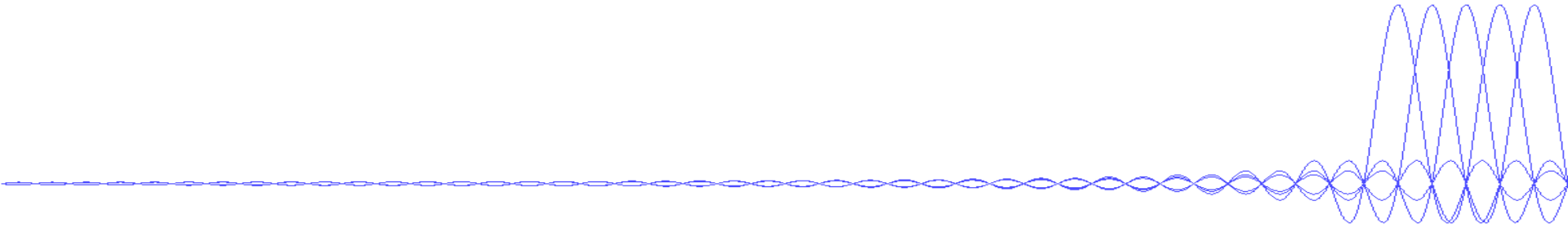
COMPUTER ENGINEERING

KIẾN TRÚC MÁY TÍNH

UIT
TRƯỜNG ĐẠI HỌC
CÔNG NGHỆ THÔNG TIN

Tuần 7

PHÉP TOÁN SỐ HỌC TRÊN MÁY TÍNH



COMPUTER ENGINEERING

PHÉP TOÁN SỐ HỌC TRÊN MÁY TÍNH

Mục tiêu:

Hiểu các phép toán số học trên số nguyên trong máy tính:

- ✓**Hiểu các phép toán cộng, trừ, nhân và chia**
- ✓**Cách thiết kế mạch nhân và chia**

Slide được dịch và các hình được lấy từ sách tham khảo:

Computer Organization and Design: The Hardware/Software Interface, Patterson, D. A., and J. L. Hennessy, Morgan Kaufman, Revised Fourth Edition, 2011.

COMPUTER ENGINEERING

PHÉP TOÁN SỐ HỌC TRÊN MÁY TÍNH

1. **Giới thiệu**
2. **Phép cộng & Phép trừ**
3. **Phép Nhân**
4. **Phép chia**

COMPUTER ENGINEERING

Giới thiệu

Các nội dung lưu trữ trong máy tính đều được biểu diễn ở dạng bit (hay dưới dạng nhị phân, là một chuỗi các ký tự 0, 1).

Trong chương 2, các số nguyên khi lưu trữ trong máy tính đều là các chuỗi nhị phân, hay các lệnh thực thi cũng phải lưu dưới dạng nhị phân. Vậy các dạng số khác thì biểu diễn như thế nào?

Ví dụ:

- ✓ Phân số và các số thực sẽ được biểu diễn và lưu trữ thế nào trong máy tính?
- ✓ Điều gì sẽ xảy ra nếu kết quả của một phép toán sinh ra một số lớn hơn khả năng biểu diễn, hay lưu trữ ?
- ✓ Và một câu hỏi đặt ra là phép nhân và phép chia được phần cứng của máy tính thực hiện như thế nào?

PHÉP TOÁN SỐ HỌC TRÊN MÁY TÍNH

1. Giới thiệu
2. **Phép cộng & Phép trừ**
3. Phép Nhân
4. Phép chia

Phép Cộng & Phép Trừ

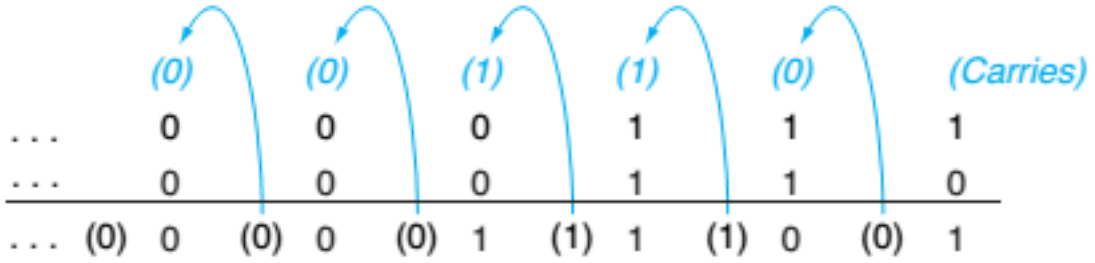
Phép cộng:

Ví dụ: $6_{10} + 7_{10}$ và $6_{10} - 7_{10}$

$$\begin{array}{ll} & 0000\ 0000\ 0000\ 0000\ 0000\ 0000\ 0000\ 0111_{two} = 7_{ten} \\ + & 0000\ 0000\ 0000\ 0000\ 0000\ 0000\ 0000\ 0110_{two} = 6_{ten} \\ \hline = & 0000\ 0000\ 0000\ 0000\ 0000\ 0000\ 0000\ 1101_{two} = 13_{ten} \end{array}$$

Các bước thực hiện phép cộng trong số nhị phân: $a_n a_{n-1} \ldots a_1 a_0 + b_n b_{n-1} \ldots b_1 b_0$

1. Thực hiện phép cộng từ phải sang trái (hàng thứ 0 cho đến hàng n).
2. Số nhớ ở hàng cộng thứ i sẽ được cộng vào cho hàng cộng thứ i + 1.



COMPUTER ENGINEERING

Phép Cộng & Phép Trừ

Phép trừ:

Thực hiện phép trừ cho 2 số $a_n a_{n-1} \ldots a_1 a_0 - b_n b_{n-1} \ldots b_1 b_0$

1. Thực hiện phép trừ từ phải sang trái (hàng thứ 0 cho đến hàng n).
2. Số mượn ở hàng thứ i sẽ được cộng vào cho số trừ ở hàng từ i + 1.

