

Engineering Fluid Mechanics

工程流体力学

第3章 流体流动特性

教学团队：严 岩
韩 煜
吴 泽
李 晓
莫景文
孙东科



东南大学机械工程学院
2023/4/3

主要内容

3.1 流场及其描述方法

3.2 流体流动的描述

3.3 流体微团的运动分析

3.4 黏性流体的流动形态

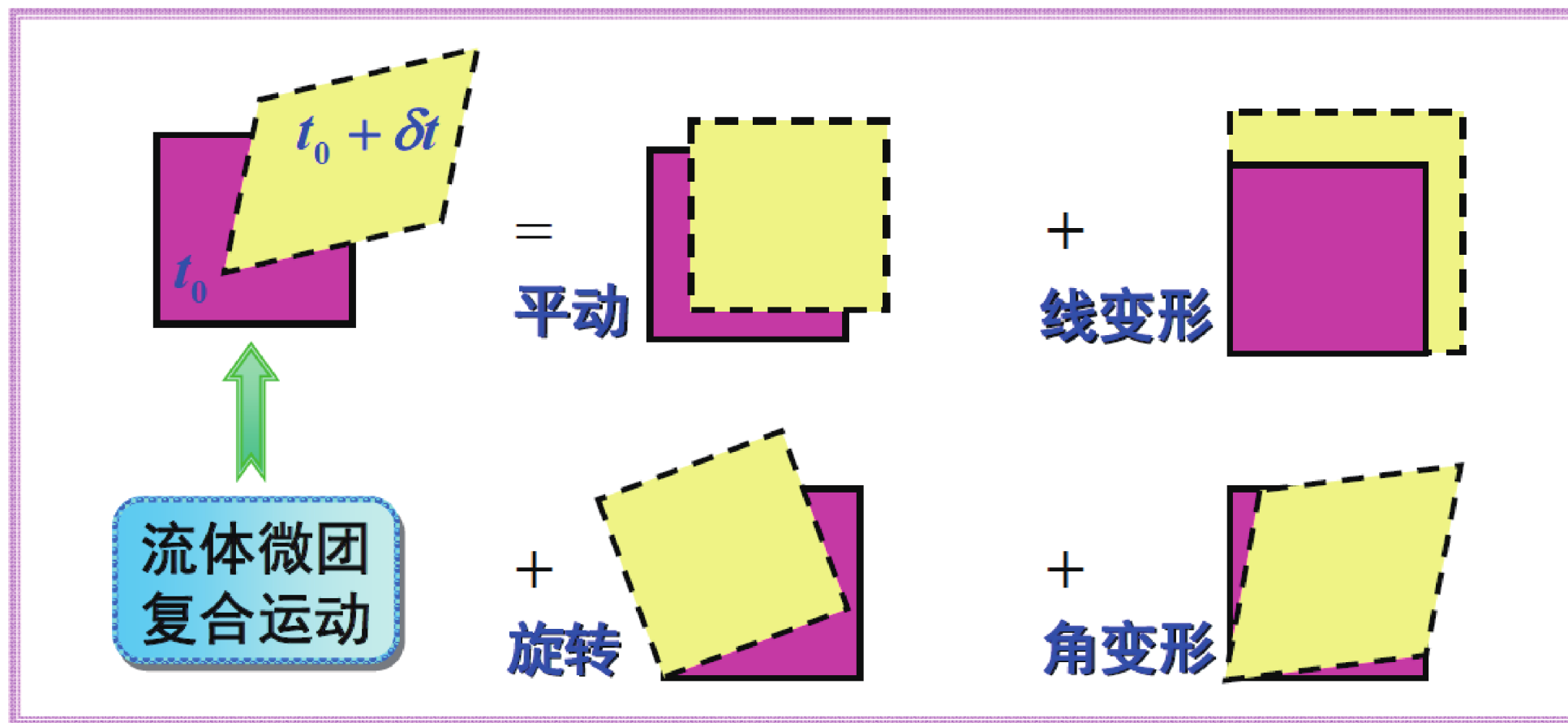
3.5 流体流动分类



3.3 流体微团的运动分析

柯西-亥姆霍兹 Cauchy-Helmholtz

- Helmholtz速度分解定理 \Rightarrow 流体微团的运动可分解为平动、转动、变形三部分之和。



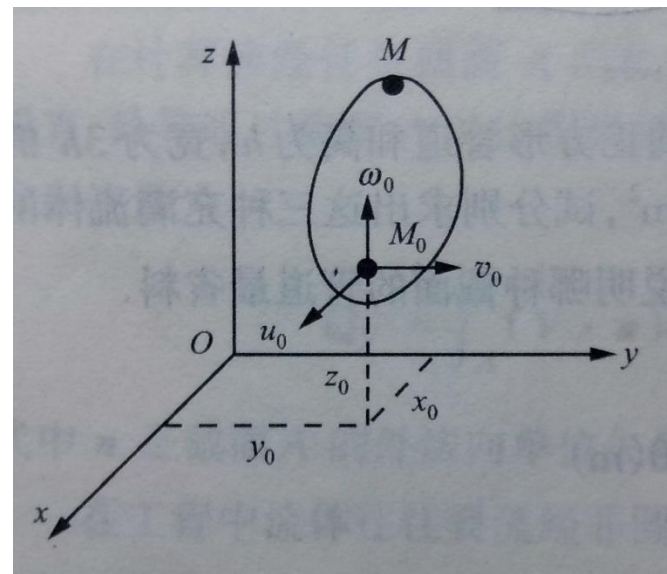
3.3 流体微团的运动分析

柯西-亥姆霍兹(Cauchy-Helmholtz)速度分解定理

定理 流场微团中任意一点的运动可以分解为平动、转动和变形三部分

如图，某时刻，流体微团内一流体质点位于 $M_0(x_0, y_0, z_0)$ ，该流体质点在 x 方向的速度分量是 u_0 ，假定在 M_0 点邻域内，位于 $M(x_0+\delta x, y_0+\delta y, z_0+\delta z)$ 的流体质点在 x 方向上的速度分量是 u ，该速度分量可在 M_0 点用泰勒级数展开，略去二阶以上小量，得

$$u = u_0 + \frac{\partial u}{\partial x} \delta x + \frac{\partial u}{\partial y} \delta y + \frac{\partial u}{\partial z} \delta z$$



3.3 流体微团的运动分析

$$u = u_0 + \frac{\partial u}{\partial x} \delta x + \frac{\partial u}{\partial y} \delta y + \frac{\partial u}{\partial z} \delta z$$

