Engineering Fluid Mechanics

工程流体力学

第8章 不可压缩粘性流体的外部流动

教学团队：严　岩
韩　煜
吴　泽
李　晓
莫景文
孙东科

东南大学机械工程学院

2023/6/7

第8章 不可压缩粘性流体的外部流动

目录

CONTENTS

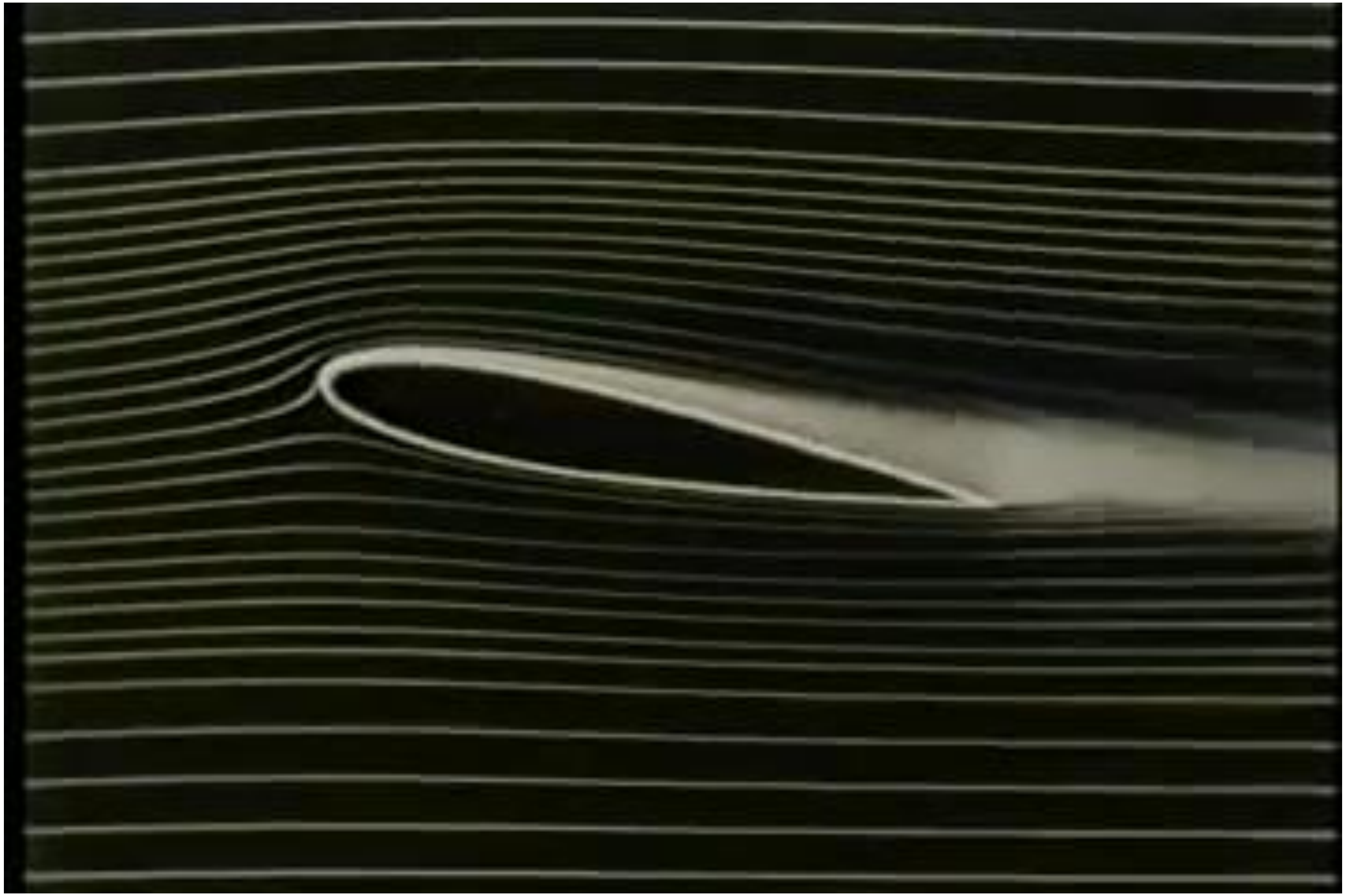
8.3 绕曲面流动及边界层的分离

问题：什么是边界层分离？对工程实际有何意义？

汽车的流线型设计、流线紧贴汽车表面，避免尾部涡流，减少阻力，减少噪声；

8.3 绕曲面流动及边界层的分离

边界层分离现象



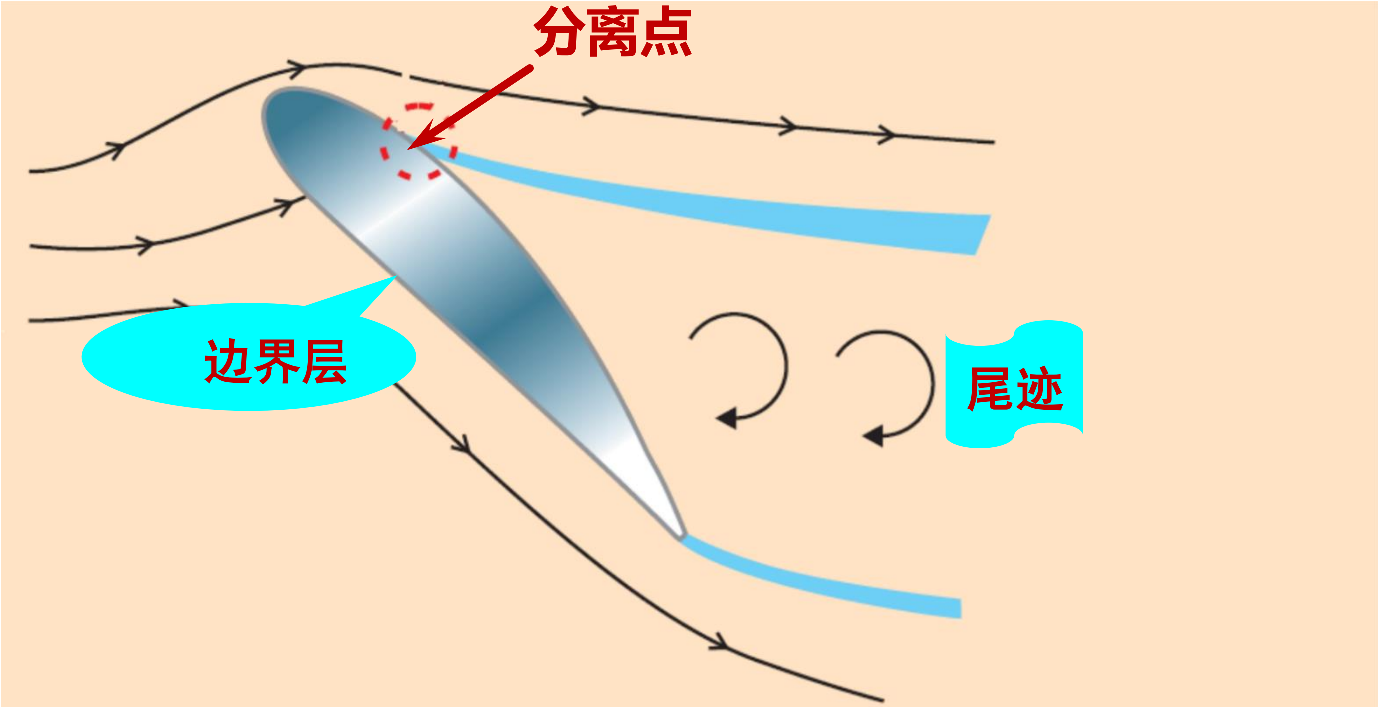
video: Frederick Abernathy, Harvard University;

