Engineering Fluid Mechanics

工程流体力学

第7章 不可压缩粘性流体的内部流动

教学团队：严　岩
韩　煜
吴　泽
李　晓
莫景文
孙东科

东南大学机械工程学院

2023/5/16

目录
CONTENTS

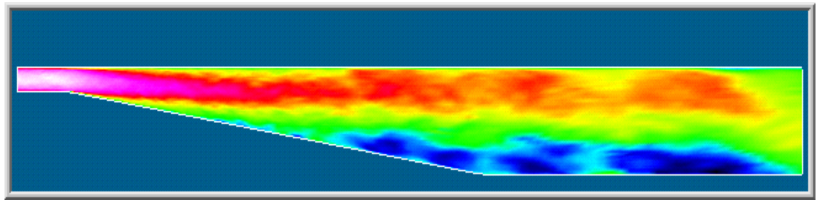
流动分类

根据工程的实际情况，流动可分为：

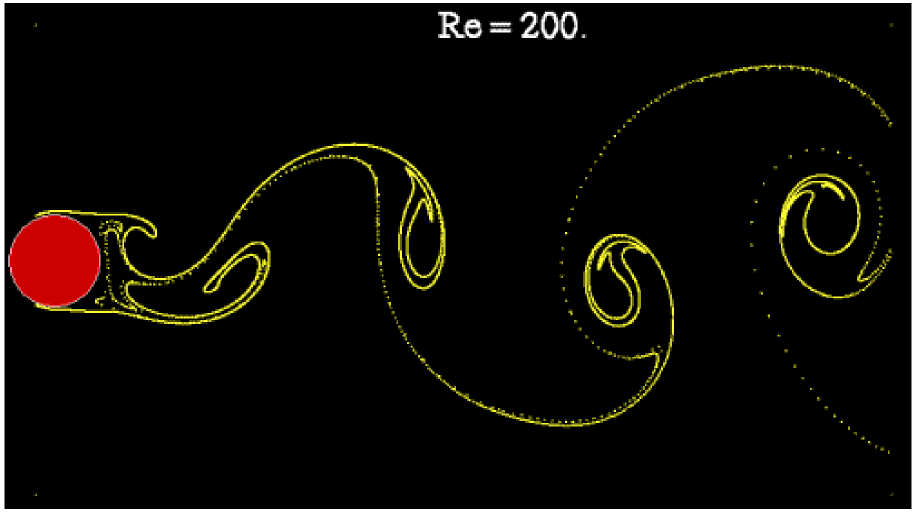
内流和外流。

血管、管道、风洞、吸管等

内流：



外流：

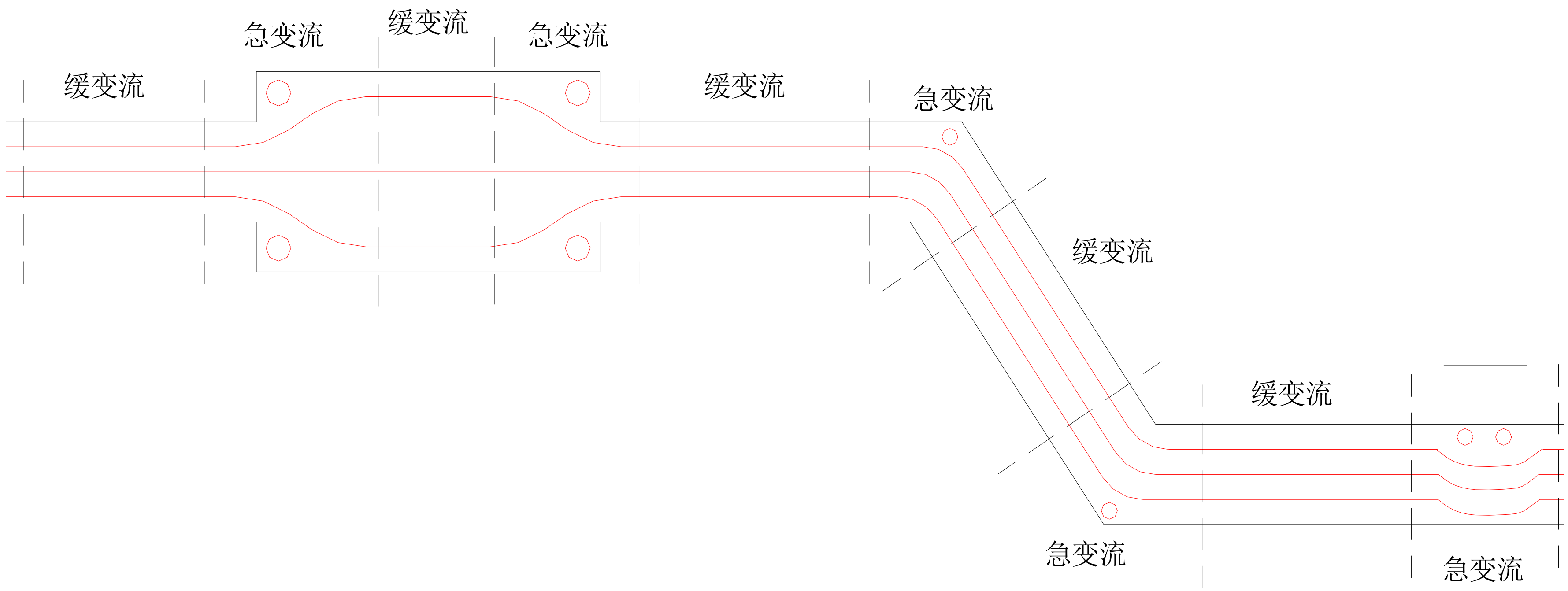


电线杆、桥墩、台风等

7.1 流动阻力

缓变流：流线平行或接近平行的流动

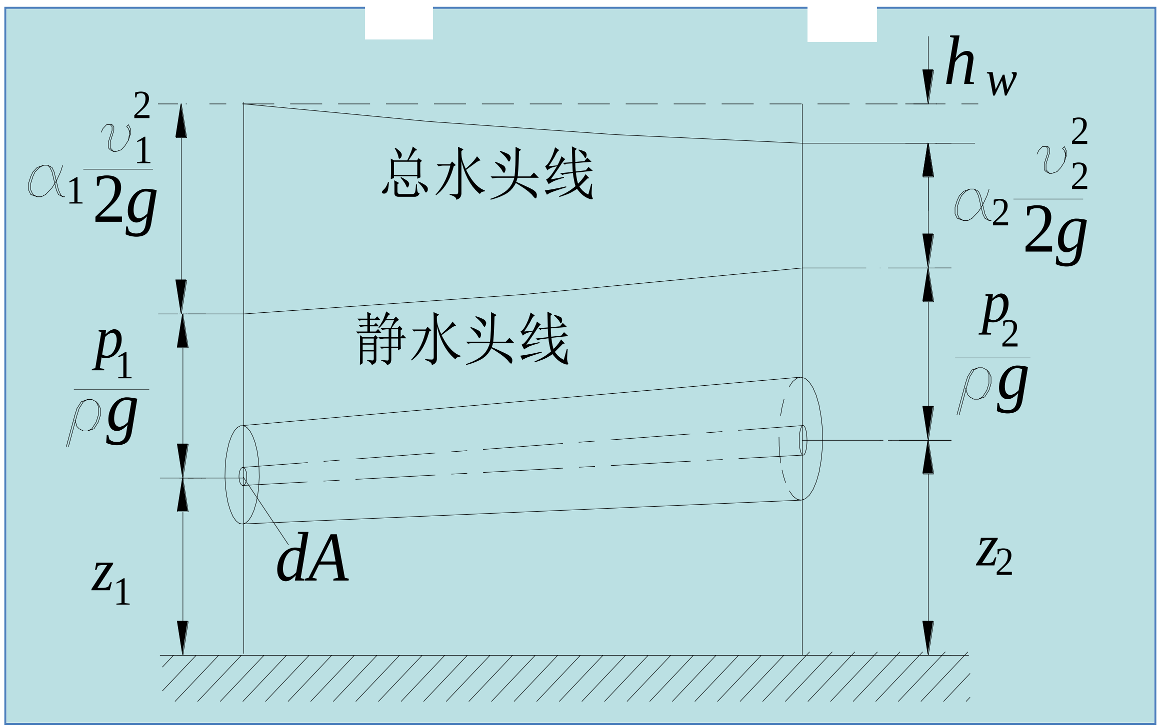
急变流：流线间相互不平行，有夹角的流动



7.1 流动阻力——伯努利方程

理想流体伯努利方程：$\frac{V_1^2}{2g}+z_1+\frac{p_1}{\rho g}=\frac{V_2^2}{2g}+z_2+\frac{p_2}{\rho g}$

粘性流体伯努利方程：$\alpha_1\frac{V_1^2}{2g}+z_1+\frac{p_1}{\rho g}=\alpha_2\frac{V_2^2}{2g}+z_2+\frac{p_2}{\rho g}+h_w$



h_w -- 流动阻力损失

（head loss）

$$h_w=\sum h_f+\sum h_j$$

局部阻力损失

沿程阻力损失

7.1 流动阻力——伯努利方程

$$\alpha_1 \frac{V_1^2}{2g} + z_1 + \frac{p_1}{\rho g} = \alpha_2 \frac{V_2^2}{2g} + z_2 + \frac{p_2}{\rho g} + h_w$$