将上式分别加减 $\frac{1}{2} \frac{\partial v}{\partial x} \delta y$ 和 $\frac{1}{2} \frac{\partial w}{\partial x} \delta z$ ，得到

$$u = u_0 + \frac{\partial u}{\partial x} \delta x + \frac{1}{2} \left(\frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x} \right) \delta y + \frac{1}{2} \left(\frac{\partial u}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial x} \right) \delta z + \frac{1}{2} \left(\frac{\partial u}{\partial y} - \frac{\partial v}{\partial x} \right) \delta y + \frac{1}{2} \left(\frac{\partial u}{\partial z} - \frac{\partial w}{\partial x} \right) \delta z$$

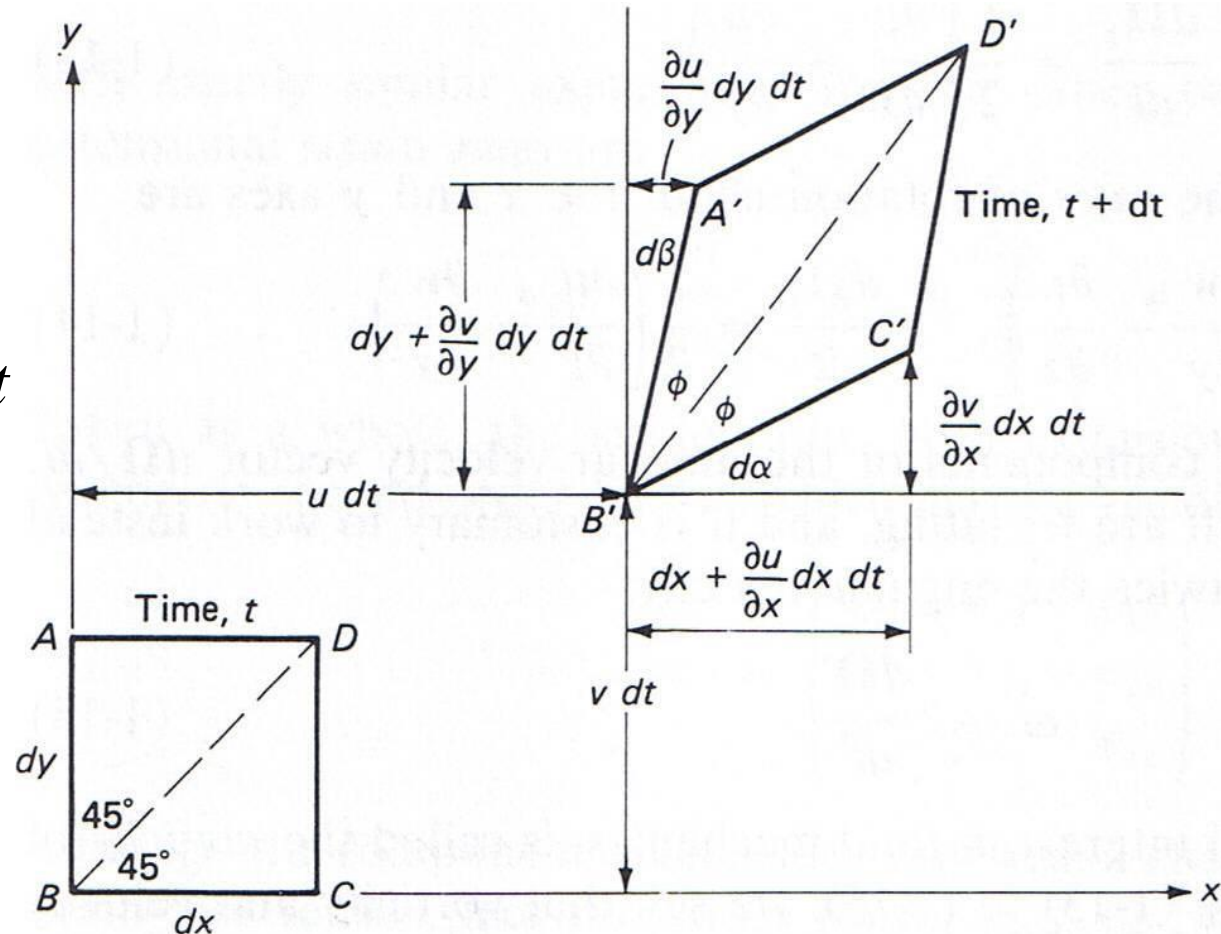
u_0 为平移速度， $\frac{1}{2} \left(\frac{\partial u}{\partial y} - \frac{\partial v}{\partial x} \right)$ 和 $\frac{1}{2} \left(\frac{\partial u}{\partial z} - \frac{\partial w}{\partial x} \right)$ 为旋转角速度，

$\frac{\partial u}{\partial x}$ 为线变形速率， $\frac{1}{2} \left(\frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x} \right)$ 和 $\frac{1}{2} \left(\frac{\partial u}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial x} \right)$ 为角变形速率

