Engineering Fluid Mechanics

工程流体力学

第4章 流体动力学分析基础

教学团队：严　岩
韩　煜
吴　泽
李　晓
莫景文
孙东科

东南大学机械工程学院
2023/4/10

主要内容

6 Fluid Flows

流体动力学分析

动量方程

4.6 动量方程

如何求解流体与固体相互作用力问题？

由动量定理：系统内流体动量对时间的变化率等于作用在系统上外力的矢量和，即

$$\sum \vec{F} = \frac{d}{dt}(m\vec{V})_s$$

应用雷诺输运方程 $$\left(\frac{dB}{dt}\right)_s = \frac{\partial}{\partial t}\int_{c.v}\beta\rho dV + \int_{c.s}\beta\rho(\vec{V}\bullet\vec{n})dA$$

$$\vec{B} = m\vec{V} \longrightarrow \beta = \frac{d\vec{B}}{dm} = \vec{V}$$

$$\frac{d}{dt}(m\vec{V})_s = \frac{\partial}{\partial t}\int_{c.v}\rho\vec{V}dV + \int_{c.s}\rho\vec{V}\left(\vec{V}\bullet\vec{n}\right)dA$$

对定常流动 $$\frac{\partial}{\partial t}\int_{c.v}\rho\vec{V}dV = 0$$

4.6 动量方程

定常流动时的动量方程

$$\sum \vec{F} = \int_{cs} \vec{V}\rho\left(\vec{V} \bullet \vec{n}\right)dA$$

$$\begin{cases} \sum \vec{F}_x = \int_{cs} u\rho\left(\vec{V} \bullet \vec{n}\right)dA \\ \sum \vec{F}_y = \int_{cs} v\rho\left(\vec{V} \bullet \vec{n}\right)dA \\ \sum \vec{F}_z = \int_{cs} w\rho\left(\vec{V} \bullet \vec{n}\right)dA \end{cases}$$

关于合力项的说明

- 因系统与控制体在初始时刻重合，作用于系统的力就相当于作用于控制体的力。
- 合力项包含作用于控制体、控制面上的所有的力（质量力、表面力）。

4.6 动量方程

关于动量净流出率项的说明

- 如果控制面上<u>流体的流速、密度是均匀的</u>，有

$$\int_{cs} \vec{V}\rho\left(\vec{V}\bullet\vec{n}\right)dA=\sum\left(\rho Q\vec{V}\right)_{out}-\sum\left(\rho Q\vec{V}\right)_{in}$$

也可写成三个分量方程

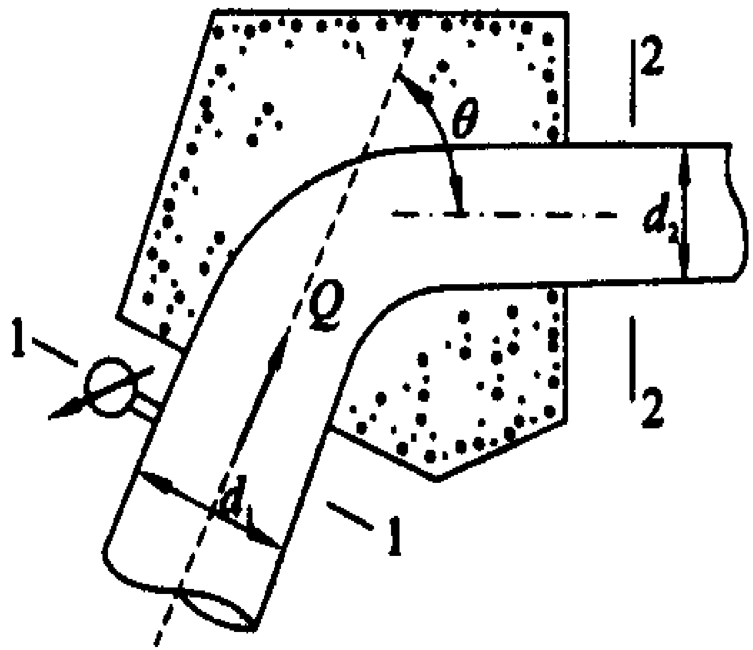
$$\begin{cases}\int_{cs} u\rho\left(\vec{V}\bullet\vec{n}\right)dA=\sum\left(\rho Qu\right)_{out}-\sum\left(\rho Qu\right)_{in}\\ \int_{cs} v\rho\left(\vec{V}\bullet\vec{n}\right)dA=\sum\left(\rho Qv\right)_{out}-\sum\left(\rho Qv\right)_{in}\\ \int_{cs} w\rho\left(\vec{V}\bullet\vec{n}\right)dA=\sum\left(\rho Qw\right)_{out}-\sum\left(\rho Qw\right)_{in}\end{cases}$$

