

Allocation d'actifs et arbitrage multi-asset

Jean-Gabriel Attali
Cross-Asset Strategist

Introduction générale

■ Allocation d'actifs =

- ⇒ Arbitrage entre les actifs
- ⇒ timing d'exécution.

■ L'objectif est (souvent) la construction d'un portefeuille optimal au sens du profil rendement-risque

■ Plusieurs questions :

- ⇒ Comment anticiper les rendements (analyse macroéconomique, modèles économétriques d'évaluation, analyse fondamentale sur les valeurs, arbitrage, etc.)
- ⇒ Quelle mesure de risque (volatilité, VaR, etc.)
- ⇒ Comment sélectionner et mesurer ses sources de risque et éliminer les risques non désirés (Techniques d'analyse de données)

Introduction générale

■ Trois niveaux d'arbitrage hiérarchisés : stratégique, tactique et exécution optimale des ordres. L'objectif est toujours la recherche de la performance

■ Arbitrage stratégique :

- ⇒ Un ou plusieurs thèmes d'investissement choisis (actions, global macro, long-short actions)
- ⇒ Un choix d'investissement à long-terme
- ⇒ Dépend du profil de risque, de la performance désirée et de l'horizon de placement

■ Arbitrage tactique :

- ⇒ Choix des valeurs à partir de signaux basés sur l'analyse fondamentale ou quantitative
- ⇒ Investissement à moyen terme (plusieurs mois)
- ⇒ Contrainte de respect de la stratégie

■ Exécution optimale des ordres (cours de C. Lehalle) :

- ⇒ Choix à court terme (quelques semaines) voire très court terme (dans la journée)
- ⇒ optimiser la réalisation des décisions tactiques et stratégiques

■ Les décisions d'arbitrage doivent mener à une allocation de portefeuille

Allocation d'actifs et arbitrage multi-asset - Master 2 Probabilités et Finance – J.G. Attali

Partie I : Allocation stratégique

Introduction

> Les différentes classes d'actifs (1)

■ Un actif financier doit pouvoir offrir une certaine rémunération :

- ⇒ le monde n'est pas risque-neutre d'où l'existence d'une prime de risque sur le long-terme pour les actifs
- ⇒ Sans prime de risque, pas de pérennité de l'actif en tant qu'investissement financier.
- ⇒ Il peut y avoir remise en cause provisoire ou définitive du modèle économique ———> crise des subprimes

■ Les classes d'actifs traditionnelles :

- ⇒ Marchés monétaires
- ⇒ Obligations pays développés
- ⇒ Actions internationales pays développés
- ⇒ Actions marchés émergents
- ⇒ Crédit (obligation corporate)
- ⇒ Dette émergente
- ⇒ Private equity
- ⇒ Immobilier

■ Attention aux nouvelles classes d'actifs : où se situe la prime?

- ⇒ (Futures sur) matières premières ou « commodities » :
- ⇒ Devises
- ⇒ Produits dérivés et structurés
- ⇒ Hedge funds

Introduction

> Les différentes classes d'actifs (2)

■ A chaque actif financier correspond un ou plusieurs marchés et à chaque marché correspond un ou plusieurs indices visant à représenter au mieux le risque

- ⇒ Actions internationales pays développés → indices
- ⇒ Obligations pays développés → Taux
- ⇒ Immobilier → indices de la construction, etc.
- ⇒ Matières premières ou « commodities » → prix des matières premières, indice GSCI
- ⇒ Actions marchés émergents → indice MSCI emerging markets

■ Plusieurs questions :

- ⇒ Evaluation de la qualité de représentation du marché
- ⇒ Investissabilité de l'indice (problème de répliquabilité, etc.)

Introduction

> Quel cadre pour l'arbitrage?

■ Pour chaque classe d'actif, déterminer un ou plusieurs modèles de risque plausibles :

- ⇒ Quelles sources de risques?
- ⇒ Comment les déterminer?
- ⇒ Quelles prévisions?

