



HÁSKÓLI ÍSLANDS

BS sérverkefni
í Verkfræðilegri eðlisfræði

Mæling á örfíngerð vtnis með heimasmíðuðum útvarpssjónauka

Gauti Leon Agnarsson

Leiðbeinandi: Jón Emil Guðmundsson, lektor
Maí 2025

RAUNVÍSINADEILD

Mæling á örfíngerð vetrni með heimasmíðuðum útvarpssjónauka

Gauti Leon Agnarsson

8 ECTS sérverkefni til BS-prófs í Verkfræðilegri eðlisfræði

Leiðbeinandi: Jón Emil Guðmundsson, lektor

Raunvísindadeild

Verkfræði og náttúruvísindasvið Háskóla Íslands

Maí 2025

Mæling á örfíngerð vetrnis með heimasmíðuðum útvarpssjónauka

Ritgerð þessi er 8 eininga sérverkefni til BS-prófs
við Raunvísindadeild á Verkfræði og náttúruvísindasviði Háskóla Íslands

© 2025 Gauti Leon Agnarsson
Ritgerðina má ekki afrita nema með leyfi höfundar.

EFNISYFIRLIT

1	Vetni.....	3
1.1	Spuni	5
1.2	Segulsvið brautarsnúnings	6
1.3	Segultvípolsvægi	7
1.4	Útgeislun H1 línumnar	11
1.5	21 cm línan og hreyfifræði vetrarbrautarinnar	12
2	Hönnun og smíði útvorpssjónauka.....	14
2.1	Rúmfræðilegir eiginleikar fleygbogadiska	15
2.2	samanburður eiginleika diskanna.....	16
2.3	Tölulegar hermanir	18
2.4	Loftnet og úrvinnsla merkis	20
2.5	Merkjavinnsla	21
2.5.1	Sawbird H1 sía og magnari	22
2.5.2	RTL-SDR USB þekkill	22
2.6	Hugbúnaður	22
2.7	Samsetning sjónaukans	23
3	Tíðniháður styrkur og áhrif umhverfisþátta	24
3.1	Áhrif ytri umhverfisþátta á mælingar	24
4	Mælingar.....	27
4.1	Úrvinnsla og niðurstöður	29
4.2	Túlkun	31
5	Tillögur að endurbótum	32
6	Lokaorð	33
7	Heimildir.....	34

Pakkir

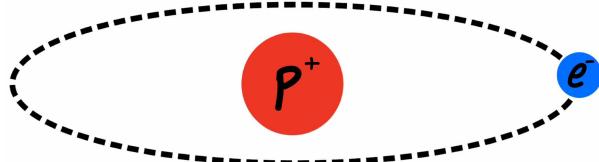
Ég vil þakka eftirfarandi aðilum sérstaklega fyrir aðstoð þeirra með vinnslu verkefnisins, en án þeirra hefði það aldrei orðið að veruleika. Jóni Emil Guðmunssyni lektor í eðlisfræði og leiðbeinenda verkefnisins þakka ég fyrir trausta leiðsögn í gegnum úrvinnslu alls verkefnisins og ómælda þolinmæði. Rustam Balefendiev doktorsnema vil ég þakka fyrir aðstoð við prófun á loftnetinu, tölvuhermanir af gervihnattadiskum og aðstoð við uppsetningu á mælingarhugbún- aði. Matthiasi Baldurssyni Harksen doktorsnema fyrir mikla aðstoð við fræðilega undirstöðu örfíngerðar vtnis. Sæmundi E. Þorsteinssyni þakka ég fyrir að hafa gefið mér og háskólanum stóra gervihnattadiskinn fyrir verkefnið og veitt ráðgjöf við merkjaúrvinnslu í búnaði loftnets- ins. Thomas Jacky Louis Joel Gascard nýdoktor þakka ég fyrir aðstoð við að sækja stóra disk- inn og vera alltaf til staðar við úrvinnslu verkefnisins. Kristjáni Jónssyni verkfræðingi þakka ég fyrir aðstoð við smíði tvípólsloftnetsins. Viðari Guðmundssyni prófessor þakka ég fyrir upp- lýsingar um eðlisfræði loftneta og örfíngerðar vtnis. Xiaodong Ren nýdoktors er þakkað fyrir ráðgjöf sem varðaði hönnun sjónaukans og öflun mælinga sem nýttist vel við vinnslu verkefn- isins. Einnig vil ég þakka Gabriel Árna Valladares fyrir ráðgjöf sem varðar skammtafræðilega útreikninga, Óttari Finnssyni fyrir aðstoð með tæknileg atriði og Hrafnhildi Ming Þórunnardótt- ur fyrir yfirferð. Loks er starfsfólki VR3 þakkað fyrir aðstoð þeirra.

Inngangur

Hlutlaust vetni gefur frá sér útvarpsbylgjur með 21cm bylgjulengd og 1420MHZ tíðni vegna örlítillar orkuskiptingar í grunnástandi þess sem kallast örfíngerð vagnis. Þessi eiginleiki hentar einstaklega vel við stjarnfræðilegar mælingar þar sem að merkið berst auðveldlega í gegnum lofthjúp jarðar og getur verið nemið með einföldum búnaði, en vetrarbrautin er full af gasskýjum sem senda þessar útvarpsbylgjur frá sér. Í þessari tilraun er fleygbogalaga útvarpssjónauki smíðaður sérstaklega til að nema 21cm línu vtnis. Mælingar eru gerðar í ólíkar stefnur vetrarbrautarinnar og eru greindar með Doppler hrifum til að meta sjónlínuhraða gasskýja og þannig sýnt fram á snúning vetrarbrautarinnar. Þættir úr kennilegri eðlisfræði eru teknir saman um skammtafræði örfíngerðar vtnis. Hönnun og smíði útvarpssjónaukans er skýrð ásamt gagna-vinnslu úr mælingum sem gerðar eru með honum.

1 Vetni

Vetni er algengasta frumefni veraldar. Tæpir þrír fjórðu hlutar þess sýnilega efnis sem vitað er af í alheiminum er vetni, enda er það einfaldasta efnid í lotukerfinu. Í sínu frumstæðasta formi samanstendur hlutlaust vetni af stakri jákvætt hlaðinni róteind (p^+) í kjarna atómsins með neikvætt hlaðinni rafeind (e^-) á sveimi umhverfis kjarnann.¹ Saman stytta hleðslurnar hvor aðra út og er atómið því sagt vera hlutlaust.



Mynd 1: Einfölduð mynd af hlutlausu vetnisatómi. Rafeindin er á hringlaga sporbraut í samræmi við líkan Bohrs.

Hægt er að útskýra hegðun vetnis að miklu leyti með líkani Bohr. Þar er gert ráð fyrir því að vetrnisatómið sé byggt upp líkt og á mynd 1 þar sem rafeindin er á hringlaga braut umhverfis róteindina. Þessari hringhreyfingu er lýst með jöfnu 1 þar sem miðsóknarkrafturinn sem viðheldur sporbrautinni er Coulomb rafkrafturinn.

$$m_e \frac{v_e^2}{r} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q_e q_p}{r^2}. \quad (1)$$

Auk jöfnunnar um rafkraftsbundna hringhreyfingu gerir líkan Bohr ráð fyrir því skilyrði að brautarhverfiþungi rafeindarinnarm (L_b) sé skammtaður, en því er lýst með sambandinu $L_b = n\hbar$, þar sem \hbar er skerti Planck fastinn ($\hbar = h/2\pi$) og n er jákvæð heiltala. Það gerir okkur kleift að umrita hringhreyfingarjöfnuna með skilyrði Bohrs ásamt $L_b = mvr = n\hbar$, en þá fæst hraði rafeindar

$$v = \frac{n\hbar}{mr}. \quad (2)$$

Þegar hraðanum í jöfnu 2 er stungið inn í snúningsjöfnuna má ákvarða radíus snúningsins a_B sem er þekktur sem Bohr radíusinn.

$$m_e \frac{(n\hbar/mr)^2}{r} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{e^2}{r^2} \rightarrow r_n = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{n^2\hbar}{m_e e^2} n^2 a_B \quad (3)$$

Þar sem gildi Bohr radíussins er $a_B = \frac{4\pi\epsilon_0\hbar^2}{m_e e^2} = 5.2917721 \cdot 10^{-11}$ m. Með honum má einfalda

¹Richard Feynman. Feynman lecture on the hyperfine structure of Hydrogen. https://www.feynmanlectures.caltech.edu/III_12.html.

jöfnuna fyrir hraða, sem er nú sett fram í skömmtuðu formi

$$v_n = \frac{n\hbar}{mr_n} = \frac{\hbar}{m_e a_B} \frac{1}{n} \quad (4)$$

sem má enn fremur einfalda fyrir grunnástand vetrnis ($n = 1$) með kynningu fíngerðarfastans (α) í jöfnu 5

$$v_1 = \frac{\hbar}{m_e a_B} = \frac{\hbar}{m_e a_B c} c \approx \frac{1}{137} c \quad (5)$$

þar sem $\alpha = 1/137$ er hlutfall hraða rafeindarinnar í grunnástandi vetrnis af ljóshraða.

Orka rafeindarinnar í ólíkum hvelum vetrnis er gefin með

$$E_n = -\frac{e^2}{8\pi\epsilon_0 r_n} = -\frac{e^2}{8\pi\epsilon_0 a_B} \frac{1}{n^2} \quad (6)$$

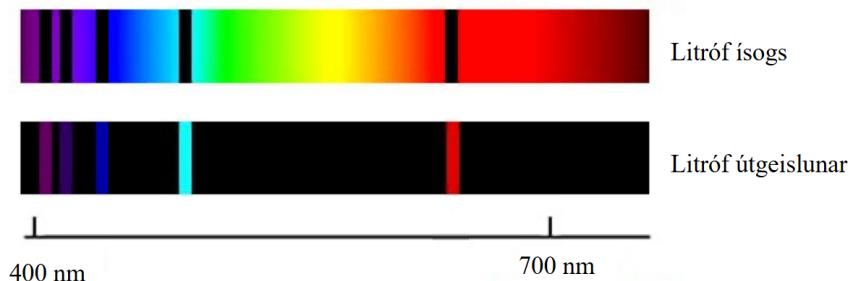
þannig að þegar ljóseind er geislað úr vetrniseind við lækkun á hveli rafeindar úr m niður í n losnar orkan:

$$\Delta E = E_m - E_n = \frac{e^2}{8\pi\epsilon_0 a_B} \left(\frac{1}{n^2} - \frac{1}{m^2} \right) \quad (7)$$

Fastinn fyrir framan svigann $\frac{e^2}{8\pi\epsilon_0 a_B} = -13,6\text{eV}$ er einnig þekktur sem Rydberg fastinn (Ry) til styttингar. Skipting á orkuástindi milli hvela skilar ljóseind með tíðnina

$$f_{mn} = \Delta E/h = \frac{ke^2}{2ha_B} \left(\frac{1}{n^2} - \frac{1}{m^2} \right) \quad (8)$$

sem má umrita í gegnum samband bylgjulengdar og tíðni fyrir ljós $c = f_{m \rightarrow n} \lambda \rightarrow \lambda = c/f_{m \rightarrow n}$. Þannig fæst litrófsmynd sem sýnir ísogslínur/útgeislunarlinur fyrir hluti eins og stjörnur, gasský og fleira sem gert er meðal annars úr vetrni. Önnur frumefni og sameindir gefa frá sér útgeislunarlinur á öðrum tíðnum og er það notað til að greina efnasamsetningu fjarlægra fyrirbæra í alheiminum.



Mynd 2: Litrófið sem sést frá vetrni þegar orkustig þess hækkar eða lækkar út frá jöfnu 7.

1.1 Spuni

Báðar eindir vetnisatómsins hafa skammtafræðilegan eiginleika sem kallast spuni. Hann tekur gildið $S = \hbar/2$, eða „spuna hálfan“ fyrir rafeindir og róteindir þar sem \hbar er skerti Planck fastinn $\hbar = h/2\pi^2$.

Nafnið á þessu fyrirbæri vísar í snúning, en í sígildri eðlisfræði getur verið gagnlegt að skilgreina tvær gerðir. Sú fyrri lýsir hringlaga hreyfingu hlutar umhverfis ytri punkt ($\mathbf{L} = \mathbf{r} \times \mathbf{p}$) en dæmi um það er snúningur jarðarinnar umhverfis sólina. Síðari gerðin er snúningur hlutar um eigin massamiðju eins og jörðin um möttul sinn ($\mathbf{L} = I\omega$).

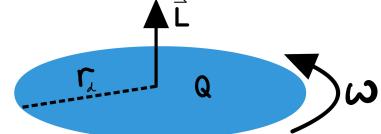
Á sambærilegan máta skiptist hverfiþungi rafeindarinnar niður í tvær gerðir. Sú fyrri stafar af hreyfingu hennar umhverfis kjarnann og er í raun lýst með kúluföllum (*e. spherical harmonics*) en ekki einfaldri hringhreyfingu eins og á mynd 1. Sú síðari er skammtafræðlegur spuni sem á sér ekki beina hliðstæðu í sígildri eðlisfræði. Rafeindin er formlaus (*e. structureless*) punktögn og því er ekki hægt að lýsa hverfiþunganum með sama hætti og gert er í sígildri eðlisfræði. Í staðinn er sagt að hún beri með sér innri hverfiþunga (\mathbf{S}) sem er kallaður spuni. Sígilda hverfiþunga agnarinnar er áfram lýst með \mathbf{L} en er sagður vera ytri hverfiþungi.

