Code Math

UNIVERSIDAD DE SAN BUENAVENTURA

ESTÁNDAR IEEE 754

Integración por Rectángulos

Métodos numéricos

Universidad San Buenaventura Cali

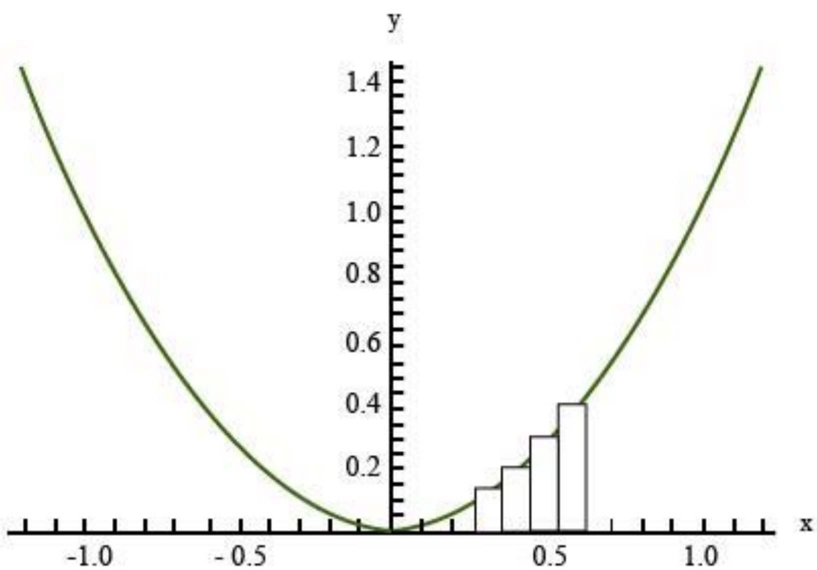
INTEGRACION POR RECTÁNGULOS

Este método permite encontrar el área bajo la curva de una gráfica dada por una función, acotada por un intervalo conocido, por medio de rectángulos del mismo tamaño trazados de derecha a izquierda o de izquierda a derecha, dependiendo el caso para así resolver la integral y aproximar el valor encontrado.

EJEMPLO:

$y = x^2$

Dada en el intervalo $[0,1]$



La anchura de los rectángulos está dado por $\frac{1}{n}$ mientras que la altura de los rectángulos está determinada por la función dada que es $f(x) = x^2$ El ancho de los rectángulos es

$$R1 = \frac{1}{4}, R2 = \frac{1}{2}, R3 = \frac{1}{4}, R4 = 1$$

La fórmula que se utilizarán para hallar el área bajo la curva, inicialmente aproximada por los cuatro rectángulos graficados, es la siguiente

$$S_4 = \frac{1}{n^3}\frac{n(n+1)(2n+1)}{6}$$

En donde n es el número de rectángulos graficados, en este caso n es igual a 4.

$$n = 4$$

Ahora, se procederá a reemplazar en la fórmula, pero primero se simplificarán los valores obteniendo el siguiente resultado

$$S_4 = \frac{(n+1)(2n+1)}{6n^2}$$

$$S_4 = \frac{(4+1)((4)+1)}{6(4)^2}$$

$$S_4 = \frac{5(9)}{6(16)}$$

$$S_4 = 0.468$$

0.468 es el valor aproximado al área que se encuentra bajo la curva, entre más rectángulos se tomen como referencia más acertado será el mismo.

Ahora se realizará la integral definida por medio del método del punto medio.

$$\int_a^b f(x)dx$$

Reemplazando

$$\int_0^1 x^2\,dx$$

$$\left[\frac{x^3}{3}\right]_0^1$$

$$\frac{1^3}{3} - \frac{0^3}{3} = \frac{1}{3}$$

Ahora, el valor de la integral se multiplica por la sumatoria de todos los anchos de los rectángulos.

$$\frac{1}{4} + \frac{1}{2} + \frac{3}{4} + 1$$

$$\frac{1}{3} * \left(\frac{1}{4} + \frac{1}{2} + \frac{3}{4} + 1\right)$$

Obteniendo como resultado :

$$\frac{5}{6}$$