Ví dụ: thực hiện phép toán: 7 – 6

Subtracting 6_{ten} from 7_{ten} can be done directly:

$$\begin{array}{lll} & 0000\ 0000\ 0000\ 0000\ 0000\ 0000\ 0000\ 0111_{two} & = 7_{ten} \\ - & 0000\ 0000\ 0000\ 0000\ 0000\ 0000\ 0000\ 0110_{two} & = 6_{ten} \\ \hline = & 0000\ 0000\ 0000\ 0000\ 0000\ 0000\ 0000\ 0001_{two} & = 1_{ten} \end{array}$$

or via addition using the two's complement representation of –6:

$$\begin{array}{lll} & 0000\ 0000\ 0000\ 0000\ 0000\ 0000\ 0000\ 0111_{two} & = 7_{ten} \\ + & 1111\ 1111\ 1111\ 1111\ 1111\ 1111\ 1111\ 1010_{two} & = -6_{ten} \\ \hline = & 0000\ 0000\ 0000\ 0000\ 0000\ 0000\ 0000\ 0001_{two} & = 1_{ten} \end{array}$$

Phép Cộng & Phép Trừ

Overflow (Tràn số)

Trong phép cộng và trừ, điều quan trọng cần lưu ý là phép toán có bị tràn hay không.

Hai trường hợp liên quan:

- Đối với số không dấu (Unsigned number)
- Đối với số có dấu (Signed number)

Phép Cộng & Phép Trừ

Xử lý tràn

❖ Các nhà thiết kế phần cứng phải cung cấp một cách để bỏ qua tràn hoặc phát hiện tràn trong các trường hợp cần thiết.

❖ Trong kiến trúc MIPS, mỗi lệnh thường có hai dạng lệnh tương ứng với xét overflow hay bỏ qua overflow:

- ✓ *Lệnh cộng (add), cộng số tức thời (addi), trừ (sub) là các lệnh có xét overflow, tức sẽ báo lỗi và phát ra một ngoại lệ (exception) nếu kết quả bị tràn.*
- ✓ *Lệnh cộng không dấu (addu), cộng số tức thời không dấu (addiu), và trừ không dấu (subu) không gây ra ngoại lệ tràn.*

*Khi một chương trình đang thực thi, nếu bị tác động đột ngột (lỗi hoặc phải thi hành một tác vụ khác, ...), buộc phải dừng luồng chương trình đang chạy này và gọi đến một chương trình không định thời trước đó thì được gọi là một **"interrupt"** hay một **"exception".***

Lưu ý: Trong một số hệ thống máy tính, thuật ngữ 'interrupt' được sử dụng như exception, nhưng ở một số hệ thống thì có sự phân biệt hai thuật ngữ này

PHÉP TOÁN SỐ HỌC TRÊN MÁY TÍNH

1. Giới thiệu
2. Phép cộng & Phép trừ
3. **Phép Nhân**
4. Phép chia

Phép nhân

Ví dụ

Multiplicand		1000_{ten}
Multiplier	x	1001_{ten}
		1000
		0000
		0000
		1000
Product		1001000_{ten}

Multiplicand: số bị nhân
Multiplier: số nhân
Product: tích

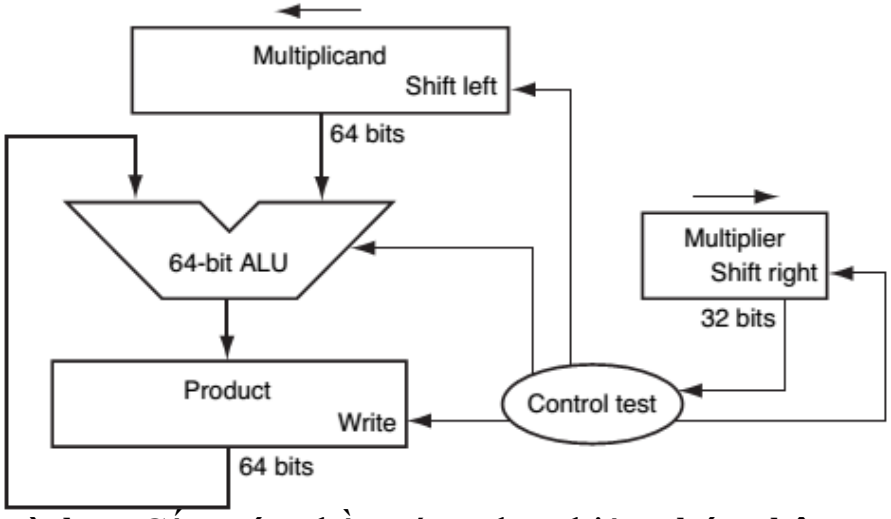
Ví dụ trên là nhân hai số đang ở dạng thập phân, nhưng các chữ số đều là 0 và 1. Phép nhân trên hai số nhị phân cũng tương tự, và luôn luôn có 2 trường hợp:

1. Chép số bị nhân xuống vị trí thích hợp (***1*** ×multiplicand) nếu chữ số tương ứng đang xét ở số nhân là *1*.
2. Đặt số *0 (**0** ×multiplicand)* vào vị trí thích hợp nếu chữ số tương ứng đang xét ở số nhân là 0.