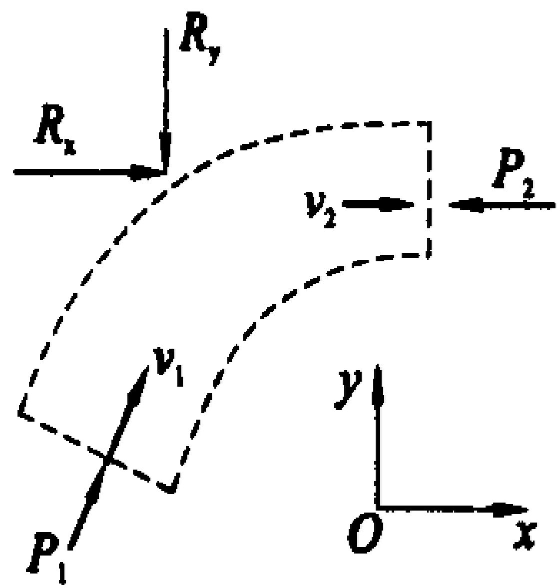
4.6 动量方程

动量方程应用举例

- 流体作用于弯管上的力

流体在流过转弯弯路时，流体与管壁之间因发生碰撞而产生相互作用力（管接头受力分析）。





4.6 动量方程

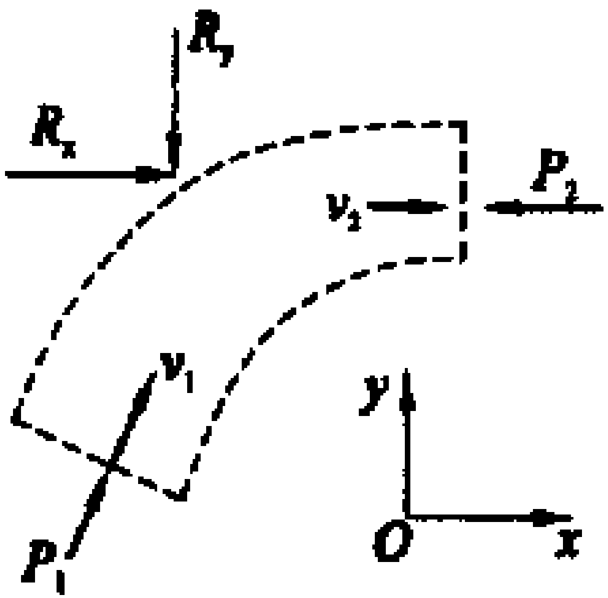
例:水平放置在混凝土支座上的变直径弯管，弯管两端与等直径管相连接处的断面1-1上压力表读数p_1=17.6×10⁴Pa，管中流量q_v=0.1m³/s，若直径d_1=300㎜，d_2=200㎜，转角θ=60⁰。求水对弯管作用力F的大小。

【解】 取管道进、出两个截面和管内壁为控制面，如图所示，坐标按图示方向设置。

1.根据连续性方程可求得:

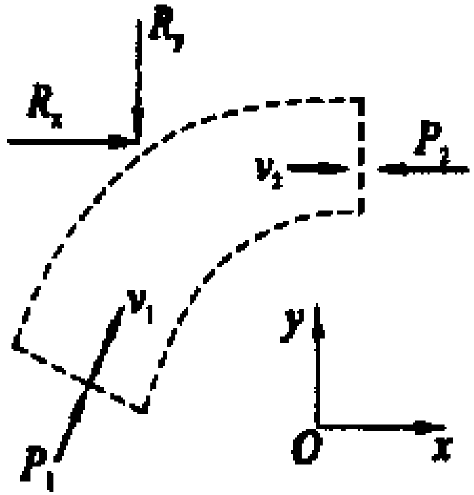
$$v_1=\frac{q_V}{\frac{\pi}{4}d_1^2}=\frac{0.1\times4}{\pi\times0.3^2}=1.42$$