不可压缩黏性流体总流适用条件:

1. 流动为定常流动;
2. 流体为粘性不可压缩的重力流体;
3. 沿总流流束满足连续性方程，即 q_V= 常数;
4. 方程的两过流断面必须是缓变流截面，而不必顾及两截面间是否有急变流。

7.1 流动阻力——沿程阻力损失

发生在缓变流整个流程中的能量损失，由流体的粘性摩擦力（friction）造成的损失。

$$h_f = \lambda \frac{l}{d}\frac{V^2}{2g}$$

达西公式

h_f —单位重力流体的沿程能量损失

λ —沿程阻力系数

l —管道长度

d —管道内径

$\frac{v^2}{2g}$ —单位重力流体的动压头（速度水头）

7.1 流动阻力——局部阻力损失

发生在流动状态急剧变化（jump）的急变流中的能量损失，主要由在弯头、闸门等管件处流体微团的碰撞、漩涡等造成

$$h_j = \zeta \frac{V^2}{2g}$$

h_j —单位重力流体的局部能量损失。

ζ —局部损失系数

$\frac{v^2}{2g}$ —单位重力流体的动压头（速度水头）

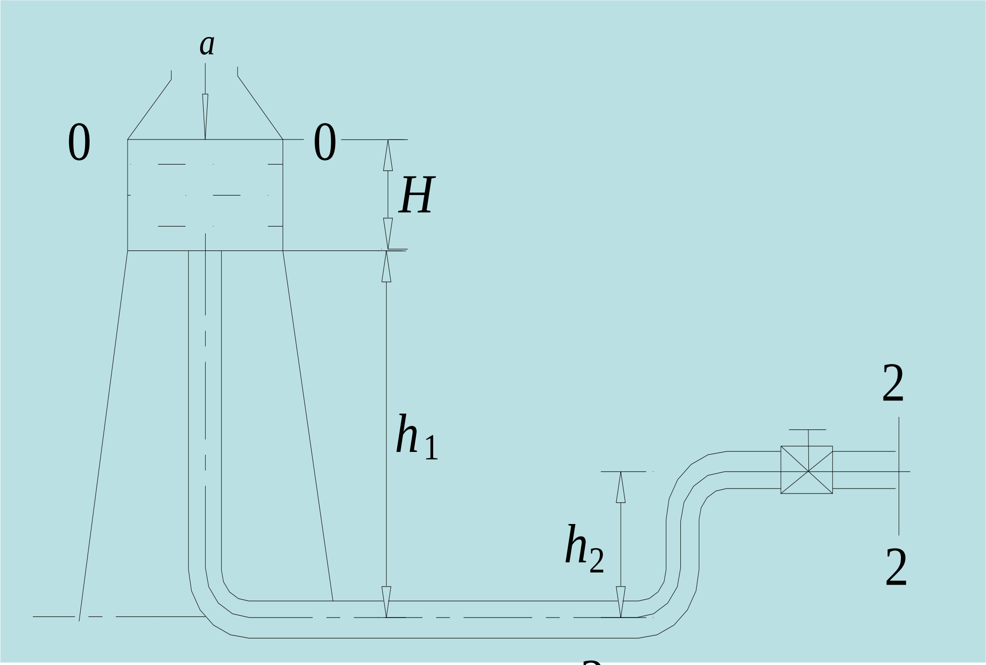
7.1 流动阻力——例题

已知：$\upsilon_a = 4\text{m/s}$；

$h_1 = 9\text{m}$；$h_2 = 0.7\text{m}$；

$h_w = 13\text{m}$

求：H



解：

$$(H + h_1) + \frac{p_a}{\rho g} + 0 = h_2 + \frac{p_a}{\rho g} + \alpha_2 \frac{\upsilon_2^2}{2g} + h_w$$

紊流流动：$\alpha = 1.0$

$$H = \frac{\upsilon_2^2}{2g} + h_w + h_2 - h_1 = \frac{4^2}{2 \times 9.806} + 13 + 0.7 - 9 = 5.52\,(\text{m})$$