3.3 流体微团的运动分析

流体微团运动的几何关系

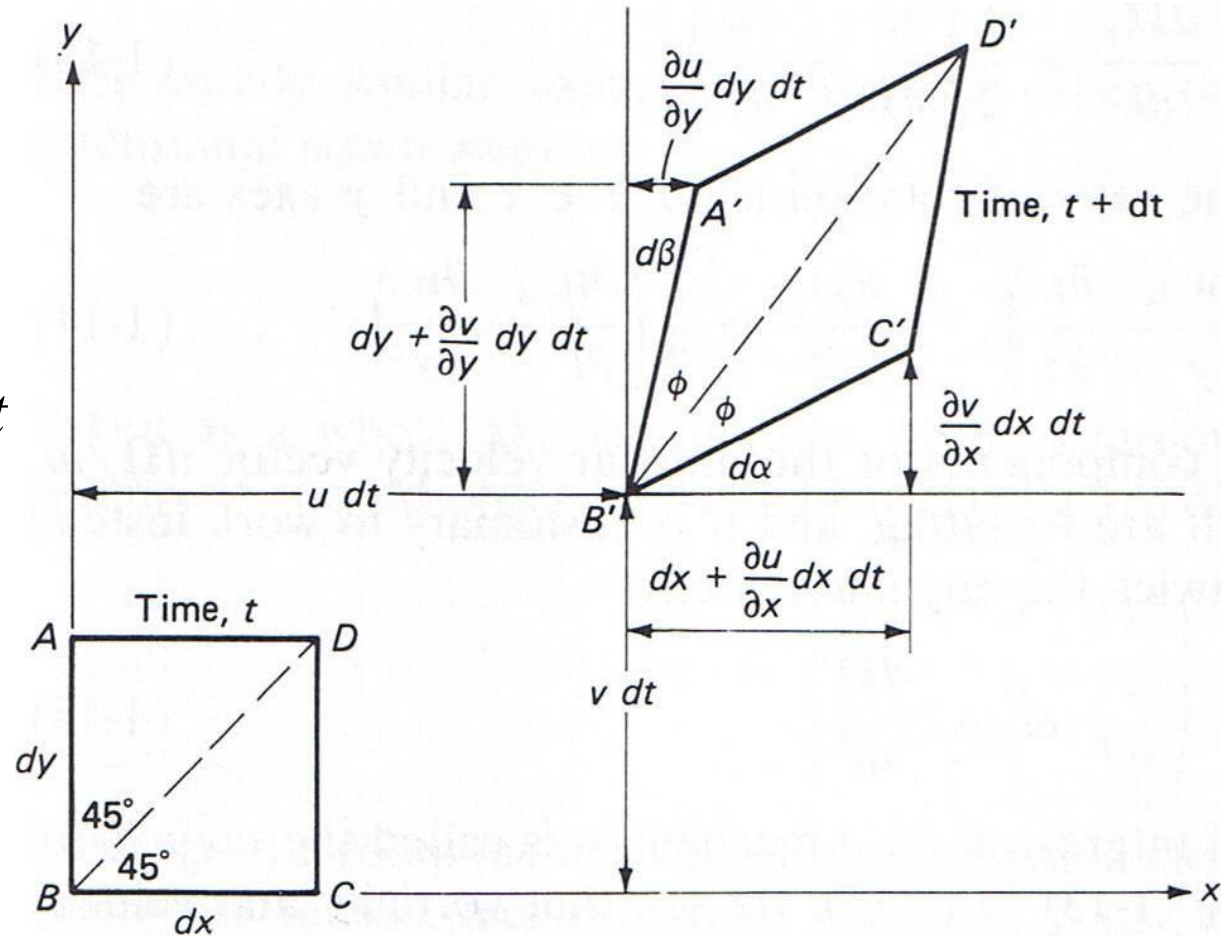
$$d\alpha = \lim_{dt \rightarrow 0} \left(\tan^{-1} \frac{\frac{\partial v}{\partial x} dx dt}{dx + \frac{\partial u}{\partial x} dx dt} \right) = \frac{\partial v}{\partial x} dt$$



3.3 流体微团的运动分析

流体微团运动的几何关系

$$d\beta = \lim_{dt \rightarrow 0} \left(\tan^{-1} \frac{\frac{\partial u}{\partial y} dy dt}{dy + \frac{\partial v}{\partial y} dy dt} \right) = \frac{\partial u}{\partial y} dt$$



3.3 流体微团的运动分析

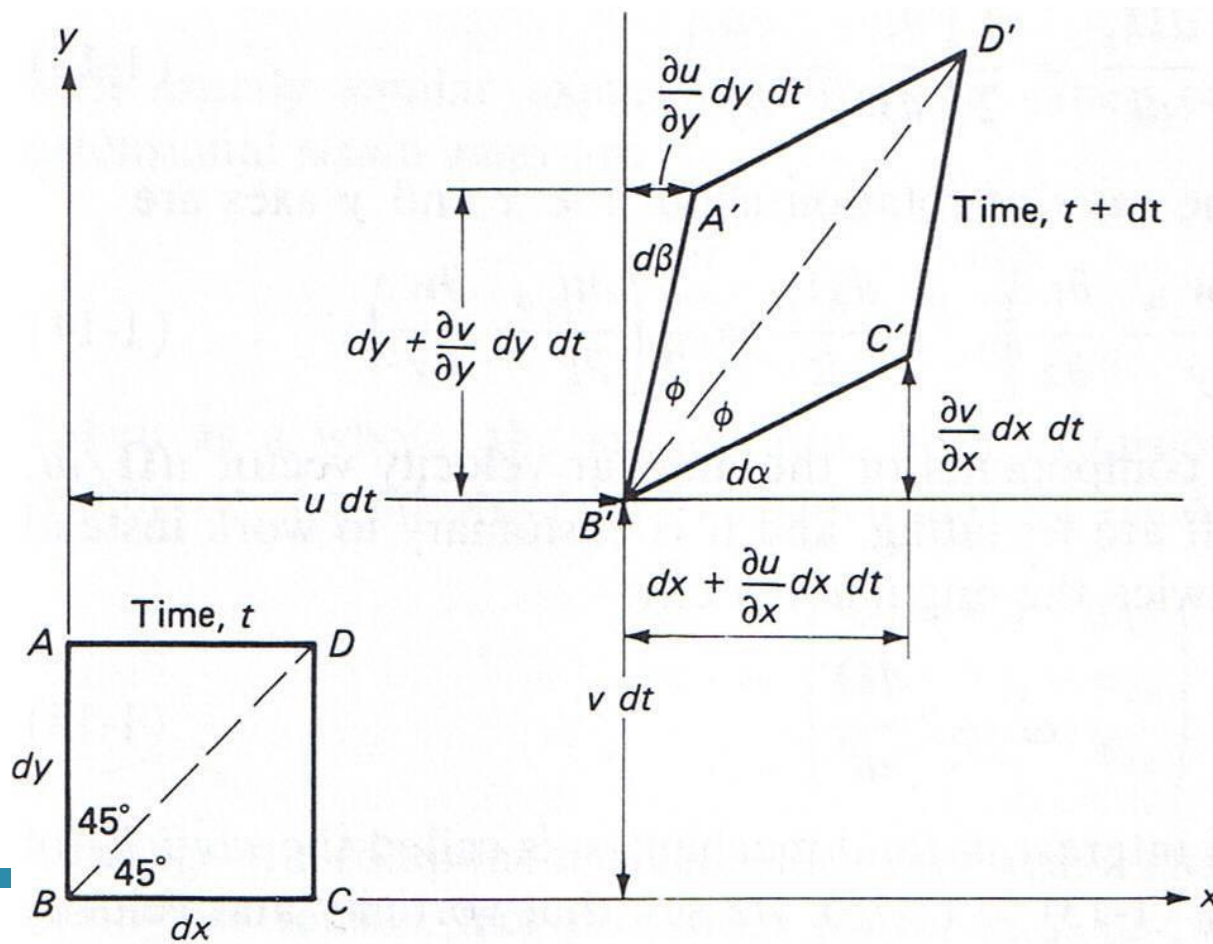
对角线**BD**的旋转: $d\Omega_z = \phi + d\alpha - 45^0$

$$2\phi + d\alpha + d\beta = 90^0$$

$$d\Omega_z = \frac{1}{2}(d\alpha - d\beta) \quad \Longrightarrow \quad \omega_z = \frac{d\Omega_z}{dt} = \frac{1}{2}\left(\frac{\partial v}{\partial x} - \frac{\partial u}{\partial y}\right)$$

$$\begin{cases} d\alpha = \frac{\partial v}{\partial x} dt \\ d\beta = \frac{\partial u}{\partial y} dt \end{cases}$$