$$v_2=\frac{q_V}{\frac{\pi}{4}d_2^2}=\frac{0.1\times4}{\pi\times0.2^2}=3.18$$



4.6 动量方程

2.列管道进、出口的伯努利方程



$$\frac{p_1}{\rho g}+\frac{v_1^2}{2g}=\frac{p_2}{\rho g}+\frac{v_2^2}{2g}$$

$$p_2=p_1+\rho(v_1^2-v_2^2)/2$$

$$=17.6\times10^3+1000\times(1.42^2-3.18^2)/2$$

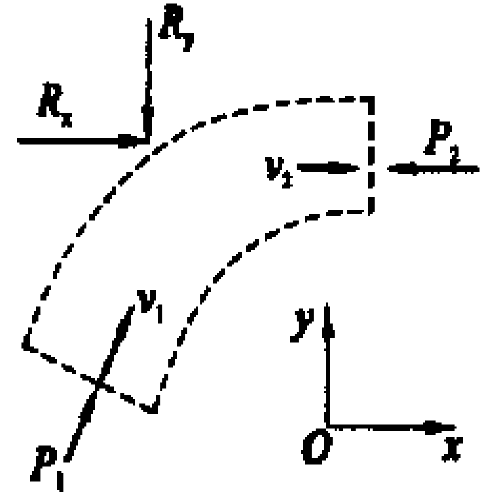
$$=17.2\times10^3$$

3.所取控制体受力分析

$$P_1=p_1A_1=17.6\times10^3\times\frac{\pi}{4}\times0.3^2=12.43$$

$$P_2=p_2A_2=17.2\times10^3\times\frac{\pi}{4}\times0.2^2=5.40$$

4.6 动量方程



4.写出动量方程

- 沿x轴方向

$$R_x = \rho q_V (v_2 - v_1 \cos\theta) + P_2 - P_1 \cos\theta$$

$$= 0.1 \times (3.18 - 1.42\cos 60^\circ) + 5.40 - 12.43\cos 60^\circ = -0.568$$

- 沿y轴方向

$$R_y = P_1 \sin\theta + \rho q_V v_1 \sin\theta$$

$$= 12.43\sin 60^\circ + 0.1 \times 1.42\sin 60^\circ = 10.88$$

- 管壁对水的反作用力

$$R = \sqrt{R_x^2 + R_y^2} = \sqrt{(-0.568)^2 + 10.88^2} = 10.89$$

水流对弯管的作用力F与R大小相等，方向相反。

小结

用动量方程求解流体对固体边界的作用力时，以下步骤可供参考：

- 选取适当的过流断面和控制体，建立坐标系；
- 运动、受力分析；
- 分析控制体流入、流出的动量，建立动量方程；
- 确定流体对固体边界的作用力。

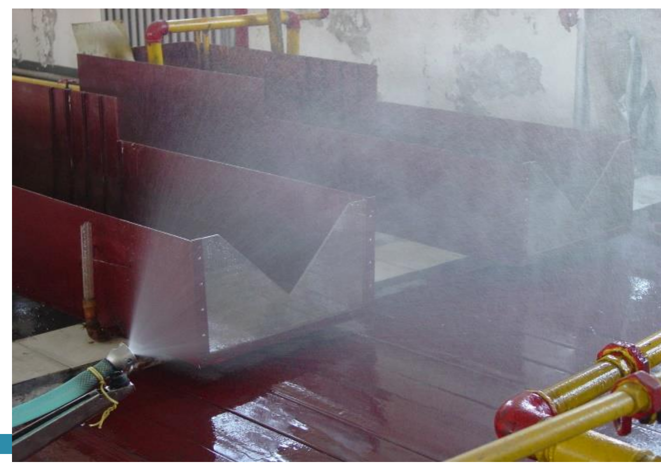
结合连续性方程和伯努利方程进行求解

4.6 动量方程

- 射流作用在平面壁上的冲击力

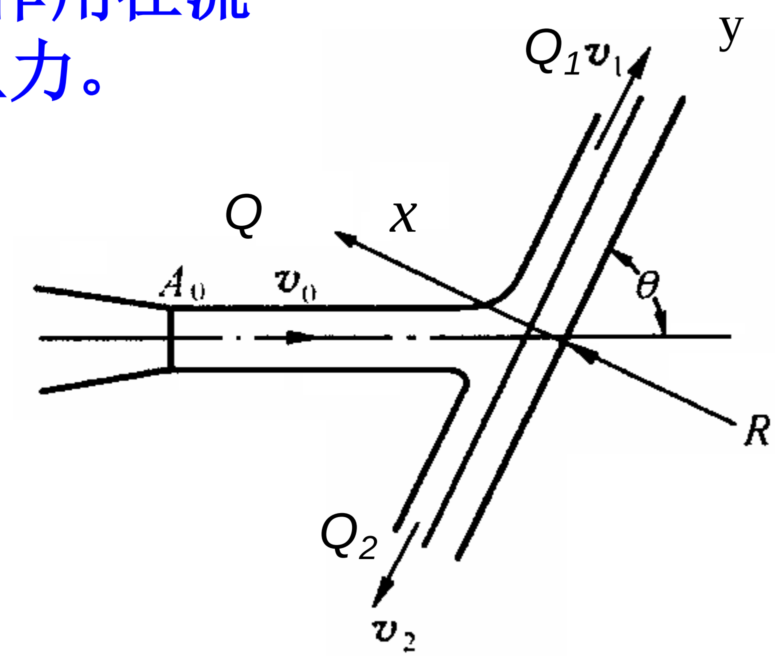
射流作用的应用：水射流清洗船体、铸造清砂、矿车清扫、水力采煤、采掘设备的截齿喷雾冷却等