COMPUTER ENGINEERING

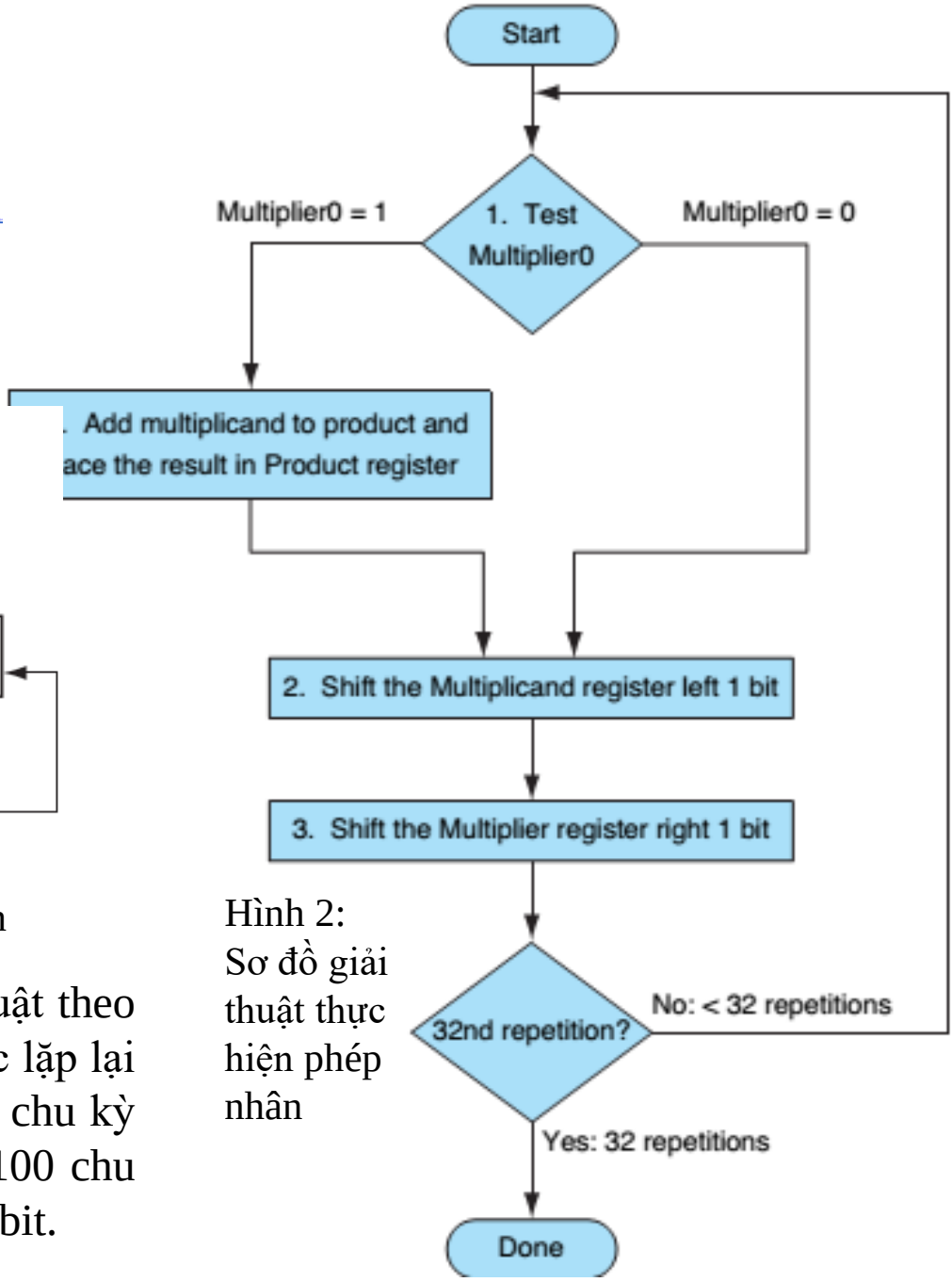
Phép nhân

Giải thuật thực hiện phép nhân theo cấu trúc phần cứng 3 thanh ghi (cho hai số 32 bit)



Hình 1: Cấu trúc phần cứng thực hiện phép nhân

Chú ý: khi thực hiện phép nhân cho giải thuật theo sơ đồ, ta thấy có 3 bước và 3 bước này được lặp lại 32 lần. Nếu mỗi bước được thực hiện bởi 1 chu kỳ xung clock thì giải thuật này yêu cầu gần 100 chu kỳ xung clock cho phép toán nhân hai số 32 bit.