旋转角速度 Angular velocity



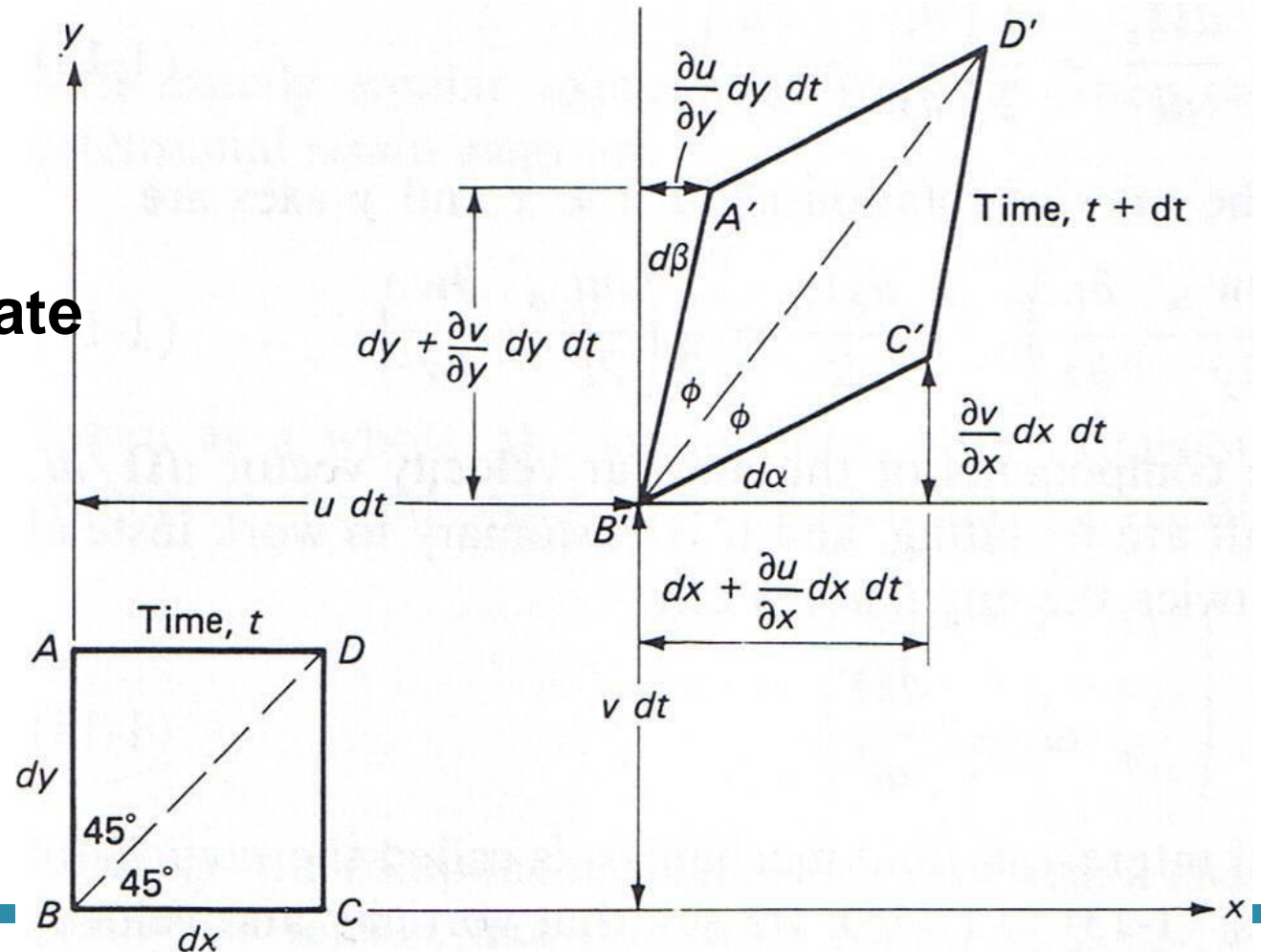
3.3 流体微团的运动分析

$$\varepsilon_{xx} dt = \frac{(dx + \frac{\partial u}{\partial x} dx dt) - dx}{dx} = \frac{\partial u}{\partial x} dt \quad \Longrightarrow \quad \varepsilon_{xx} = \frac{\partial u}{\partial x}$$