流体从管嘴喷射出而形成射流。如射流在同一大气压强下，并忽略自身重力，则作用在流体上的力，只有固定平面对射流的阻力，它与射流对固定平面的冲击力构成一对作用力和反作用力。


- 流体从管嘴喷射出来形成射流，作用在流体上的力只有固体壁面对射流的阻力。

如图所示固定光滑平板与水平面成**θ**角，流体从喷嘴射出。



射流对固定平面的冲击

***x*轴方向的动量方程为**

$$R_x = \rho q_1 v_1 \cos 90^0 + \rho q_2 v_2 \cos 90^0 - (-\rho q_0 v_0 \sin\theta)$$

$$= \rho Q v_0 \sin\theta$$

$$= \rho A_0 v_0^{\ 2} \sin\theta$$

射流对平板的冲击力 $R' = -R$

4.6 动量方程

y轴方向的动量方程为

$$\rho q_1 v_1 - \rho q_2 v_2 - \rho q v_0 \cos\theta = 0$$

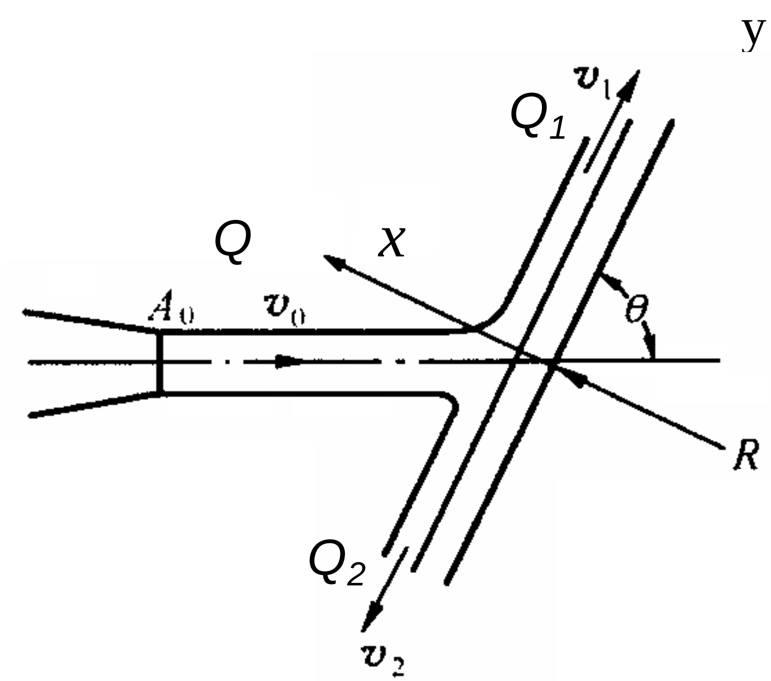
由伯努利方程

$$v_0 = v_1 = v_2$$

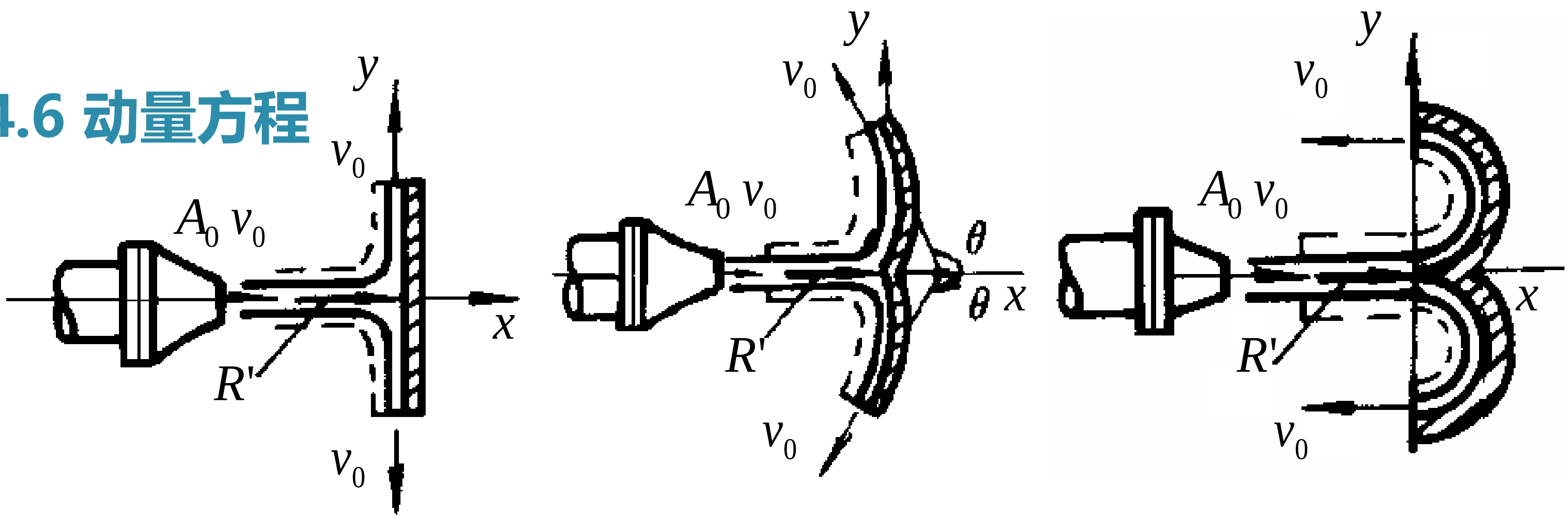
由流体连续性方程

$$q_1 + q_2 = q$$

$$\begin{cases} q_1 = \dfrac{1}{2} q(1+\cos\theta) \\ q_2 = \dfrac{1}{2} q(1-\cos\theta) \end{cases}$$



4.6 动量方程



- 当 $\theta = 90^\circ$ 时，射流对平板的冲击力

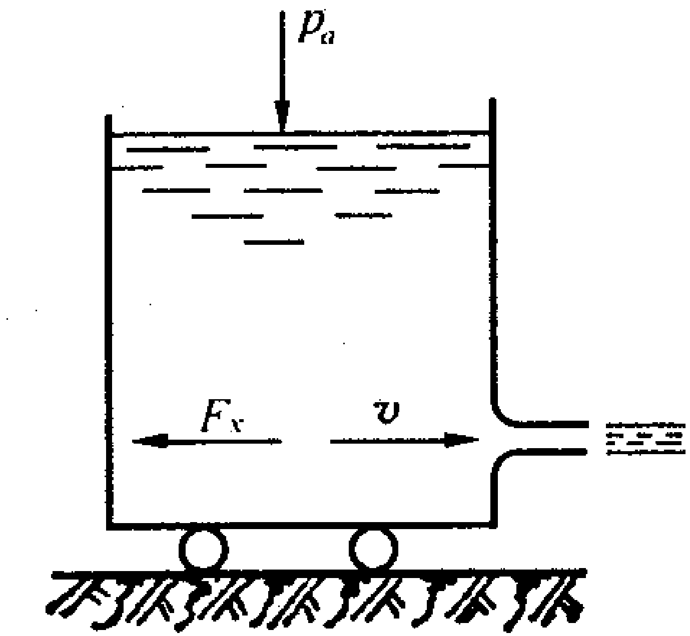
$$R' = \rho A_0 v_0^{\ 2}$$

- 如果平板不固定，沿射流方向以速度v’运动，则射流对移动平板的冲出力为

$$R' = \rho A_0 (v_0 \pm v')^2$$

- 射流对曲板的冲击力 $R' = \rho A_0 v_0^{\ 2} (1 - \cos\theta)$

- 当 $\theta = 180^\circ$ 时 $R' = 2\rho A_0 v_0^{\ 2}$



