METODO DE LA REGLA FALSA

Método de Bisección

Métodos numéricos

Universidad San Buenaventura Cali

MÉTODO DE LA REGLA FALSA O FALSA POSICIÓN

En cálculo numérico, el método de la regla falsa o falsa posición es un método iterativo de resolución numérica de ecuaciones no lineales. El método combina el método de bisección y el método de la secante.

Este decir que encuentra su resultado hay que tomar en cuenta que no todas las ecuaciones tienen un solo resultado, y que no todas tienen resultado, por lo que hay que tener una idea dela forma de la curva de la ecuación antes de aplicar el método para que sea efectivo.

Se busca una solución de la ecuación $f(x) = 0$, una raíz de f. Como en el método de bisección, se parte de un intervalo inicial $[x_a , x_b]$ con $f(x_a)\ y\ f(x_b)$ de signos opuestos, lo que garantiza que en su interior hay al menos una raíz. El algoritmo va obteniendo sucesivamente en cada paso un intervalo más pequeño que sigue incluyendo una raíz de la función f.

Para ello se utilizan las siguientes formulas:

FORMULA DE ITERACIONES:

$$x_1 = x_b - \frac{f(x_b)[x_a - x_b]}{f(x_a) - f(x_b)}$$

Error relativo:

$$e_r = \left|\frac{x_0 - x_r}{x_r}\right|$$

FORMULA DE LA PENDIENTE:

$$m = \frac{f(c) - f(b)}{c - b}$$

EJEMPLO:

Vamos a utilizar el método de la regla falsa para aproximar la raíz de $f(x) = e^{-x} - \ln x$, comenzando en el intervalo $[1,2]$ hasta que $|e_a| < 1\%$.

SOLUCIÓN:

Calculamos la primera aproximación:

$$x_{r1} = x_b - \frac{f(x_b)[x_a - x_b]}{f(x_a) - f(x_b)} = 2 - \frac{f(2)[1-2]}{f(1) - f(2)} = 1.397410482$$

Puesto que solamente tenemos una aproximación, debemos seguir con el proceso.

Así evaluamos $f(x_{r1}) = e^{-1.397410482} - \ln(1.397410482) = -0.087384509 \ < 0$

Y hacemos nuestra tabla de signos:

$f(1)$	$f(1.397410482)$	$f(2)$
+	-	-

De donde vemos que la raíz se encuentra en el intervalo $[1,1.397410482]$.

Con este nuevo intervalo, calculamos la nueva aproximación:

$$x_{r2} = x_b - \frac{f(x_b)[x_a - x_b]}{f(x_a) - f(x_b)} = 1.397410482 - \frac{f(1.397410482)[1 - 1.397410482]}{f(1) - f(1.397410482)}$$

$$x_{r2} = 1.321130513$$

En este momento, podemos calcular el primer error aproximado:

$$|e_a| = \left|\frac{1.321130513 - 1.397410482}{1.321130513} * 100\%\right| = 5.77\%$$

Puesto que no se cumple el objetivo seguimos con el proceso.

Evaluamos $f(x_{r2}) = f(1.321130513) = -0.011654346 < 0$, y hacemos la tabla de signos

$\boldsymbol{f(1)}$	$\boldsymbol{f(1.397410482)}$	$\boldsymbol{f(1.321130513)}$
+	-	-

De donde vemos que la raíz se encuentra en el intervalo $[1,1.321130513\,]$, con el cual podemos calcular la nueva aproximación:

$$x_{r3} = x_b - \frac{f(x_b)[x_a - x_b]}{f(x_a) - f(x_b)} = 1.321130513 - \frac{f(1.321130513)[1 - 1.321130513]}{f(1) - f(1.321130513)}$$

$$x_{r3} = 1.311269556$$

Y el error aproximado:

$$|e_a| = \left|\frac{1.311269556 - 1.321130513}{1.311269556} * 100\%\right| = 0.75\%$$

Como se ha cumplido el objetivo, concluimos que la aproximación buscada es:

$$x_{r3} = 1.311269556$$