■ Les différentes stratégies possibles :

- ⇒ Stratégies directionnelles
- ⇒ Stratégies alternatives

■ Comment décider la répartition dans les grandes classes d'actifs :

- ⇒ Modèle économique global pour les rendements par classe d'actifs
- ⇒ Diverses contraintes à intégrer (profondeur de marché, contraintes légales, etc.)

Introduction

> Les réponses du « quant »

■ L'étude fine des corrélations :

- ⇒ Pour évaluer la qualité de représentation d'un indice (CAC, Euro Stoxx 50)
- ⇒ Pour construire des sources de risques alternatives (long-short)
- ⇒ Pour construire des proxys (matières premières)

■ Les modèles économétriques :

- ⇒ Pour évaluer et prévoir (CAPM, matières premières, devises) afin d'arbitrer entre les différentes classes d'actifs et au sein d'une même classe

■ L'optimisation

- ⇒ Pour construire le portefeuille optimal en intégrant les contraintes du gérant

■ Les modèles probabilistes

- ⇒ Pour évaluer le risque (VaR, stress-test scenario, etc.)

A. : Actions et obligations d'état

1/ Poche obligataire > Position du problème

■ Les obligations (d'état) comme classe d'actif :

- ⇒ On peut justifier d'une rémunération au-delà du taux sans risque sur le long-terme : prime de risque pour le prêteur à l'état
- ⇒ Il existe malgré tout des risques pouvant entraîner une sous-performance passagère

■ Le risque d'un portefeuille obligataire dépend :

- ⇒ De l'évolution temporelle des taux sur toute la courbe

■ Utilité voire nécessité d'identifier et de quantifier les risques de son portefeuille :

- ⇒ Contexte théorique et économique : modèles de déformation de la courbe des taux
- ⇒ Réduction du nombre de paramètres afin de mieux calculer le risque (matrice de variance-covariance)

■ Connaître les risques c'est :

- ⇒ Optimiser la performance
- ⇒ Savoir prévoir l'évolution du portefeuille en fonction de t
- ⇒ Éventuellement s'immuniser contre tel ou tel risque

1/ Poche obligataire

> Analyse factorielle de la structure des taux

■ La courbe des taux est le vecteur $X_t = (Y(t;t+1), \dots, Y(t;t+N))'$

■ L'idée financière est qu'il existe p facteurs communs à ces maturités :

