Engineering Fluid Mechanics

工程流体力学

第3章 流体流动特性

教学团队：严　岩
韩　煜
吴　泽
李　晓
莫景文
孙东科

东南大学机械工程学院

2023/4/3

主要内容

3.1 流场及其描述方法

3.2 流体流动的描述

3.3 流体微团的运动分析

3.4 黏性流体的流动形态

3.5 流体流动分类

3.1 流场及其描述方法

流场：流动问题中布满流体质点的整个流动空间

描述流场的两种方法：

- 拉格朗日描述法(Lagrange)：通过跟随每一个流体质点的运动来研究整个流场
- 欧拉描述法(Euler)：在选定时空坐标系中，通过观察各空间点不同时刻流体质点的运动，来研究整个流场

3.1 流场及其描述方法

一、拉格朗日法

1. 方法概要

着眼于流体各质点的运动情况，研究各质点的运动历程，通过综合所有被研究流体质点的运动情况来获得整个流体运动的规律

2. 研究对象

流体质点

3.1 流场及其描述方法

3. 运动描述

流体质点坐标:

$$\begin{cases} x = x(a,b,c,t) \\ y = y(a,b,c,t) \\ z = z(a,b,c,t) \end{cases}$$

流体质点速度:

$$v_x = \frac{dx}{dt},\ \ v_y = \frac{dy}{dt},\ \ v_z = \frac{dz}{dt}$$

流体质点加速度:

$$a_x = \frac{d^2x}{dt^2},\ a_y = \frac{d^2y}{dt^2},\ a_z = \frac{d^2z}{dt^2}$$

3.1 流场及其描述方法

二、欧拉法

1. 方法概要

着眼于流场中各空间点的运动情况，通过综合流场中所有被研究空间点上流体质点的运动变化规律，来获得整个流场的运动特性

2. 研究对象

流场

3.1 流场及其描述方法

3. 运动描述

流速场：

$$\begin{cases} v_x = v_x(x,y,z,t) \\ v_y = v_y(x,y,z,t) \\ v_z = v_z(x,y,z,t) \end{cases} \Longrightarrow$$

其他物理量（N）场：

$$\mathrm{N} = \mathrm{N}(x,y,z,t)$$

流速是空间坐标 x, y, z 和时间 t 的函数

$$\boldsymbol{V} = v_x(x,y,z,t)\vec{i} + v_y(x,y,z,t)\vec{j} + v_z(x,y,z,t)\vec{k}$$

速度分量为流体质点的坐标对时间的导数

$$v_x = \frac{dx}{dt},\quad v_y = \frac{dy}{dt},\quad v_z = \frac{dz}{dt}$$

压强场：

$$p = p(x,y,z,t)$$

密度场：

$$\rho = \rho(x,y,z,t)$$

4. 加速度及其他物理量的时间变化率

（1）加速度

$$a_x = \frac{Dv_x}{Dt} = \frac{\partial v_x}{\partial t} + \frac{\partial v_x}{\partial x}\frac{dx}{dt} + \frac{\partial v_x}{\partial y}\frac{dy}{dt} + \frac{\partial v_x}{\partial z}\frac{dz}{dt}$$

$$\begin{cases} a_x = \dfrac{\partial v_x}{\partial t} + \dfrac{\partial v_x}{\partial x}\dfrac{dx}{dt} + \dfrac{\partial v_x}{\partial y}\dfrac{dy}{dt} + \dfrac{\partial v_x}{\partial z}\dfrac{dz}{dt} \\ a_y = \dfrac{\partial v_y}{\partial t} + \dfrac{\partial v_y}{\partial x}\dfrac{dx}{dt} + \dfrac{\partial v_y}{\partial y}\dfrac{dy}{dt} + \dfrac{\partial v_y}{\partial z}\dfrac{dz}{dt} \\ a_z = \dfrac{\partial v_z}{\partial t} + \dfrac{\partial v_z}{\partial x}\dfrac{dx}{dt} + \dfrac{\partial v_z}{\partial y}\dfrac{dy}{dt} + \dfrac{\partial v_z}{\partial z}\dfrac{dz}{dt} \end{cases}$$

