

ESTÁNDAR IEEE 754

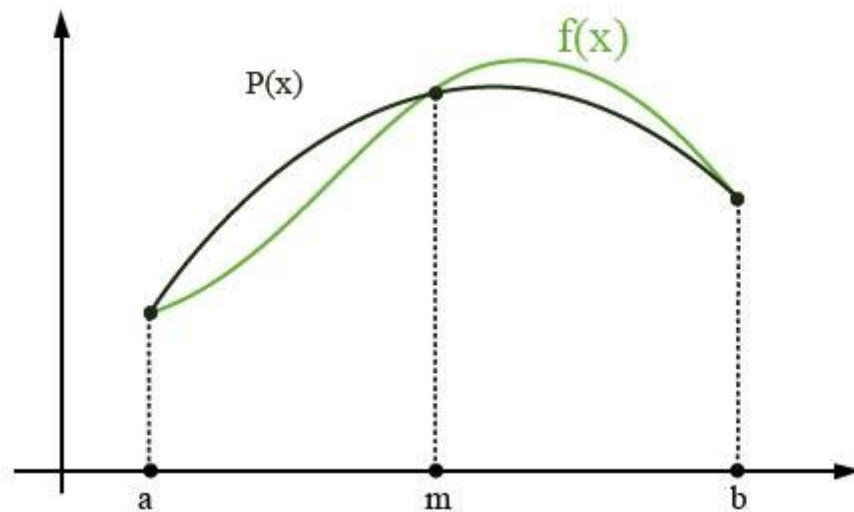
Integración por Simpson 1/3

Métodos numéricos

Universidad San Buenaventura Cali

INTEGRACION POR SIMPSON 1/3

Este método de integración numérica se utiliza para obtener valores aproximados y más precisos de integrales definidas utilizando la siguiente formula.



- Forma Simple:

$$I = \int_{x_1}^{x_2} f(x)dx = \frac{\Delta x}{3} [f(x_0) + 4f(x_1) + f(x_2)]$$

- Forma Compuesta

$$I = \int f(x)dx \approx \frac{h}{3} [f(x_0) + 4f(x_1) + f(x_2)] + \frac{h}{3} [f(x_2) + 4f(x_3) + f(x_4)] + \frac{h}{3} [f(x_4) + 4f(x_5) + f(x_6)]$$

Para realizar una integral definida por medio de Simpson 1/3 con formula compuesta se debe tener en cuenta que el valor de N cambia según el número de particiones definidas. La fórmula de Simpson 1/3 compuesta se debe simplificar así:

$$I = \int_a^b f(x)dx = \frac{h}{3} [f(x_0) + 4 \sum_{i=1}^{n-1} f(x_i) + \sum_{i=2}^{n-2} f(x_i) + f(x_n)]$$

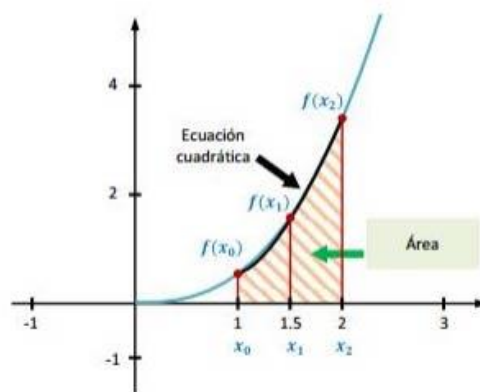
EJEMPLO:

Se resolverá una integral definida por medio del método de Simpson 1/3 de manera simple utilizando la siguiente función.

$$\int_1^2 \frac{x^3 dx}{1 + x^{\frac{1}{2}}}$$

En un intervalo $[1,2]$

Obteniendo así la siguiente gráfica



En donde $a = 1$, $b = 2$, y $n = 2$

N es igual al número de intervalos o particiones.

SOLUCIÓN:

Para resolver esta integral se utilizará la siguiente formula enseñada anteriormente

$$I = \int_a^b f(x)dx = \frac{h}{3} [f(x_0) + 4f(x_1) + f(x_2)]$$

Recordemos que h es el ancho entre cada intervalo.

$$h = \frac{b - a}{n}$$

Al reemplazar nos queda

$$h = \frac{2 - 1}{2} = \frac{1}{2} = 0.5$$

Ahora se procederá a reemplazar los valores de x_0, x_1, x_2 en la función original, quedando de la siguiente forma.

$$x_0 = 1$$

$$x_1 = 1.5 \text{ (punto medio)}$$

$$x_2 = 2$$

Reemplazamos

$$x_0 = 1$$

$$\int_1^2 \frac{1^3 dx}{1 + 1^{\frac{1}{2}}} = 0.5$$

En


x_1

$$x_1 = 1.5$$

$$\int_1^2 \frac{1.5^3 dx}{1 + 1.5^{\frac{1}{2}}} = 1.517$$

En x_2

$$x_2 = 2$$


$$\int_1^2 \frac{2^3 dx}{1 + 2^{\frac{1}{2}}} = 3.313$$

Luego reemplazamos en la fórmula de Simpson 1/3:

$$I = \frac{h}{3} [f(x_0) + 4f(x_1) + f(x_2)]$$

$$I = \frac{0.5}{3} [0.5 + 4(1.517) + 3.313] = 1.64$$

En donde 1.64 es el resultado aproximado de la integral definida.