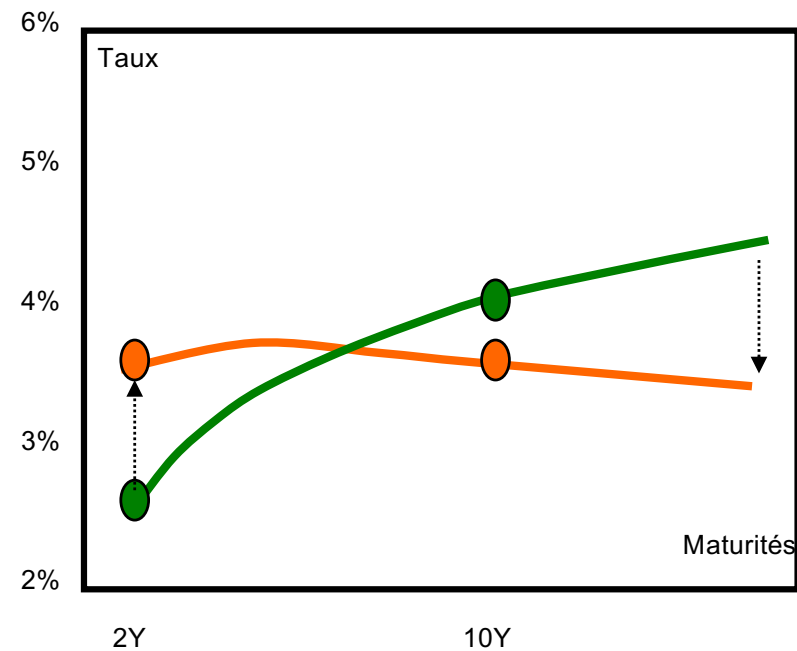
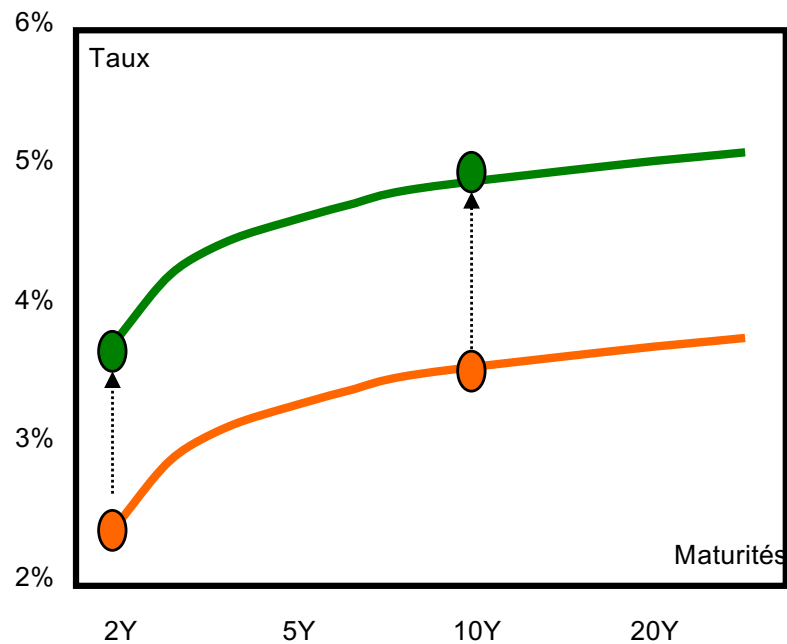
$$X_t = \alpha_t + B \cdot (F_t^1, \dots, F_t^p) + \varepsilon_t, \quad B \text{ matrice } N \times p$$

■ Comment déterminer les facteurs :

- ⇒ Choix de facteurs exogènes (Inflation, PIB, etc.)
- ⇒ Construction de facteurs « cachés » à partir de techniques d'analyse de données
- ⇒ Approche mixte?

1/ Poche obligataire > Déformation de la courbe des taux

- **Constatation : L'évolution des courbes des taux se résume en 2 (ou 3) mouvements indépendants (translation, rotation, courbure).**
- **Toute déformation s'explique par une combinaison de ces mouvements**



1/ Poche obligataire

> Détermination d'un modèle factoriel par ACP

- **Modèle multifactoriel** $(R^1, \dots, R^N)' = \beta \cdot (F^1, \dots, F^N)'$ où l'on néglige les risques idiosyncratiques (ou spécifiques).
- **Modélisation de corrélation (ou de variance-covariance)** : $\Sigma = \beta \cdot \Sigma_F \cdot \beta'$
- Si l'on cherche des facteurs décorrélés, il s'agit donc de trouver β symétrique et Σ_F diagonale dont les éléments sont classés par ordre décroissant.
- Les facteurs sont ordonnés par variance expliquée décroissante : le premier facteur est le plus corrélé avec toutes les variables, le deuxième facteur est le plus corrélé avec toutes les variables sans être corrélé au premier facteur, etc. On construit N facteurs non corrélés.
- Pas de problème de construction des facteurs : une ACP est toujours réalisable.
- Problème d'interprétation des facteurs construits : ont-ils du sens?

1/ Poche obligataire > ACP sur les taux européens

- On se place sur la courbe des taux de la zone euro (source Bloomberg).
- 2 ans d'historique de taux en fréquence journalière
- On réalise l'ACP sur les variations de taux, qui sont en général stationnaires.
- Les maturités courtes sont très contrôlées par la politique économique (banques centrales) c'est pourquoi on ne traite que la partie longue de la courbe (2 ans-30 ans) soit 12 maturités.

