

$$y = \theta_2 x^2 + \theta_1 x + \theta_0$$

$$X = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & 4 \\ 1 & 3 & 9 \end{pmatrix} \quad y = \begin{pmatrix} 2 \\ 3 \\ 1 \\ 4 \end{pmatrix} \quad \theta = \begin{pmatrix} \theta_0 \\ \theta_1 \\ \theta_2 \end{pmatrix}$$

$$\theta = (X^T X)^{-1} X^T y =$$

$$= \left[\begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 2 & 3 \\ 1 & 1 & 4 & 9 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & 4 \\ 1 & 3 & 9 \end{pmatrix} \right]^{-1} \cdot \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 2 & 3 \\ 1 & 1 & 4 & 9 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 2 \\ 3 \\ 1 \\ 4 \end{pmatrix} =$$

$$= \begin{pmatrix} 4 & 7 & 15 \\ 7 & 15 & 37 \\ 15 & 37 & 99 \end{pmatrix}^{-1} \cdot \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 2 & 3 \\ 1 & 1 & 4 & 9 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 2 \\ 3 \\ 1 \\ 4 \end{pmatrix}$$

Výpočet inverzní matice k $X^T X$

$$A = \begin{pmatrix} 4 & 7 & 15 \\ 7 & 15 & 37 \\ 15 & 37 & 99 \end{pmatrix}$$

$$A^{-1} = ?$$

$$\det A = 5940 + 3885 + 3885 - 3375 - 5476 - 4851 = 8$$

$$A_{ij} = \frac{(-1)^{i+j} \det A_{ij}}{\det A}$$

$$A^{1,1} = \frac{116}{8}$$

$$A^{2,1} = \frac{-138}{8}$$

$$A^{3,1} = \frac{34}{8}$$

$$A^{1,2} = \frac{-138}{8}$$

$$A^{2,2} = \frac{171}{8}$$

$$A^{3,2} = \frac{-43}{8}$$

$$A^{-1} = \frac{1}{8} \begin{pmatrix} 116 & -138 & 34 \\ -138 & 171 & -43 \\ 34 & -43 & 11 \end{pmatrix}$$

$$A^{1,3} = \frac{34}{8}$$

$$A^{2,3} = \frac{-43}{8}$$

$$A^{3,3} = \frac{11}{8}$$

Pokračování ve výpočtu již s inverzní maticí

$$\Theta = \frac{1}{8} \begin{pmatrix} 116 & -138 & 34 \\ -138 & 171 & -43 \\ 34 & -43 & 11 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 2 & 3 \\ 1 & 1 & 4 & 9 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 2 \\ 3 \\ 1 \\ 4 \end{pmatrix} =$$
$$= \frac{1}{8} \begin{pmatrix} 12 & 12 & -24 & 8 \\ -10 & -10 & 32 & -12 \\ 2 & 2 & -8 & 4 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 2 \\ 3 \\ 1 \\ 4 \end{pmatrix} = \frac{1}{8} \begin{pmatrix} 68 \\ -66 \\ 18 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{17}{2} \\ -\frac{33}{4} \\ \frac{9}{4} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 8,5 \\ -8,25 \\ 2,25 \end{pmatrix}$$

$$\Theta = \begin{pmatrix} 8,5 \\ -8,25 \\ 2,25 \end{pmatrix}$$

$$f: y = 2,25x^2 - 8,25x + 8,5$$

Výslednou funkci **zakreslete** do systému souřadnic:

x	f(x)
0	8,5
1	2,5
2	1
3	4
4	11,5