Þrátt fyrir að spuni eigi sér ekki beina hliðstæðu í sígildri eðlisfræði er hægt er að lýsa honum með dæmi úr rafsegulfræði. Ef gert er ráð fyrir að rafeindin sé diskur með geisla r_d sem er hlaðinn hleðslunni Q og snýst með

hornhraðanum ω eins og mynd 3 sýnir fást á hugaverðir Mynd 3: Hlaðinn diskur sem snýst seguleiginleikar. Snúningur disksins veldur tilfærslu á

hleðslu hans sem samsvarar straumi. Samkvæmt Biot-Savart lögmálinu myndast alltaf segulsvið (\mathbf{B}) í kringum rafstrauma (I) sem hægt er að áætla fyrir diskinn með örsmæðrarrekningi.

Þá er hleðsluþéttleiki disksins (σ) heildarhleðsla hans yfir flatarmál, þ.e. $\sigma = Q/\pi r^2$. Fyrir örsmæðar-hleðslubút $dQ = \sigma 2\pi r_d dr$ á hraðanum $v_{dq} = \omega r$ fæst örsmæðar-segulsviðsframlag



$$d\mathbf{B} = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{dq\mathbf{v} \times \mathbf{r}}{r^3} = \frac{\mu_0 \sigma \omega}{2} dr. \quad (9)$$

Heildun á framlagi örsmæðarhleðslubúta frá 0 upp í r_d gefur heildarsegulsviðið frá disknum

$$\mathbf{B} = \int_0^{r_d} \frac{\mu_0 \sigma \omega}{2} dr = \frac{\mu_0 \sigma \omega r_d}{2}. \quad (10)$$

²D.J. Griffiths. *Introduction to quantum mechanics*. 3rd ed. Cambridge university press

Loks fæst segulsviðið sem fall af heildarhleðslu með því að skipta σ út fyrir $Q/\pi r_d^2$

$$\mathbf{B} = \frac{\mu_0 Q \omega}{2\pi r_d}. \quad (11)$$

Það ber að nefna að ef önnur form hefðu verið notuð væru aðrar tölur en 2 í nefnara jöfnu 11 í samræmi við hverfitregðu þeirra. g-þættinum fyrir frumeindir má því líkja við hverfitregðu í hálf sígildum skilningi. Róteindin hefur g-þáttinn $g_p \approx .5, 6$ en rafeindin hefur $g_e = 2, 00$. Munurinn á stærðunum stafar af því að rafeindin er grundvallareind (*e.elementary particle*), en róteindin er samsett úr þremur grunneindum sem kallast kvarkar sem gefa henni því tæplega þrefaldan g-þátt. Það er þó mikilvægt að nefna að þetta er myndlíking og ekki þar með sagt að g-þátturinn segi til um bókstaflega lögum agnanna, enda er almennt talið að rafeindin hafi enga vel skilgreinda uppbyggingu. Myndlíking sígildrar eðlisfræði er þó gagnleg vegna þess að hana má nota til að leiða út orkuna A í spunavíxlverkun vtnisatómsins.

1.2 Segulsvið brautarsnúnings

Hlaðin ögn eins og rafeind á brautarsnúningu um róteind myndar segulsvið. Á mynd 4 má sjá Bohr líkans framsetningu af vtnisatóminu í grunnástandi þar sem rafeindin snýst um róteindina í fjarlægðinni a_B með hornhraðann Ω . Straumsígildi einnar rafeindar á þeim snúningshraða má setja fram á eftirfarandi hátt

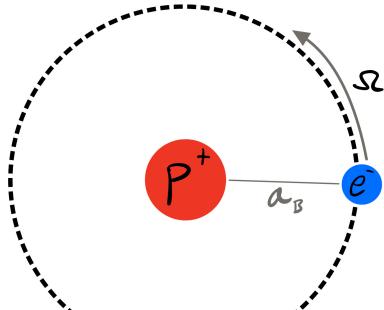
$$I_b = \frac{e}{T} = \frac{e\Omega}{2\pi} \quad (12)$$

þar sem $T = \frac{2\pi}{\Omega}$ er snúningstími rafeindarinnar umhverfis róteindina.

Brautarsegulsvið rafeindarinnar í miðju brautarinnar, þ.e. þar sem róteindin er, hefur sama form og segulsviðið umhverfis hringлага gjörð sem leiðir rafmagn eins og sést á jöfnu 13.

$$\mathbf{B}_{\text{mid}} = \frac{\mu_0 I_b}{2a_B} \hat{z} = \frac{\mu_0 e \Omega}{4\pi a_B} \hat{z} \quad (13)$$

Tilvist þessa segulsviðs þýðir að Coulomb krafturinn sé ekki eini krafturinn sem víxlverar milli rafeindar og róteindar í vtnisfrumeind heldur verkar Lorentz kraftur líka á rafeindina vegna



Mynd 4: Bohr líkan fyrir vetni með tvær hlaðnar punkthleðslur

segulsviðsins sem segulvægi róteindarinnar myndar. Því er lýst er með jöfnunni

$$\mathbf{F}_{\text{Lorentz}} = q\mathbf{v} \times \mathbf{B}. \quad (14)$$

Gagnstæður kraftur verkar frá rafeindinni á róteindina sökum þriðja lögmálin Newtons, en Lorentz krafturinn hefur í þessu tilfelli sama form og krafturinn frá stöng sem straumur fer um og er lýst með jöfnu 15

$$\mathbf{F}_1 = I_1 \ell \frac{\mu_0 I_2}{2\pi d} = \mathbf{F}_2 \quad (15)$$

þar sem \mathbf{F}_1 og \mathbf{F}_2 eru kraftarnir sem eindirnar verka á hvora aðra, ℓ eru lengdir stanganna, I_1 og I_2 eru rafstraumarnir í stöngunum og loks er d fjarlægðin á milli stanganna.

1.3 Segulvípolsvægi

Segulvægi (μ) er innfeldi straums um gefna lykkju (I) og flatarmálsvigurs þeirrar lykkju ($\mathbf{A} = \pi r^2 \hat{z}$) Þá er segulvægi brautar lýst með jöfnunni

$$\mu = \mathbf{A} \cdot \mathbf{I} = \pi r^2 I \hat{z} = \pi r^2 \left(\frac{e\Omega}{2\pi} \right) \hat{z} = \frac{r^2 e\Omega}{2} \hat{z}. \quad (16)$$

munum að hverfiþungi brautar \mathbf{L} hefur formið $\mathbf{L} = (mr^2)\Omega \hat{z}$ sem gerir það að verkum að hægt er að tengja segulvægi við hverfiþunga brautar með

$$\mu = \pi r^2 I_e \hat{z} = \frac{\pi I_e}{m_e \Omega} \mathbf{L} = \frac{\pi(e\Omega/2\pi)}{m_e \Omega} = \frac{e}{2m_e} \mathbf{L}. \quad (17)$$

Par með sést í jöfnu 17 að segulvægi er beintengt brautarhverfiþunga hlaðinnar agnar. Á sama hátt má sýna fram á sambærilegt samband milli spunasegulvægis og hverfiþunga. Þá fæst sambandið í jöfnu 18

$$\mu_e = \frac{ge}{2m_e} \mathbf{S} \quad (18)$$

þar sem \mathbf{S} er spunavirkri rafeindarinnar.

Ef þessir seguleiginleikar agna eru nú settir inn í samhengi Bohr líkansins fyrir vetni í grunnástandi má setja fram endurbætta jöfnu fyrir orkuna milli ástanda, en hún verður þá

$$E = -\frac{ke^2}{2r_n} - \mu_p \cdot \mathbf{B}_{L,e} - \mu_e \cdot \mathbf{B}_{L,e^-} - \mu_p \cdot \mathbf{B}_{S,e} - \mu_p \cdot \mathbf{B}_{S,e^-} \quad (19)$$

Þessir aukateknu liðir í orkunni eru oft kallaðir truflunarliðir vegna þess að þeir stafa af innbyrðis víxlverkunum sem valda fráviki frá einfaldasta dæminu. Meðal þess sem á sér stað í

vtnisatóminu er rafsegul-spunavílverkun agnanna tveggja. Segulvægi (*e. magnetic moment*) eindanna eru línulega háðar spuna þeirra eins og jöfnur 20 lýsa.

$$\mu_p = \frac{g_p q_e}{2m_p} \mathbf{S}_p \quad \text{og} \quad \mu_e = -\frac{g_e q_e}{2m_e} \mathbf{S}_e. \quad (20)$$

Hér er $g_p = 5,59$ g-þáttur róteindarinnar (*e. gyromagnetic ratio*) sem er talsvert hærri en g-þáttur rafeindarinnar ($g_e = 2,00$). $e = 1,602 \cdot 10^{-19} \text{C}$ er grundvallar hleðslueiningin og $m_p = 1,673 \cdot 10^{-27} \text{kg}$ og $m_e = 9,109 \cdot 10^{-29} \text{kg}$ eru massar agnanna. \mathbf{S}_p og \mathbf{S}_e eru spunavirkjar agnanna.

Styrkur segulsviðsins er háður fjarlægð rafeindarinnar (r) frá uppsprettu og er lýst vel með tvípólsnálgun í jöfnu 21.

$$\mathbf{B} = \frac{\mu_0}{4\pi r^3} [3(\mu \cdot \hat{r})\hat{r} - \mu] + \frac{2\mu_0}{3}\mu\delta^3(\mathbf{r}) \quad (21)$$

Þar sem μ_0 er segulsvörunarstuðull tómarúms og $\delta(\mathbf{r})$ er delta fallið, sem tekur gildið $\propto \delta(\mathbf{r})$ en $|\mathbf{r}| = 0$ en núll alls staðar annars staðar. Úr því sprettur Hamilton virki kerfisins (\mathbf{H}) sem er settur fram í jöfnu 26. Spunavílverkun róteindar og rafeindar í vtnisatómi má setja fram (með nálgun) sem innfeldi segulvægis róteindar við segulsvið rafeindar sökum spuna.

$$\mu_{\mathbf{p}} \cdot B_{S,e^-} = \frac{\mu_0}{4\pi a_B^2} \left[3(\mu_{\mathbf{e}} \cdot \hat{r})(\mu_{\mathbf{p}} \cdot \hat{r}) - \mu_{\mathbf{p}} \cdot \mu_{\mathbf{e}} + \frac{2\mu_0}{3}\mu_{\mathbf{p}} \cdot \mu_{\mathbf{e}}\delta^3(\hat{r}) \right] \quad (22)$$

Sú nálgun er gerð að eingöngu z-þáttur segulvægis hafi áhrif í kerfinu, en stærðfraðilega er því lýst með

$$\mu_{\mathbf{e}} = \mu_e \hat{z} \quad \text{og} \quad \mu_{\mathbf{p}} = \mu_p \hat{z}. \quad (23)$$

Þar sem að \hat{r} er í xy-planinu verður vægi vílverkunarinnar að

$$\mu_p \cdot \mathbf{B}_{S,e^-} = -\frac{\mu_0}{4\pi a_B^2} \mu_e \mu_p = -\frac{\mu_0}{4\pi a_B^2} \left(\frac{g_e e}{2m_e} \right) \left(\frac{g_p e}{2m_p} \right) = \frac{A}{\hbar^2} \quad (24)$$

Þar sem A er fasti sem lýsir orku vílverkunar spuna róteindarinnar og rafeindarinnar.

$$A = -\frac{\mu_0 g_e g_p e^2 \hbar^2}{16\pi a_B^2 m_e m_p} \quad (25)$$

Til einföldunar er Hamilton virki settur fram sem lýsir hlutlausu vtnisatómi

$$\mathbf{H} = \frac{A}{\hbar^2} \mathbf{S}_e \cdot \mathbf{S}_p + \frac{eB}{m_e} (\mathbf{S}_{ez} - \mathbf{S}_{pz}). \quad (26)$$

Ef við skoðum ótruflaða Hamiltonvirkjan úr jöfnu 26 þar sem framlag segulsviðs er ekkert ($B = 0$) fæst eftirfarandi virki

$$\mathbf{H}_0 = \frac{A}{\hbar^2} \mathbf{S}_e \cdot \mathbf{S}_p. \quad (27)$$

Í þessu tilfelli er eingöngu um spunavíxlverkun (*e. spin-spin coupling*) að ræða. Það er tilfelli þar sem spuni einstakra agna er ekki varðveittur, heldur þarf að skoða eicingildi heildarspunans $\mathbf{S} \equiv \mathbf{S}_e + \mathbf{S}_p$ sem gefa fram lögleg ástönd. Punktfeldi spunavirkjanna má liða niður samkvæmt jöfnu 28.

$$\mathbf{S}_e \cdot \mathbf{S}_p = (\mathbf{S}^2 - \mathbf{S}_e^2 - \mathbf{S}_p^2) \quad (28)$$

Þannig fæst sambandið í jöfnu 29.

$$\mathbf{H}_0 = \frac{A}{\hbar^2} [(\mathbf{S}_e + \mathbf{S}_p)^2 - \mathbf{S}_e^2 - \mathbf{S}_p^2] = \frac{A}{2\hbar^2} \left((\mathbf{S}_e + \mathbf{S}_p)^2 - \frac{3}{2}\hbar^2 \mathbf{I} \right) \quad (29)$$

Fyrir vtnisatóm í grunnástandi er spunavíxlverkun notuð til að reikna út orkuástönd eindarinnar þar sem að eicingildi punktfeldi spunavirkjanna útkljá um löggild ástönd. Til að finna orkuástönd vtnisatóms í grunnástandi þarf því að skoða eicingildi jöfnu 30

$$\mathbf{S}_e \cdot \mathbf{S}_p = \frac{\hbar^2}{4} (\sigma_{ex} \otimes \sigma_{px} + \sigma_{ey} \otimes \sigma_{py} + \sigma_{ez} \otimes \sigma_{pz}) \quad (30)$$