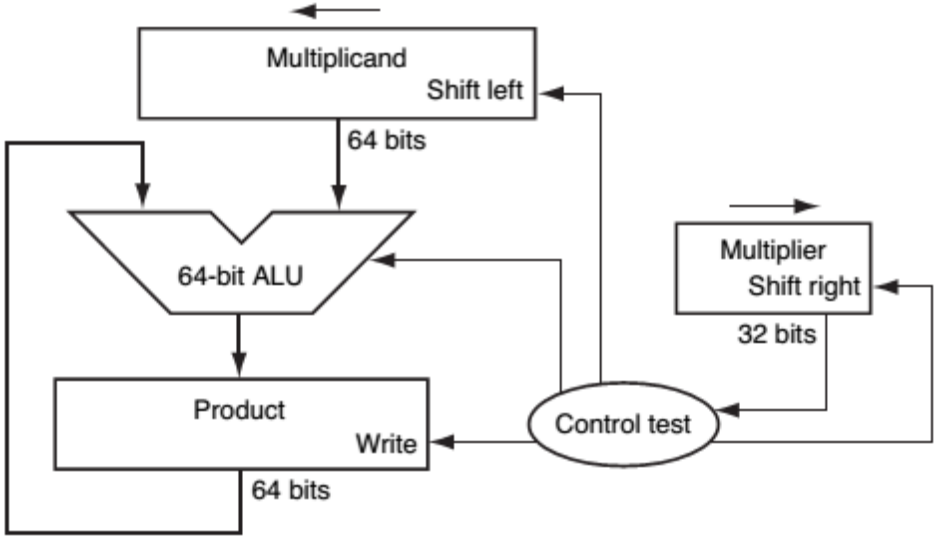


Hình 2: Sơ đồ giải thuật thực hiện phép nhân

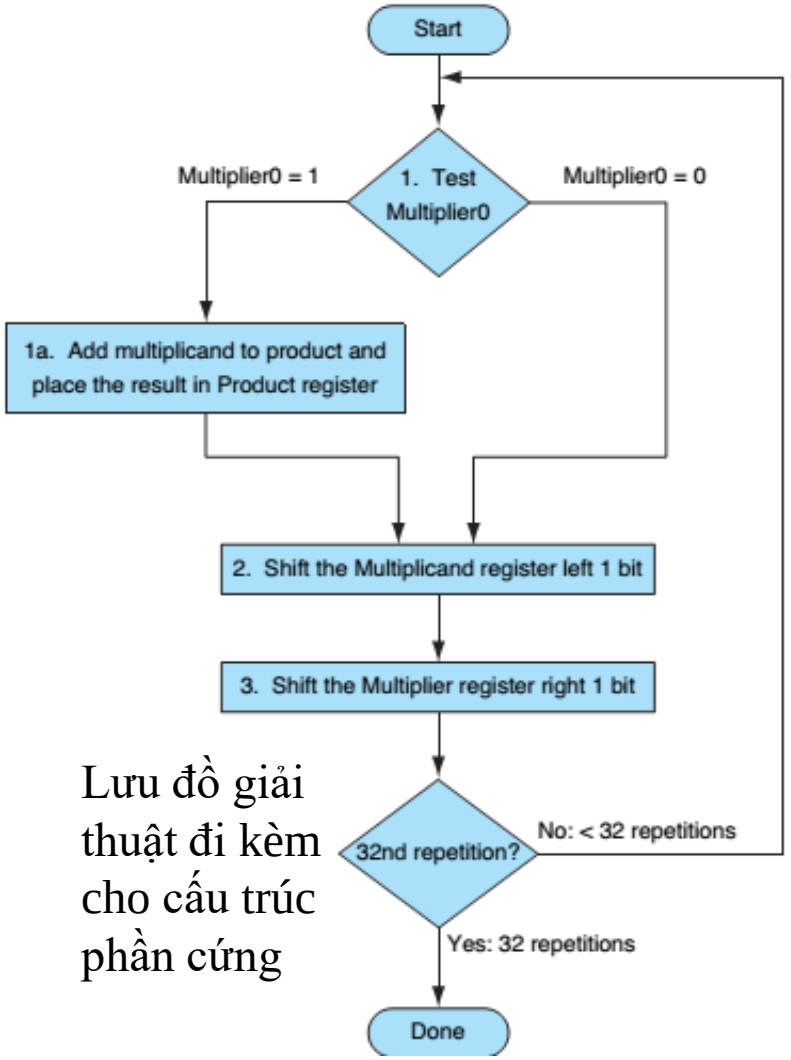
Ví dụ cho phép nhân (3 ví dụ)

Ví dụ 1:

Thực hiện phép nhân $2_{(10)}$ x $3_{(10)}$ (sử dụng số 4 bit không dấu) theo cấu trúc phần cứng như hình



+



Lưu đồ giải thuật đi kèm cho cấu trúc phần cứng

Ví dụ 1:

$2_{(10)}$ x $3_{(10)}$ = ?

$2_{(10)}$ = 0010 (multiplicand)

$3_{(10)}$ = 0011 (multiplier)

Cấu trúc phần cứng như hình vẽ là nhân 2 số 32 bits, kết quả là số 64 bits,

Có: thanh ghi multiplicand 64 bits

thanh ghi multiplier là 32 bits

thanh ghi product là 64 bits

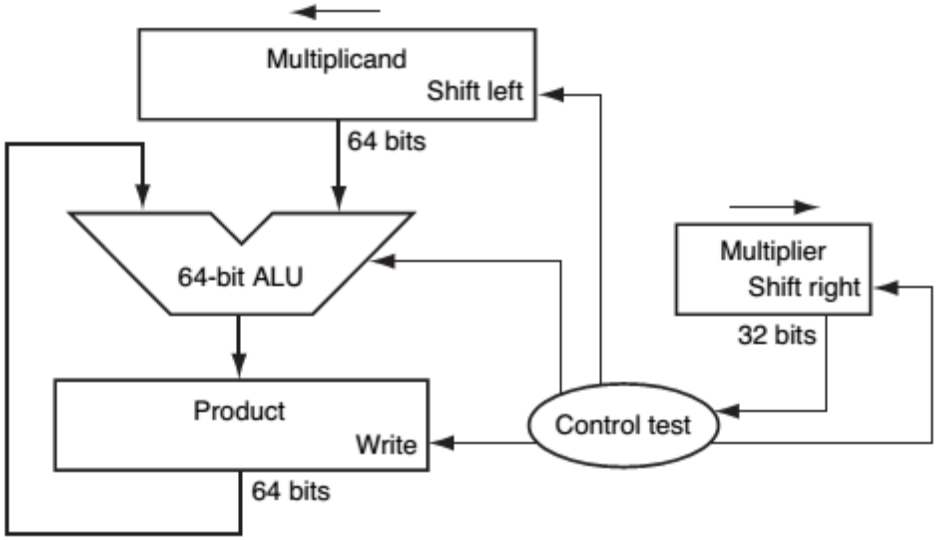
Ví dụ 1 yêu cầu nhân 2 số 4 bits không dấu, sử dụng cấu trúc phần cứng tương tự như hình, vậy kết quả phải là số 8 bits

=> thanh ghi multiplicand 8 bits (giá trị khởi tao 0000 0010)

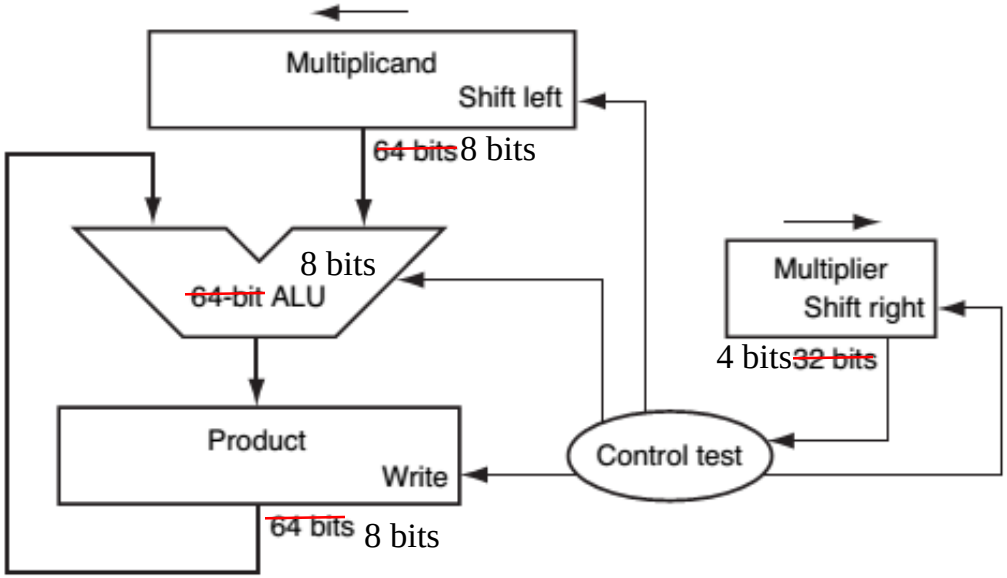
thanh ghi multiplier là 4 bits (giá trị khởi tạo 0011)