7.2 圆管内层流——基本概念

一、层流（laminar flow），亦称片流：

是指流体质点不相互混杂，流体作有序的成层流动。

- **特点**:（1）有序性。

  （2）粘性占主要作用，遵循牛顿内摩擦定律。

  （3）能量损失与流速的? 成正比。

  （4）雷诺数*Re*较小时发生。

水流呈层状流动，各层的质点互不混掺，质点作有序的直线运动。

二、紊流（turbulent flow），亦称湍流：

是指速度、压力等物理量在时间和空间中发生不规则脉动的流体运动。

- **特点**：（1）无序性、随机性、有旋性、混掺性。

  （2）紊流受粘性和紊动的共同作用。

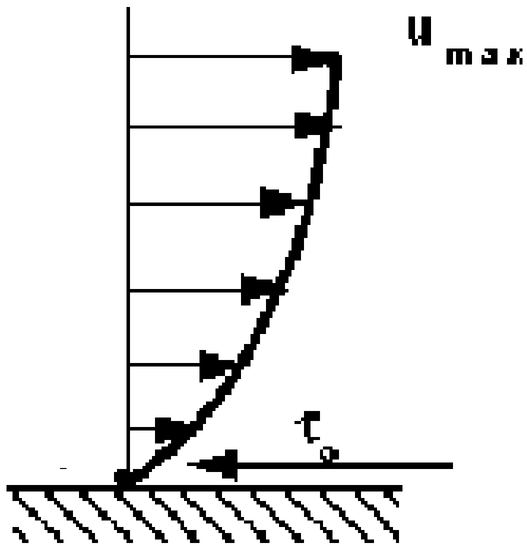
  （3）能量损失与流速的? 成正比。

  （4）雷诺数较大时发生。

7.2 圆管内层流——边界层

基本概念：边界层

当粘性流体流经固体壁面时，在固体壁面与流体主流之间必定有一个流速变化的区域，在高速流中这个区域是个薄层，称为边界层。