线变形

正应变率

Extensional strain rate



3.3 流体微团的运动分析

线段**AB**和**BC**的
变形角度为

$$d\alpha + d\beta$$

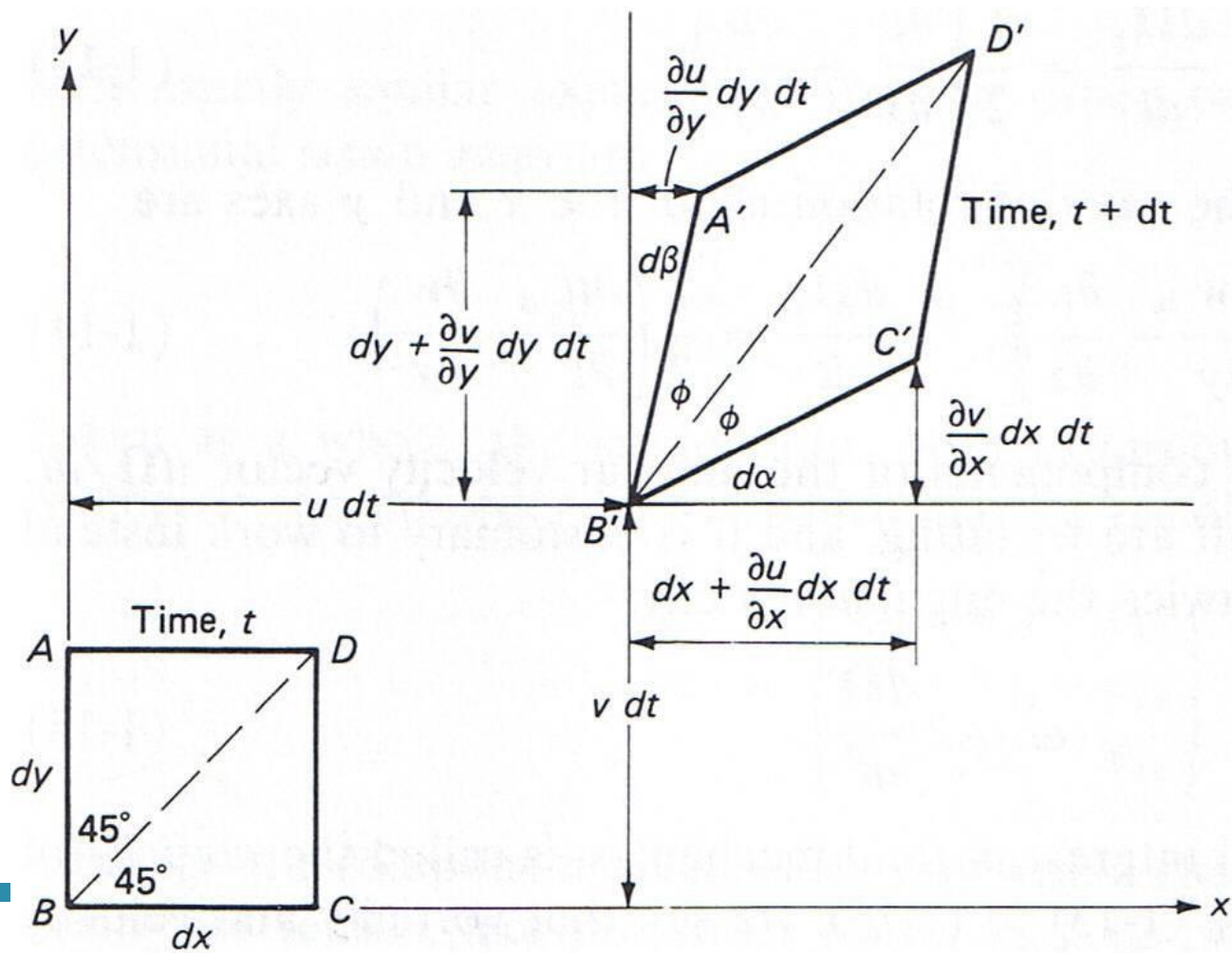
$$\Rightarrow \varepsilon_{xy} = \frac{1}{2} \left(\frac{d\alpha}{dt} + \frac{d\beta}{dt} \right) = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial v}{\partial x} + \frac{\partial u}{\partial y} \right)$$

$$\begin{cases} d\alpha = \frac{\partial v}{\partial x} dt \\ d\beta = \frac{\partial u}{\partial y} dt \end{cases}$$

角变形

剪应变率

Shear strain rate



■ 流体微团的运动可分解为平动、转动、变形（线变形和角变形）三部分之和。

① 平动速度 $\Rightarrow \mathbf{u}(x, y, z, t)$

② 线变形率 $\Rightarrow \dot{\gamma}_{xx} = \frac{\partial u}{\partial x}, \dot{\gamma}_{yy} = \frac{\partial v}{\partial y}, \dot{\gamma}_{zz} = \frac{\partial w}{\partial z}$

③ 角变形率 \Downarrow

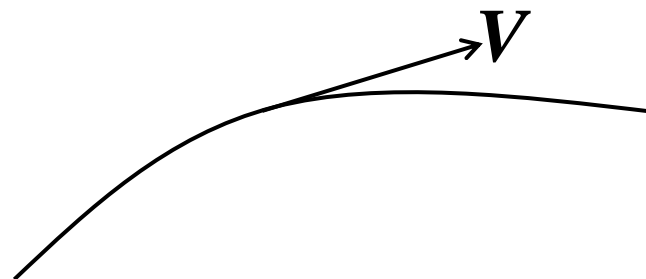
$$\dot{\gamma}_{xy} = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial v}{\partial x} + \frac{\partial u}{\partial y} \right), \dot{\gamma}_{xz} = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial w}{\partial x} + \frac{\partial u}{\partial z} \right), \dot{\gamma}_{yz} = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial w}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial z} \right)$$

④ 旋转角速度 \Downarrow

$$\omega_x = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial w}{\partial y} - \frac{\partial v}{\partial z} \right), \omega_y = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial u}{\partial z} - \frac{\partial w}{\partial x} \right), \omega_z = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial v}{\partial x} - \frac{\partial u}{\partial y} \right).$$

3.3 流体微团的运动分析

流线微分方程和涡线微分方程



流速矢量沿流线的切线方向，因此有

$$\frac{dx}{u} = \frac{dy}{v} = \frac{dz}{w}$$

流速的旋度也称为涡量，旋度沿涡线的切线方向：

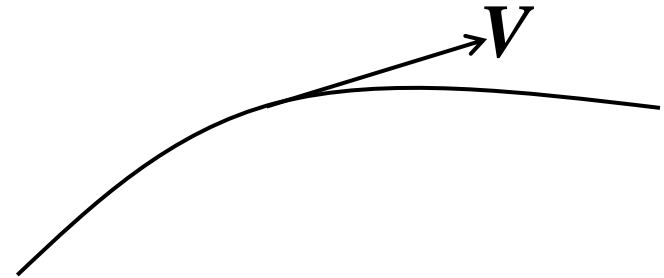
$$\frac{dx}{\omega_x} = \frac{dy}{\omega_y} = \frac{dz}{\omega_z}$$

3.3 流体微团的运动分析

涡线 涡管 涡束 涡通量

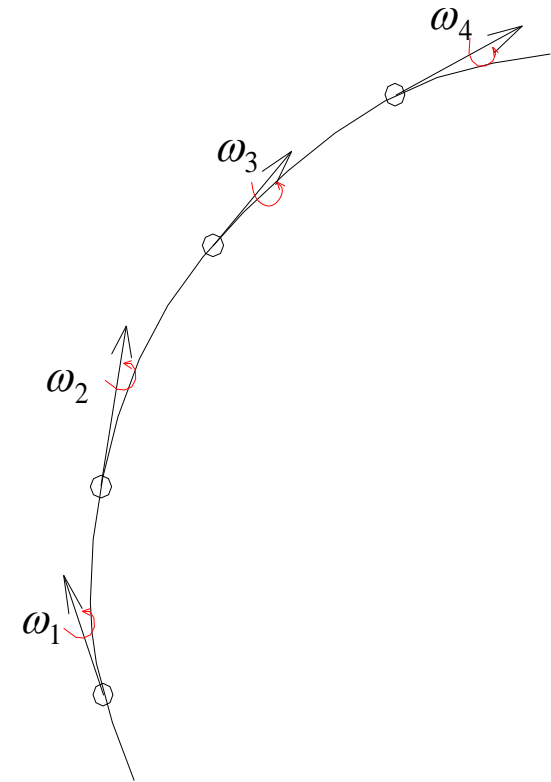
流速矢量沿流线的切线方向

$$\frac{dx}{u} = \frac{dy}{v} = \frac{dz}{w}$$



一、涡线

一条曲线，在给定瞬时，这条曲线上每一点的切线与位于该点的流体微团的角速度的方向相重合。



涡线的微分方程

$$\frac{dx}{\omega_x(x, y, z, t)} = \frac{dy}{\omega_y(x, y, z, t)} = \frac{dz}{\omega_z(x, y, z, t)}$$