Fastinn $\hbar^2/4$ fremst í jöfnunni stafar af því að allir þættir hennar lýsa víxlverkun tveggja agna með spunann $S = \hbar/2$. Margfeldi milli spunagilda þeirra gefur því $\hbar^2/4$. Í σ_x, σ_y og σ_z gildin tákna Pauli fylkin sem sett eru fram í jöfnu 31.

$$\sigma_x = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}, \quad \sigma_y = \begin{bmatrix} 0 & -i \\ i & 0 \end{bmatrix}, \quad \sigma_z = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{bmatrix} \quad (31)$$

Jafna 30 verður þá

$$\mathbf{S}_e \cdot \mathbf{S}_p = \frac{\hbar^2}{4} \left(\begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix} \otimes \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & -i \\ i & 0 \end{bmatrix} \otimes \begin{bmatrix} 0 & -i \\ i & 0 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{bmatrix} \otimes \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{bmatrix} \right) \quad (32)$$

þegar reiknað er upp úr þinfeldunum í jöfnu 32 fæst samlagning eftirfarandi þriggja fylkja í 33.

$$\mathbf{S}_e \cdot \mathbf{S}_p = \frac{\hbar^2}{4} \left(\begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \right) \quad (33)$$

sem verður að lokum að fylkinu

$$\frac{A}{\hbar^2} \mathbf{S}_e \cdot \mathbf{S}_p = \frac{A\hbar^2}{4\hbar^2} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 2 & 0 \\ 0 & 2 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A/4 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -A/4 & A/2 & 0 \\ 0 & A/2 & -A/4 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & A/4 \end{bmatrix} \quad (34)$$

Fylkið hefur fjögur egingildi. Eitt þeirra er $\lambda = -3A/4$, en hin þrjú eru $\lambda = A/4$. Það svarar til einstigs og þrístigs í mögulegum orkuástöndum.

$ 11\rangle$ $\begin{bmatrix} 0 \\ -1 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix}$ Eiginvigur einstigsins ($\lambda = -3/4A$) er	$ 00\rangle$ $\begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$ en fyrir þrístigið ($\lambda = 1$) eru þeir	$ 01\rangle$ $\begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix}$ $ 10\rangle$ $\begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix}$
--	---	--

Þá er orka ástandanna eftir tilfellum gefin með

$$E = \begin{cases} \frac{-3}{4}A & \mathbf{S} = 0 \text{ ástand (spuni samsíða)} \\ \frac{1}{4}A & \mathbf{S}=1 \text{ þrístig (andsamsíða eða önnur)} \end{cases}$$

Orkan sem losnar við skiptingu úr einstigsástandinu niður í þrístigið er þá

$$\Delta E = \frac{1}{4}A - \frac{-3}{4}A = A \quad (35)$$

Þessi niðurstaða fékkst þó eingöngu frá spunavíxlverkuninni, en til að fá nákvæmara gildi þarf að taka tillit til segulsviðsins frá róteindinni (B). Í ljós kemur við nánari skoðun að þetta orku-gildi hefur frávik frá raunverulegu mældu gildi upp á 0,17%. Hægt er að ná enn nákvæmara

gildi með því að hunsa ekki segulsviðið í kerfinu³.

1.4 Útgeislun H1 línumunnar

Þegar ástand vetrnisatómsins fer úr einstigi niður í þrístig losnar orkan sem leidd var út að ofan í formi ljóseindar sem er oft kölluð H1 línan þar sem H-ið vísar í vetrni. Hægt er að ákvarða eðliseiginleika eindarinnar út frá orkumuninum en samband orku og tíðni ljóssins er lýst með jöfnunni

$$E = h\nu. \quad (36)$$

þar sem E er orkan, ν er tíðni ljóseindarinnar og $h = 6.62607 \cdot 10^{-34} \text{ m}^2 \text{ kg/s}$ er Planck fastinn. Sjá má myndræna framsetningu af losun ljóseindar vegna spunaskipta á mynd 5.



Mynd 5: Skipting á spuna rafeindarinnar frá samsíða ástandi við róteindina yfir í andsamsíða ástand gefur frá sér ljóseind með 21cm bylgjulengd.

Orkumismunur einstigs og þrístigs ástandanna hefur tölvulega gildið

$$A \approx 9,4276 \cdot 10^{-25} \text{ J} \approx 5,8842 \cdot 10^{-6} \text{ ev},$$

sem samsvarar ljóseind með eiginleika gefna með jöfnu 36,

$$E = hf \Leftrightarrow f = \frac{E}{h} = \frac{A}{h} = 1422,8 \text{ MHz} \quad (37)$$

Bylgjulengd ljóseindarinnar er

$$\lambda = \frac{c}{f} = \frac{299.762.458 \text{ m/s}}{1422,8 \text{ MHz}} = 21,07 \text{ cm} \quad (38)$$

þar sem $c = 299.792.458 \text{ m/s}$ er hraði ljóss í tómarúmi og f er tíðni ljóseindarinnar. Útvarpsbylgjur vegna örfíngerðar vetrnis eru nefndar 21 cm línum vegna bylgjulengdar þeirra.

Líkurnar á að þessi spunavíxlverkun gerist af sjálfu sér í vetrnisfrumeind á gefinni sekúndu

³Kuzmak, A. R. "The Physics of the Hyperfine Structure in the Hydrogen Atom. The Hydrogen $\lambda = 21 \text{ cm}$ line." Journal of Physical Studies 28, no. 3 (2024):3901. <https://doi.org/10.30989/jps.28.3901>

(Γ) fæst með eftirfarandi sambandi

$$\Gamma = \frac{\hbar g_e^2 e^2 k_0^3}{12m_e^2 c^2} \rightarrow \tau = \frac{1}{\Gamma} = \frac{12m_e^2 c^2}{\hbar g_e^2 e^2 k_0^3} \propto 10^7 \text{ár.} \quad (39)$$

þar sem $k_0 = \frac{2\pi}{\lambda}$ er tölugildi bylgjuvígurs ljóseindarinnar sem losnar við spunaskiptin. Meðal líftími (τ) örvaða ástandsins þegar spuni er samsíða er einn á móti líkindum á skiptingu

Þessi gríðarlangi tími sem vtniseind er að jafnaði í örvuðu ástandi gerir það að verkum að tilviljunarkennd útgeislun ljóseindar frá hlutlausu vetni er mjög sjaldan ástæða útgeislunar. Oftast eru árekstrar milli vtniseinda orsakavaldar útgeislunarinnar á 21 cm ljóseind. Í miðgeimsefni vetrarbrautarinnar eiga slíkir árekstrar sér stað á um hunrað ára fresti að jafnaði, sem veldur langstærstum meirihluta þeirra útvarpsbylgna H1 línumnar sem mælast frá jörðu niðri.

1.5 21 cm línan og hreyfifræði vetrarbrautarinnar

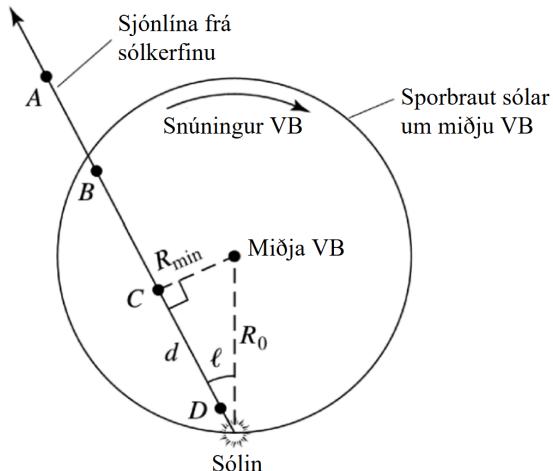
Hlutlaust vetni er algengasta efnið í miðgeimsefni vetrarbrauta, og þar sem að H1 línan er af tiltölulega lágri tíðni þá kemst það í gegnum gasský sem eru annars ógegnsæ á öðrum tíðnum. Þessi eiginleiki 21 cm línumnar gerir það að tilvöldum kosti fyrir mælingar á eiginleikum og uppyggingu vetrarbrautarinnar⁴. Þar sem að tíðni ljóss frá kyrrstæðum vtniseindum er vel þekkt, er hægt að bera tíðni mældra útvarpsbylgna við kyrrstöðutíðnina og meta þannig hraða efnisins í stefnu til eða frá jörðinni. Þessu sambandi er lýst með Doppler-hraða jöfnunni

$$f = \left(1 + \frac{\Delta v}{c}\right) f_0 \Leftrightarrow \Delta v = c \left(\frac{f}{f_0} - 1\right) \quad (40)$$

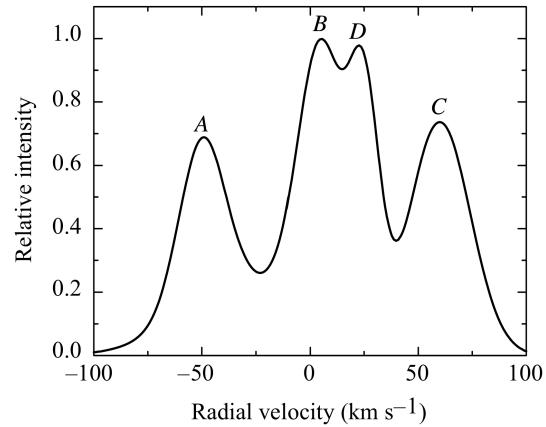
þar sem f er mæld tíðni merkis, Δv er hraðamismunur uppsprettu og jarðar, c hraði ljóss í tómarúmi, og f_0 er kyrrstöðutíðni uppsprettuljóss. Eins og áður hefur komið fram er f_0 fyrir hlutlaust vetni ein best þekkta stærðin í náttúrunni sem gerir það að verkum að áætla megi hraðamismuninn (Δv) mjög nákvæmlega.

Þessari aðferð hefur verið beitt til að greina hraða mældra útvarpsbylgna úr vetrarbrautinni og flokka niður í uppsprettusvæði eins og sjá má á mynd 30.

⁴ Dale A. Ostlie Bradley W. Carrol: *Introduction to Astrophysics*.



(a) Sjónlína innan VB úr sólkerfinu.



(b) Hlutfallslegur styrkur H1 línumnar í sjónlínú gegnum VB frá sólkerfinu.

Mynd 6: Dæmi um dreifingu hraða í hefðbundinni mælingu á 21 cm línu í gegnum snúnings-skífu vetrarbrautarinnar (24.24 í Carroll & Ostley⁵)

Á mynd 6b má sjá hvernig hlutfallslegur styrkur H1 línumnar er breytilegur í gefnum sjónlínufeli gegnum vetrarbrautina (VB). Í þessari tilraun er leitast við að framkvæma mælingu sem minnir á mynd 6b með heimasmíðuðum útvarpssjónauka.

2 Hönnun og smíði útvarpssjónauka

Þegar leitast er við að nema útvarpsbylgjur utan úr geimnum er mögnun merkis eitt mikilvægasta skrefið í mælingunni. Það er gert á margvíslega vegu en fjöldi ólíkra sjónauka hafa verið notaðir við mælingu H1 línumnar í gegnum tíðina. Þeir eru gjarnan samsettir úr tveimur samspilandi þáttum, bylgjubeini og nema. Bylgjubeinar gegna því hlutverki að beina innkomandi bylgjum niður á hnitmiðað svæði þar sem mælibúnaðurinn er staðsettur. Þannig er styrkur mælinga margfaldaður eftir stærð og lögun beinisins ásamt tíðni merkisins sem mælt er.

Meðal þeirra bylgjubeina sem hafa verið notaðir við mælingu H1 línumnar eru horn eins og var notað við fyrstu mælingu merkisins af Ewen og Purcell árið 1951⁶ og má sjá á vinstri hlið myndar 7. Minni hornaloftnet eins og það á hægri hlið myndar 7 eru gjarnan notuð af nemendum við tilraunir í dag en hornið á myndinni var smíðað af eðlisfræðinema við Harvard háskóla.⁷



Mynd 7: Dæmi um hornaloftnet sem hafa verið notuð við mælingar á H1 línumni



Mynd 8: Útvarpssjónaukinn í WTH eftir Fung et al.

$d_l = 8,7\text{cm}$ á dýpt. Stærri diskurinn gefins frá Sæmundi E. Þorsteinssyni prófessors í

Nútímalegri útvarpssjónaukar nota oft fleygbogalaga bylgjubeina eins og var notuð í verkefninu *wok the hydrogen* þar sem wok panna var notuð í stað gervihnattadisks af Fung og félögum. Sú tilraun varð kveikjan að þessu verkefni og er sjónauki þessarar tilraunar því byggður á hönnuninni í Fung et al. Við val á bylgjubeini komu fleygbogalaga (*e. parabolic*) diskar því eingöngu til greina.

Ýmsir slíkir kostir voru skoðaðir við upphaf verkefnisins, en valið var að lokum þrengt niður í two diska sem sjá má á mynd 9. Sá minni fannst á hillu í háskólabyggingunni VR1 og er $D_l = 48,5\text{cm}$ á breidd og

⁶National Radio Astronomy Observatory Archives. Harold "Doc" Ewen and Edward Purcell with Harvard Antenna, 1956. <https://www.nrao.edu/archives/items/show/37040>.

