ESTÁNDAR IEEE 754

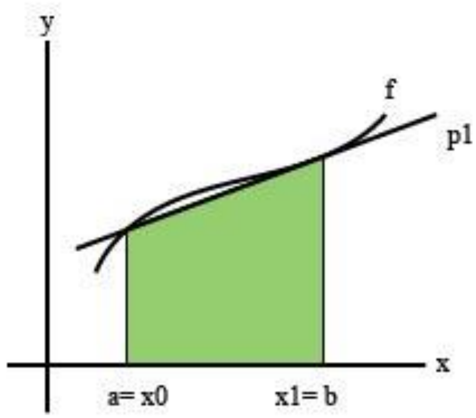
Integración por Trapecios

Métodos numéricos

Universidad San Buenaventura Cali

INTEGRACION POR TRAPECIOS

Este es un método de integración numérica, es decir que se utiliza para el cálculo aproximado del valor de la integral definida. Este método se enfoca en la aproximación del valor de la integral de $f(x)$ por el de la función lineal que atraviesa los puntos $\left(a, f(a)\right)$ Y $\left(b, f(b)\right)$



$$AreaTrapecio = \frac{f(x_i) + f(x_i - 1)}{2} * h$$

$$AT \left[\frac{f(x_0) + f(x_1)}{2}\right] \Delta x + \left[\frac{f(x_1) + f(x_2)}{2}\right] \Delta x + \cdots + \left[\frac{f(x_{n-1}) + f(x_n)}{2}\right] \Delta x$$

$$AT = [f(x_0) + 2f(x_1) + \ 2f(x_2) + 2f(x_3) + \cdots + 2f(x_{n-1}) + f(x_n)] \frac{\Delta x}{2}$$

$$\boxed{\int_a^b f(x)dx = [f(x_0) + 2 \sum_{i=1}^{n-1} f(x_i) + f(x_n)] \frac{\Delta x}{2}}$$

EJEMPLO:

Utilizar el método del trapecio con $n = 1$ sub intervalos para aproximar la siguiente integral

$$\int_1^2 \frac{x^3 dx}{1 + x^{\frac{1}{2}}}$$

$$I = \int_a^b f(x)dx = \frac{h}{2}[f(a) + f(b)]$$

$$h = \frac{b - a}{n}$$

SOLUCIÓN:

Entonces

$a = 1$, $b = 2,\ n = 1$

Luego vamos a calcular h que es el ancho de existente entre cada intervalo

$$h = \frac{2 - 1}{1} = 1$$

Tenemos que

$$f(a) = f(1) = \frac{1^3}{1 + 1^{\frac{1}{2}}} = 0.5$$

$$f(b) = f(2) = \frac{2^3}{1 + 2^{\frac{1}{2}}} = 3.313708$$

Se reemplaza en la formula

$$I = \frac{h}{2}[f(a) + f(b)]$$

$$I = \frac{1}{2}[0.5 + 3.313708]$$

$$I = 1.906854$$