3.3 流体微团的运动分析

二、涡管

在给定瞬时，在涡量场中任取一不是涡线的封闭曲线，通过封闭曲线上每一点作涡线，这些涡线形成一个管状表面。

三、涡束

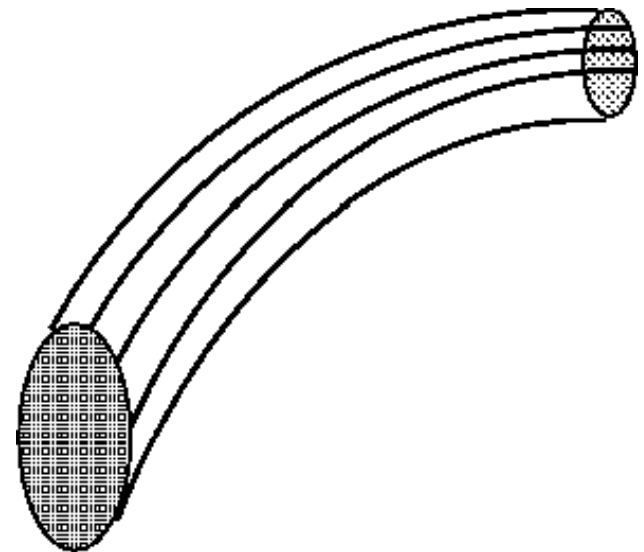
涡管中充满着作旋转运动的流体

四、涡通量

旋转角速度的值与垂直于角速度方向的微元涡管横截面积的乘积的两倍。

$$dJ = 2\omega dA$$

$$J = 2 \iint_A \omega_n dA$$



3.4 粘性流体的流动形态

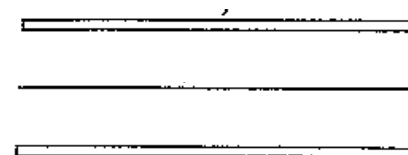
一、雷诺实验

实验现象

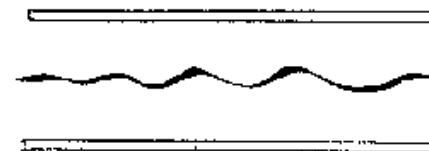
层流：整个流场呈一簇互相平行的流线。
着色流束为一条明晰细小的直线。

过渡状态：流体质点的运动处于不稳定
状态。着色流束开始振荡。

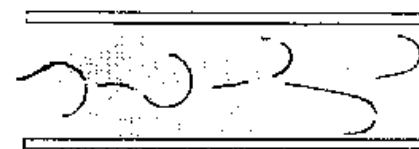
紊流：流体质点作复杂的无规则的运动。
着色流束与周围流体相混，颜色扩散至
整个玻璃管。



层流



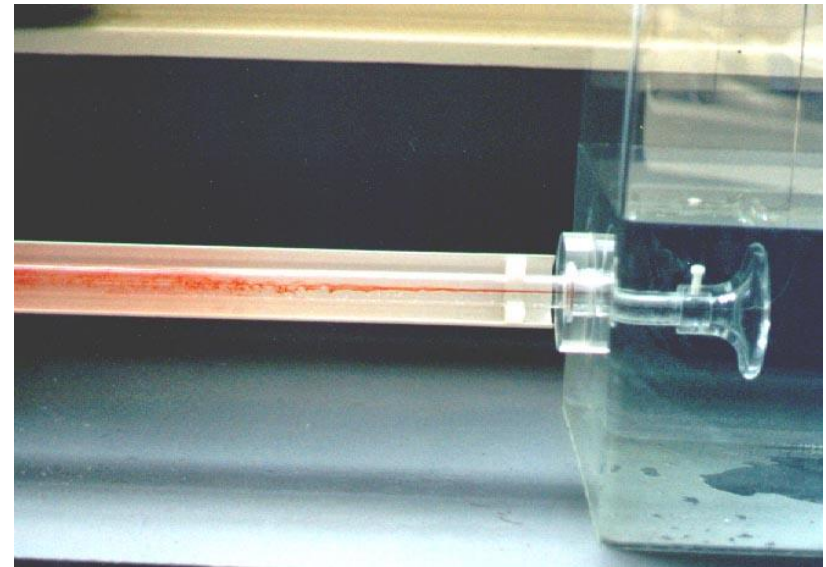
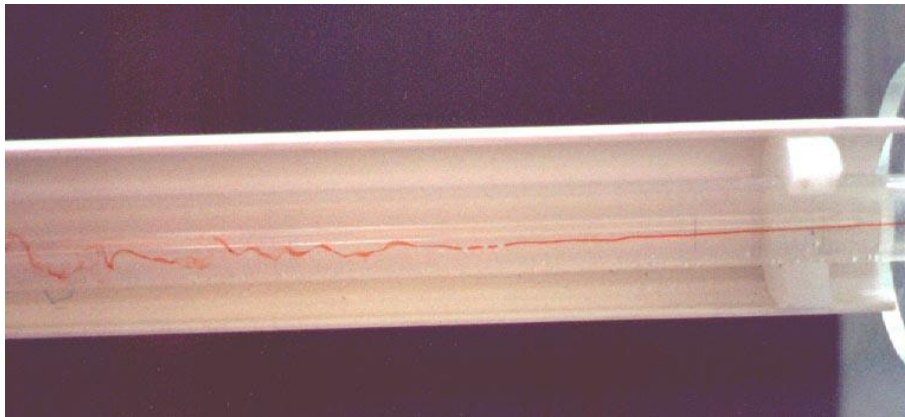
过渡状态



