ESTÁNDAR IEEE 754

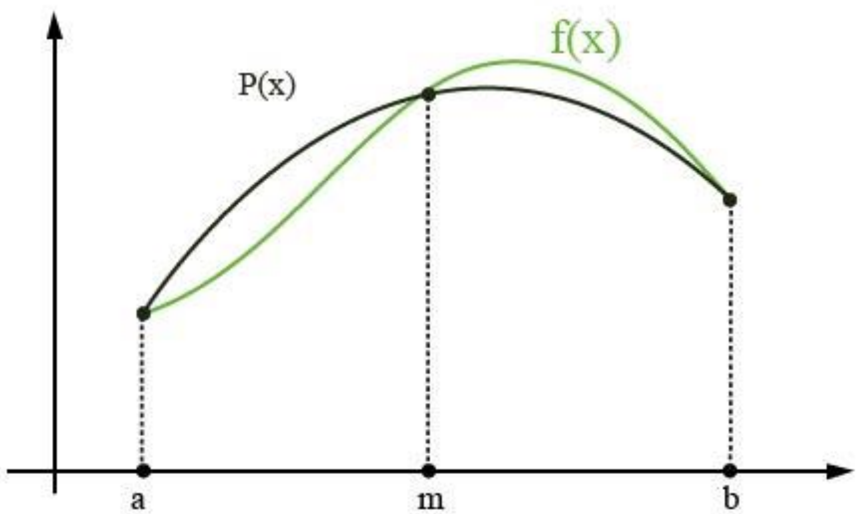
Integración por Simpson 3/8

Métodos numéricos

Universidad San Buenaventura Cali

INTEGRACION POR SIMPSON 3/8

Este método de integración numérica se utiliza para obtener valores aproximados y más precisos de integrales definidas utilizando la siguiente formula.



- **Forma Simple:**

$$I = \int_a^b f(x)dx = \frac{3h}{8}[f(x_0) + 3f(x_1) + 3f(x_2) + f(x_3)]$$

- **Forma Compuesta**

$$I = \int_{a=x_0}^{b=x_n} f(x)dx = \frac{3h}{8}\left[f(x_0) + 3\sum_{\substack{i=1\\1,4,7}}^{n-2} f(x_i) + 3\sum_{\substack{i=2\\2,5,8}}^{n-1} f(x_i) + 2\sum_{\substack{i=3\\3,6,9}}^{n-3} f(x_i) + f(x_n)\right]$$

Para hallar el valor de h se utilizará la siguiente formula. Recordemos que h es el ancho de existente entre cada intervalo.

$$h = \frac{b-a}{n}$$

El método de Simpson 1/3 es el más utilizado puesto que maneja un nivel de exactitud más alto en comparación con el método de Simpson 3/8, que tiene su utilidad en funciones de segmentos impares.

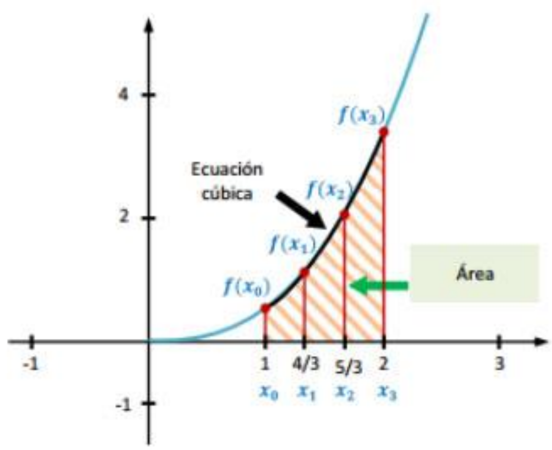
EJEMPLO:

Se resolverá una integral definida por medio del método de Simpson 3/8 de manera simple utilizando la siguiente función.

$$\int_1^2 \frac{x^3 dx}{1 + x^{\frac{1}{2}}}$$

En un intervalo $[1,2]$

Obteniendo así la siguiente gráfica



En donde $a = 1, b = 2,$ y $n = 3$

$n = 3$ debido a que en el método de Simpson 3/8 se utilizan segmentos impares n es igual al número de intervalos o particiones.

SOLUCIÓN:

Para resolver esta integral se utilizará la siguiente formula enseñada anteriormente

$$I = \int_a^b f(x)dx = \frac{3h}{8}[f(x_0) + 3f(x_1) + 3f(x_2) + f(x_3)]$$

Recordemos que h es el ancho entre cada intervalo.

$$h = \frac{b-a}{n}$$

Al reemplazar nos queda

$$h = \frac{2-1}{3} = \frac{1}{3} = 0.333$$

Ahora se procederá a reemplazar los valores de $x_0, x_1,\ x_2, x_3$ en la función original, quedando de la siguiente forma.

Reemplazamos

$$x_0 = 1$$

$$\int_1^2 \frac{1^3 dx}{1 +\ 1^{\frac{1}{2}}} = 0.5$$

Para hallar un nuevo valor para x se utiliza la siguiente formula

$$f = (x_0 + \mathrm{h})$$

En donde

$$x_1 = 1 + 0.333 = 1.333$$

$$\int_1^2 \frac{1.333^3 dx}{1 +\ 1.333^{\frac{1}{2}}} = 1.100$$

Ahora en x_2

$$x_2 = 1.333 + 0.333 = 1.666$$

$$\int_1^2 \frac{1.666^3 dx}{1 + \ 1.666^{\frac{1}{2}}} = 2.020$$

Hallando x_3

$$x_3 = 1.666 + 0.333 = 2$$

$$\int_1^2 \frac{2^3 dx}{1 + \ 2^{\frac{1}{2}}} = 3.313$$

Para algunos valores se están utilizando cifras aproximadas por su nivel de complejidad y extensión, facilitando así el desarrollo de la integral, Obteniendo así la siguiente tabla de valores:

h	0.333
$\boldsymbol{x_0}$	1
$\boldsymbol{f(x_0)}$	0.5
$\boldsymbol{x_1}$	1.333
$\boldsymbol{f(x_1)}$	1.100
$\boldsymbol{x_2}$	1.666
$\boldsymbol{f(x_2)}$	1.020
$\boldsymbol{x_3}$	2
$\boldsymbol{f(x_3)}$	3.313

Luego reemplazamos en la fórmula de Simpson 3/8

$$I = \frac{3h}{8}\,[f(x_0) + 3f(x_1) + 3f(x_2) + f(x_3)]$$

$$I = \frac{3(0.333)}{8}[0.5 + 3(1.100) + 3(2.020) + 3.313] = 1.647$$

En donde 1.647 es el resultado aproximado de la integral definida.