



TAREA 6

Tema: Autovalores – Autovectores

- En todas las preguntas se debe incluir el proceso.
- La respuesta debe darse enmarcada.
- El orden y claridad en la presentación serán tomados en cuenta en la calificación.

1. Determinar los autovalores y los autovectores correspondientes asociados a la siguiente matriz:

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 2 & -2 \end{bmatrix}$$

$$P(\lambda) = [A - \lambda I] = \begin{bmatrix} 1-\lambda & 2 \\ 2 & -2-\lambda \end{bmatrix} = \lambda^2 + \lambda - 6 = 0$$

$$\Rightarrow (\lambda+3)(\lambda-2) = 0 \quad \begin{matrix} \lambda = -3 \\ \lambda = 2 \end{matrix}$$

Si $\lambda = 2$

$$(A - 2I)x = \begin{bmatrix} -1 & 2 \\ 2 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} \cdot \text{reducimos } \begin{bmatrix} -1 & 2 \\ 2 & 0 \end{bmatrix} \sim \begin{bmatrix} 1 & -2 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 1 & -2 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} = 0 \Rightarrow \begin{cases} x - 2y = 0 & \lambda = 0 \\ y = 0 & y = 0 \end{cases}$$

Autovector asociado a $\lambda = 2$

$$(x, y) = (0, 0)$$

Si $\lambda = -3$

$$(A + 3I)x = \begin{bmatrix} 4 & 2 \\ 2 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} \Rightarrow \begin{cases} 4x + 2y = 0 \\ 2x + y = 0 \end{cases}$$

$$\text{Si } x = u, y = -2u \text{ de donde } (x, y) = (u, -2u)$$

$$(x, y) = u(1, -2) \quad u \in \mathbb{R}$$