紊流

3.4 粘性流体的流动形态

实验现象



3.4 粘性流体的流动形态

二、两种流动状态的判定

1、实验发现

$v < v_{cr}$ 流动较稳定

$v > v_{cr}$ 流动不稳定

2、临界流速

v_{cr} —— 下临界流速

v'_{cr} —— 上临界流速

层 流: $v < v_{cr}$

不稳定流: $v_{cr} < v < v'_{cr}$

紊 流: $v > v'_{cr}$

3.4 粘性流体的流动形态

3、临界雷诺数

雷诺数 $Re = \frac{vd}{\nu}$

$Re_{cr} = 2320$ ——下临界雷诺数

$Re'_{cr} = 13800$ ——上临界雷诺数

工程上常用的圆管临界雷诺数

层 流: $Re < Re_{cr}$

不稳定流: $Re_{cr} < Re < Re'_{cr}$

紊 流: $Re > Re'_{cr}$

$Re_{cr} = 2000$

层 流: $Re < 2000$

紊 流: $Re > 2000$

3.4 粘性流体的流动形态

EXAMPLE:

- **P89 3-7**

3.5 流体流动分类

- 按照流体性质分：
 - 理想流体的流动和粘性流体的流动
 - 不可压缩流体的流动和可压缩流体的流动
- 按照流动状态分：
 - 定常流动和非定常流动
 - 有旋流动和无旋流动
 - 层流流动和紊流流动
- 按照流动空间的坐标数目分：
 - 一维流动、二维流动和三维流动