8.3 绕曲面流动及边界层的分离

边界层分离引起的飞机失速

8.3 绕曲面流动及边界层的分离

在实际工程中，物体的边界往往是曲面（流线型或非流线型物体）。当流体绕流非流线型物体时，一般会出现下列现象：物面上的边界层在某个位置开始脱离物面，并在物面附近出现与主流方向相反的回流，流体力学中称这种现象为**边界层分离现象**

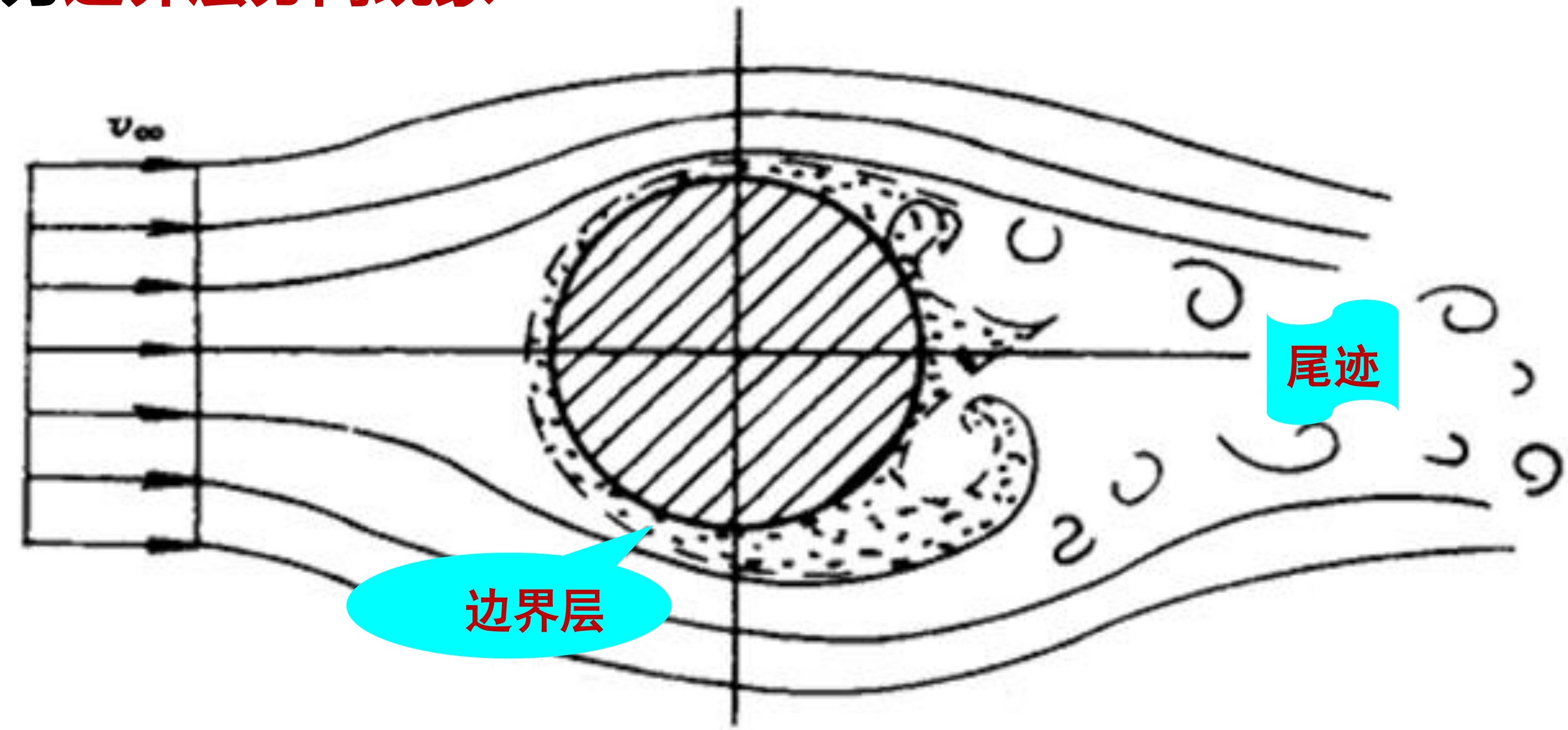


(a)流线型物体的边界层分离现象示意图

image: Prandtl's boundary layer by John D. Anderson

8.3 绕曲面流动及边界层的分离

在实际工程中，物体的边界往往是曲面（流线型或非流线型物体）。当流体绕流非流线型物体时，一般会出现下列现象：物面上的边界层在某个位置开始脱离物面，并在物面附近出现与主流方向相反的回流，流体力学中称这种现象为**边界层分离现象**