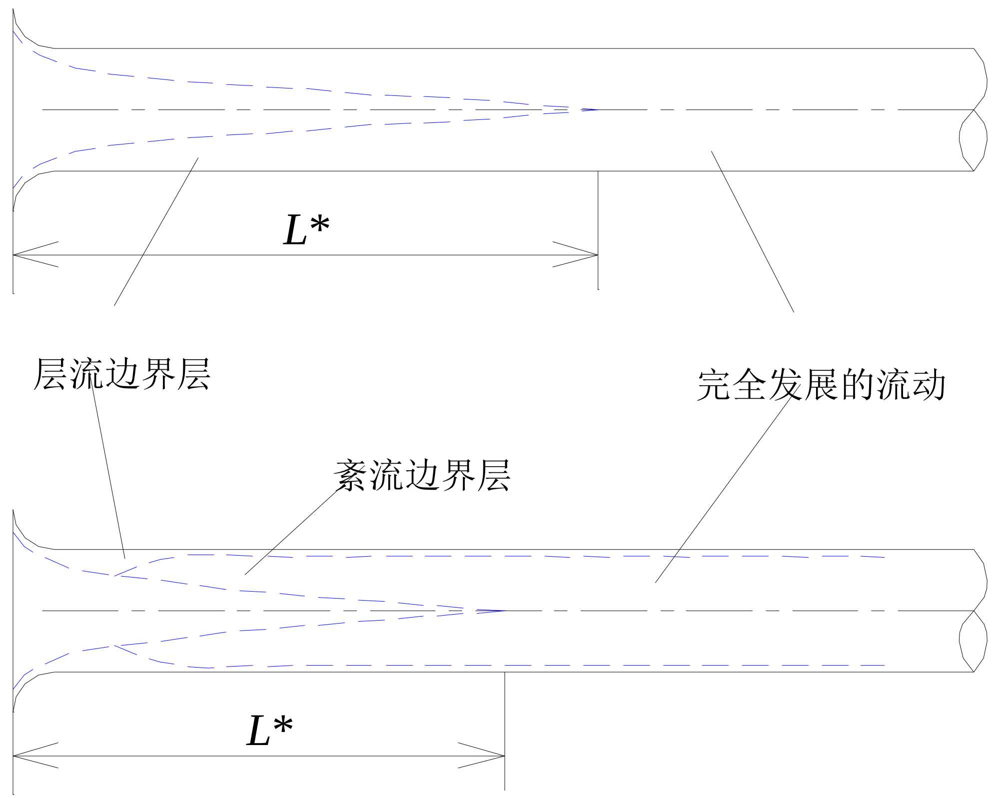
7.2 圆管内层流——入口段

基本概念：管道入口段

当粘性流体流入圆管，由于受管壁的影响，在管壁上形成边界层，随着流动的深入，边界层不断增厚，直至边界层在管轴处相交，边界层相交以前的管段，称为管道入口段。

$$\frac{L^*}{d} = 0.06\,\mathrm{Re}$$

$$\frac{L^*}{d} = 25 \sim 40$$



7.2 圆管内层流——入口段

基本概念2：管道入口段

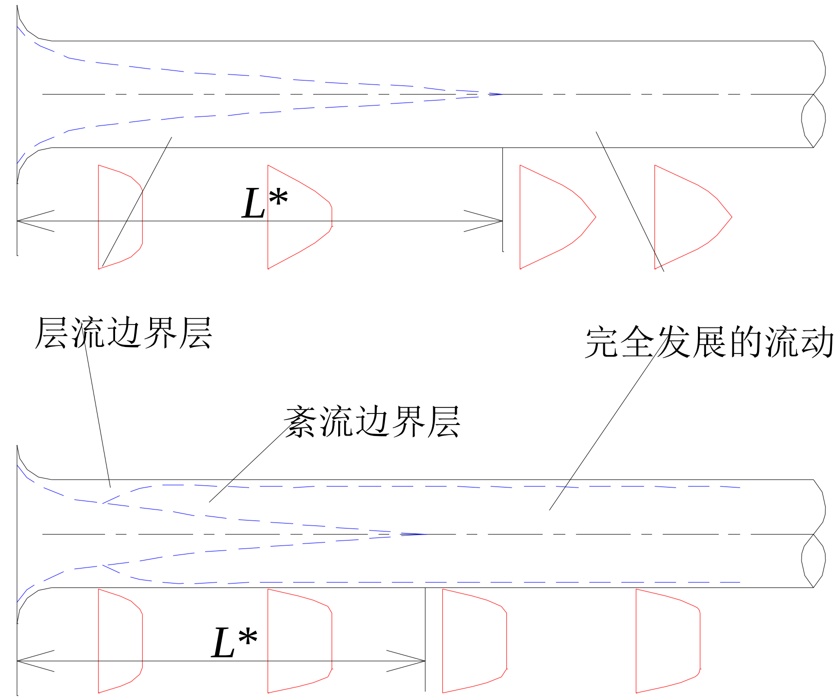
入口段内和入口段后速度分布特征

入口段内：

各截面速度分布不断变化

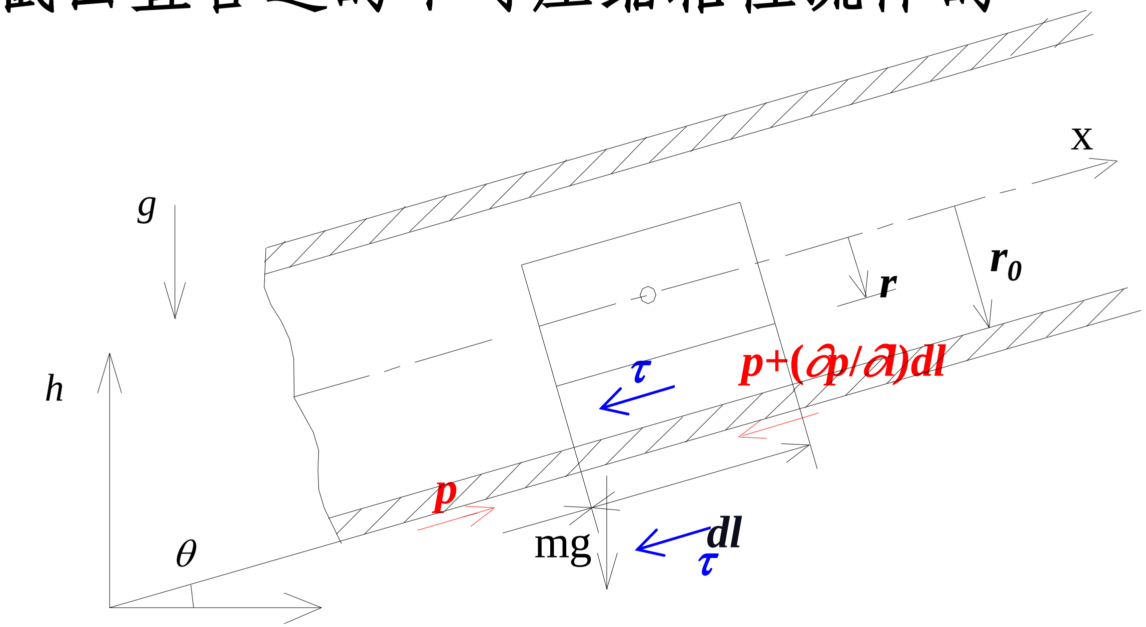
入口段后：

各截面速度分布均相同



7.2 圆管内层流——受力分析

以倾斜角为θ的圆截面直管道的不可压缩粘性流体的定常层流流动为例



受力分析:

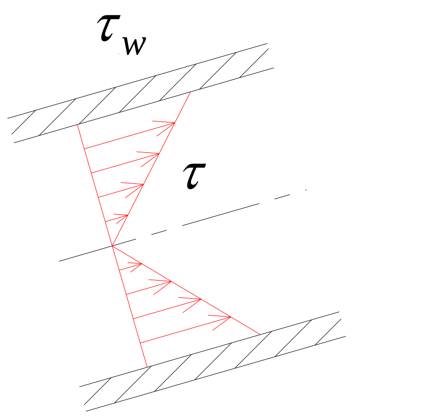
重　力:　$\rho(\pi r^2 dl)g$

两端面总压力: $\pi r^2 p$　　$\pi r^2 (p + \frac{\partial p}{\partial l} dl)$

侧面的粘滞力: $(2\pi r dl)\tau$

7.2 圆管内层流——切向力分布

列力平衡方程



$$\pi r^2 p-\pi r^2\left(p+\frac{\partial p}{\partial l}dl\right)-2\pi r dl\,\tau-\pi r^2 dl\rho g\sin\theta=0$$

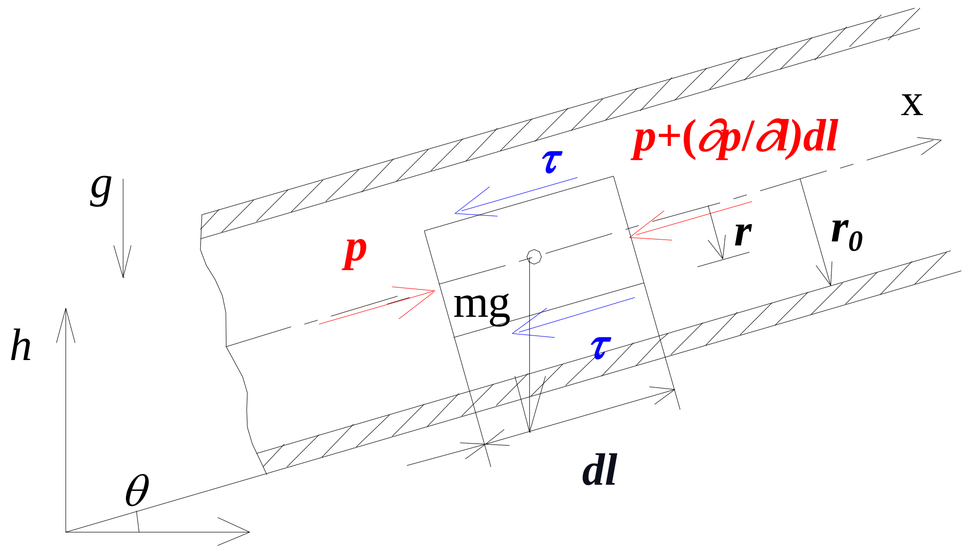
两边同除$\pi r^2 dl$得

$$-\frac{\partial p}{\partial l}-2\frac{1}{r}\tau-\rho g\sin\theta=0$$

由于$\sin\theta=\frac{\partial h}{\partial l}$ 得，

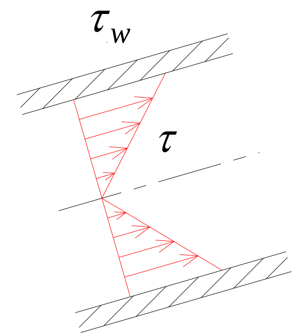
$$\tau=-\frac{r}{2}\left(\frac{\partial p}{\partial l}+\rho g\frac{\partial h}{\partial l}\right)$$

$$\boxed{\tau=-\frac{r}{2}\frac{d}{dl}(p+\rho gh)}$$



7.2 圆管内层流——速度分布

将 $\tau=-\mu\dfrac{dv_x}{dr}$ 代入 $\tau=-\dfrac{r}{2}\dfrac{d}{dl}(p+\rho gh)$ 得，

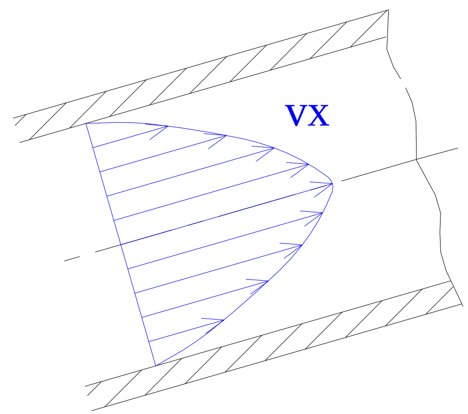


$$dv_x=\frac{1}{2\mu}\frac{d}{dl}(p+\rho gh)rdr$$

$$\tau=-\frac{r}{2}\frac{d}{dl}(p+\rho gh)$$

对r积分得， $v_x=\dfrac{1}{4\mu}\dfrac{d}{dl}(p+\rho gh)r^2+C$

当r= r_0时 v_x=0，得 $C=\dfrac{r_0}{4\mu}\dfrac{d}{dl}(p+\rho gh)$



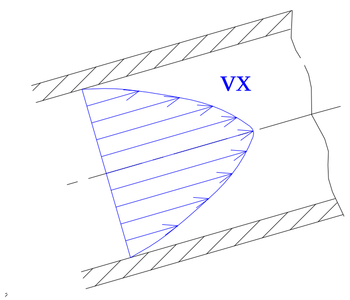
故： $\boxed{v_x=-\dfrac{r_0^2-r^2}{4\mu}\dfrac{d}{dl}(p+\rho gh)}$