1/ Poche obligataire > ACP sur les taux européens

■ 90% de l'inertie est expliquée par le premier axe et 98% de l'inertie est expliquée par les deux premiers axes

Eigenvalues of the Correlation Matrix				
	Valeur propre	Différence	Proportion	Cumulée
1	10.8477643	9.8849167	0.9040	0.9040
2	0.9628477	0.8738153	0.0802	0.9842
3	0.0890323	0.0362093	0.0074	0.9916
4	0.0528230	0.0282076	0.0044	0.9960
5	0.0246154	0.0168590	0.0021	0.9981
6	0.0077565	0.0014161	0.0006	0.9987
7	0.0063403	0.0025404	0.0005	0.9993
8	0.0037999	0.0014204	0.0003	0.9996
9	0.0023795	0.0008587	0.0002	0.9998
10	0.0015208	0.0009019	0.0001	0.9999
11	0.0006189	0.0001177	0.0001	1.0000
12	0.0005013		0.0000	1.0000

1/ Poche obligataire > ACP sur les taux européens

■ On reconnaît les facteurs translation, rotation et courbure

Eigenvectors									
		Prin1	Prin2	Prin3	Prin4	Prin5	Prin6	Prin7	Prin8
TX2	TX2	0.257719	0.503349	0.356680	0.628229	0.363938	-.080696	0.082822	0.005075
TX3	TX3	0.268886	0.441935	0.356282	-.245011	-.730238	-.002720	0.090358	-.014825
TX4	TX4	0.290007	0.267337	-.036817	-.487605	0.457712	-.014359	0.009042	0.233562
TX5	TX5	0.296031	0.188132	-.117431	-.455547	0.252548	-.035939	-.109711	-.252639
TX6	TX6	0.300432	0.079968	-.324502	0.218194	-.107511	0.318403	-.461456	-.048830
TX7	TX7	0.301963	0.006250	-.301320	0.152595	-.117633	0.263037	-.197669	-.014093
TX8	TX8	0.301591	-.072796	-.270054	0.111498	-.103764	0.004230	0.023485	0.046360
TX9	TX9	0.300188	-.129317	-.225897	0.063147	-.061665	-.104336	0.375710	0.041771
TX10	TX10	0.298805	-.156378	-.221887	0.078504	-.034873	-.121943	0.626757	0.068913
TX15	TX15	0.290408	-.285273	0.125228	0.049181	-.032217	-.702786	-.318438	-.408508
TX20	TX20	0.281401	-.365551	0.329412	-.017331	-.016450	-.060162	-.253417	0.739287
TX30	TX30	0.272441	-.420181	0.487047	-.061805	0.136128	0.545996	0.143827	-.395887

1/ Poche obligataire > Commentaires sur l'ACP

■ En pratique, on ne retient pas tous les facteurs

- ⇒ Quelle règle pour le nombre de facteurs?
- ⇒ Que devient le modèle factoriel?
- ⇒ Quid des risques idiosyncratiques?

■ Attention au cadre théorique :

- ⇒ ACP sur variables stationnaires (sauf cas particuliers)
- ⇒ Le nombre d'observations doit être suffisant
- ⇒ Les facteurs construits sont indépendants à condition que les rendements soit normaux

■ Il existe d'autres techniques de détermination des facteurs de la courbe des taux (Nelson et Siegel).

1/ Poche obligataire

> Exposition du portefeuille aux facteurs

- Cette approche est validée par le fait que la composition des 3 premiers facteurs est très stable dans le temps.
- A partir du modèle factoriel, on peut déterminer l'exposition de n'importe quel portefeuille obligataire aux facteurs. On peut, donc construire des portefeuilles obligataires couverts contre les déformations de la courbe des taux (couverture en duration).
- Il est plus lisible de faire un modèle de prévision des facteurs en fonction des variables macroéconomiques et plutôt que de faire un modèle pour chaque maturité. On choisit alors :
 - ⇒ Son exposition au niveau général taux
 - ⇒ Son positionnement sur la courbe (préférence des maturités courtes ou longues).
- Rq : Si l'on veut se couvrir contre de forts mouvements de taux, il faut passer à des stratégies de couverture au deuxième ordre