(b) 非流线型物体的边界层分离现象示意图

image: Prandtl's boundary layer by John D. Anderson

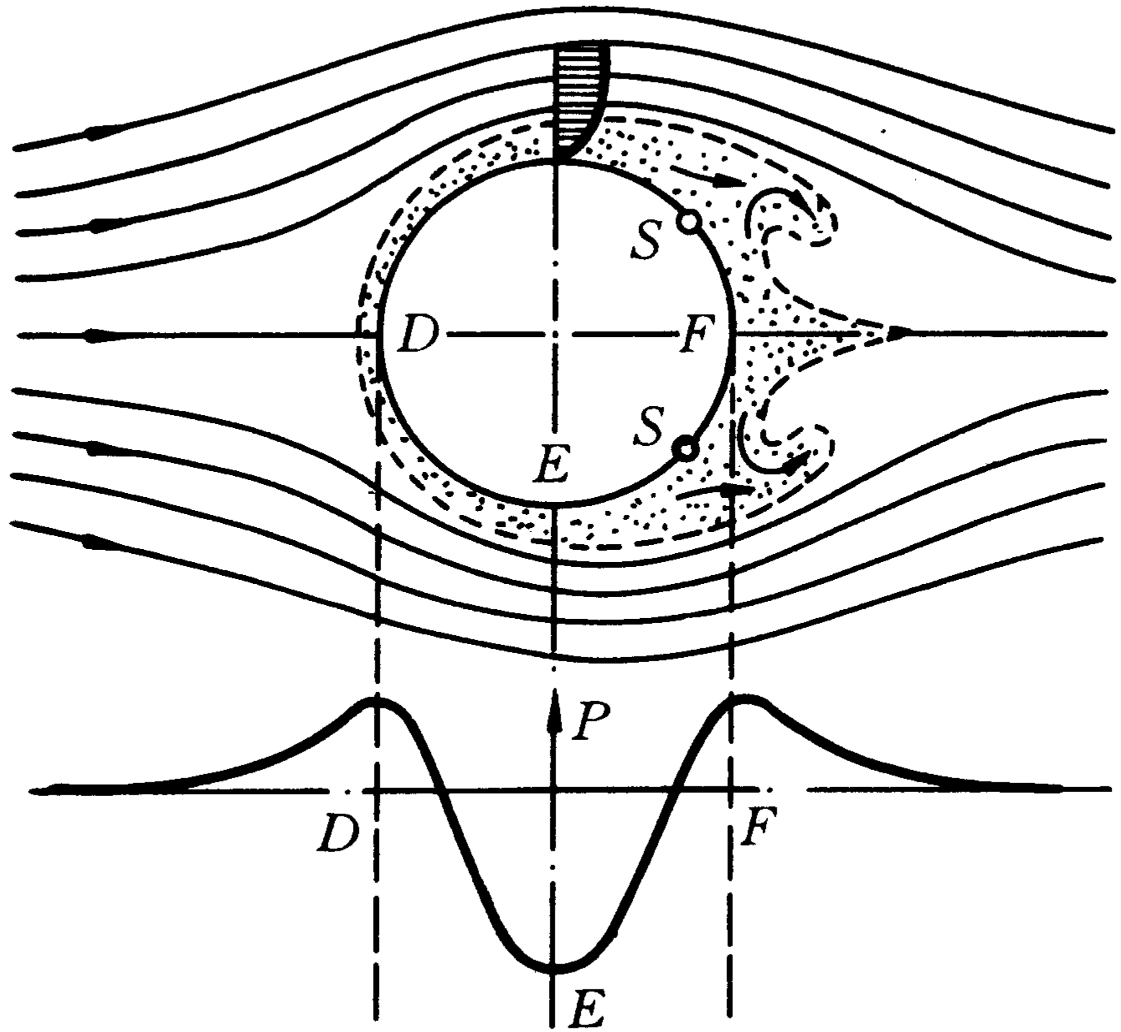
8.3 绕曲面流动及边界层的分离

边界层分离的原因

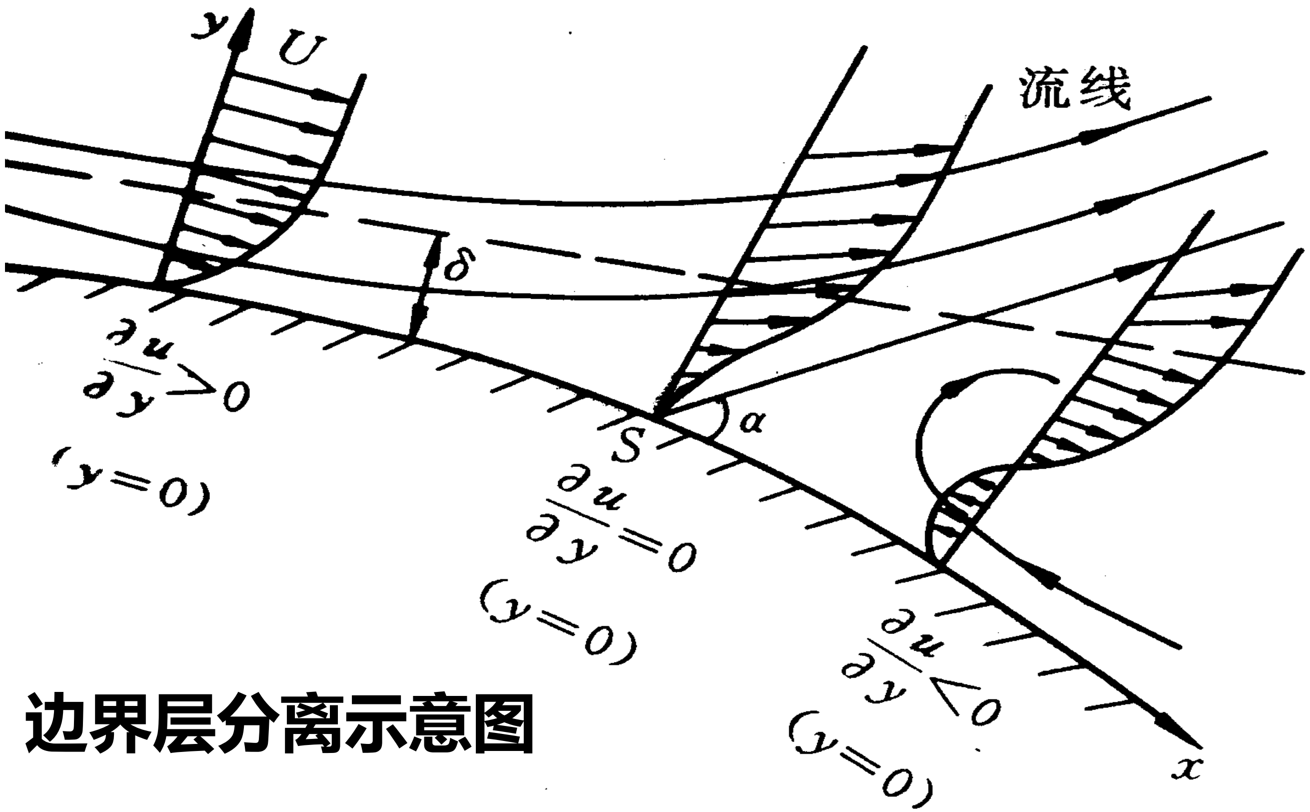
1、从D到E流动加速，为顺压梯度区；流体压能向动能转变，不发生边界层分离；

2、从E到F流动减速, 为逆压梯度区；E到F段动能只存在损耗，速度减小很快；

3、在S点处出现粘滞，由于压力的升高产生回流导致边界层分离，并形成尾涡



8.3 绕曲面流动及边界层的分离

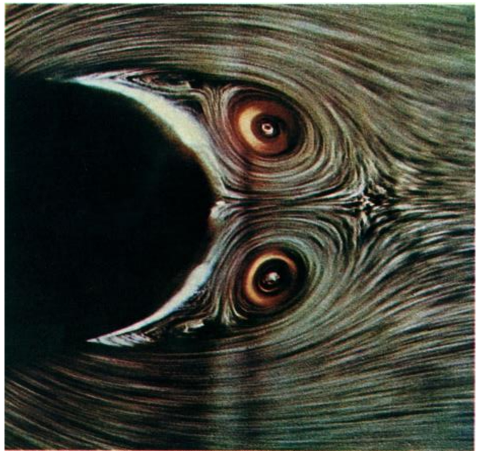


边界层分离示意图

结论： 粘性流体在**压力降低区**内流动（加速流动），决不会出现边界层的分离，只有在**压力升高区**内流动（减速流动），才有可能出现分离，形成漩涡。尤其是在主流减速足够大的情况下，边界层的分离就一定会发生。