图示装有液体的容器侧壁开一小孔，流体便从小孔流出形成射流，则射流速度为

$$v=\sqrt{2gh}$$

射流反推力在x轴方向上

反推力F_x为 ？

4.6 动量方程

- **射流的反推力**

烟花、火箭、喷气式飞机、喷水船等都是借助这种反推力而工作的。

【7】 Fluid Flows

流体动力学分析

动量矩方程

4.7 动量矩方程

如何求解流体与固体相互作用的力矩问题？

由动量矩定理：系统内流体对某点的动量矩对时间的导数，等于作用于系统的外力对同一点的力矩的矢量和。即：

$$\sum(M_0)_s = \frac{d}{dt}\int_{m_s}\left(r_0 \times \vec{V}\right)dm$$

应用雷诺输运方程 $\left(\frac{dB}{dt}\right)_s = \frac{\partial}{\partial t}\int_{c.v}\beta\rho dV + \int_{c.s}\beta\rho(\vec{V}\bullet\vec{n})dA$

$$B = \int_{m_s}(\vec{r}_0 \times \vec{V})dm \longrightarrow \beta = \frac{dB}{dm} = \vec{r}_0 \times \vec{V}$$

$$\frac{d}{dt}\int_{m_s}\left(r_0 \times \vec{V}\right)dm = \frac{\partial}{\partial t}\int_{cv}\left(r_0 \times \vec{V}\right)\rho dV + \int_{cs}\left(r_0 \times \vec{V}\right)\rho\left(\vec{V}\bullet\vec{n}\right)dA$$

$$\boxed{\therefore \quad \sum(M_0)_s = \frac{\partial}{\partial t}\int_{cv}\left(r_0 \times \vec{V}\right)\rho dV + \int_{cs}\left(r_0 \times \vec{V}\right)\rho\left(\vec{V}\bullet\vec{n}\right)dA}$$