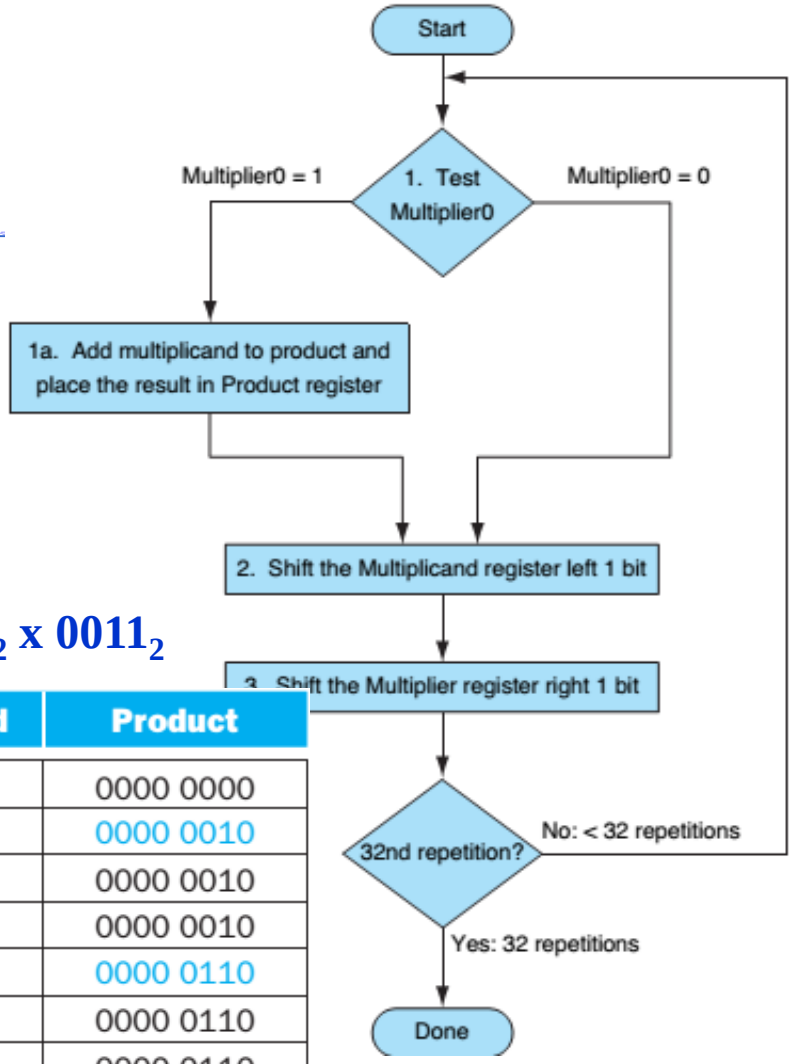
thanh ghi product là 8 bits (giá trị khởi tạo 0000 0000)

Iteration	Step	Multiplier	Multiplicand	Product
0	Khởi tạo	0011	0000 0010	0000 0000



- Sau khi khởi tạo xong. Mỗi vòng lặp (interation) sẽ gồm 3 bước:
  - B1. Kiểm tra bit 0 của multiplier xem có bằng 1 hay không; nếu bằng 1 thì product = product + multiplicand; nếu bằng 0, không làm gì cả
  - B2. Dịch trái Multiplicand 1 bit
  - B3. Dịch phải Multiplier 1 bit
- Số vòng lặp cho giải thuật này đúng bằng số bit dùng biểu diễn (ví dụ 1 yêu cầu dùng số 4 bit, thì có 4 vòng lặp)
- Sau khi kết thúc số vòng lặp, giá trị trong thanh ghi product chính là kết quả phép nhân





Bảng thực hiện từng bước giải thuật phép nhân 2 số: 0010_2 x 0011_2

Iteration	Step	Multiplier	Multiplicand	Product
0	Initial values	0011	0000 0010	0000 0000
1	1a: 1 ⟹ Prod = Prod + Mcand	0011	0000 0010	0000 0010
	2: Shift left Multiplicand	0011	0000 0100	0000 0010
	3: Shift right Multiplier	0001	0000 0100	0000 0010
2	1a: 1 ⟹ Prod = Prod + Mcand	0001	0000 0100	0000 0110
	2: Shift left Multiplicand	0001	0000 1000	0000 0110
	3: Shift right Multiplier	0000	0000 1000	0000 0110
3	1: 0 ⟹ No operation	0000	0000 1000	0000 0110
	2: Shift left Multiplicand	0000	0001 0000	0000 0110
	3: Shift right Multiplier	0000	0001 0000	0000 0110
4	1: 0 ⟹ No operation	0000	0001 0000	0000 0110
	2: Shift left Multiplicand	0000	0010 0000	0000 0110
	3: Shift right Multiplier	0000	0010 0000	0000 0110