8.3 绕曲面流动及边界层的分离

--边界层分离：边界层脱离壁面



1.分离现象

圆柱后部：猫眼

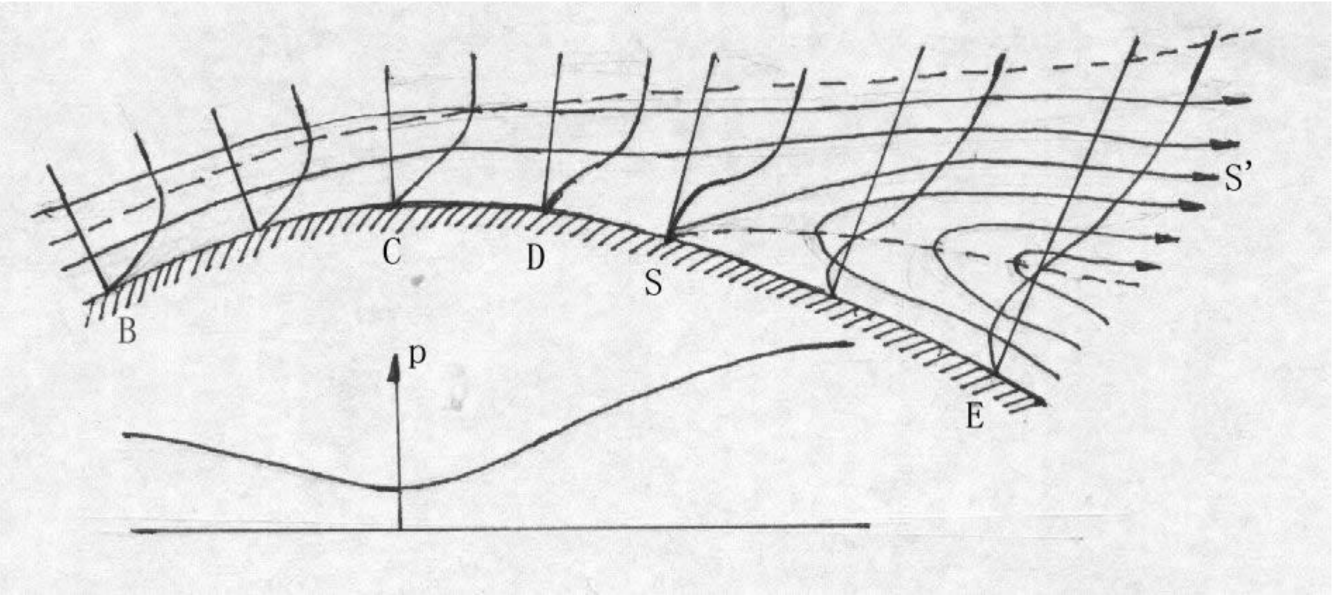
在顺压梯度区（BC)：流体加速

在逆压梯度区（CE)：CS段减速 ➡ S点停止 ➡ SE倒流

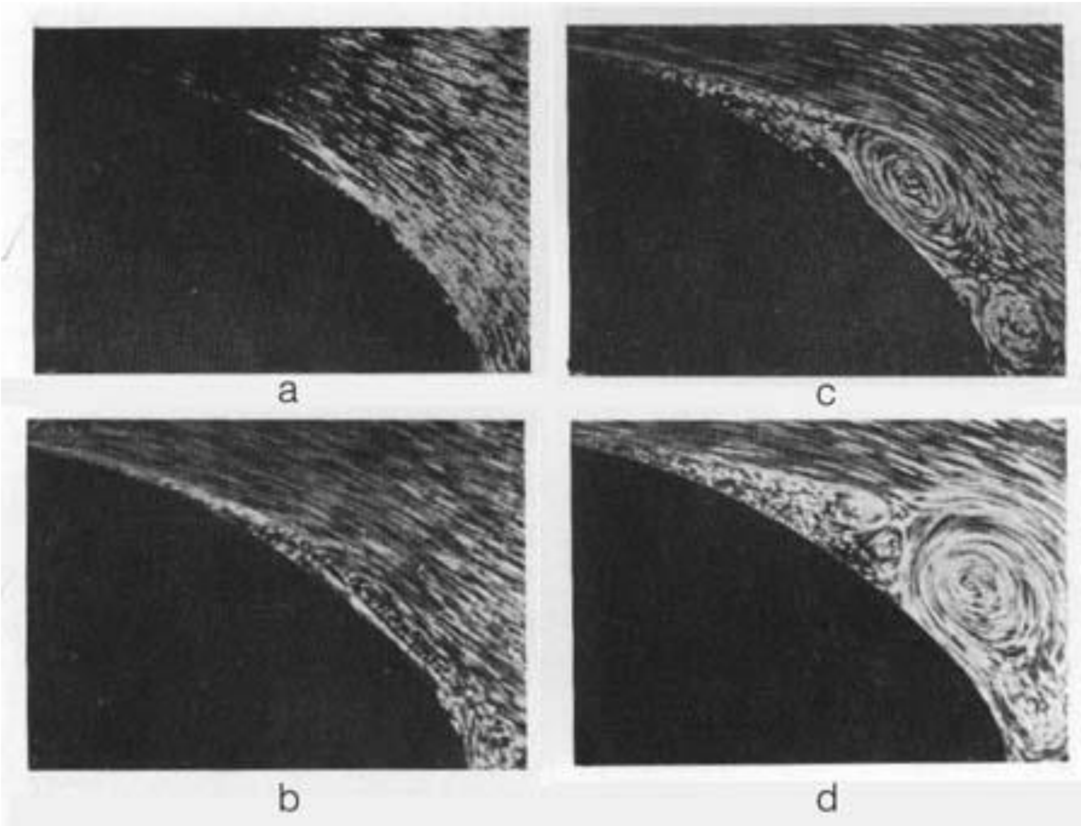
2.分离的原因 - 粘性

3.分离的条件 - 逆压梯度

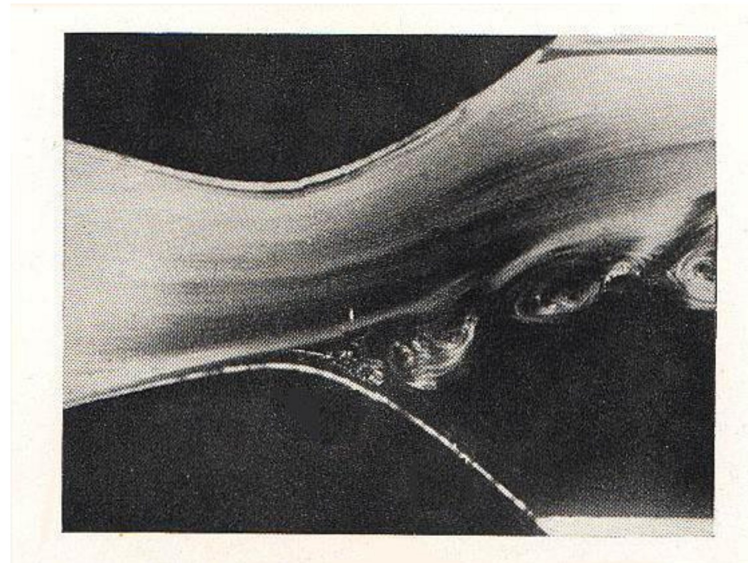
4.分离的实际发生 - 微团滞止和倒流



8.3 绕曲面流动及边界层的分离



从静止开始边界层发展情况



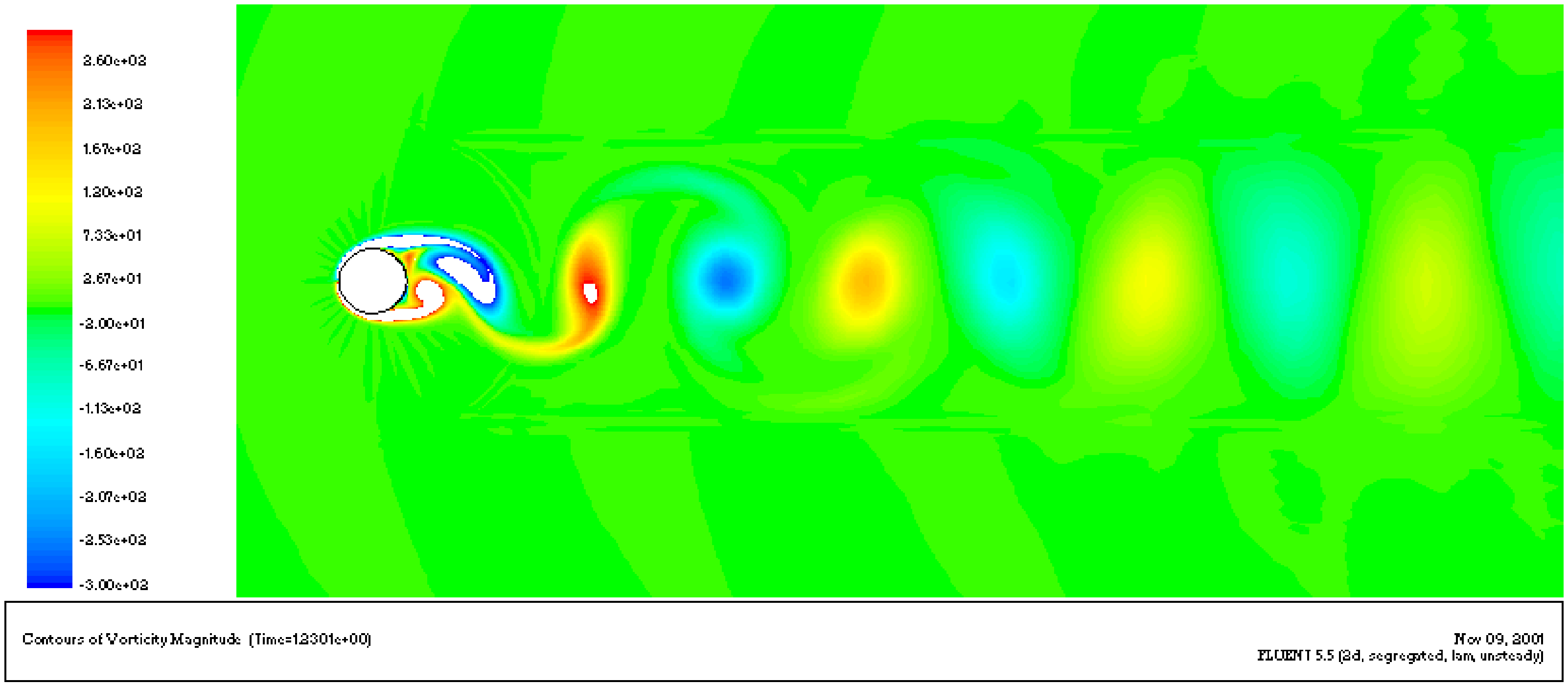