或

$$\boxed{\vec{a} = \frac{\partial \vec{v}}{\partial t} + (\vec{v}\cdot\nabla)\vec{v}}$$

∇ 哈密顿算子（梯度微分算子） $\nabla = \dfrac{\partial}{\partial x}\vec{i} + \dfrac{\partial}{\partial y}\vec{j} + \dfrac{\partial}{\partial z}\vec{k}$

$\dfrac{\partial \vec{v}}{\partial t}$: 表示通过固定空间点的流体质点速度随时间的变化率，当地加速度或局部加速度。

$(\vec{v}\cdot\nabla)\vec{v}$: 迁移加速度或对流加速度。表示流体质点所在空间位置的变化所引起的速度变化率

3.1 流场及其描述方法

（2）其他物理量的时间变化率

$$\frac{\mathrm{D}A}{\mathrm{D}t}=\frac{\partial A}{\partial t}+(\vec{v}\cdot\nabla)A$$

－－随体导数或全导数、质点导数

密度：

$$\frac{\mathrm{D}\rho}{\mathrm{D}t}=\frac{\partial \rho}{\partial t}+(\vec{v}\cdot\nabla)\rho$$

$$\frac{\mathrm{D}\rho}{\mathrm{D}t}=\frac{\partial \rho}{\partial t}+v_x\frac{\partial \rho}{\partial x}+v_{\mathrm{y}}\frac{\partial \rho}{\partial y}+v_{\mathrm{z}}\frac{\partial \rho}{\partial z}$$

3.1 流场及其描述方法

三、两种方法的比较

拉格朗日法	欧拉法
分别描述有限质点的轨迹	同时描述所有质点的瞬时参数
表达式复杂	表达式简单
不能直接反映参数的空间分布	直接反映参数的空间分布
不适合描述流体微元的运动变形特性	适合描述流体微元的运动变形特性
拉格朗日观点是重要的	流体力学最常用的解析方法

3.1 流场及其描述方法

Example:

例 由气象观测站测得的大气温度和速度分布如下：

$$V = U(y)\,\boldsymbol{i},\quad T = T_0(x) + \alpha\exp(-\gamma t^2)$$

求在(x_0, y_0, z_0, t_0)处温度的质点导数。

3.2 流体流动的描述

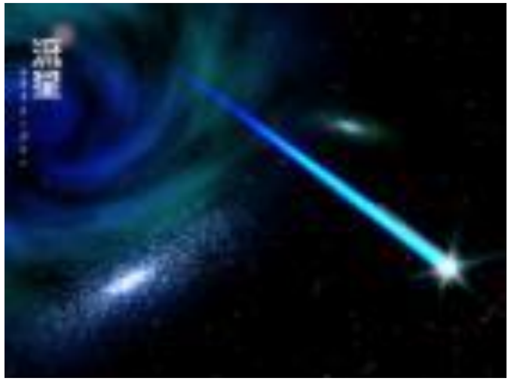
一、迹线

1、定义—— 流场中某一流体质点的运动轨迹。

同一流体质点在不同时刻形成的曲线

属拉格朗日法的研究内容。

2、迹线微分方程



$$\frac{dx}{u(x,y,z,t)}=\frac{dy}{v(x,y,z,t)}=\frac{dz}{w(x,y,z,t)}=dt$$

3、举例

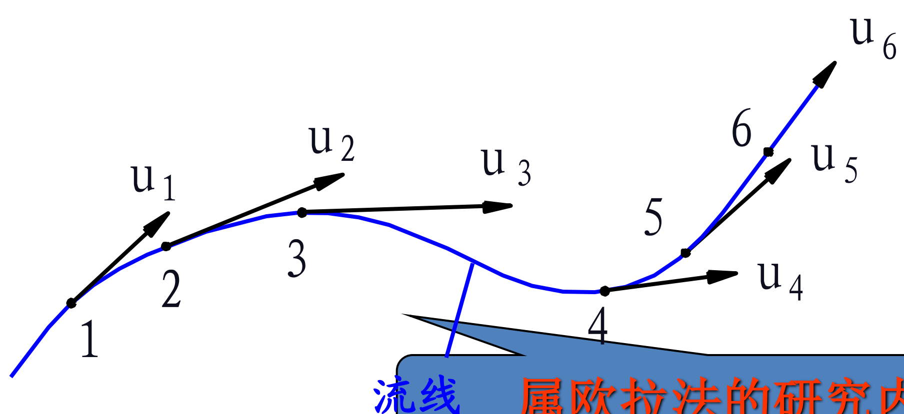
流星、　烟火、　木屑顺水而下

3.2 流体流动的描述

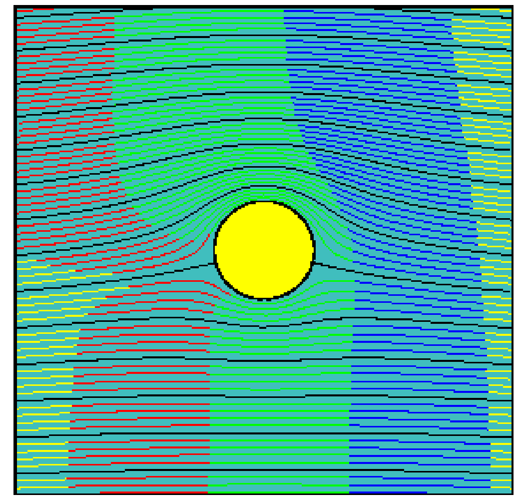
二、流线

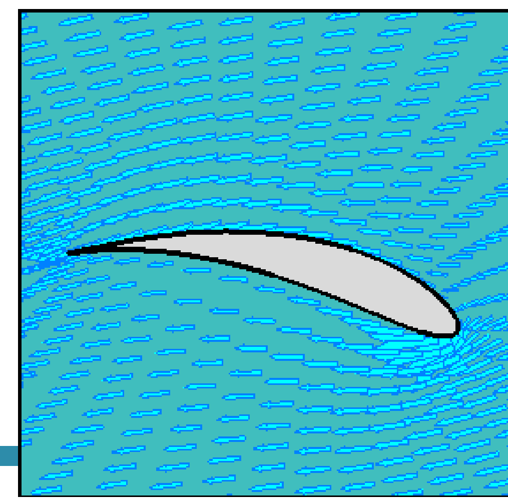
1、定义 —— 速度场的矢量线。

某一瞬时在流场中所作的一条曲线，在这条曲线上的各流体质点的速度方向都与该曲线相切，因此流线是同一时刻，不同流体质点所组成的曲线



属欧拉法的研究内容。





- 强调的是空间连续质点而不是某单个质点
- 形成是在某一瞬间而不是一段连续时间内
- 表示的是质点的速度方向而不是空间位置连线

3.2 流体流动的描述

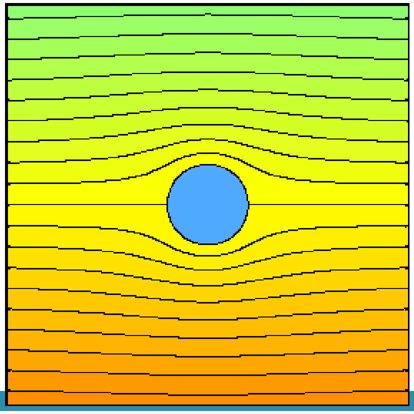
2、流线的几个性质:

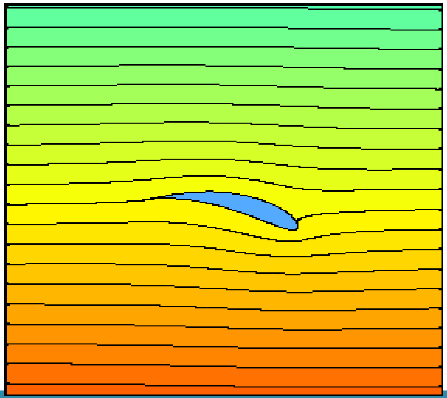
◆ 在定常流动中，流线不随时间改变其位置和形状，流线和迹线重合。在非定常流动中，由于各空间点上速度随时间变化，流线的形状和位置是在不停地变化的。

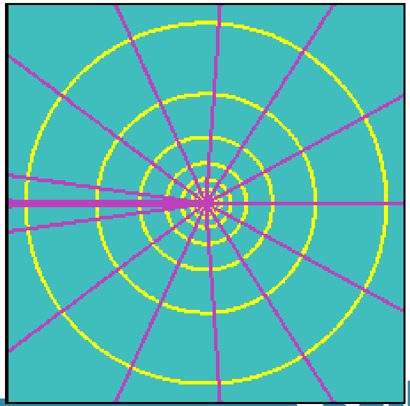
◆ 通过某一空间点在给定瞬间只能有一条流线，一般情况流线不能相交和分支。

◆ 流线不能突然折转，是一条光滑的连续曲线。

◆ 流线密集的地方流体流动的速度大，流线稀疏的地方流动速度小。

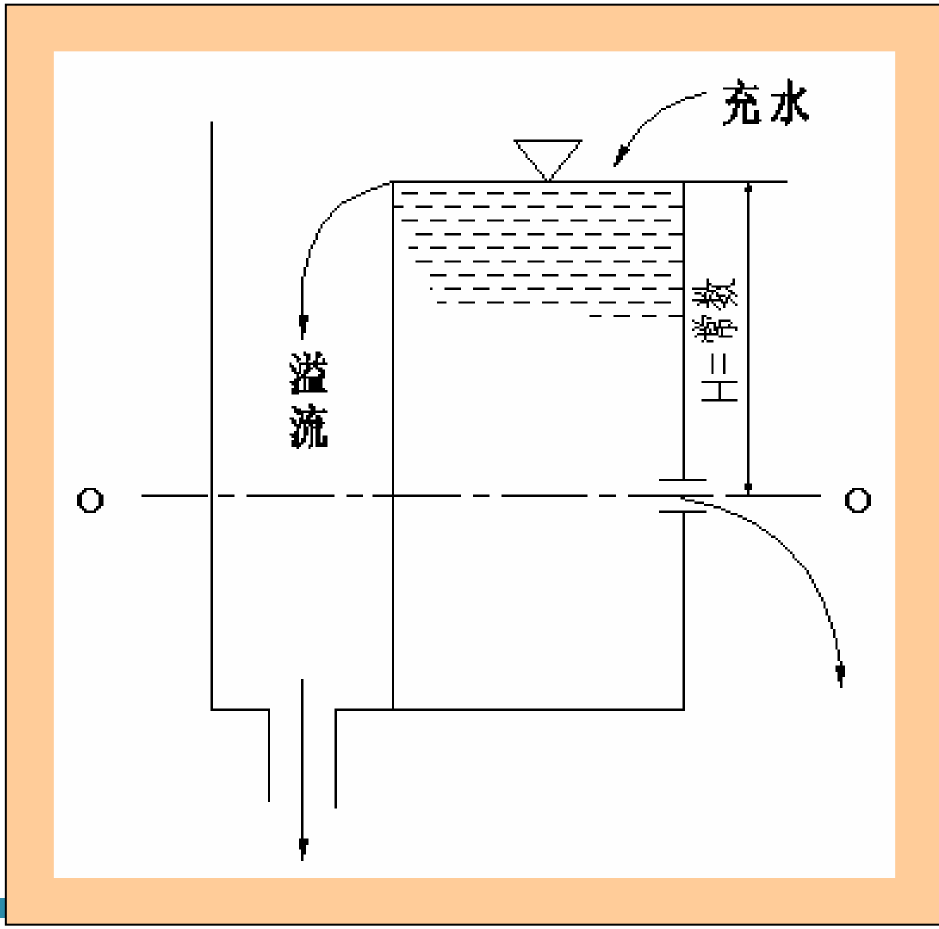