⁷Jake A. Connors. A Student Experiment to Measure 21-cm Radiation. <https://lweb.cfa.harvard.edu/~jconnors/hornantenna.html>.

rafmagnsverkfræði fyrir þetta verkefni. Sá diskur er talinn vera framleiddur árið 1989 og var í eigu Sæmundar og Félags ráðíóamatöra fram til ársins 2024. Hann er $D_S = 155\text{cm}$ breiður og $d_S = 20\text{cm}$ djúpur, en sökum aldurs fylgdu ekki nánari upplýsingar með honum. Því þurfti að mæla dýpt disksins frá einum enda að hinum og sníða fleygbogafall að lögum hans sem sjá má á mynd 10. Það sama var gert við minni diskinn sem má sjá á mynd 11. Rúmfræðilegir eiginleikar beggja diskanna voru skoðaðir til að meta kosti þeirra og galla.



Minni diskurinn $D = 48,5\text{cm}$



Stóri diskurinn $D = 155\text{cm}$

Mynd 9: Diskarnir tveir sem komu helst til greina við vinnslu verkefnisins

2.1 Rúmfræðilegir eiginleikar fleygbogadiska

Eins og nafnið gefur til kynna er hægt að sníða fleygbogaföll að fleygbogalaga diskum. Hér er annars stigs margliða af gerðinni

$$P(x) = Ax^2 + Bx + C. \quad (41)$$

sniðin að báðum diskum og breyturnar A , B og C metnar fyrir þá. Með þeim er hægt að meta aðra eiginleika diskanna eins og krapparadíus (R), brennispunktshæð h og margt fleira. Ef dýptin d og breiddin D eru ekki mæld, má meta þær út frá fleygobgabreytunum líka. Þvermálið D fæst með frádrætti jákvæðrar lausnar annars stigs jöfnu frá hinni neikvæðu þ.e.

$$D = \Delta x = \frac{-B + \sqrt{B^2 - 4AC}}{2A} - \frac{-B - \sqrt{B^2 - 4AC}}{2A} = \frac{\sqrt{B^2 - 4AC}}{A}. \quad (42)$$

Dýptin d fæst með innsetningu á $D/2$ inn í $P(x)$, þ.e.

$$d = P(D/2) = AD^2/4 + BD/2 + C. \quad (43)$$

Krapparadíus (*e. radius of curvature*) disksins er gefinn með

$$R = \frac{\left[1 + \left(\frac{dy}{dx}\right)^2\right]^{3/2}}{\frac{d^2y}{dx^2}} \Bigg|_{x=x_0} = \frac{\left[1 + (2Ax + B)^2\right]^{3/2}}{2A} \Bigg|_{x=x_0}, \quad (44)$$

þar sem R er krapparadíus ferilsins í viðmiðunarpunktinum x_0 . Eðlilegast er að meta krapparadíusinn í miðpunktinum $x_0 = D/2$ en R er radíus ímyndaðrar kúlu sem passar best við lögun disksins.

Mikilvægasta stærðin sem varðar mögnun diskisn er staðsetning brennipunkts fleygbogans, en með því að setja loftnetið í brennipunktinn fæst hámarks mögnunin sem diskurinn býður upp á. Hún er gefin með jöfnunni

$$h_{brenn} = \frac{4AC - B^2 - 1}{4A} \quad (45)$$

þar sem h_{brenn} er hæð brennipunktsins yfir miðju disksins.

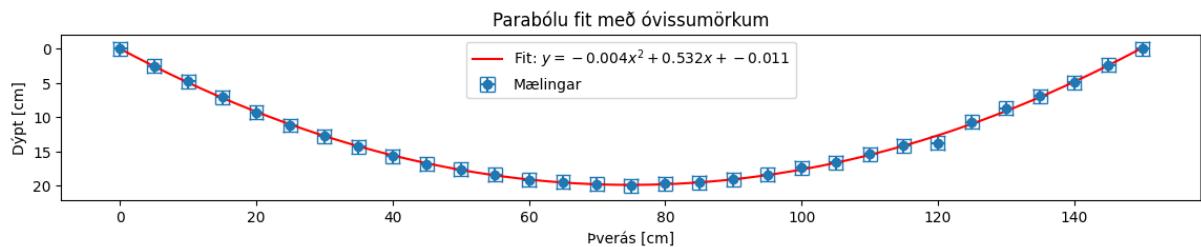
Loks fæst hornupplausn sjónauka eftir breidd disks D og bylgjulengd ljóss λ með

$$\theta_{FWHM} = 1,22 \frac{\lambda}{D} \quad (46)$$

þar sem hornupplasunin θ_{FWHM} lýsir vídd geislans frá loftnetinu, en lægra gildi svarar til hærri upplasunar.

2.2 samanburður eiginleika diskanna

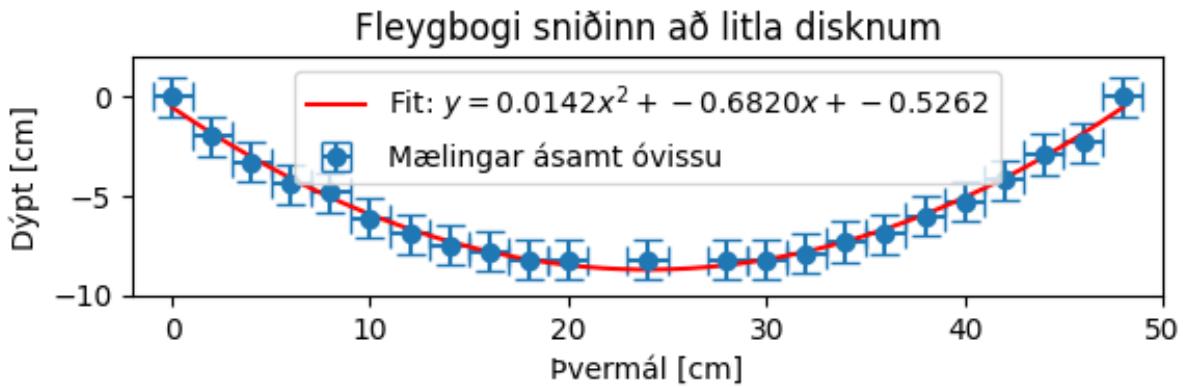
Dýpt diskanna sem fall af fjarlægð í láréttu stefnu frá brúninni var mæld fyrir báða diskana og fleygbogajöfnur sniðnar að mælingunum sem sýndar eru á myndum 10 fyrir stóra diskinn og 11 fyrir þann litla.



Mynd 10: Dýpt stóra gervihnattadisksins eftir fjarlægð frá einum enda disksins.

Eins og sést á mynd 10 er margliðan ($P_s(x)$) sem lýsir stóra disknum best gefin með

$$P_s(x) = 0,00355x^2 + 0,532x - 0,011. \quad (47)$$



Mynd 11: Fleygboganálgun á litla diskinn

Fyrir litla diskinn passar fleygboginn

$$P_l(x) = 0,0142x^2 - 0,6820x - 0,5262 \quad (48)$$

best við mælingar. Eiginleikar diskanna út frá sniðnum fleygbogaföllum eru teknir saman í töflu 1.

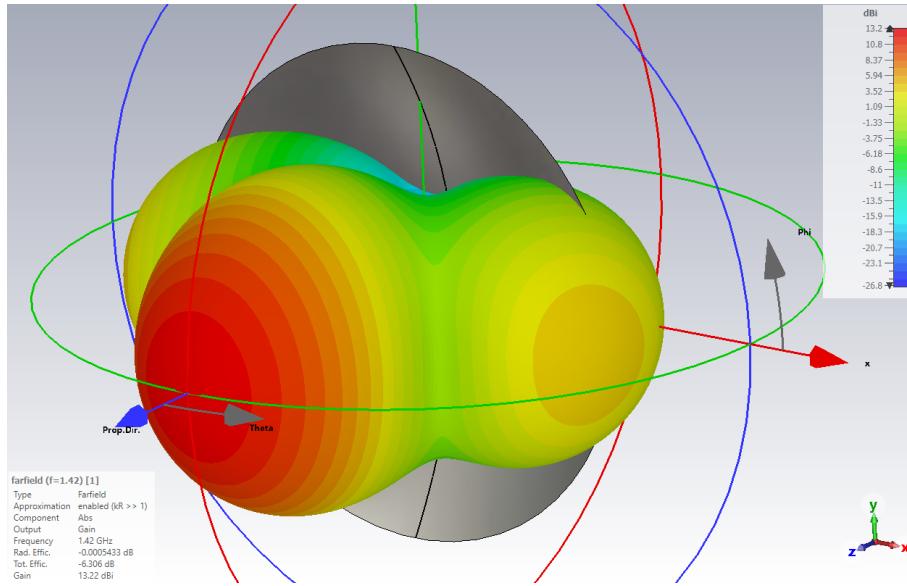
-	h_{brenn}	D	d	Krappageisli (R)	θ_{FWHM}
Minni diskurinn	8.9 cm	48,5 cm	8cm	40.8 cm	30°
Stærri diskurinn	90.3 cm	155 cm	20cm	160 cm	$9,5^\circ$

Tafla 1: Samanburður á eiginleikum diskanna tveggja þar sem θ_{FWHM} miðar við bylgjulengdina $\lambda = 21\text{cm}$.

Báðir diskarnir sem voru alvarlega teknir til skoðunar í þessu verkefni höfðu ólíka eiginleika. Prátt fyrir að stóri diskurinn hefði sléttara yfirborð og gæfi skýrara merki með meiri mögnun varð sá minni fyrir valinu. Megin ástæðan er sú að aukateknu smíðin og utanumhaldið um stærri diskinn sem þyrfi við mælingar var of mikil fyrir umfang verkefnisins. Litli diskurinn hentaði betur fyrir prufumælingar sem eru nauðsynlegur hluti af þróunarferlinu. Einnig féll hann betur að wok pönnunni sem notuð var í Fung et al. sem verkefnið byggir á. Stóri diskurinn verður þó áfram til staðar við Háskóla Íslands og verður vonandi nýttur í framtíðinni við endurbætta útgáfu af þessu verkefni.

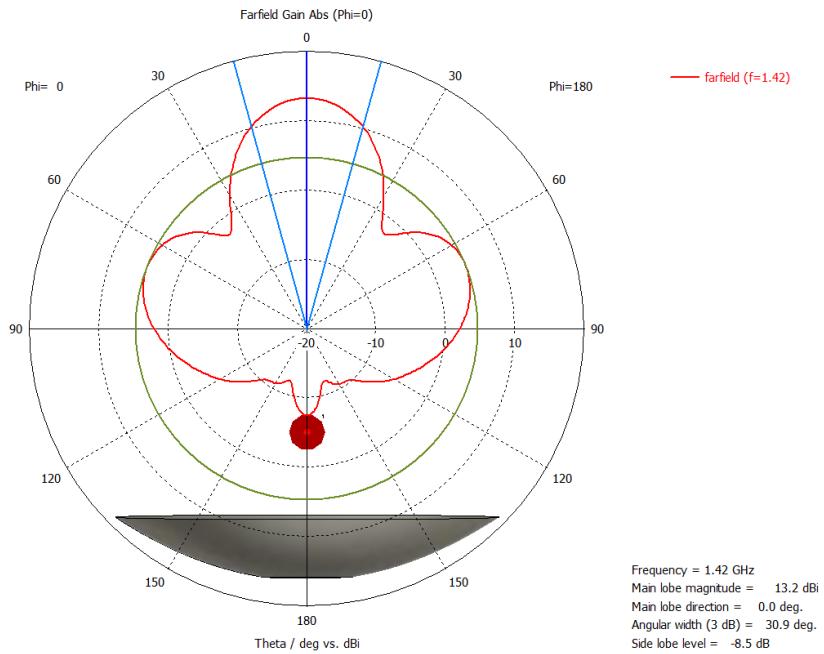
2.3 Tölulegar hermanir

Þar sem að litli diskurinn varð fyrir valinu var ýtarlegri greining framkvæmd á eiginleikum hans. Með fleygbogamælingum disksins var hægt að gera þrívíddarlíkan af honum og keyra hermanir af samverkun $\lambda = 21\text{cm}$ útvarpsbylgna við hann. Rustam Balefendiev doktorsnemi gerði myndirnar, en hann keyrði tölulegar hermanir af gervihnattadisknum ásamt tvíþólsloftneti staðsettum í brennipunkti disksins.

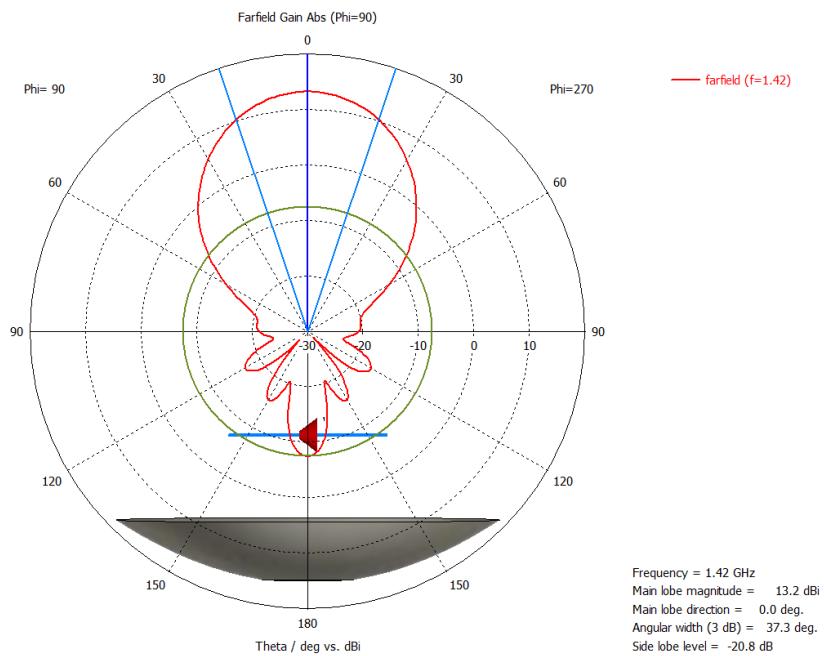


Mynd 12: Þrívíddarlíkan af gervihnattadisknum og stefnuháðri mögnun hans.