扩张管

（上壁有抽吸）

- 注意：普朗特边界层方程仅适用于分离点以前的区域；
- 原因：分离点后出现回流，u，v的数量级发生很大变化

8.3 绕曲面流动及边界层的分离

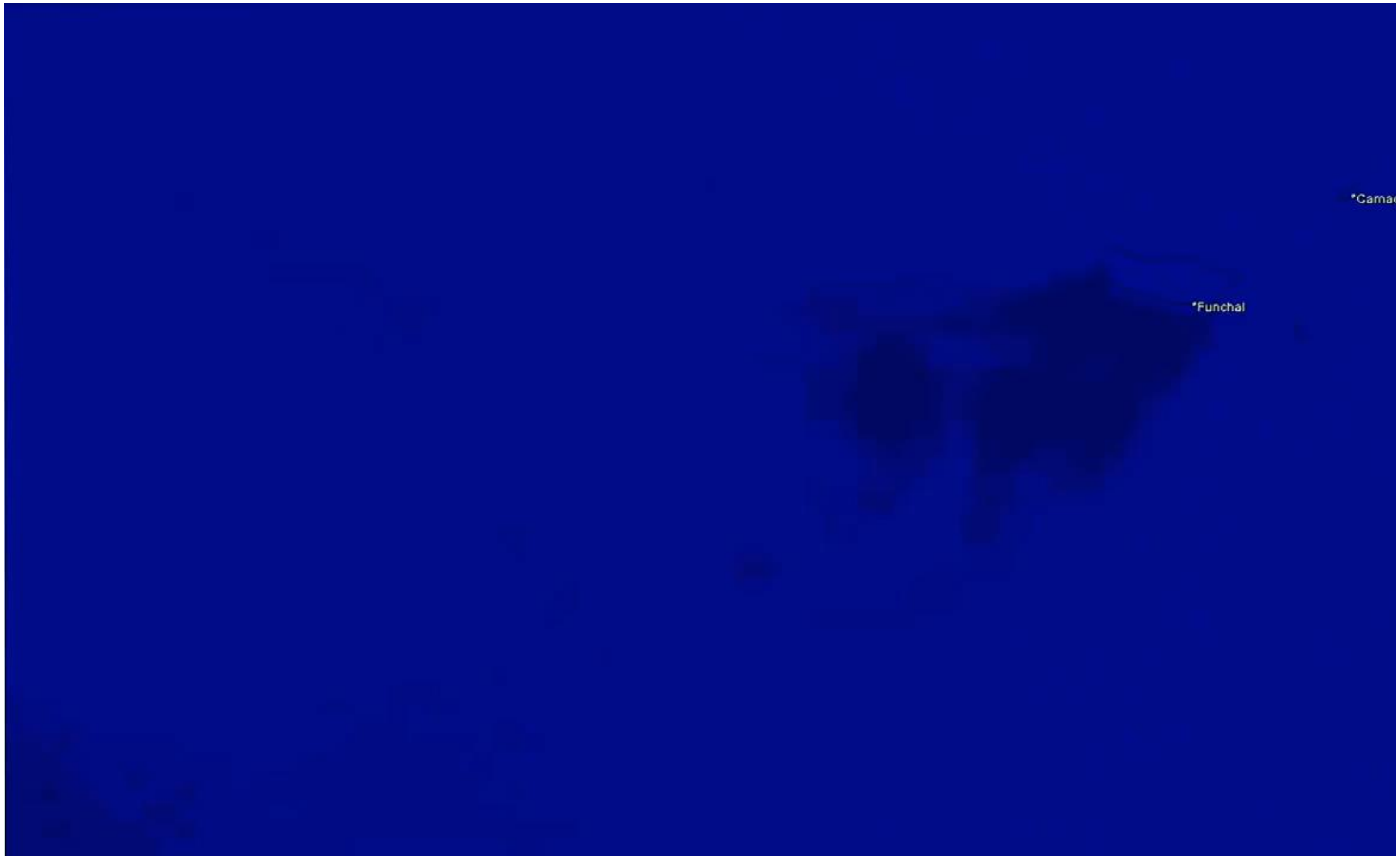
圆柱扰流问题与卡门涡街



- **圆柱绕流问题：**随着雷诺数的增大边界层首先出现分离，分离点并不断的前移，当雷诺数大到一定程度时，会形成两列几乎稳定的、非对称性的、交替脱落的、旋转方向相反的旋涡，并随主流向下游运动，这就是**卡门涡街**。
- 卡门对涡街进行运动分析得出了**涡列间几何关系、阻力、涡释放频率**以及**斯特罗哈数**的经验公式
- 当**涡释放频率**和**物体固有频率**接近，产生共振，危害很大（虎门大桥振动）。