1/ Poche obligataire

> Commentaires sur les hypothèses

- **Hypothèse 1 : Lorsque l'on fait une ACP, on travaille sur une matrice de corrélations ou de covariance empirique mais les taux ne sont pas stationnaires. Cependant, si les variables sont cointégrées de même degré de cointégration, l'ACP reste valide (cf. plus loin modèles de cointégration). L'ACP sur les niveaux de taux donnent des résultats très similaires**

Eigenvectors									
		Prin1	Prin2	Prin3	Prin4	Prin5	Prin6	Prin7	Prin8
TX2	TX2	0.276500	-.387516	0.474961	0.493606	-.417468	-.134948	0.286281	-.107290
TX3	TX3	0.284466	-.328064	0.309325	-.270247	0.043111	-.241674	-.669623	0.359497
TX4	TX4	0.290829	-.267157	0.144508	-.370168	0.250060	0.223046	0.245745	-.218562
TX5	TX5	0.295774	-.205685	-.014835	-.334013	0.367612	-.083619	0.376976	-.138910
TX6	TX6	0.299430	-.142085	-.236770	0.100065	-.161519	0.447998	-.185554	-.112796
TX7	TX7	0.301897	-.070877	-.271692	0.179344	-.024840	0.377899	-.025856	0.198765
TX8	TX8	0.302734	0.006248	-.271961	0.160677	-.010048	0.140574	0.001825	0.231698
TX9	TX9	0.301399	0.088651	-.289820	0.177224	0.220664	-.227092	0.002668	0.175496
TX10	TX10	0.298967	0.150901	-.173955	0.318670	0.257068	-.496990	-.186757	-.467834
TX15	TX15	0.289124	0.284985	-.131623	-.310519	-.434117	-.353221	0.363023	0.382725
TX20	TX20	0.277665	0.383446	0.076270	-.320983	-.425896	0.118190	-.251460	-.496610
TX30	TX30	0.239168	0.586854	0.562485	0.185271	0.338771	0.257034	0.046267	0.208577

- **Hypothèse 2 : l'hypothèse de normalité des variations de taux est sous-jacente à cette approche. Indépendance des facteurs (Cf. plus loin test de normalité et application aux indices de marché)**

2/ Poche actions > Position du problème

■ **L'objectif est toujours de déterminer les sources de risque des investissements actions afin de permettre de construire un portefeuille optimal**

■ **Dans un cadre CAPM :**

- ⇒ Une seule source de risque donc de rémunération : les actions, comme mode de financement de l'économie, doivent apporter une prime de risque au porteur
- ⇒ La mesure du risque est la volatilité
- ⇒ Une optimisation Markowitz permet de construire un portefeuille optimal au sens risque-rendement

■ **Pourquoi pas plusieurs sources de risque :**

- ⇒ Taille de l'entreprise
- ⇒ Maturité du secteur d'activité

■ **Intérêt d'une méthode de détermination des sources de risques :**

- ⇒ Réduction du nombre de paramètres à estimer
- ⇒ Meilleure appréhension de l'évolution future du portefeuille

2/ Poche actions

> Rendements, rentabilités, dividendes

■ Il y a souvent confusion entre rendements et rentabilités :

- ⇒ Rentabilité (excess return) = performance du cours de l'action
- ⇒ Rendement = rendement du dividende
- ⇒ Performance dividende réinvesti (Total return)