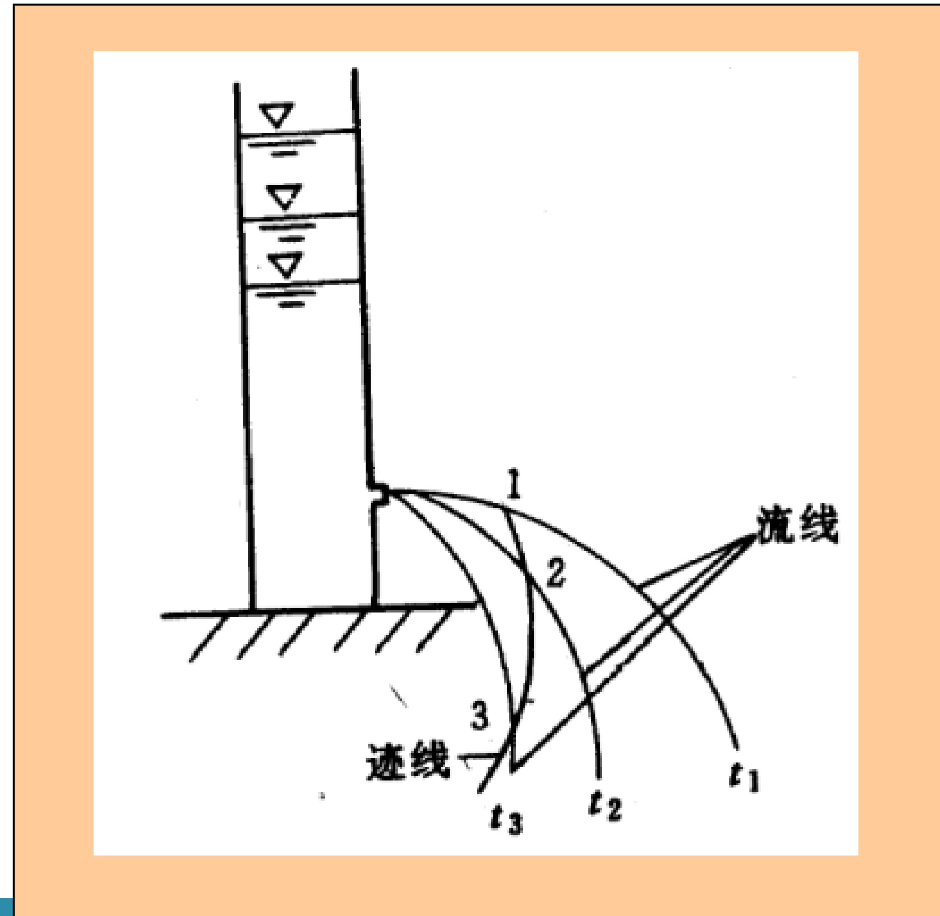




3.2 流体流动的描述

在定常流动中，流线不随时间改变其位置和形状，流线和迹线重合。在非定常流动中，由于各空间点上速度随时间变化，流线的形状和位置是在不停地变化的。





3.2 流体流动的描述

3、流线微分方程:

速度矢量

$$\vec{V} = u\vec{i} + v\vec{j} + w\vec{k}$$

通过该点流线上的微元线段

$$\mathrm{d}\vec{L} = \mathrm{d}x\vec{i} + \mathrm{d}y\vec{j} + \mathrm{d}z\vec{k}$$

