x_2 + x_3 + \dots + x_i}{n},$$

$$x_i = nilai data ke - i, n = banyak data$$

2.) Modus (nilai terbanyak muncul):

Nilai yang paling sering muncul dalam data.

3.) Median (nilai tengah):

Nilai tengah dari data yang sudah diurutkan.

#### **Permutasi**

Permutasi adalah pola pengambilan yang memperhatikan urutan (ABBA) jenisnya ada 3, yaitu:

1.) Permutasi dari beberapa unsur yang berbeda:

$$P_r^n = \frac{n!}{(n-r)!} \quad \text{dengan} \qquad \qquad r < n$$

2.) Permutasi dengan unsur yang sama:

$$P_{n1, n2, \dots, nk}^n = \frac{n!}{n1! n2! \dots nk!}$$
, dengan  $n1 + n2 + \dots + nk \le n$   
n = banyaknya kejadian/unsur keseluruhan  
nk = banyaknya kejadian/unsur kelompok k yang sama

3.) Permutasi siklis: Permutasi dengan n unsur yang melingkar  $P_n = (n - 1)!$ , dengan n = banyaknya unsur/kejadian keseluruhan

#### Kombinasi

Kombinasi adalah jumlah pola pengambilan yang tidak memperhatikan urutan (ABBA) Kombinasi dari beberapa unsur yang berbeda adalah

$$C_r^n = \frac{n!}{(n-r)!r!}$$

n = banyaknya kejadian/unsur keseluruhan, r = banyaknya kejadian/unsur yang diamati

Peluang (P(A))

Peluang merupakan kemungkinan suatu kejadian tertentu dapat terjadi. Nilai peluang adalah kisaran 0 hingga 1, dengan '0' artinya tidak mungkin terjadi dan '1' artinya pasti terjadi.

Nilai peluang:

$$P(A) = \frac{n(A)}{n(S)},$$

n(A) adalah banyak kejadian yang diinginkan

n(S) adalah banyaknya ruang sampel

## Frekuensi Harapan (Fh)

Frekuensi harapan suatu kejadian A dari n kali percobaan.

$$F_h(A) = n * \dot{P}(A)$$

 $F_h(A) = Kemungkinan suatu kejadian 1x$ 

n = Jumlah percobaan

P(A) = Peluang kejadian tertentu