8.3 绕曲面流动及边界层的分离

大自然中的卡门涡街现象



马德拉岛附近的卡门涡街

image: https://www.visibleearth.nasa.gov/;

8.3 绕曲面流动及边界层的分离 -卡门涡街

圆柱扰流问题与卡门涡街

圆柱体的卡门涡街的**脱落频率** n 与流体流动的速度 U_∞ 和圆柱体直径 d 有关

$$n = S\frac{U_\infty}{d}$$

S无量纲数，称为斯特劳哈(V．Strouhal)数,和Re有关。

根据根据罗斯柯（A．Roshko）1954年的实验结果，当 Re 大于1000时，斯特劳哈数St近似地等于常数，即 S =0.21

测定卡门涡街脱落频率的方法有**热敏电阻丝法**、**超音波束法**等，根据卡门涡街的上述性质，可以制成卡门涡街流量计。

8.4 粘性流体绕小圆球的蠕动流动

蠕动流动： 雷诺数很低的流动。

特点： 特征尺度和流动的速度均很小

如：粉料的气力输送、除尘器中灰尘的沉积、煤粉在炉膛中的沉降等等。

风沙的沉降

病毒的飞沫传播

image: https://castle-keepers.com/; https://www.health.com/;

8.4 粘性流体绕小圆球的蠕动流动

蠕动流动的微分方程：

对于定常流动，忽略惯性力和质量力，在直角坐标系下，可把N-S方程组简化成：

$$\left.\begin{aligned}
\frac{\partial p}{\partial x} &= \mu\left(\frac{\partial^2 u}{\partial x^2}+\frac{\partial^2 u}{\partial y^2}+\frac{\partial^2 u}{\partial z^2}\right)\\
\frac{\partial p}{\partial y} &= \mu\left(\frac{\partial^2 v}{\partial x^2}+\frac{\partial^2 v}{\partial y^2}+\frac{\partial^2 v}{\partial z^2}\right)\\
\frac{\partial p}{\partial y} &= \mu\left(\frac{\partial^2 w}{\partial x^2}+\frac{\partial^2 w}{\partial y^2}+\frac{\partial^2 w}{\partial z^2}\right)
\end{aligned}\right\}\qquad \text{(8-46a)}$$

8.4 粘性流体绕小圆球的蠕动流动

蠕动流动的微分方程：

如果流动是不可压缩流体，则连续性方程为：

$$\frac{\partial u}{\partial x}+\frac{\partial v}{\partial y}+\frac{\partial w}{\partial z}=0 \qquad \text{(8-46b)}$$

将式(8-46a)依次求 $\frac{\partial^2 p}{\partial x^2}$、$\frac{\partial^2 p}{\partial y^2}$、$\frac{\partial^2 p}{\partial z^2}$，然后相加，并结合连续性方程，得到：

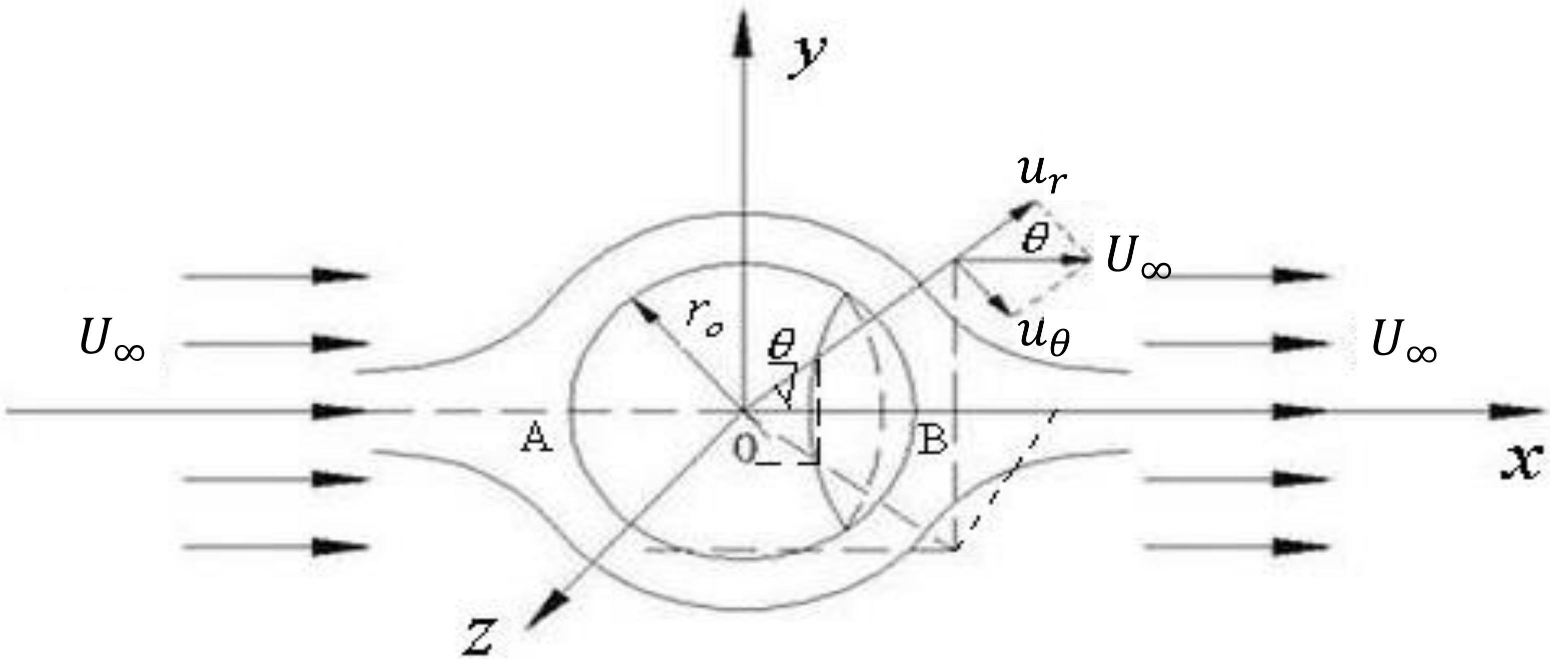
$$\frac{\partial^2 p}{\partial x^2}+\frac{\partial^2 p}{\partial y^2}+\frac{\partial^2 p}{\partial z^2}=\nabla^2 p=0 \qquad \text{(8-46a)}$$