速度与流线相切

$$\vec{V} \times \mathrm{d}\vec{L} = \begin{vmatrix} \mathrm{i} & \mathrm{j} & \mathrm{k} \\ u & v & w \\ \mathrm{d}x & \mathrm{d}y & \mathrm{d}z \end{vmatrix} = 0$$

$$u\mathrm{d}y - v\mathrm{d}x = 0$$

$$v\mathrm{d}z - w\mathrm{d}y = 0$$

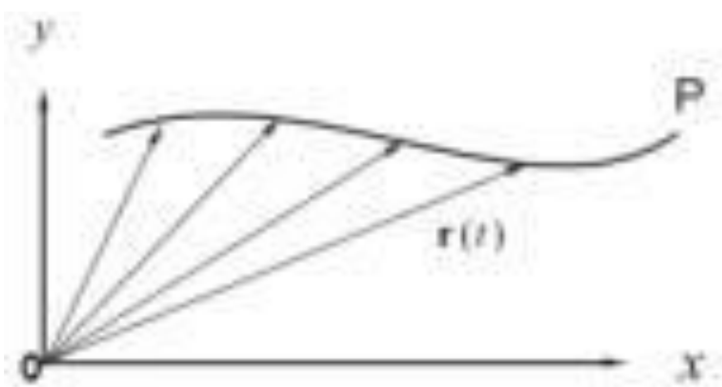
$$w\mathrm{d}x - u\mathrm{d}z = 0$$

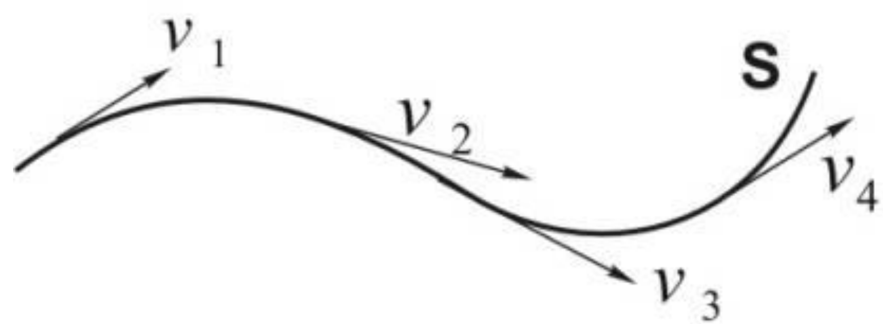
$$\boxed{\frac{\mathrm{d}x}{u(x,y,z,t)} = \frac{\mathrm{d}y}{v(x,y,z,t)} = \frac{\mathrm{d}z}{w(x,y,z,t)}}$$

3.2 流体流动的描述

4、迹线、流线区别:

	迹线	流线
定义	质点的运动轨迹	某一瞬时，速度方向线
研究方法	拉格朗日法	欧拉法
微分方程	$\left.\begin{aligned} u &= \frac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}t} \\ v &= \frac{\mathrm{d}y}{\mathrm{d}t} \\ w &= \frac{\mathrm{d}z}{\mathrm{d}t} \end{aligned}\right\}$ （t为自变量，x, y, z 为t的函数 ）	$\frac{dx}{u(x,y,z,t)}=\frac{dy}{v(x,y,z,t)}=\frac{dz}{w(x,y,z,t)}$ （x, y, z为t的函数，t为参数）