Myndir 12,13 og 14 sýna hvernig næmni sjónaukans er háð stefnu. Flestir sjónaukar hafa hámarksnæmni í þá stefnu sem þeim er beint í. Hins vegar er einhver hluti næmnninnar í stefnur talsvert frá þeiri sem óskað er eftir og því eitthvað hlutfall styrks merkja sem nemast annars staðar frá. Með því að meta stefnuhneigð næmnninnar á sjónaukanum fæst mynd af því hversu hnitríðan hluta himinsins er hægt að mæla í einu, og hversu mikil merki "leka"inn úr óeftirsóttum áttum. Tölulegu hermanirnar sýna misstórar bungur (e. *lobe*) eftir stefnu í hlutfalli við næmni kerfisins í þá stefnu. Á myndum 13 og 14 má sjá þverskurði á mælingum myndar 12 í stefnu samsíða og þvert á tvíþólsloftnetið. En samkvæmt þeim er hornupplausnin $\theta = 30, 9^\circ$ samsíða loftnetinu, sem samræmist gildi jöfnu 46 frá disknum eintómum. Þvert á loftnetið er hornupplausnin hærri ($\theta = 37, 3^\circ$) vegna þess að tvíþólsloftnetið er hefur ekki snúningssamhverfa lögun. Styrkurinn í stefnu meginbungunnar er 13, 2dB á báðum myndum, en næmni hliðarbúlga er mjög ólík eftir stefnum, verandi talsvert hærri í stefnu samsíða loftnetinu (-8, 5dB) heldur en þvert á það (-20, 8dB).



Mynd 13: Mögnunarmynd af samverkun kerfisins við 21cm bylgjulengd samsíða loftnetinu.



Mynd 14: Mögnunarmynd af samverkun kerfisins við 21cm bylgjulengd þvert á loftnetið.

Þar sem að sjónaukinn hefur ólíka mögnunareiginleika eftir stefnu loftnetsins getur skipt máli að skrásetja hvernig það snýr við hverja mælingu. Því er sleppt í þessari tilraun þar sem að hornupplausnin í báðar stefnur er ekki nógu mikil til að nákvæmar mælingar séu gerðar með sjónaukanum. Þessi áhrif frá tvíþólsloftnetinu gætu þó skipt máli ef stærri diskur væri notaður og ætlunin væri að gera hnitrmiðaðar mælingar.

2.4 Loftnet og úrvinnsla merkis

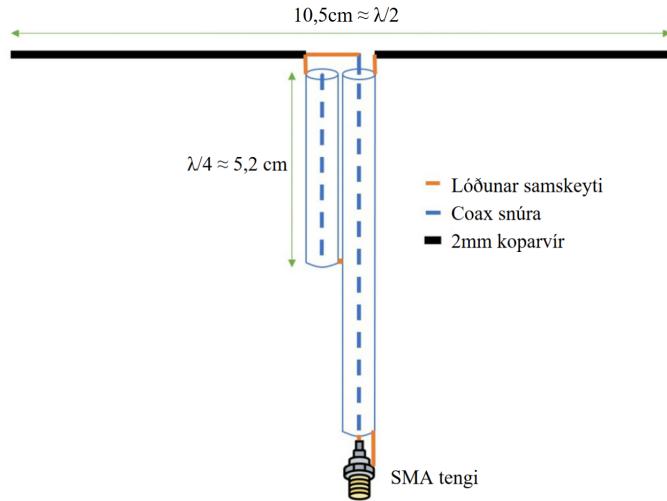
Loftnetið sem notað er í útværpsjónauka er álíka mikilvægt og diskurinn við mögnun merkis. Hönnun loftnetsins sem notað var hér er sú sama í Fung et al. en sjá má teikningu af því á mynd 15. Þetta er tvípólsloftnet með hálfbylgjulengdar breidd í láréttu stefnu og fjórðungsbylgjulend í þá lóðréttu. Þessi gerð loftnets er afar vinsæl þegar mæla á merki af tiltekinni tíðni, því hægt er að smíða það til að vera næmast fyrir bylgjulengdinni sem leitast er eftir.



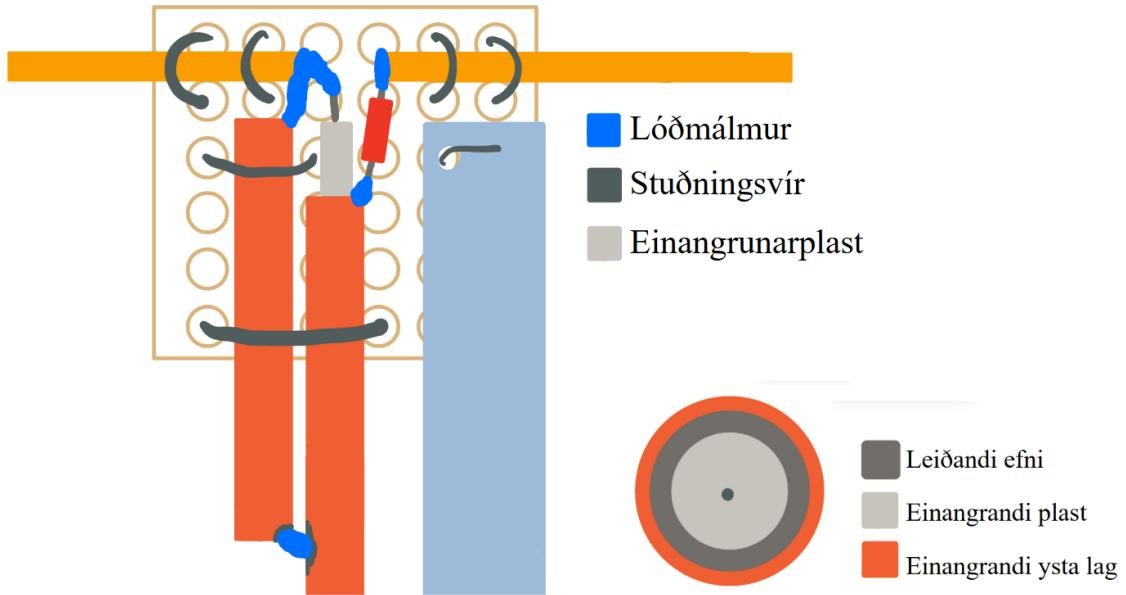
Mynd 16: Ljósmynd af loftnetinu sem smíðað var fyrir þetta verkefni

Á mynd 16 má sjá hálfbylgjulengdar-tvípólsloftnetið sem notað er í tilrauninni. Lárétti hluti loftnetsins efst er 10,5cm breiður úr húðuðum 2mm þykkum koparvírum, en ætlunin með honum er að vera u.p.b. $\lambda_{H1}/2$ á breidd. Lóðrétti hluti loftnetsins er gerður úr BNC kapli sem sjá má þverskurð af á mynd 17, en hann er um $\lambda_{H1}/4 \approx 5,2\text{cm}$ langur. Loks er annar BNC kapall notaður til að leiða merkið frá koparvírunum

tveimur og fjórðungs-bylgjulengdar BNC bútinum út í restina af rásinni, en allir íhlutirnir frá loftnetinu fram að A/D breytunni eru tengdir saman með slíkum köplum.



Mynd 15: Teikning af tvípólsloftnetinu sem notað var í Fung et al.

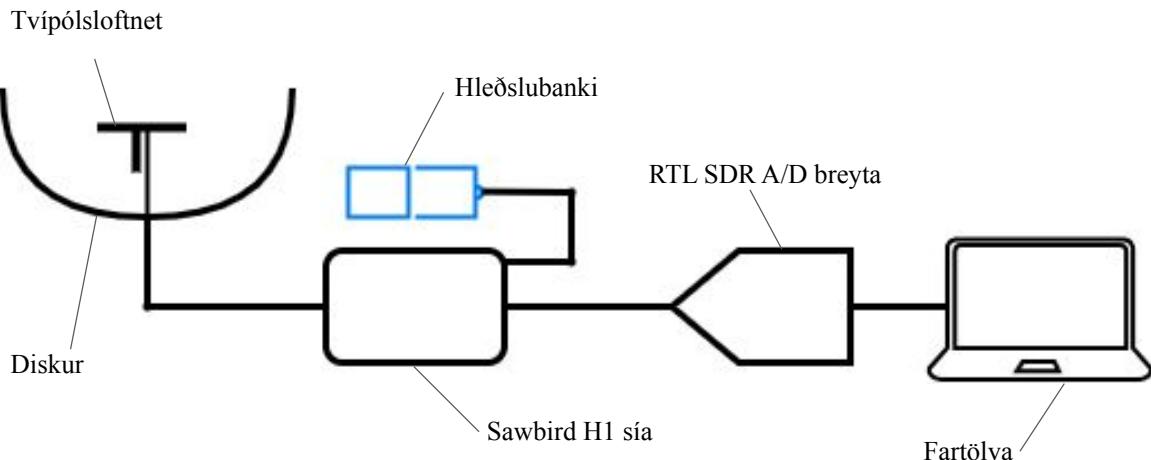


Mynd 17: Teikning af útfærslu á smíðum loftnetsins og innri byggingu BNC snúru.

Á mynd 17 er teikning af útfærslu loftnetsins í þessari tilraun þar sem líttill bútur af óleiðandi plast rásaspjaldi (*e. circuit board*) var notaður sem stoðgrind til að halda utan um íhluti loftnetsins og lóða þá saman. Stuðningsvír var notaður til að festa hluti við spjaldið, en passa þurfti að enginn stuðningsvír snerti aðra ótengda rásahluta því þá gæti merkið frá loftnetinu brenglast. Stoðstöng úr plasti er notuð til að halda loftnetinu uppi sem er á hægri hluta spjaldsins litað ljósblátt.

2.5 Merkjavinnsla

Útvinnsla merkisins hefst um leið og það er nemið með loftnetinu sjálfu. Á mynd 18 má sjá skýringarmynd sem lýsir allri rafrænu merkjavinnslunni í sjónaukanum.



Mynd 18: Skýringarmynd af merkjavinnslunni í sjónaukanum.

2.5.1 Sawbird H1 sía og magnari

Eftir að rafmerki er numið með tvípólsloftnetinu er það fyrst leitt í gegnum Sawbird H1 síu (sjá mynd 19) frá NooElec sem hefur tvíþætt hlutverk. Í fyrsta lagi er sagarsía (*e. saw filter*) innifalin í Sawbird H1 sem einangrar merkið á tíðnirófinu þar sem vetrnislínuna er að finna. Svo notar hún tvær gerðir lágsuðsmagnara (*e. low noise amplifier*) til að magna mælingar loftnetsins á einangruðu tíðninni. Þannig er upplausn merkisins hámörkuð því kerfislægt suð hefur minni hlutfallsleg áhrif á það. Sían þarf ytra afl til að virka og er hleðslubanki tengdur við micro-usb innstunguna í síunni sem veitir henni um 5V rafspennu.⁸



Mynd 19: Sawbird H1 sía notuð til að magna merki í kringum 1.4GHz tíðni. Þannig er upplausn merkisins hámörkuð því kerfislægt suð hefur minni hlutfallsleg áhrif á það. Sían þarf ytra afl til að virka og er hleðslubanki tengdur við micro-usb innstunguna í síunni sem veitir henni um 5V rafspennu.⁸

2.5.2 RTL-SDR USB þekkill

Eftir mögnunina þarf að færa merkið úr rafrænu (*e. analogue*) formi yfir í stafrænt en til þess er 8 bita RTL-SDR þekkill (*e. dongle*) notaður.⁹ Hann getur tekið við tíðnum á bilinu $24\text{MHz} < f < 1766\text{MHz}$ sem tíðni H1 línnunnar fellur vel innan.



2.6 Hugbúnaður

Algengt er að forritið SDRSharp frá Airspy sé notað með RTL-SDR USB tengjum, en sökum þess að ekki tókst að skrá niður mælingar með því var leitað til annars forrits. Forritið rtl-power¹⁰ var notað við öflun mælinga sem er keyrt í skipanalínunni. Með því er hægt að stilla tíðnibil mælingar, upplausn (tíðnibreidd hverrar mælingar) og tímalengd mælingar. Af óþekktum ástæðum eru mælingar sem taka lengra en eina mínútu óáreiðanlegar óháð breidd tíðni og upplausn, en þær eiga það til að eyðast handahófskennt við lengri tíma. Því er ekki hægt að gera langar mælingar sem takmarkar dýpt merkisins sem hægt er að nema. Þetta er ástæða þess að mælingar eru aðeins gerðar í mínútu í senn.

Til að beina sjónaukanum er ókeypis smáforritið Stellarium notað. Það er símaforrit sem nýtir áttavita og stefnumæla snjallasímans til að sýna hvaða stjarnfræðilegu fyrirbæri eru á

Mynd 20: RTL SDR USB þekkill

⁸Amazon. SAWbird+ H1. <https://www.amazon.com.be/-/en/SAWbird-H1-Amplifier-Applications-Frequency/dp/B07XPV9RX2>.