7.2 圆管内层流——流速、流量、压降

$$v_x = -\frac{r_0^2 - r^2}{4\mu}\frac{d}{dl}(p+\rho gh)$$

(1) 最大流速

管轴处:
$$v_{x\max} = -\frac{r_0^2}{4\mu}\frac{d}{dl}(p+\rho gh)$$



(2) 平均流速

$$v = \frac{1}{2}v_{x\max} = -\frac{r_0^2}{8\mu}\frac{d}{dl}(p+\rho gh)$$

$$v_x = -\frac{r_0^2 - r^2}{4\mu}\frac{d}{dl}(p+\rho gh)$$

(3) 圆管流量

$$q_v = \int_0^{r_0} 2\pi r v_x dr = \pi r_0^2 v = -\frac{\pi r_0^4}{8\mu}\frac{d}{dl}(p+\rho gh)$$

水平管:
$$\boxed{q_v = \frac{\pi d_0^4 \Delta p}{128\mu l}}$$

（哈根—泊肃叶公式）

7.2 圆管内层流——流速、流量、压降

(4) 压强降（ 流动损失 ）

水平管: $q_v = \dfrac{\pi d_0^4 \Delta p}{128\mu l} \Rightarrow \Delta p = \dfrac{128\mu l q_v}{\pi d_0^4}$

$$h_f = \frac{\Delta p}{\rho g} = \frac{32\mu l v}{\rho g d^2} = \frac{64\mu}{\rho v d}\frac{l}{d}\frac{v^2}{2g} = \frac{64}{\mathrm{Re}}\frac{l}{d}\frac{v^2}{2g} = \lambda\frac{l}{d}\frac{v^2}{2g}$$

$$\lambda = \frac{64}{\mathrm{Re}}$$

结论: 层流流动得沿程损失与平均流速得一次方成正比。

7.2 圆管内层流——流速、流量、压降

(1) 动能修正系数α

$$\alpha=\frac{1}{A}\iint_A\left(\frac{v_x}{v}\right)^3 dA=\frac{1}{\pi r_0^2}\int_0^{r_0}\{2[1-(\frac{r}{r_0})^2]\}^3\times 2\pi r dr=2$$

结论:

圆管层流流动的实际动能等于按平均流速计算的动能的二倍

(2)壁面切应力(水平管)

$$\tau=-\frac{r}{2}\frac{d}{dl}(p+\rho gh)$$

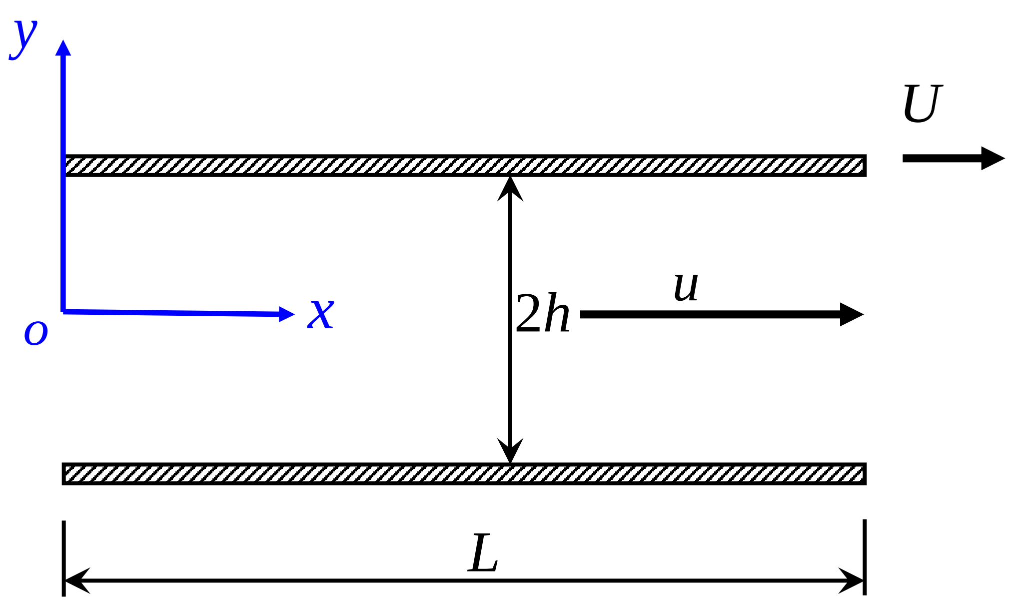
$$\Downarrow$$

$$\Delta p=\rho g h_f=\lambda\frac{l}{d}\frac{\rho v^2}{2}$$

$$\tau_w=\frac{r_0}{2}\frac{\Delta p}{l}\quad\Rightarrow\quad\tau_w=\frac{r_0}{2}\frac{\lambda\frac{l}{d_0}\frac{\rho v^2}{2}}{l}=\frac{r_0}{2}\frac{\lambda\frac{l}{2r_0}\frac{\rho v^2}{2}}{l}=\frac{\lambda}{8}\rho v^2$$