3.5 流体流动分类

定常流动和非定常流动

1. 定常流动

流动参量不随时间变化的流动

$$\vec{v} = \vec{v}(x, y, z)$$

$$p = p(x, y, z)$$

$$\rho = \rho(x, y, z)$$

特点：流场内的速度、压强、密度等参量只是坐标的函数，而与时间无关。

$$\frac{\partial (\quad)}{\partial t} = 0$$

3.5 流体流动分类

2. 非定常流动

流动参量随时间变化的流动

$$\vec{v} = \vec{v}(x, y, z, t)$$

$$p = p(x, y, z, t)$$

$$\rho = \rho(x, y, z, t)$$

特点：流场内的速度、压强、密度等参量不仅是坐标的函数，而且与时间有关

$$\frac{\partial (\quad)}{\partial t} \neq 0$$

3.5 流体流动分类

一维流动、二维流动和三维流动

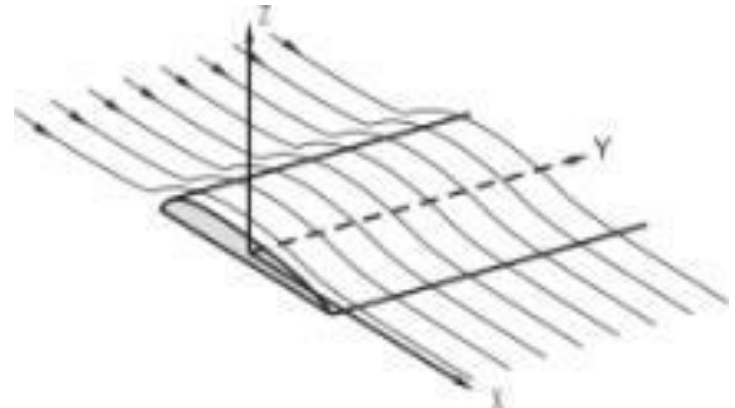
1. 定义

流动参量是几个坐标变量的函数，即为几维流动

一维流动 $\vec{v} = \vec{v}(x)$

二维流动 $\vec{v} = \vec{v}(x, y)$

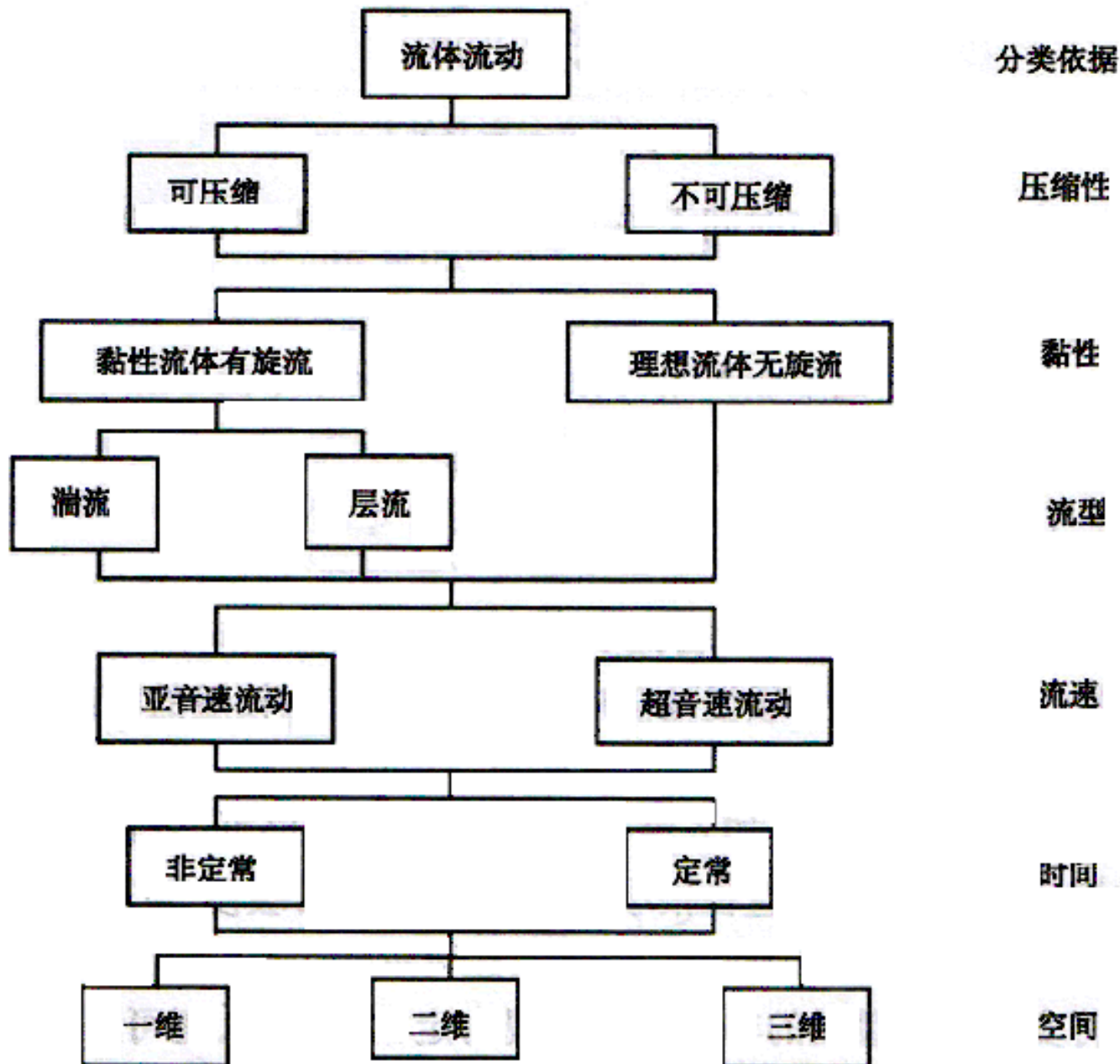
三维流动 $\vec{v} = \vec{v}(x, y, z)$

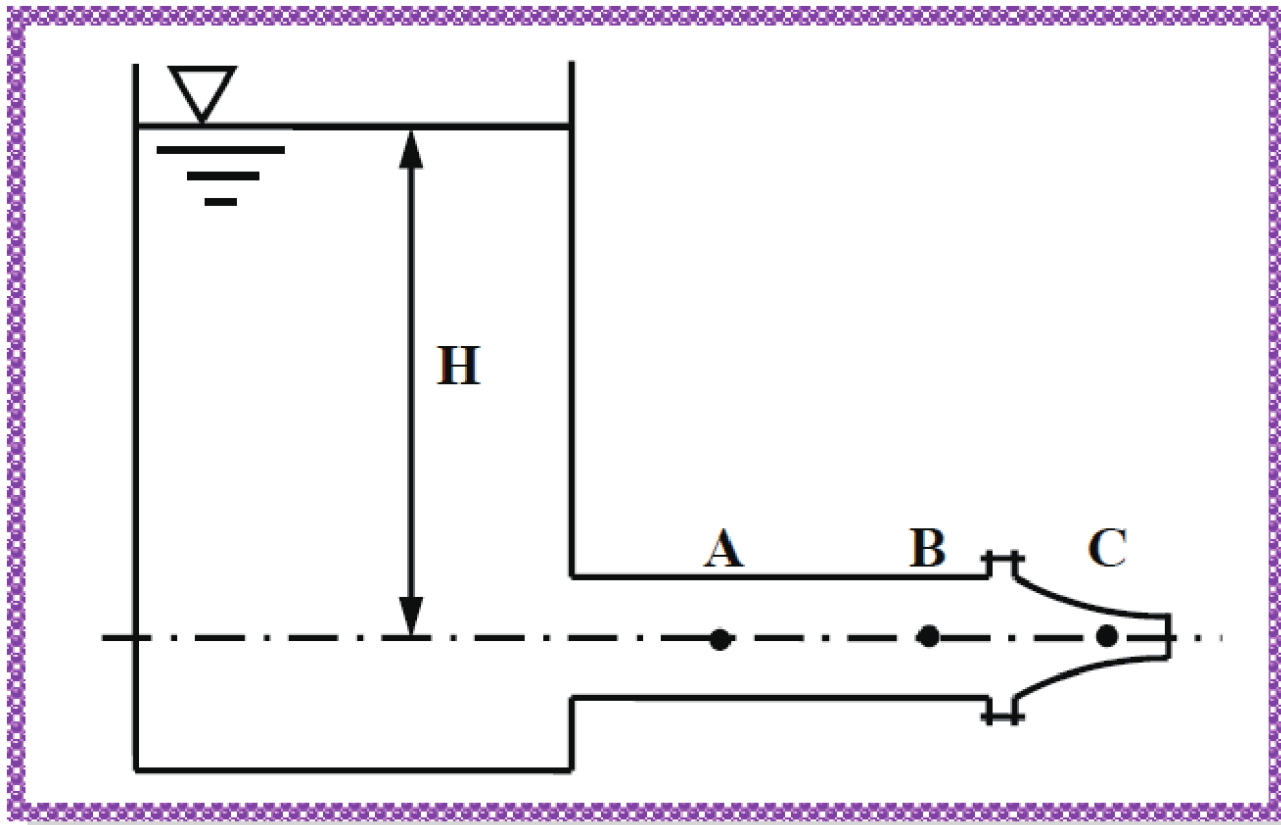


2. 实际流体力学问题均为三维流动。工程中一般根据具体情况加以简化

3.5 流体流动分类

一系列
“成对”
的概念





定常

$A \Rightarrow B$

匀速直线运动
无当地和对流加
速度

$B \Rightarrow C$

加速运动，存在
对流加速度

非定常

$A \Rightarrow B$

速度变化，存在
当地加速度

$B \Rightarrow C$

速度变化，存在当地
和对流加速度

3.5 流体流动分类

例 给定两个流场 (1) $u = -y, v = x, w = 0$

$$(2) \quad u = \frac{-y}{x^2 + y^2}, v = \frac{x}{x^2 + y^2}, w = 0$$

求 这两个流场的迹线和准刚体转动角速度

解 两流场都是平面定常流动, 只须求 x, y 平面上的流线, 它们同时也是迹线。应用流线微分方程

$$\frac{dx}{u} = \frac{dy}{v}$$

将两速度场表达式分别代入上式, 得到相同的流线微分方程:

$$\frac{dx}{-y} = \frac{dy}{x}$$

积分后得

$$x^2 + y^2 = C$$

上式表明: 两流场的流体微团迹线都是同心圆, 即任一流体微团都作圆周运动。

3.5 流体流动分类

例 给定两个流场 (1) $u = -y, v = x, w = 0$

$$(2) \quad u = \frac{-y}{x^2 + y^2}, v = \frac{x}{x^2 + y^2}, w = 0$$

求 这两个流场的迹线和准刚体转动角速度

利用准刚体角速度公式：

$$\omega_x = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial w}{\partial y} - \frac{\partial v}{\partial z} \right), \quad \omega_y = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial u}{\partial z} - \frac{\partial w}{\partial x} \right), \quad \omega_z = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial v}{\partial x} - \frac{\partial u}{\partial y} \right)$$

对于流场(1), $u = -y, v = x, w = 0, \omega_z = 1, \omega_x = 0, \omega_y = 0$

对于流场(2), $u = \frac{-y}{x^2 + y^2}, v = \frac{x}{x^2 + y^2}, w = 0, \omega_z = 0, \omega_x = 0, \omega_y = 0$

结果表明：虽然两个流场的质点都做圆周运动，但是流场(1)中流体微团的准刚体转动角速度处处为 1，就是说流体微团在作圆周运动的同时还有自转；对于流场(2)，流体微团的准刚体转动角速度处处为零，也就是说流体微团作圆周运动而没有自转。

作业

- 3-16
- 3-19
- 3-24

Thanks!

感谢关注 敬请指导