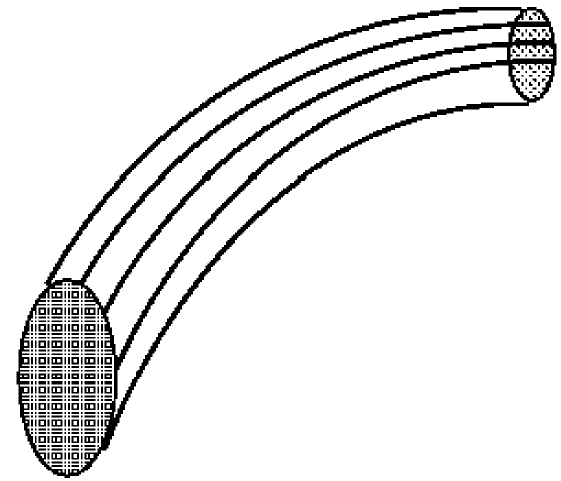


3.2 流体流动的描述

三、流管 流束

1. 流管 流束

流管：在流场内任意作一封闭曲线（不是流线），通过封闭曲线上所有各点作流线，所形成的一个封闭的管状曲面



流束：流管内部的流体

2. 微元流管

微元流管：封闭曲线无限小时所形成的流管

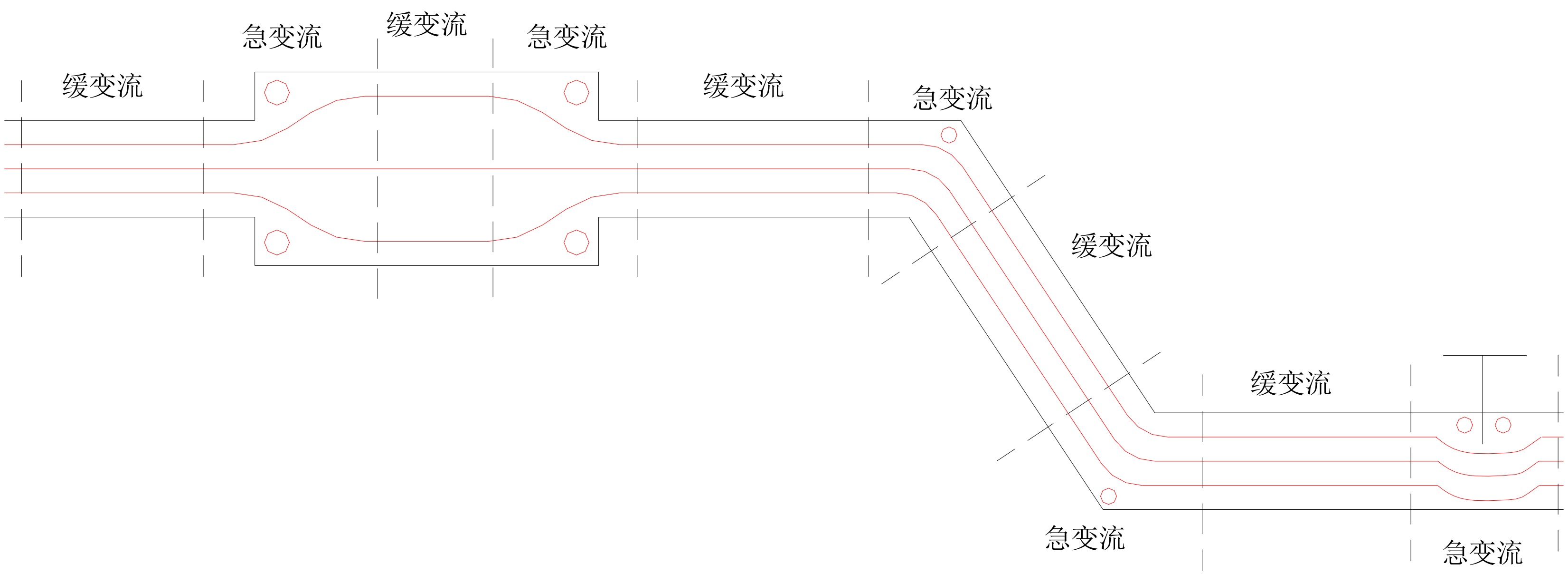
微元流管的极限为流线

3.2 流体流动的描述

四、缓变流 急变流

缓变流：流线平行或接近平行的流动

急变流：流线间相互不平行，有夹角的流动

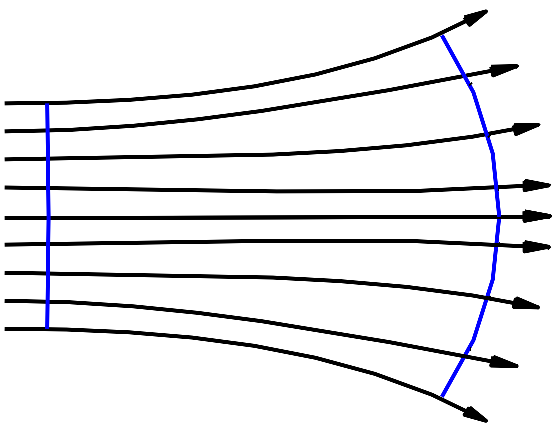


3.2 流体流动的描述

五、有效截面 流量 平均流速

1. 有效截面

处处与流线相垂直的流束的截面



2. 流量

单位时间内流经某一规定表面的流体量

$$q_V = \iint_A v\cos(\vec{v}, x)dA$$

有效截面： $q_V = \iint_A v dA$

3. 平均流速

流经有效截面的体积流量除以有效截面积而得到的商

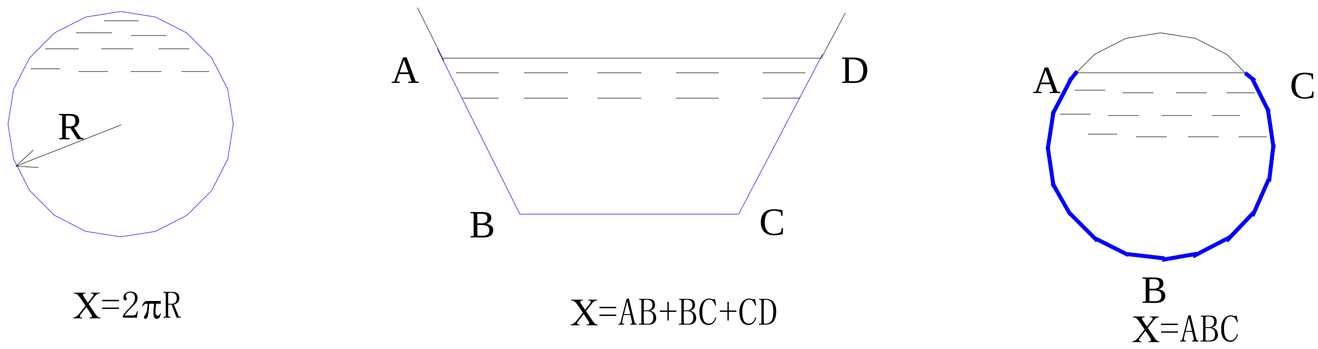
$$v_a = q_V / A$$

3.2 流体流动的描述

六、湿周 水力半径

1. 湿周

在有效截面上，流体同固体边界接触部分的周长



2. 水力半径

有效截面积与湿周之比称为水力半径

$$R_h = \frac{A}{X}$$