4.7 动量矩方程

定常流动的动量矩方程

对定常流动

$$\frac{d}{dt}\int_{c.v}\left(r_0\times\vec{V}\right)\rho dV=0$$

则

$$\boxed{\sum\left(M_0\right)_s=\int_{c.s}\left(r_0\times\vec{V}\right)\rho\left(\vec{V}\bullet\vec{n}\right)dA}$$

定常流动时，作用在控制体内部质点上的所有力的力矩矢量和，等于流入、流出控制面的净动量矩流率。

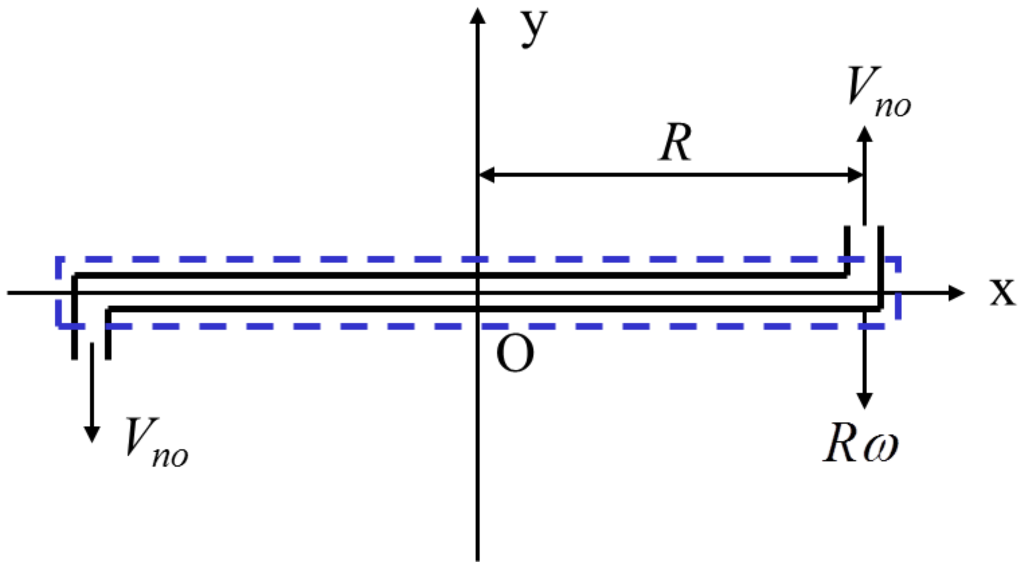
动量矩方程的应用

例4-10

已知：草坪洒水器在水平面（*xy*平面）作120rpm的等角速度旋转，水流量Q_i=0.006m³/s，出口面积A_0=0.001m2，R=0.2m。

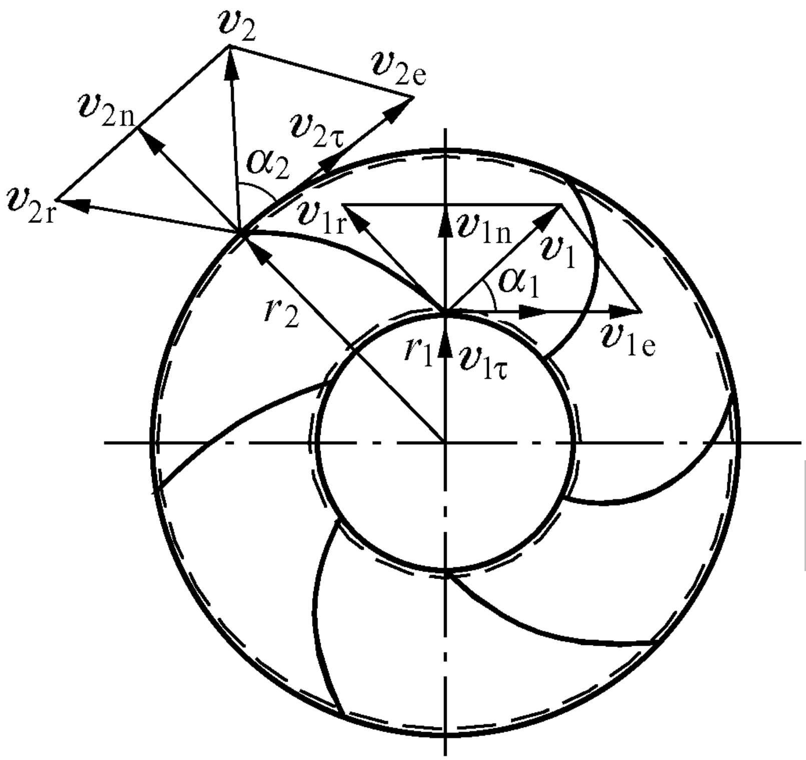
求：1）维持此速度所需的阻力矩；

2）若阻力矩为0，转速增为多少？



4.7 动量矩方程

动量矩方程的应用
叶轮机械



离心泵叶轮内的流动

定常流动动量矩方程可以表示为：

$$\iint_{CS} \rho \ (\vec{r} \times \vec{\upsilon})\upsilon_n dA = \sum(\vec{r_i} \times \vec{F_i})$$