⁹RTLSDR.com. RTL-SDR Blog V3 R860 (R820T2) RTL2832U 1PPM TCXO SMA Software Defined Radio. <https://www.rtl-sdr.com/buy-rtl-sdr-dvb-t-dongles/>.

¹⁰archlinux. rtlpower: - wideband spectrum monitor utility. https://man.archlinux.org/man/extra/rtl-sdr/rtl_power.1.en?fbclid=IwZXh0bgNhZW0CMTEAAR5Geo0Oy7rlaLuEJqME2Q-kvlfzc7Yar8vNTMLNUGH57-uvj20IaQRpqnyTA_aem_IRtbIZ7ommD9gzOZ5vTkOQ.

himninum í átt myndavélarinnar. Með forritinu er einfalt að beina sjónaukanum í átt að örmum vetrarbrautarinnar. Innbyggt áttavitaforrit (*compass*) og mælingaforrit (*measure*) á Iphone eru notuð til að skrásetja stefnu sjónaukans við hverja mælingu sem eru upplýsingar sem hægt er að færa yfir í vetrarbrautarhnit.

2.7 Samsetning sjónaukans

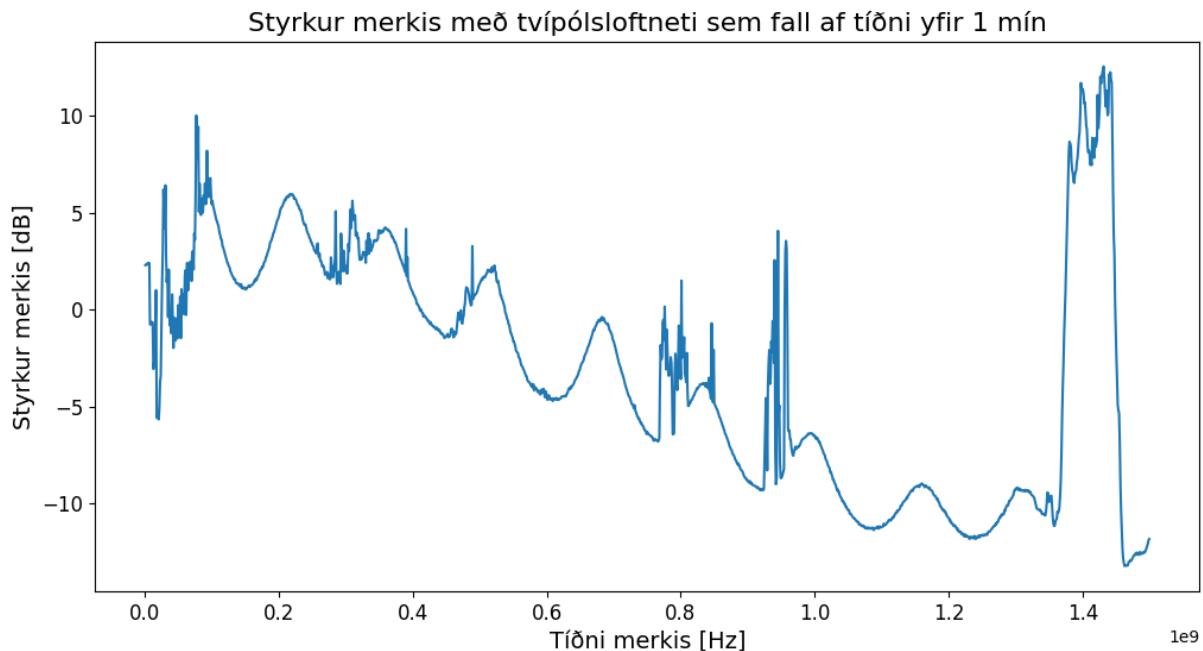
Litli diskurinn var límdur við pappakassa og festur með límbandi. Í hann var hálfbylgjulengdar tvípólsloftnetið svo fest þannig að það væri í brennipunkti disksins. Því var haldið stöðugu með pappa og límbandi, en BNC kapallinn fór í gegnum holu í miðjum disknum. Álpappír var bætt við í kringum holuna til að þekja pappann sem hélt loftnetinu og varðveita mögnunareignileika disksins. Sjá má lokaútgáfu sjónaukans á mynd 21 þar sem hann er í notkun fyrir utan VR3 bygginguna.



Mynd 21: Lokaútgáfa sjónaukans í notkun á háskólasvæðinu.

3 Tíðniháður styrkur og áhrif umhverfisþátta

Til að athuga áhrif merkjavinnslunnar á mælingar við ólíkar tíðnir er mæling gerð á bakgrunnsstyrk merkis innandyra. Mælingin er gerð á tíðnibilinu $0\text{MHz} < f < 1500\text{MHz}$ þar sem merkjastyrk var aflað yfir einnar mínu útímabil. Upplausn merkisins er 1MHz og eru niðurstöður mælingarinnar að sjá á mynd 22.

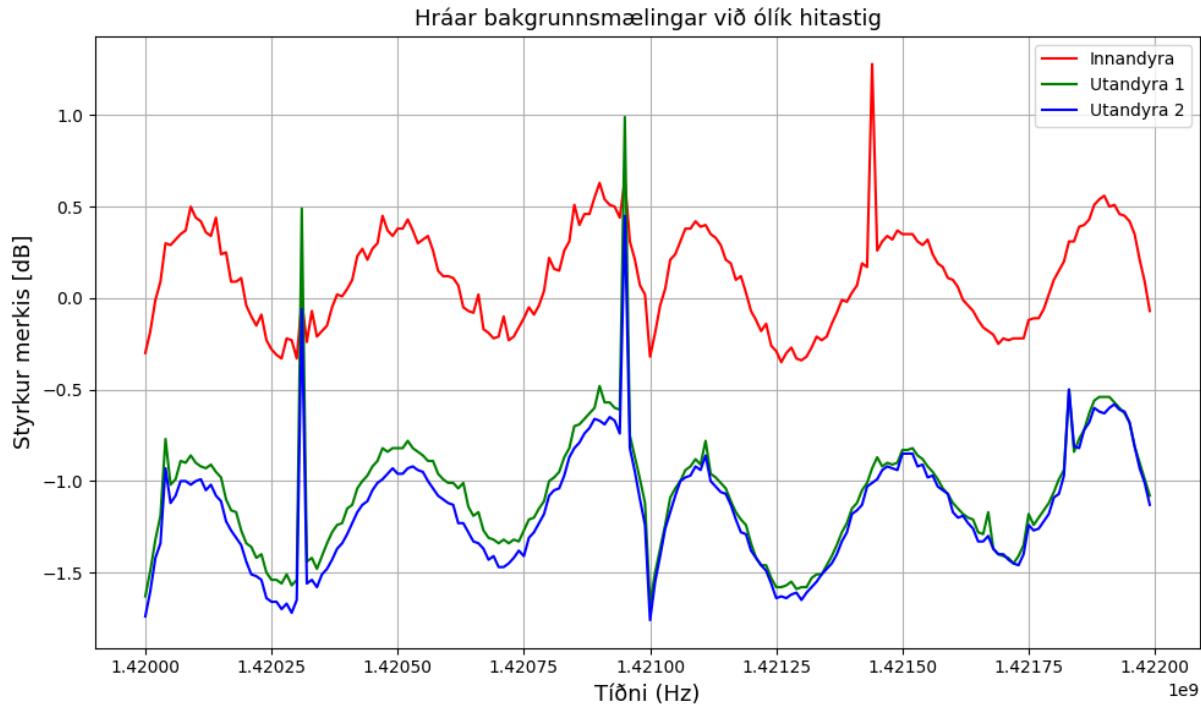


Mynd 22: Styrkur merkisins sem kerfið nemur sem fall af tíðni.

Eins og sést á mynd 22 er augljóst bakgrunnsmerki við tíðnir á bilinu $0, 1\text{GHz}$ til $1, 3\text{GHz}$ sem minnir á línulega minnkandi sínusbylgju. Vegna magnarans í loftnetinu (Sawbird H1) er þetta bakgrunnsmynstur ekki að finna á tíðnibilinu í kringum $1, 4\text{GHz}$, en á þeirri tíðni merkið magnað 20dB umfram bakgrunnsmerkið. Það sýnir að magnarinn virki rétt, því hann á að efla merkið í kringum tíðni 21 cm línunnar, og gerir það hundraðfalt.

3.1 Áhrif ytri umhverfisþátta á mælingar

Mælingar sem gerðar eru utandyra á Íslandi verða fyrir veðurfarslegum áhrifum eins og kælingu á mælikerfinu og titringi sökum vinds. Til að meta áhrif hitastigs á næmni kerfisins er mæling gerð innandyra við stofuhita (um $20^\circ - 25^\circ$ hitastig) á þeirri tíðni sem mælingar á H1 línunni eru gerðar. Nákvæmlega sama mæling er svo endurtekin utandyra við $\approx 5^\circ - 10^\circ$ þar sem hitastigið er um $15^\circ - 20^\circ$ lægra. Vert er að taka fram að engar hitastigsmælingar voru gerðar við þessa tilraun, en tilgangur hennar var að meta muninn á merkinu innandyra og utandyra og hitastigin sjálf aukaatriði.



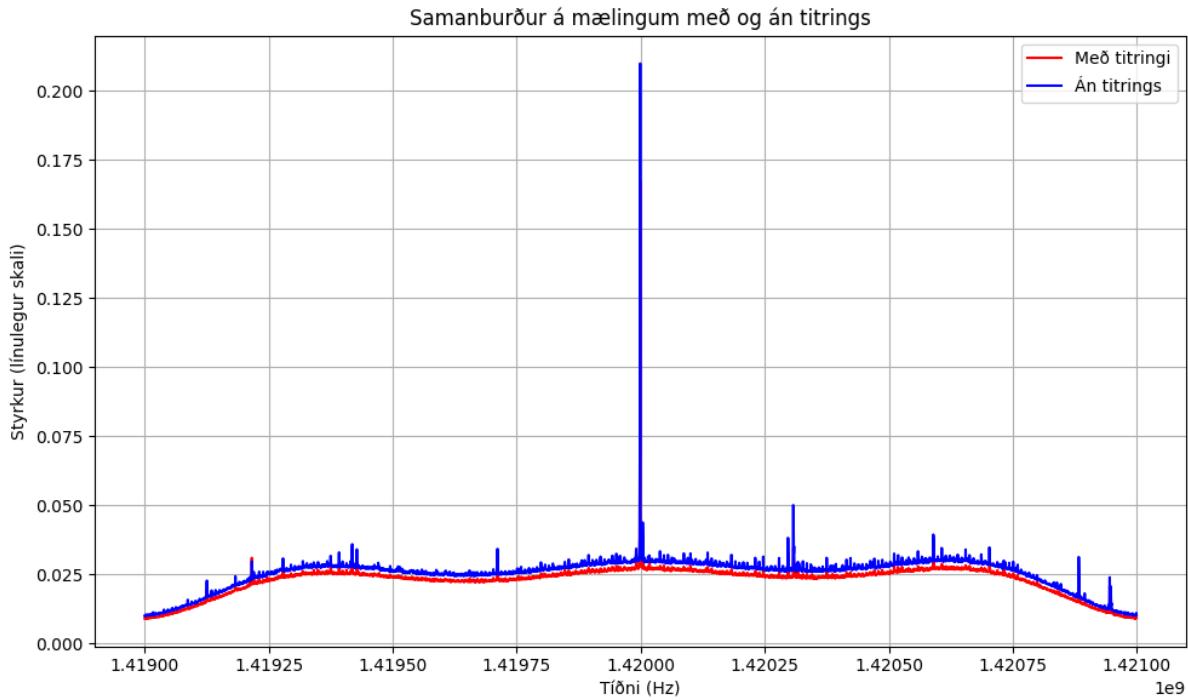
Mynd 23: Styrkur merkisins sem kerfið mælir innandyra og utandyra

Á mynd 23 má sjá verulegt fall í styrk mælinga fyrir og eftir að kerfið er sett út, en 1, 5dB skilja að styrk merkjanna innandyra og utandyra. Það samsvarar falli í styrk um 71% því að

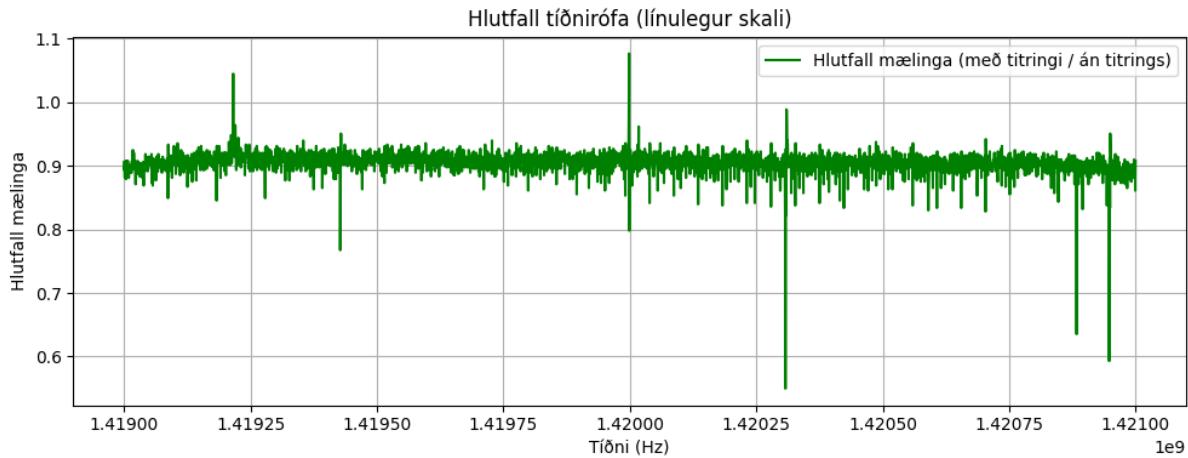
$$10^{\Delta I_{dB}/10} = 10^{1,5/10} = 1,4125 \rightarrow 1/1,4125 = 0,71.$$

Þessi lækkun á styrk ætti ekki að hafa áberandi áhrif á mælingarnar sem gerðar eru með kerfinu því gæði mælinga eru ekki skert eins og sést á mynd 23.