即蠕动流动的压力场满足拉普拉斯方程

8.4 粘性流体绕小圆球的蠕动流动

下面我们建立流动的物理模型：

无穷远来流速度U_∞，流动方向与 x 轴平行，绕半径为r_0的静止圆球流动



1. 流动是轴对称的，在球坐标系中，所有参量均与φ坐标无关

2. 边界条件：

在球面上 $r = r_0, u_r = u_\theta = 0$

无穷远处 $r \to \infty, u_r = U_\infty cos\theta,\ u_\theta = -U_\infty sin\theta$

8.4 粘性流体绕小圆球的蠕动流动

同时，流体作不可压定常流动，忽略惯性力、质量力，根据第四章公式(4-85)，简化如下:

$$
\left.\begin{aligned}
&\frac{\partial p}{\partial r}=\mu\left(\frac{\partial^2 u_r}{\partial r^2}+\frac{1}{r^2}\frac{\partial^2 u_r}{\partial \theta^2}+\frac{2}{r}\frac{\partial u_r}{\partial r}+\frac{\cot\theta}{r^2}\frac{\partial u_r}{\partial \theta}-\frac{2}{r^2}\frac{\partial u_\theta}{\partial \theta}-\frac{2u_r}{r^2}-\frac{2u_\theta\cot\theta}{r^2}\right)\\
&\frac{1}{r}\frac{\partial p}{\partial \theta}=\mu\left(\frac{\partial^2 u_\theta}{\partial r^2}+\frac{1}{r^2}\frac{\partial^2 u_\theta}{\partial \theta^2}+\frac{2}{r}\frac{\partial u_\theta}{\partial r}+\frac{\cot\theta}{r^2}\frac{\partial u_\theta}{\partial \theta}+\frac{2}{r^2}\frac{\partial u_r}{\partial \theta}-\frac{u_\theta}{r^2\sin^2\theta}\right)\\
&\frac{\partial u_r}{\partial r}+\frac{2u_r}{r}+\frac{1}{r}\frac{\partial u_\theta}{\partial \theta}+\frac{u_\theta\cot\theta}{r}=0
\end{aligned}\right\}\quad \textbf{(8-47)}
$$

边界条件:

在球面上 $r=r_0, u_r=u_\theta=0$

无穷远处 $r\rightarrow\infty, u_r=U_\infty cos\theta,\ u_\theta=-U_\infty sin\theta$

方程的求解方法详见教材285页，我们可以得到如下形式的解:

8.4 粘性流体绕小圆球的蠕动流动

$$
\left.\begin{aligned}
u_r &= U_\infty \cos\theta \left(1 - \frac{3r_0}{2r} + \frac{r_0^3}{2r^3}\right) \\
u_\theta &= -U_\infty \sin\theta \left(1 - \frac{3r_0}{4r} - \frac{r_0^3}{4r^3}\right) \\
p(r,\theta) &= p_0 - \frac{3\mu U_\infty r_0 \cos\theta}{2r^2}
\end{aligned}\right\} \quad \textbf{(8-49m)}
$$

小球表面的速度分布为：

$$
u_r = u_\theta = 0 \qquad \frac{\partial u_r}{\partial r} = \frac{\partial u_r}{\partial r} = 0
$$

根据公式(4-87)(4-88)，正应力p_{rr}与切应力$\tau_{r\theta}$公式为：

$$
p_{rr} = -p + 2\mu \frac{\partial u_r}{\partial r}
$$

$$
\tau_{r\theta} = \mu \left(\frac{\partial u_r}{r\partial\theta} + \frac{\partial u_\theta}{\partial r} - \frac{u_\theta}{r}\right)
$$

在小球表面上：

$$
\left.\begin{aligned}
(p_{rr})_{r=r_0} &= -p_0 + \frac{3\mu U_\infty \cos\theta}{2r_0} \\
(\tau_{r\theta})_{r=r_0} &= -\frac{3\mu U_\infty \sin\theta}{2r_0}
\end{aligned}\right\} \quad \textbf{(8-50)}
$$

8.4 粘性流体绕小圆球的蠕动流动

在球面取微分面积：

$$dA = 2\pi r_0 \sin\theta r_0 \, d\theta$$

正应力作用在圆球上的合力在x方向的分量为：

$$P_x = \int_A (\tau_{r\theta})_{r=r_0} \cos\theta \, dA = \int_0^{\pi} \left(-p_0 + \frac{3}{2}\mu U_\infty \frac{\cos\theta}{r_0}\right) \cos\theta \cdot 2\pi r_0 \sin\theta \, r_0 d\theta = 2\pi\mu r_0 U_\infty$$

切应力作用在圆球上的合力在x方向的分量为：

$$F_x = -\int_A (\tau_{\theta r})_{r=r_0} \sin\theta \, dA = -\int_0^{\pi} \left(-\frac{3}{2}\mu U_\infty \frac{\sin\theta}{r_0}\right) \sin\theta \cdot 2\pi r_0 \sin\theta \, r_0 d\theta = 4\pi\mu r_0 U_\infty$$

圆球所受总阻力：

$$F_D = P_x + F_x = 6\pi\mu r_0 U_\infty = 3\pi\mu d_0 U_\infty \qquad \textbf{(8-51)}$$

流动阻力系数为：

$$C_D = \frac{F_D}{\frac{1}{2}\rho U_\infty^2 A} = \frac{6\pi\mu r_0 U_\infty}{\frac{1}{2}\rho U_\infty^2 \pi r_0^{\,2}} = \frac{24}{\frac{U_\infty d}{\nu}} = \frac{24}{Re} \qquad \textbf{(8-52)}$$

式(8-51)就是圆球的斯托克斯阻力公式，由斯托克斯1851年导出

8.4 粘性流体绕小圆球的蠕动流动

当 Re <1时，(8-52)式与实验结果符合较好，

$$C_D=\frac{F_D}{\frac{1}{2}\rho U_\infty^2}=\frac{6\pi\mu r_0 U_\infty}{\frac{1}{2}\rho U_\infty^2 \pi {r_0}^2}=\frac{24}{\frac{U_\infty d}{\nu}}=\frac{24}{Re} \tag{8-52}$$

当Re>1 奥森解更加接近实验结果

$$C_D=\frac{24}{Re}\left(1+\frac{3}{16}Re\right) \tag{8-53d}$$

当 1<Re < 1 000时，怀特通过实验得到的阻力系数经验公式为：

$$C_D=\frac{24}{Re}+\frac{6}{\sqrt{\mathrm{Re}}}+0.4$$

8.4 粘性流体绕小圆球的蠕动流动

颗粒在静止流体中的自由沉降问题：

圆球在流体中以等速度自由沉降：浮力F_B、阻力F_D和重力W达到平衡：

$$W = F_D + F_B$$

此时圆球速度为自由沉降速度 U_f ，则有：

$$F_B = \frac{1}{6}\pi d^3 \rho g \qquad W = \frac{1}{6}\pi d^3 \rho_s g \qquad F_D = C_D \cdot \frac{1}{4}\pi d^2 \cdot \frac{1}{2}\rho {U_f}^2$$

$$\Rightarrow \frac{1}{6}\pi d^3 \rho_s g = \frac{1}{6}\pi d^3 \rho g + C_D \cdot \frac{1}{4}\pi d^2 \cdot \frac{1}{2}\rho {U_f}^2$$

$$\Rightarrow U_f = \sqrt{\frac{4gd(\rho_s - \rho)}{3C_D\rho}} \qquad \textbf{(8-55)}$$