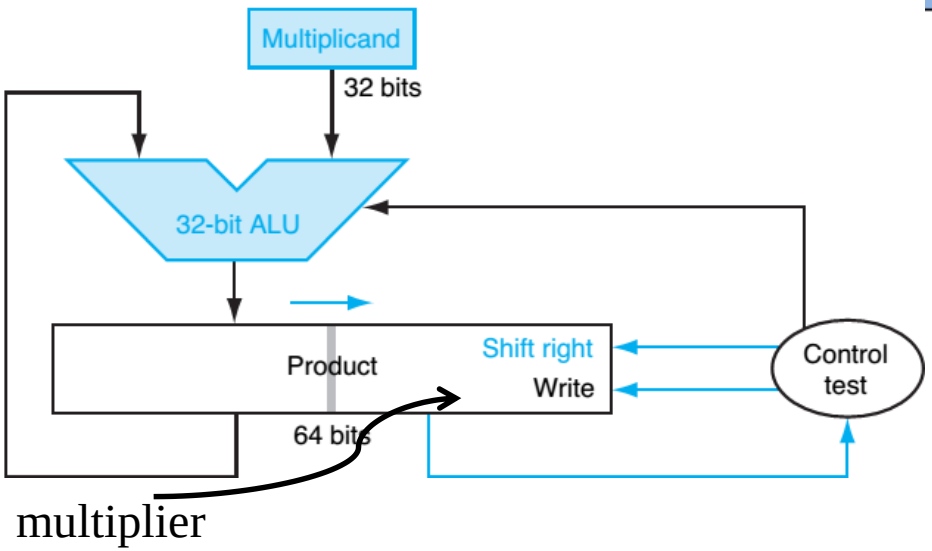
COMPUTER ENGINEERING

Phép Nhân

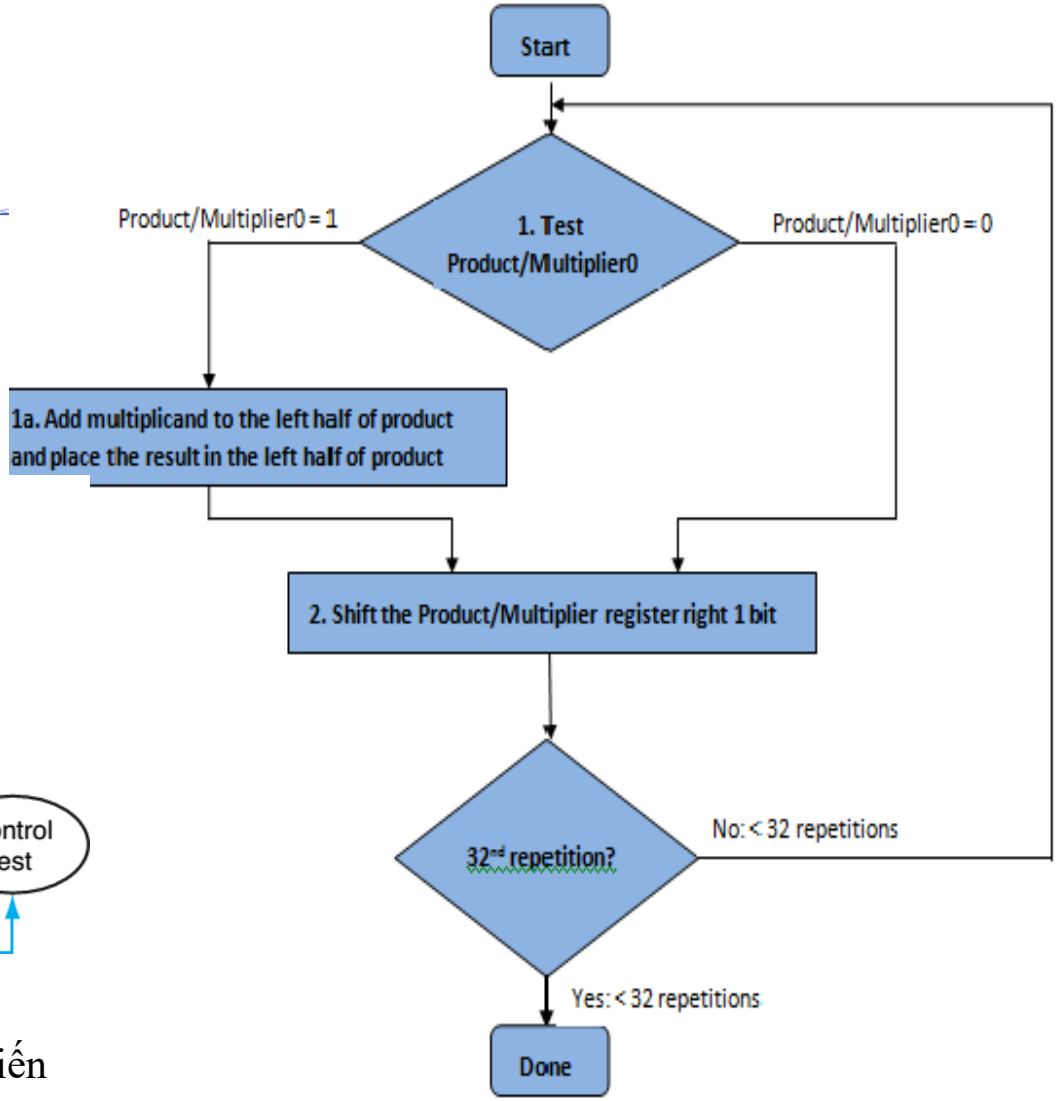
Lần lặp	Bước	Số nhân	Số bị nhân	Tích
0				
1				
2				
3				
4				

Phép Nhân

Giải thuật thực hiện phép nhân theo cấu trúc phần cứng có cải tiến 2 thanh ghi (với hai số 32 bit)



Cấu trúc phần cứng của phép nhân có cải tiến



- So với giải thuật trước đó thì thanh ghi số bị nhân, bộ ALU, thanh ghi số nhân tất cả đều 32 bits, chỉ có thanh ghi tích là khác – 64 bits;
- Trong mỗi vòng lặp, số chu kỳ xung clock tiêu tốn có thể giảm xuống chỉ còn 1 chu kỳ