Vindur getur einnig haft áhrif á mælingar með því að valda titringi. Þá getur breytileg stefna loftnetsins dregið úr gæðum mælingarinnar þar sem að breiðara og ójafnara svæði mælist. Til að meta þessi áhrif er mæling gerð innandyra í eina mínuðu þar sem að kerfið er algjörlega kyrrt, svo aftur á meðan það er hrist rækilega með handaflí. Niðurstöður þessara mælinga má sjá á mynd 24. Á myndinni er ekki að sjá skýran mun á merkjum, en rms (*e.root mean squared*) gildi hlutfallsins á milli þeirra þegar kerfið er hrist og þegar það er kyrrt er 0, 91.



(a) Merkin sem mælast með kerfinu þegar það er kyrrt og þegar það er hrist.



(b) Hlutfall merkjanna þegar kerfið er hrist og þegar það er kyrrt.

Mynd 24: Mat á áhrifi titrings á mælingar

Þrátt fyrir lítil áhrif titrings innandyra er rétt að nefna að engin titringsmæling var framkvæmd við kaldar aðstæður utandyra sem líkjast mest raunverulegum aðstæðum. Því er ekki hægt að útloka að titringurinn dragi meira úr gæðum mælinga við köld hitastig.

4 Mælingar

Til að nema 21 cm línu vetrarbrautarinnar þarf að framkvæma tvær mælingar með sjónaukanum við sömu stillingar í ólíkar stefnur. Sú fyrsta er bakgrunnsmæling þar sem að sjónaukanum er beint í það minnsta 30° frá örmum vetrarbrautarinnar. Þannig fæst bakgrunnsmerki sem hægt er að bera saman við mælingar í stefnu vetrarbrautarinnar. Sjónaukanum er svo beint í átt að vetrarbrautinni þar sem sama mæling er framkvæmd aftur. Hlutföll þessara mælinga gefa fram styrk 21 cm línumnar í átt vetrarbrautarinnar miðað við bakgrunn, en nánar er skyrt hvernig gagnaúrvinnsla fer fram í kafla 4.1. Á Íslandi hentar vel að framkvæma mælingar á vetrarbrautinni í kringum hádegi á vorin, en þá eru armur vetrarbratarinnar hæstir á lofti og snúa lóðrétt miðað við landslagið. Þar sem að H1 línan gefur tiltölulega sterkt merki, er hægt að mæla það við skýjaðar aðstæður til jafns við heiðskírar.

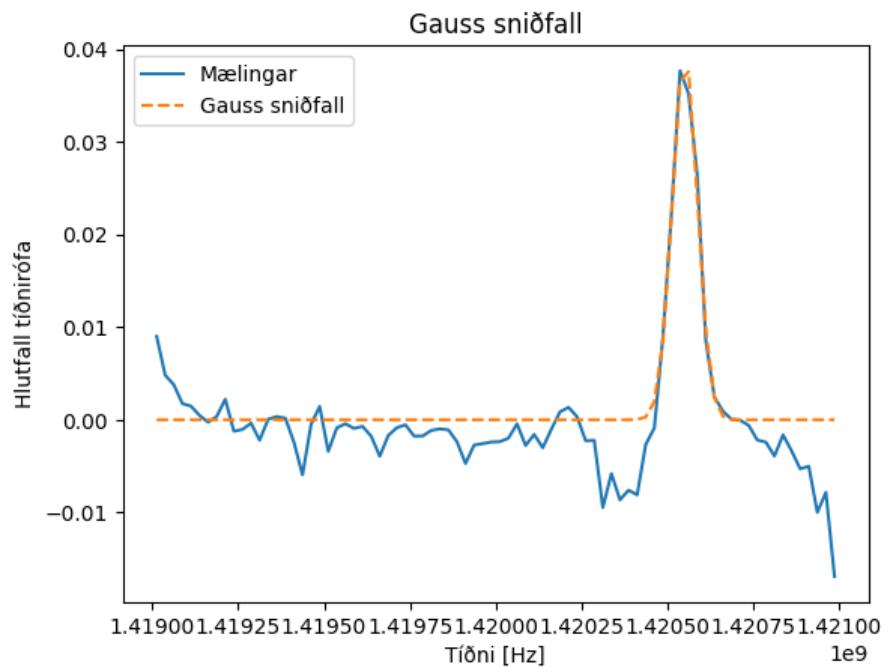
Í þessari tilraun var merkið numið við tiltölulega skýjaðar aðstæður þann 2. maí 2025 sem sjá má á mynd 25 sem var tekin af vettvangi. Mælingarnar voru gerðar á Seltjarnarnesi við ströndina þar sem annar armur vetrarbrautarinnar var mældur úr vestri yfir sjónum, sem hentar vel því þá eru truflanir af mannvöldum lágmarkaðar. Bakgrunnsmælingar voru gerðar í norðurstefnu fyrir og eftir hverja vetrarbrautarmælingu. Hinn armur vetrarbrautarinnar var mældur í austurstefnu. Þar sem að hornupplausn kerfisins er ekki há, ($\theta_{FWHM} \approx 30^\circ$) er mjög erfitt að mæla ólíka hluta armanna innan sömu aðalstefnu, og því eingöngu gerður samanburður á mælingunni í austur og vesturstefnu. Mælingar voru gerðar á rófinu $1419\text{MHz} < f < 1421\text{MHz}$ með punktbilastærðina (upplausn) 500Hz á mælipunkt. Hver mæling var framkvæmd í eina mínútu í senn þar sem sjónaukanum var fyrst beint í átt frá örmum vetrarbrautarinnar og síðan í átt að vetrarbrautinni. Niðurstöður þeirra mælinga eru að sjá á mynd 26, 27 og 29.



Mynd 25: Mælierfið í notkun þann 2. maí 2025.

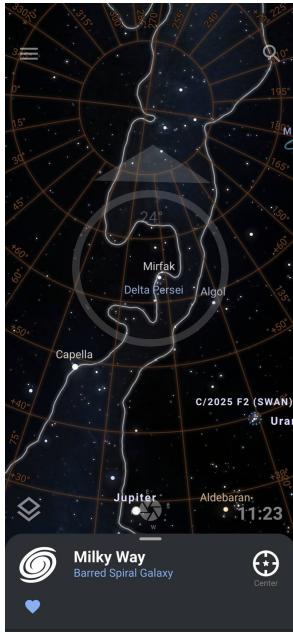


(a) Skjáskot af Stellarium í stefnu sjónaukans (Vestur 270°)

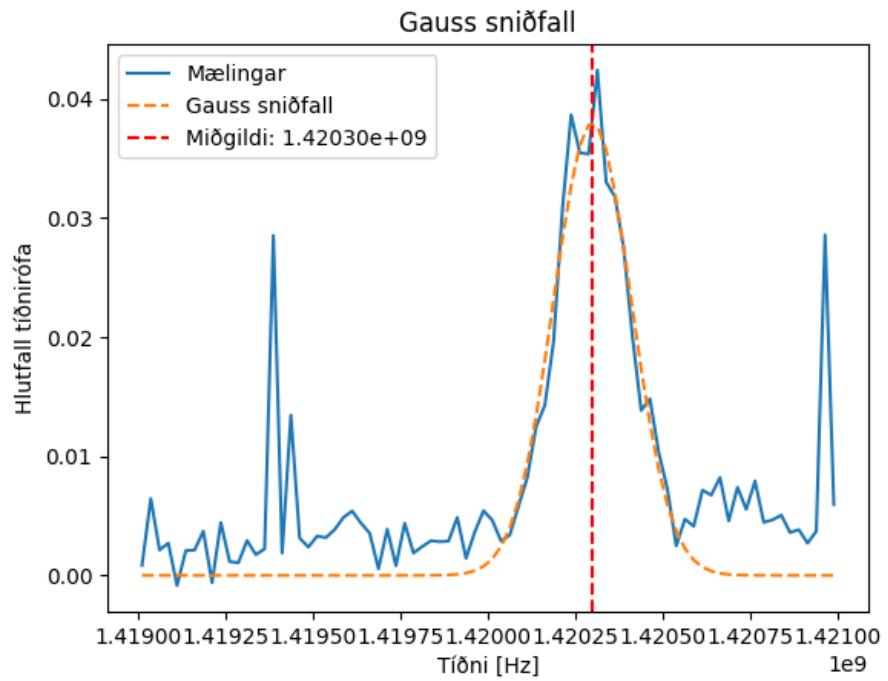


(b) Samanburður tíðnirófa á bakgrunnsmerki og vetrarbraut úr vestri.

Mynd 26: Mælingar á H1 línu vetnis í stefnu vetrarbrautarinnar til vesturs



(a) Skjáskot af Stellarium í stefnu sjónaukans (Austur 110°)



(b) Samanburður tíðnirófa á bakgrunnsmerki og vetrarbraut úr vestri.

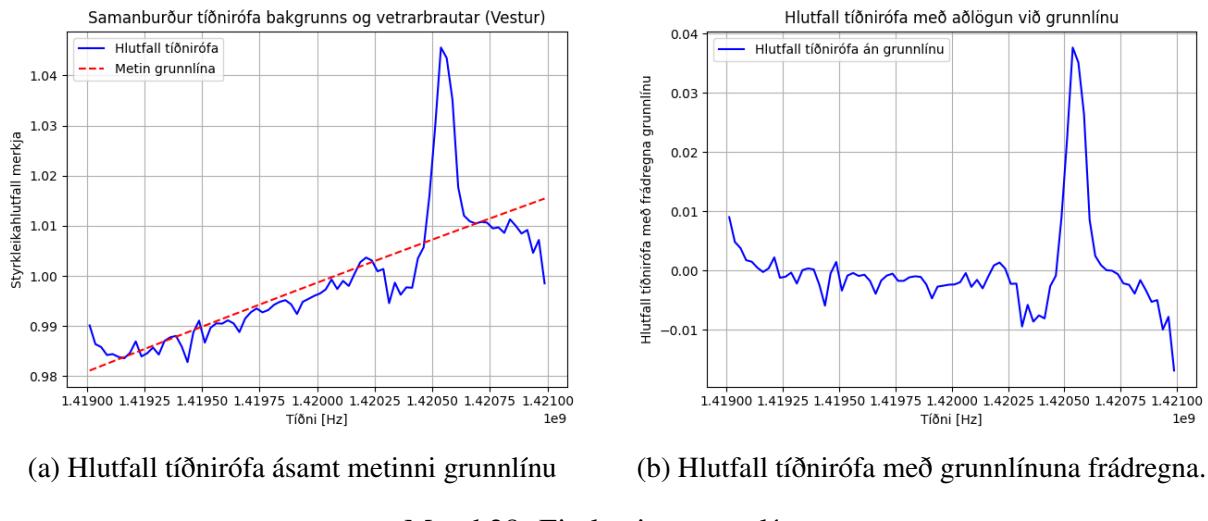
Mynd 27: Mælingar á H1 línu vetnis í stefnu vetrarbrautarinnar til austurs

4.1 Úrvinnsla og niðurstöður

Styrkur merkisins sem mælist með búnaðnum er á ólínulegum skala. Það þýðir að þegar hlutfall er tekið af tveimur slíkum merkjum sést minni munur á styrk þeirra heldur en fengist á línulegum skala. Því er æskilegast að yfirlægast merki frá ólínulegum desíbel skala yfir á hinn línulega sem er gert með jöfnu 49.

$$I_{dB} = 10 \log_{10} (I_{lin}) \Leftrightarrow I_{lin} = 10^{\frac{I_{dB}}{10}} \quad (49)$$