所有外力矩矢量和

取图中虚线包容的体积为控制体：

$$[\sum(\vec{r_i} \times \vec{F_i})]_z = M_z$$

M_z 为转轴传给叶轮的力矩。

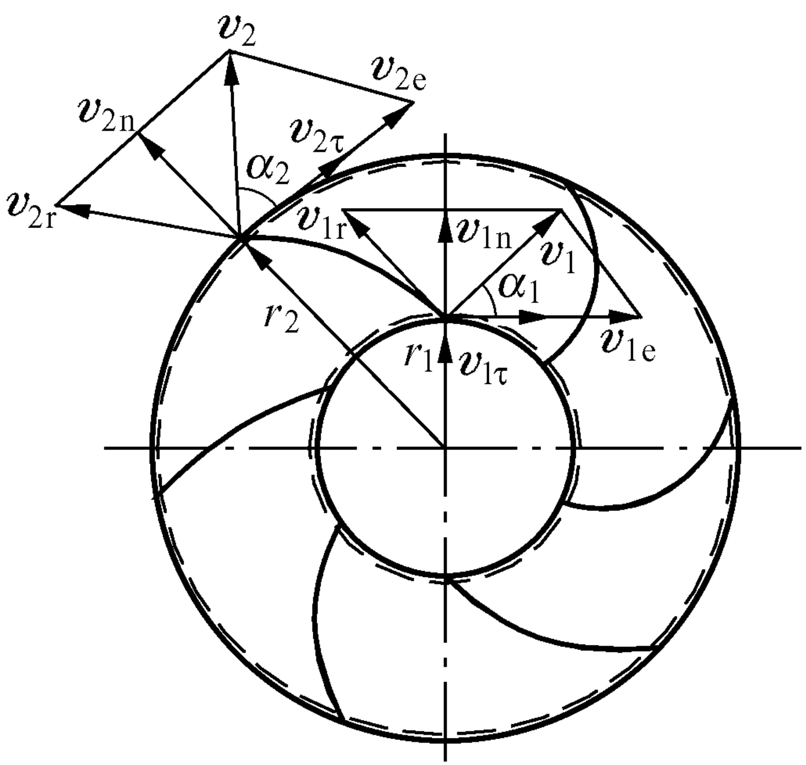
$$[\iint_{CS} \rho(\vec{r} \times \vec{\upsilon})\upsilon_n dA]_z = \iint_{A_2} \rho\upsilon_2 r_2 \cos\alpha_2 \upsilon_{2n} dA - \iint_{A_1} \rho\upsilon_1 r_1 \cos\alpha_1 \upsilon_{1n} dA$$

$$= \rho\upsilon_2 r_2 \cos\alpha_2 \upsilon_{2n} A_2 - \rho\upsilon_1 r_1 \cos\alpha_1 \upsilon_{1n} A_1$$

$$= \rho q_V (r_2 \upsilon_{2\tau} - r_1 \upsilon_{1\tau})$$

4.7 动量矩方程

动量矩方程的应用
叶轮机械



离心泵叶轮内的流动

力矩: $M_z = \rho q_V (r_2 \upsilon_{2\tau} - r_1 \upsilon_{1\tau})$

功率: $P = M_z \omega = \rho q_V (\upsilon_{2e} \upsilon_{2\tau} - \upsilon_{1e} \upsilon_{1\tau})$

叶轮机械的基本方程:

$$\boxed{H = \frac{1}{g}(\upsilon_{2e}\upsilon_{2\tau} - \upsilon_{1e}\upsilon_{1\tau})}$$

$\downarrow$

单位重量流体获得的能量

4.7 动量矩方程

动量矩方程的应用

解题注意事项

1）步骤类似于动量定理的应用；
2）流体通过旋转通道，绝对速度为相对速度与牵连速度的矢量和；
3）绝对速度用于计算动量矩；
4）相对速度用于计算流速或流量；
5）相对速度的方向取决于通道的型线。