8.4 粘性流体绕小圆球的蠕动流动

$$U_f = \sqrt{\frac{4gd(\rho_s - \rho)}{3C_D\rho}}$$ **(8-55)**

当$Re \le 1$时

采用拖曳力系数 $C_D = \frac{24}{Re}$ ➡ $$U_f = \frac{1}{18}\frac{g}{\nu}\frac{\rho_s - \rho}{\rho}d^2$$ **(8-56)**

当$1 \le Re \le 10^3$时

采用 $C_D = \frac{24}{Re} + \frac{6}{\sqrt{Re}} + 0.4$ ➡ $$0.4{U_f}^2 + 6\sqrt{\frac{\nu {U_f}^3}{d}} + \frac{24\nu}{d}U_f - \frac{4}{3}gd\frac{\rho_s - \rho}{\rho} = 0$$ **(8-57b)**

当$10^3 \le Re \le 2\times10^5$时

采用 $C_D = 0.48$ ➡ $$U_f = \sqrt{2.8gd\frac{\rho_s - \rho}{\rho}}$$ **(8-58)**

8.5 黏性流体绕流物体的阻力

物体的阻力：

1.摩擦阻力 — 由粘性直接作用的结果

流体绕过物体流动所引起的切向应力造成的阻力

特点： (i) 分离点之前

(ii) 层流 + 湍流

1.压差阻力 — 由粘性间接作用的结果

流体绕过物体流动所引起的压强差造成的阻力

特点： 与物体的形状有关

--物体的阻力系数 $C_D = f(Re)$ 通过实验获得

8.5 黏性流体绕流物体的阻力

物体阻力的减小办法

- **减小摩擦阻力：**可以使层流边界层尽可能的长，即层紊流转变点尽可能向后推移，计算合理的最小压力点的位置。在航空工业上采用一种“层流型”的翼型，便是将最小压力点向后移动来减阻，并要求翼型表面的光滑程度。

- **减小压差阻力：**使用翼型使得后面的“尾涡区”尽可能小。也就是使边界层的分离点尽可能向后推移 。例如采用流线性物体就可以达到这样的目的。

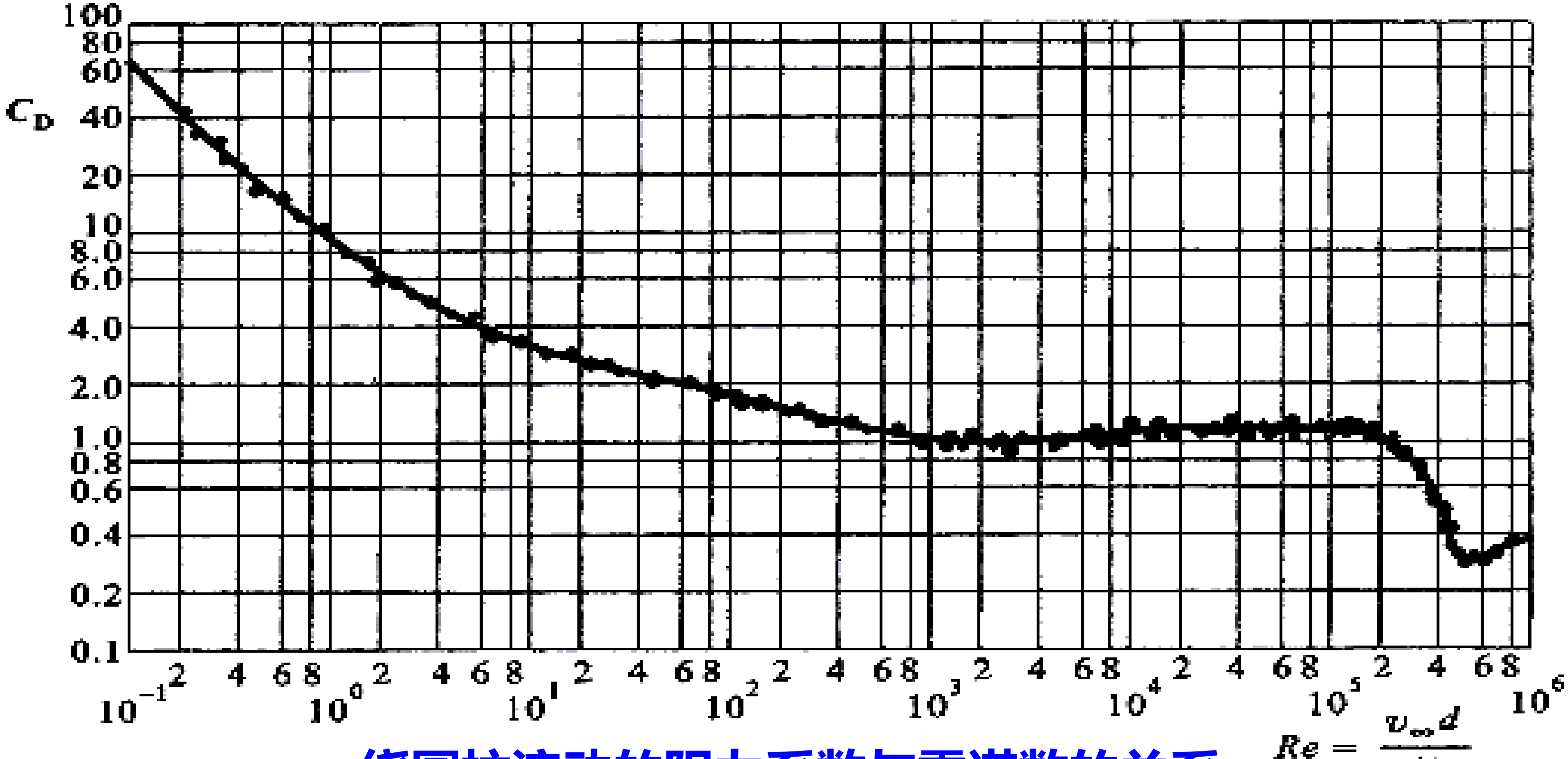
- 工程上习惯用无因次的阻力系数C_D来代替阻力F_D

$$C_D = \frac{F_D}{\frac{1}{2}\rho U_\infty^2 A}$$

8.5 黏性流体绕流物体的阻力

物体阻力的大小与雷诺数的关系

- 按相似定律可知，对于不同的不可压缩流体中的几何相似的物体，如果雷诺数相同，则它们的阻力系数也相同
- 在不可压缩粘性流体中，对于与来流方向具有相同方位角的几何相似体，其阻力系数：$C_D = f(Re)$



绕圆柱流动的阻力系数与雷诺数的关系

本章作业

- **8-3**
- **8-7**
- **8-8**
- **8-12**

非常重要，一定要做，不用上交

Thanks!

感谢关注 敬请指导