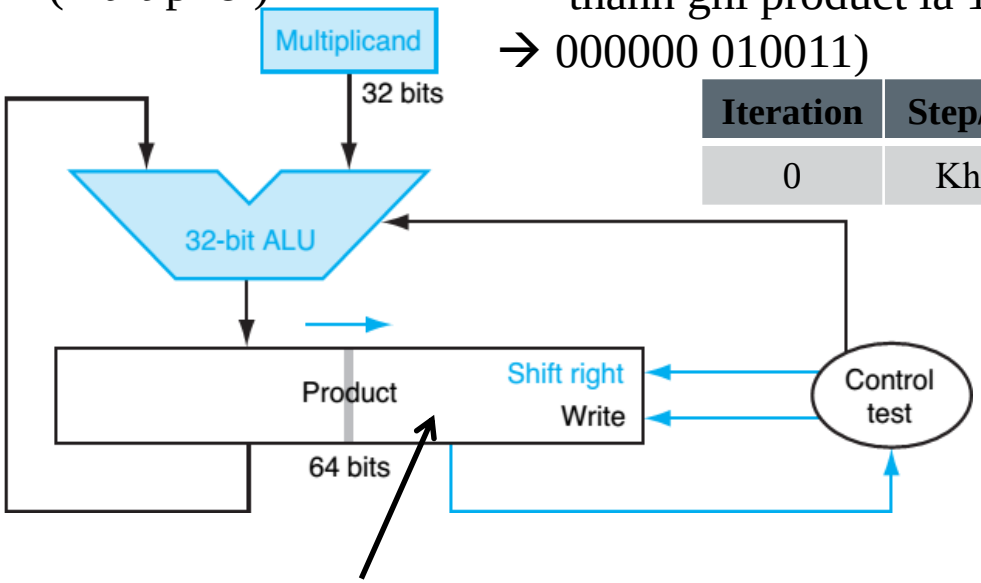
Phép Nhân

Ví dụ 2:
Sử dung số 6 bit không dấu
$50_{(8)}$ x $23_{(8)}$ = ?

$50_{(8)}$ = 101000 (multiplicand)
$23_{(8)}$ = 010011 (multiplier)

Cấu trúc phần cứng như hình vẽ là nhân 2 số 32 bit, kết quả là số 64 bit,
Có: thanh ghi multiplicand 32 bit
thanh ghi product 64 bit (khi khởi tạo, đưa multiplier vào 32 bit thấp của product, còn nữa cao khởi tạo 0)

Ví dụ 2 yêu cầu nhân 2 số 6 bit, sử dụng cấu trúc phần cứng tương tự như hình, vậy kết quả phải là số 12 bit
⇒ thanh ghi multiplicand 6 bit (giá trị khởi tao 101000)
thanh ghi product là 12 bit (6 bit thấp là multiplier, 6 bit cao là 0 → 000000 010011)



Iteration	Step/Action	Multiplicand	Product/Multiplier
0	Khởi tạo	101000	000000 010011

Ví dụ 2:

$50_{(8)}$ x $23_{(8)}$ = ?

$50_{(8)}$ = 101000 (multiplicand)

$23_{(8)}$ = 010011 (multiplier)

Cấu trúc phần cứng như hình vẽ là nhân 2 số 32 bits, kết quả là số 64 bits,

Có: thanh ghi multiplicand 32 bits

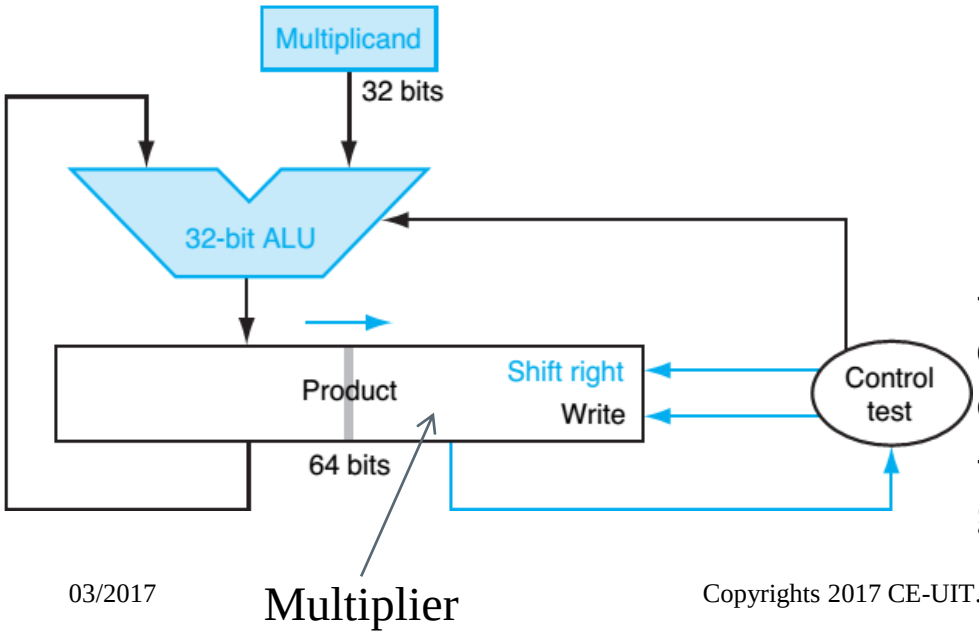
thanh ghi product 64 bits (khi khởi tạo, đưa multiplier vào 32bits thấp của product, còn nữa cao khởi tạo 0)

Ví dụ 2 yêu cầu nhân 2 số 6 bits, sử dụng cấu trúc phần cứng tương tự như hình, vậy kết quả phải là số 12 bits

⇒ thanh ghi multiplicand 6 bits (giá trị khởi tao 101000)

thanh ghi product là 12 bits (6 bit thấp là multiplier, 6 bit cao là 0 → 000000 010011)

Iteration	Step/Action	Multiplicand	Product/Multiplier
0	Khởi tạo	101000	000000 010011