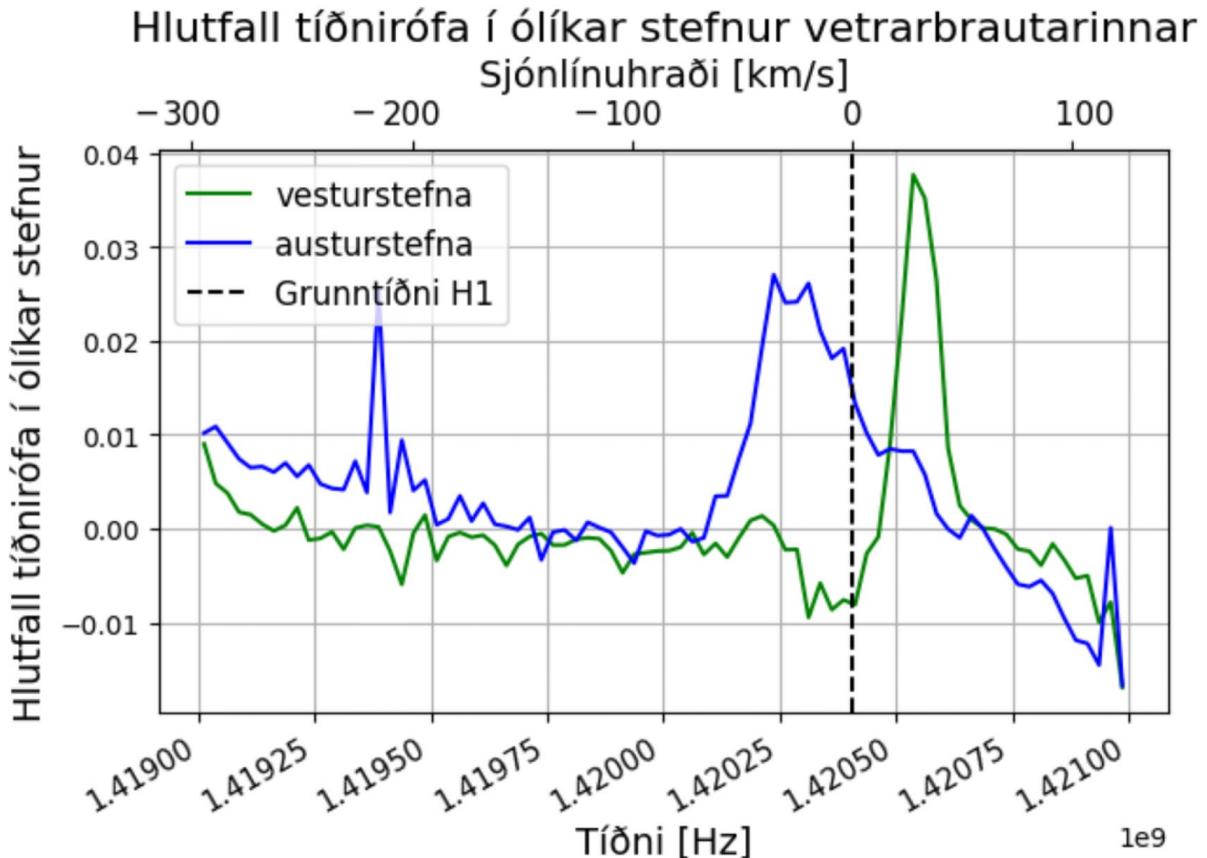
þar sem I_{dB} er styrkur merkis í dB og I_{lin} er styrkur merkis á línulegum skala, en eining þeirrar breytu er breytileg eftir tilfellum. Hlutfall mælinga í stefnu vetrarbrautarinnar og bakgrunnsmælinga var svo tekið til að fá fram styrk H1 línumunnar. Tíðnirófinu er skipt niður í hlutbil og hlutföll afsls á hverju hlutbili reiknað út sem var í þessu tilfelli skipt niður í 50 búta. Í grein Fung et al. eru toppar af mannavöldum fjarlægðir, en það er ekki gert hér því það er skýrt á mynd 27b hvaða toppur er 21 cm línan. Upptök aukatoppa eru líklega útvarspsendingar raftækja t.d. með 4G þráðlausu neti með mjóa bandbreidd Eftir það er grunnlína sem birtist ávalt í merkinu fjarlægð til að hægt sé að sníða Gauss fall að H1 toppnum. Sjá má merkið með og án grunnlínu á mynd 28



Mynd 28: Fjarlæging grunnlínu

Gauss-föll eru sniðin við H1 toppana til að meta miðgildi þeirra og staðalfrávik. Kostirnir við það eru að miðgildi gefur betra mat á sjónlínuhraða heldur en hágildi topsins og staðalfrávikið gefur upp mynd af dreifni gasskýsins sem H1 línan kemur úr. Sjónlínuhraðinn er metinn með því að stinga miðgildinu inn í jöfnu 40 (Doppler hraðajöfnuna). Mældir eiginleikar ólíkra toppa eru teknar saman á töflu 2.

Hægt er að sjá mælingar í ólíkir stefnur vetrarbrautarinnar miðað við jörðina á mynd 29. Þar má sjá hvaða sjónlínuhraða miðað við jörðina tíðnir merkjanna svara til, en greinilegt er að austurstefnan hreyfist frá jörðinni og vesturstefnan til hennar.



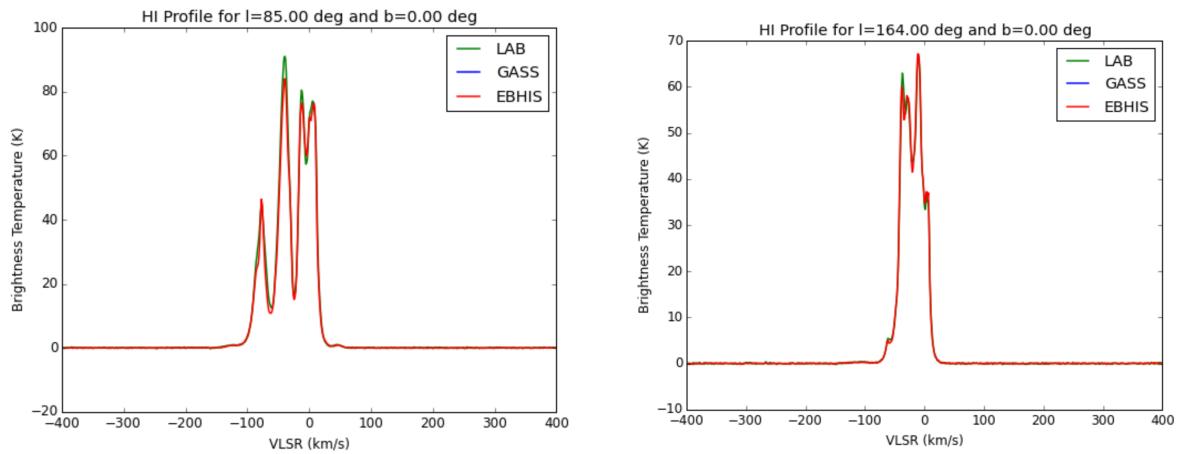
Mynd 29: H1 merki vettis úr ólíkum stefnum. Sitt hvor armur vetrarbrautarinnar sýnir ólíkan sjónlínuhraða

	$H_{\text{init}}^{\text{VB}} (\ell)$	Miðgildi (μ) [kHz]	Staðalfrávik (σ) [kHz]	v_{los} [km/s]	σ [km/s]
Vesturstefna	85°	1.420.551	36,371	30,71	7,7
Austurstefna	164°	1.420.298	111,183	-22,73	23,5

Tafla 2: Tölfræðilegir og eðlisfræðilegir eiginleikar H1 toppanna eftir stefnu mælinga.

4.2 Túlkun

Hægt er að bera niðurstöður þessarar tilraunar saman við aðrar mælingar sem gerðar hafa verið á H1 línu vtnis.¹¹ Flestar mælingar sem finna má á netinu eru gerðar með útvarpssjónaukum með margfalt hærri hornupplausn heldur en hægt var að nota hér, svo þær eru með skarpari toppa í hnitmiðaðri stefnu. Þótt stefnur mælingarinnar séu hér skráðar með hnit upp á 1° upplausn koma mælingarnar í raun frá svæði í $\pm 15^\circ$ fjarlægð frá skráðri stefnu. Þess vegna kemur ekki á óvart að samanburður við betri mælingar skili ólíku H1 merki.



(a) Mæld H1 lína vtnis í stefnuna $\ell = 85^\circ$ eða vesturs þann 2. maí kl 12 (b) Mæld H1 lína vtnis í stefnuna $\ell = 165^\circ$ eða austur þann 2. maí kl 12.

Mynd 30: Mælingar á H1 línu vtnis í sömu stefnur og gert var í þessari tilraun, nema frá þremur rannsóknarhópum (EBHIS, GASS, og LAB)

Á mynd 30a má sjá þrjá toppa, þar sem að tveir eru vinstra megin við núll með neikvæðan sjónlínuhraða en aðeins einn er með jákvæðan hraða. Jákvæði toppurinn er sá eini sem passar við mælingarnar sem gerðar voru hér. Ástæðan fyrir því er hugsanlega takmörkuð upplausn sjónaukans eða lengd mælingar sem varði bara í eina mínumútu. Mynd 30b sýnir einn breiðan topp sem skiptist niður í mjóta toppa uppi. Breiði toppurinn er að megninu til á neikvæða hluta sjónlínuhraða-ássins en það samræmist mælingarnar hér nokkuð vel.

¹¹Peter Kalberla. H1 Profile Search. https://www.astro.uni-bonn.de/hisurvey/AllSky_profiles/index.php.

5 Tillögur að endurbótum

Mörg atriði sem varða framkvæmd þessarar tilraunar geta verið bætt í framtíðar verkefnum. Til dæmis mætti innleiða nýjan hugbúnað eða leysa vandamál þess sem notaður var hér til að gera mælingar í lengri tíma með sama sjónauka. Þannig fengjust mælingar í hærri upplausn sem sýndu líklega fleiri toppa líkt og á mynd 6a (24.24 í Carroll og Ostlie). Hægt væri að magna merkið um ≈ 25 falt á við það sem litli diskurinn nemur með því að nota stóra diskinn með sama loftneti og síum, en einnig gæti nýtt loftnet aukið styrk merkisins. Með því að nota stærri diskinn fengist einnig þrefalt skarpari hornupplausn upp á $\approx 9,5^\circ$ sbr. $\approx 30^\circ$ upplausn litla disksins fyrir 21cm línuna. Það opnar á möguleikann á að mæla muninn á H1 línunni í sömu höfuðstefnu (t.d. vesturs) en ólíkri hæð yfir láréttu, sem var ekki hægt með kerfinu í þessari tilraun. Í grein Fung et al. var lagt til að smíða rafknúin kerfi til að beina disknum nákvæmlega í tiltekna stefnu, sem gæti gert langar mælingar án þess að snúningur jarðarinnar skemmdi fyrir. Hugsanlega er hægt að gera kennsluefni úr þessari tilraun.

6 Lokaorð

Markmið verkefnisins var að smíða mælitæki sem gæti mælt 21 cm línu vetrnir úr miðgeims-efni vetrarbrautarinnar og útskýra tilvist merkisins með eðlisfræði. Markmiðið tókst vel, en niðurstöðurnar sýna skýra toppa í kringum þekkta tíðni örfíngerðar vetrnir í stefnur beggja arma vetrarbrautarinnar. Ljóst er að ódýrir íhlutir eins og Sawbird H1 sía og RTL SDR USB þekkill ásamt hráefna sem finna má í byggingum háskóla Íslands dugi til að smíða sjónauka sem geti mælt 21 cm línuna. Sjónaukinn sem smíðaður var fyrir verkefnið þolir íslenskar aðstæður nógu vel til að gera mælingar úr þéttbýli við léttan vind og $5^{\circ}C - 10^{\circ}C$ hitastig þrátt fyrir að prófanir hafi sýnt fram á fall í styrk mælinga við hitastig undir stofuhita. Það stafar af mæliaðferðinni sem notuð er, en þar sem hlutfall bakgrunnsstyrks og vetrarbrautarstyrks er tekið skiptir alger styrkur merkjanna ekki máli svo lengi sem upplausnin er áfram há.

Við smíði sjónaukans voru tveir kostir í boði um diskar til að efla merkið. Aðeins var hægt að nota minni diskinn við vinnslu verkefnisins en sá stærri verður áfram í vörsu háskóla Íslands og verður vonandi notaður í framtíðinni við sambærilegt verkefni, en tillögur að endurbótum við tilraunina hér voru lagðar fram.

Mælingar gerðar með sjónaukanum voru tíðnigreindar út frá Doppler hrifum til að sýna fram á snúning vetrarbrautarinnar séðan frá jörðinni. Niðurstöður sýna að gagnstæðar sjónlínustefnur hafi öfugt formerki sjónlínuhraða, og um $\approx 50\text{km/s}$ hraða muni milli áttanna. Erfitt er að gera beinan samanburð við mælingar annara hópa sökum lágrar upplausnar mælitækisins hér, en niðurstöðurnar eru gróflega í samræmi við mælingar annara hópa.

7 Heimildir

- Arch Linux. “rtlpower: wideband spectrum monitor utility.” [https://man.archlinux.org/man/extra/rtl-sdr/rtl_power.1.en](https://man.archlinux.org/man/extra/rtl-sdr/rtl_power.1.en).
- Connors, Jake A. “A Student Experiment to Measure 21-cm Radiation.” <https://lweb.cfa.harvard.edu/~jconnors/hornantenna.html>.
- Feynman, Richard. “Feynman lecture on the hyperfine structure of Hydrogen.” [https://www.feynmanlectures.caltech.edu/III_12.html](https://www.feynmanlectures.caltech.edu/III_12.html).
- Griffiths, David J. *Introduction to Quantum Mechanics*. 3rd ed. Cambridge University Press.
- Kalberla, Peter. “H1 Profile Search.” [https://www.astro.uni-bonn.de/hisurvey/AllSky_profiles/index.php](https://www.astro.uni-bonn.de/hisurvey/AllSky_profiles/index.php).
- Kuzmak, A. R. “The Physics of the Hyperfine Structure in the Hydrogen Atom. The Hydrogen $\lambda = 21$ cm line.” *Journal of Physical Studies* 28, no. 3 (2024): 3901. <https://doi.org/10.30989/jps.28.3901>.
- National Radio Astronomy Observatory Archives. “Harold “Doc” Ewen and Edward Purcell with Harvard Antenna, 1956.” <https://www.nrao.edu/archives/items/show/37040>.
- Ostlie, Dale A., and Bradley W. Carroll. *Introduction to Astrophysics*. Cambridge University Press, 2017.
- RTLSDR.com. “RTL-SDR Blog V3 R860 (R820T2) RTL2832U 1PPM TCXO SMA Software Defined Radio.” <https://www rtl-sdr com/buy-rtl-sdr-dvb-t-dongles/>.