Torben
16 september, 2011 Ølopgaver Calculus 1 og 2 E2011

Opgave 1(Kenn, Nick)

Denne ølopgave elaborerer på to opgaver fra TØ stillet på ugeseddel 5. Mere præcist vil vi kigge på opg. 2.17 og opg. 4.25 fra [L].
I opg. 2.17 betragtede vi matricen

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

og fandt den inverse matrix A^{-1}.

(i) Find $(A^n)^{-1}$ for alle $n \in \mathbb{N}$ og kom med et argument[1] for din "formel".

I opg. 4.25 betragtede vi den lineære afbildning

$$f : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}^2, \quad f((x, y)) = (x + y, x - y)$$

Vi fandt matricen associeret til afbildningen f og sågar også matricen associeret til sammensætningen $f \circ f$. Lad

$$f^n = \underbrace{f \circ f \circ \cdots \circ f}_{n\ gange}$$

dvs. sammensætningen af f med sig selv n gange.

(ii) Find matricen associeret til f^n for alle $n \in \mathbb{N}$ og kom med et argument[2] for din "formel".

Opgave 2

I denne ølopgave skal vi se på ligningsystemer af formen $Ax = 0$.

Et system med m lineære ligninger af n ubekendte siges at være *underdimensioneret*, hvis der er flere ubekendte end ligninger (dvs. $n > m$).

(i) Giv et eksempel på et underdimensioneret ligningssystem der ikke er konsistent.

(ii) Giv et detaljeret bevis for at et underdimensioneret ligningssystem *ikke* kan have en entydig løsning.

Betragt nu en kvadratisk matrix A med reelle indgange og antag A er invertibel.

(iii) Vis at den inverse matrix til A er entydig.

(iv) Vis at det homogene ligningssystem $Ax = 0$ kun har den ene løsning $x = 0$.(I denne delopgave må I (selvfølgelig) **ikke** bruge boks 3.14 fra [L].)

Betragt nu en vilkårlig $m \times n$ matrix A med reelle indgange (m rækker og n søjler).

(v) Hvad kan siges om antal løsninger til ligningssystemet $Ax = 0$?(del op i tilfælde).

[1] Et stringent argument kræver kendskab til induktion. Så et mere flyvsk/uformelt/ad hoc argument er tilstrækkeligt

[2] Igen kræver et stringent argument kendskab til induktion.