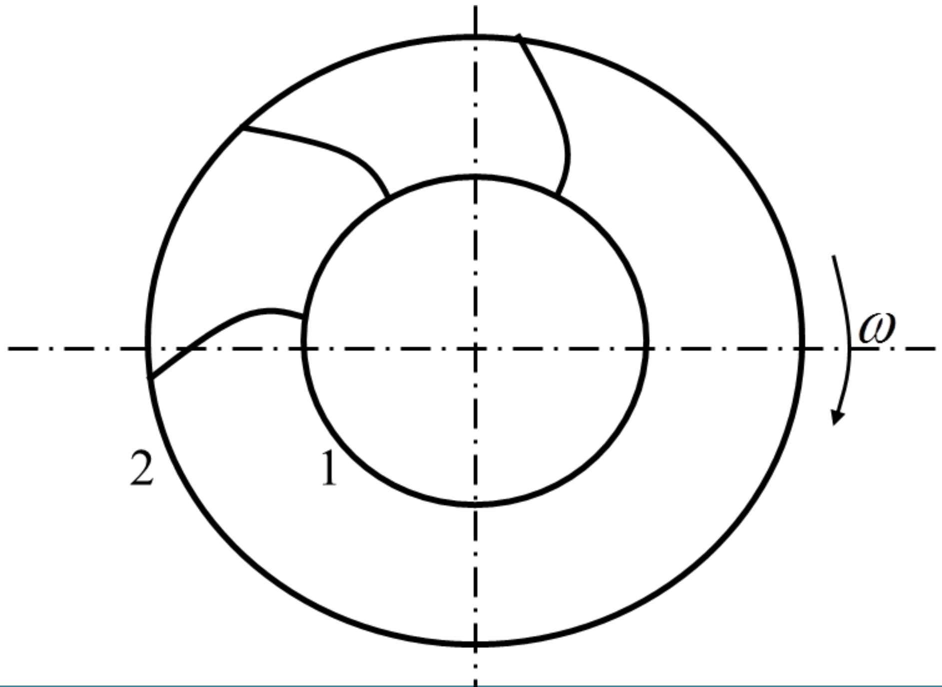
动量矩方程的应用

例2

已知：水通过等速旋转的泵叶，不考虑流动损失，进出口截面上的参数均匀。

求：1）维持泵叶旋转所需要施加的力矩T；

2）泵叶消耗的功率P，增加的压强p。

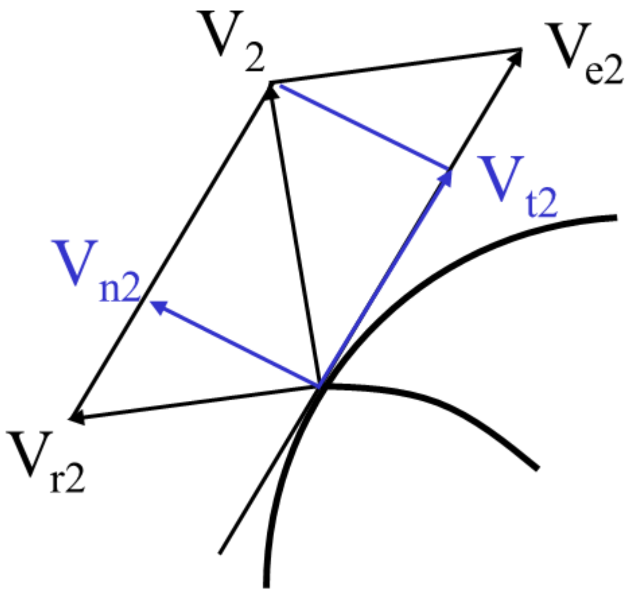


4.7 动量矩方程

动量矩方程的应用

例2

解：泵叶出口速度分析



4.7 动量矩方程

动量矩方程的应用

例2

流体经过离心式泵的泵叶通道：
压强增加，可借用伯努利方程表示如下：

$$gz_1 + \frac{V_1^2}{2} + \frac{p_1}{\rho} + \frac{P}{\rho Q} = gz_2 + \frac{V_2^2}{2} + \frac{p_2}{\rho}$$

$$\because z_1 \approx z_2 \quad V_1 \approx V_2$$

$$\therefore p_2 - p_1 = \Delta p = \frac{P}{Q}$$

作业

- 4-24
- 4-29
- 4-33
- 4-34
- 4-35


二、低温两相流数值模拟方法
东南大學
SEU·H2
2.5 常用计算流体力学软件
Ansys
➢ ANSYS分别在2006年和2003年收购Fluent和CFX。
➢ 市占率60%的Fluent模型丰富，简单易用，求解器易收敛，但准确度相对不高。
➢ 与前者相比，CFX优势在于旋转体模型（涡轮机）和多相流问题求解
SIEMENS
➢ 2016年收购STAR-CCM+
➢ 常用于船舶设计、河岸的泥沙冲积研究
COMSOL
➢ 由通用的偏微分方程求解器发展而来
➢ 自定义偏微分方程并求解能力极强
➢ 擅长求解多物理场问题，但使用有限元法离散方程，受到流体工业界质疑
FLOW Science
➢ Flow-3D由VOF提出者建立，其使用改良版VOF（truVOF）自称具有最高精度
➢ 使用有限差分法离散，只能建立结构网格
OpenFOAM
➢ 开源的Cpp程序，自由度极高
➢ 入门门槛高，适合CFD的专业从业者