3.2 流体流动的描述

例：有一流场，其流速分布为 $u = x + t$，$v = -y + t$，$w = 0$，试求 $t = 0$ 时，过（-1，-1，0）点的流线和迹线方程。

解　由于 $w=0$，所以是二向流动. 由式(3-10)，有

$$\frac{\mathrm{d}x}{x+t}=\frac{\mathrm{d}y}{-y+t}$$

(1) 求流线.

将 t 作为参变量，积分得

$$\ln(x+t)=-\ln(y-t)+C_0$$

即

$$(x+t)(y-t)=C$$

当 $t=0$ 时，有

$$xy=C$$

为双曲线族. 过(−1，−1，0)点，求得 $C=1$，故所求流线方程为

$$xy=1$$

(2) 求迹线.

因为

$$\frac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}t}=u=x+t,\quad \frac{\mathrm{d}y}{\mathrm{d}t}=v=-y+t$$

为一阶线性常微分方程，其解为

$$x=C_1\mathrm{e}^{t}-t-1,\quad y=C_2\mathrm{e}^{-t}+t-1$$

代入给定条件，可确定

$$C_1=C_2=0$$

因此，迹线方程为

$$x=-t-1,\quad y=t-1$$

两式相加，消去 t，得

$$x+y=-2$$

可见，非定常流动中流线和迹线是不同的.

作业

- 3-2
- 3-12

Thanks!

感谢关注 敬请指导