7.3 平板间的层流

如图：上下平板长L，宽M，间距2h，上板以匀速U沿x方向运动，下板固定不动。两板之间为不可压缩黏性流体，流体在x方向压强差 $\Delta p = p_1 - p_2$ 和上板运动引起的黏性力作用下作定常流动。



7.3 平板间的层流

速度： $v = w = 0, u = u(y)$ $\Rightarrow$ $\frac{\partial u}{\partial t} = 0, \frac{\partial u}{\partial x} = 0, \frac{\partial u}{\partial z} = 0$ $\Rightarrow$ $\frac{Du}{Dt} = 0$

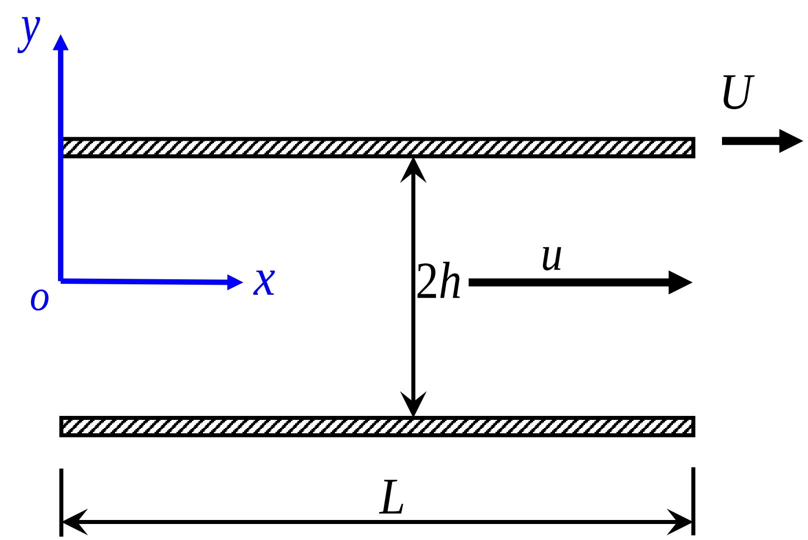
$$\begin{cases} \rho \frac{Du}{Dt} = \rho f_x - \frac{\partial p}{\partial x} + \mu\left(\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial z^2}\right) \\ \rho \frac{Dv}{Dt} = \rho f_y - \frac{\partial p}{\partial y} + \mu\left(\frac{\partial^2 v}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 v}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 v}{\partial z^2}\right) \\ \rho \frac{Dw}{Dt} = \rho f_z - \frac{\partial p}{\partial z} + \mu\left(\frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 w}{\partial z^2}\right) \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 0 = -\frac{\partial p}{\partial x} + \mu \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} \\ 0 = \rho g - \frac{\partial p}{\partial y} \\ 0 = -\frac{\partial p}{\partial z} \end{cases}$$

$$-\frac{dp}{dx} + \mu \frac{du^2}{dy^2} = 0$$

边界条件： $y = h, u = U; y = -h, u = 0$

积分： $u = -\frac{1}{2\mu}\frac{dp}{dx}(h^2 - y^2) + \frac{U}{2}(1 + \frac{y}{h})$

$$= -\frac{1}{2\mu}\frac{\Delta p}{L}(h^2 - y^2) + \frac{U}{2}(1 + \frac{y}{h})$$



7.3 平板间的层流

讨论：
$$u=-\frac{1}{2\mu}\frac{dp}{dx}(h^2-y^2)+\frac{U}{2}(1+\frac{y}{h})$$

（1） 上板不动 $U=0$

$$u=-\frac{1}{2\mu}\frac{dp}{dx}(h^2-y^2)$$

泊肃叶流动

（2） 压强梯度为零 $dp/dx=0$

$$u=\frac{U}{2}(1+\frac{y}{h})$$

库艾特流动

体积流量为：
$$Q=\int_{-h}^{h}udy=-\frac{2}{3\mu}\frac{dp}{dx}h^3+Uh$$

剪切力：
$$\tau=\mu\frac{du}{dy}=\frac{dp}{dx}y+\frac{\mu U}{2h}$$

Thanks!

感谢关注 敬请指导