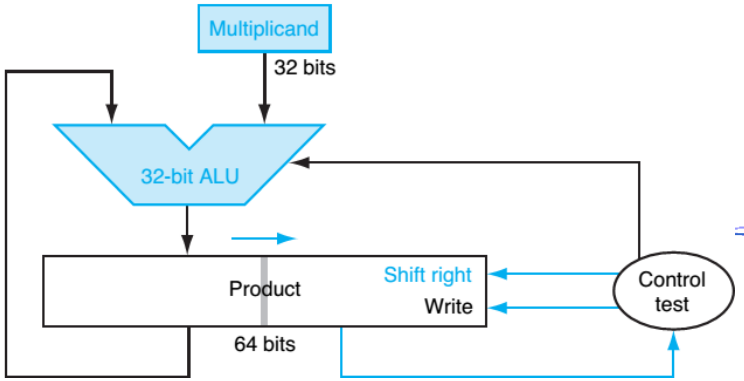
- Sau khi khởi tạo xong. Mỗi vòng lặp (interation) sẽ gồm 2 bước:
  - B1. Kiểm tra bit 0 của Product/multiplier xem có bằng 1 hay không; nếu bằng 1 thì nữa cao của product/multiplier = nữa cao của product/multiplier + multiplicand; nếu bằng 0, không làm gì cả
  - B2. Dịch phải Product/Multiplier 1 bit
- Số vòng lặp cho giải thuật này đúng bằng số bit dùng biểu diễn (ví dụ 2 yêu cầu dùng số 6 bit, thì có 6 vòng lặp)
- Sau khi kết thúc số vòng lặp, giá trị trong thanh ghi product chính là kết quả phép nhân

Iteration	Step/Action	Multiplicand	Product/Multiplier
0	Khởi tạo	101000	000000 010011
1	1a: 1 => Nữa cao của Product/Multiplier = Nữa cao Product/Multiplier + Multiplicand	101000	101000 010011
	2. Shift right Product/Multiplier	101000	010100 001001
2	1a: 1 => Nữa cao của Product/Multiplier = Nữa cao Product/Multiplier + Multiplicand	101000	111100 001001
	2. Shift right Product/Multiplier	101000	011110 000100
3	1: 0 => không làm gì	101000	011110 000100
	2. Shift right Product/Multiplier	101000	001111 000010
4	1: 0 => không làm gì	101000	001111 000010
	2. Shift right Product/Multiplier	101000	000111 100001
5	1a: 1 => Nữa cao của Product/Multiplier = Nữa cao Product/Multiplier + Multiplicand	101000	101111 100001
	2. Shift right Product/Multiplier	101000	0101111 10000
6	1: 0 => không làm gì	101000	0101111 10000
	2. Shift right Product/Multiplier	101000	00101111 1000

Kết quả phép nhân

Hoặc có thể trình bày ngắn gọn như bảng sau:

Step	Action	Multiplicand	Product/Multiplier
0	Initial Vals	101 000	000 000 010 011
1	Prod = Prod + Mcand	101 000	101 000 010 011
	Rshift Product	101 000	010 100 001 001
2	Prod = Prod + Mcand	101 000	111 100 001 001
	Rshift Mplier	101 000	011 110 000 100
3	lsb = 0, no op	101 000	011 110 000 100
	Rshift Mplier	101 000	001 111 000 010
4	lsb = 0, no op	101 000	001 111 000 010
	Rshift Mplier	101 000	000 111 100 001
5	Prod = Prod + Mcand	101 000	101 111 100 001
	Rshift Mplier	101 000	010 111 110 000
6	lsb = 0, no op	101 000	010 111 110 000
	Rshift Mplier	101 000	001 011 111 000



Ví dụ 3: $50_{(16)}$ x $23_{(16)}$, sử dung số 8 bit không dấu

Iteration	Step	Multiplicand	Product/ Multiplier
0	Initial values	0101 0000	0000 0000 0010 0011
1	Prod = Prod + Mcand	0101 0000	0101 0000 0010 0011
	Shift right Product	0101 0000	0010 1000 0001 0001
2	Prod = Prod + Mcand	0101 0000	0111 1000 0001 0001
	Shift right Product	0101 0000	0011 1100 0000 1000
3	lsb = 0, no op	0101 0000	0011 1100 0000 1000
	Shift right Product	0101 0000	0001 1110 0000 0100
4	lsb = 0, no op	0101 0000	0001 1110 0000 0100
	Shift right Product	0101 0000	0000 1111 0000 0010
5	lsb = 0, no op	0101 0000	0000 1111 0000 0010
	Shift right Product	0101 0000	0000 0111 1000 0001
6	lsb = 0, no op	0101 0000	0101 0111 1000 0001
	Shift right Product	0101 0000	0010 1011 1100 0000
7	lsb = 0, no op	0101 0000	0010 1011 1100 0000
	Shift right Product	0101 0000	0001 0101 1110 0000
8	lsb = 0, no op	0101 0000	0001 0101 1110 0000
	Shift right Product	0101 0000	0000 1010 1111 0000

Phép Nhân

Phép nhân có dấu

❖ Cách đơn giản để thực hiện phép nhân có dấu là tách phần trị tuyệt đối và dấu của số bị nhân và số nhân ra.

- ➢ Lấy phần trị tuyệt đối dương tương ứng của số nhân và số bị nhân nhân nhau
- ➢ Sau đó xét dấu cho tích dựa vào dấu của số nhân và số bị nhân (có thể dùng phép XOR)

Phép Nhân

Phép nhân trong MIPS

❖MIPS sử dụng hai thanh ghi đặc biệt 32 bit là ***Hi*** và ***Lo*** để chứa 64 bit kết quả của phép nhân

Để lấy giá trị từ thanh ghi ***Hi*** và ***Lo*** ra một thanh ghi khác, sử dụng hai lệnh dành riêng là ***mfhi*** mà ***mflo***

❖ Nhân hai số không dấu, MIPS cung cấp lệnh ***multu***. Nhân hai số có dấu, MIPS cung cấp lệnh ***mult***

PHÉP TOÁN SỐ HỌC TRÊN MÁY TÍNH

Tổng kết:

- Hiểu quy tắc thực hiện các phép toán số học (cộng, trừ, nhân) trên số nguyên trong máy tính
- Hiểu cách thiết kế mạch nhân cơ bản cho số nguyên trong máy tính

PHÉP TOÁN SỐ HỌC TRÊN MÁY TÍNH

- **Lý thuyết: Đọc sách tham khảo**
  - Mục: 3.1, 3.2, 3.3, 3.4
  - Sách: *Computer Organization and Design: The Hardware/Software Interface*, Patterson, D. A., and J. L. Hennessy, Morgan Kaufman, Revised Fourth Edition, 2011.

- **Bài tập:** file đính kèm