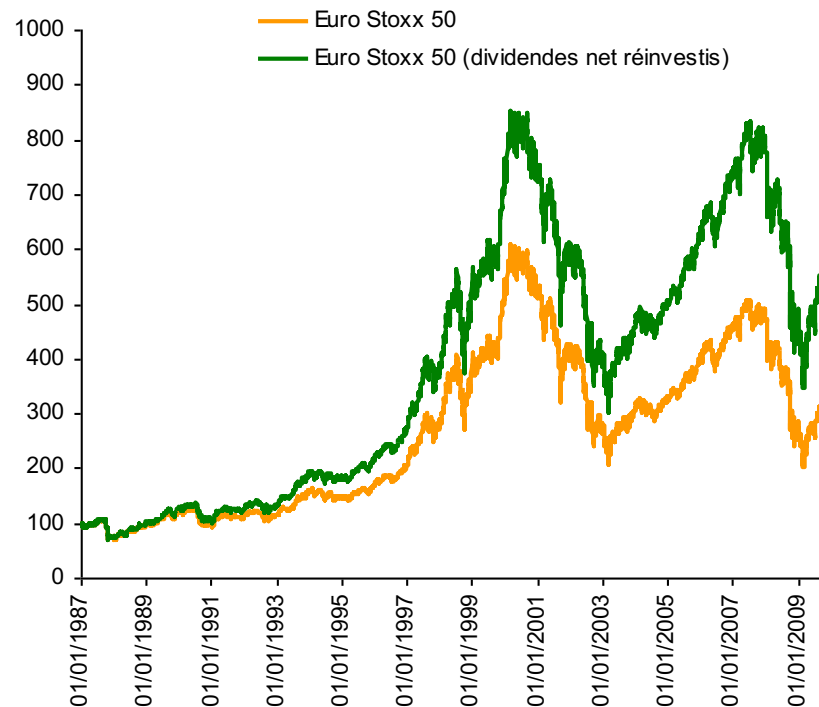
■ Problèmes des dividendes versés.

- ⇒ On peut travailler sur des indices dividendes réinvestis. Cette approche se popularise
- ⇒ Que fait-on du dividende?
- ⇒ Si on traite les dividendes à part, on a un problème de validité des modèles à facteurs (efficience etc.)

2/ Poche actions

> Rendements, rentabilités, dividendes

- **Corrélation de 99,9% en journalier entre les deux indices**
- **Les deux indices sont basés à 100 au 1^{er} janvier 1987**
- **Performances de 7,4% pour le Total Return Index contre 4,8% pour le Price Index.**



2/ Poche actions >Quelles rentabilités?

■ Rentabilités logarithmiques ou linéaires?

- ⇒ Dans le cadre des modèles à facteurs, on conserve la normalité des rendements logarithmiques sur tous les intervalles de temps à l'inverse des rentabilités linéaires
- ⇒ L'hypothèse de normalité est essentielle pour assurer l'indépendance des sources de risque (cf. supra)

■ En pratique, les différences sont assez minimes mais il est plus rigoureux de travailler sur les log-rentabilités

2/ Poche actions > Quelle fréquence?

- **La fréquence des observations peut être journalière, hebdomadaire, mensuelle (constatées sur les cours de clôture).**

- **Comment choisir la fréquence de constatations ?**

- ⇒ Précision des estimateurs : normalement on devrait choisir une haute fréquence
- ⇒ Mais les données à haute fréquence sont plus bruitées

- **Notions de volatilité et de corrélation indépendantes de la fréquence**

- **Le traitement intraday est très spécifique (cf cours de C. Lehalle).**

- ⇒ Problème de récupération des données (coûteux)
- ⇒ Problème de retard des indices par rapport aux valeurs

- **Attention au problème d'heures de constatation ainsi qu'aux jours fériés (cf. compléments plus loin).**

2/ Poche actions > Modèle factoriel de risque

- **Modèle multifactoriel à p facteurs où l'on intègre les risques idiosyncratiques :**
 $(R^1, \dots, R^N)' = (\alpha^1, \dots, \alpha^N) + \beta \cdot (F^1, \dots, F^p)' + (\varepsilon^1, \dots, \varepsilon^N)'$, β taille $N \times p$
- **Les risques systématiques (non diversifiables) sont représentés par les facteurs**
- **Les risques spécifiques sont représentés par les résidus $(\varepsilon^1, \dots, \varepsilon^N)'$ qui sont non corrélés entre eux ni avec les facteurs.**
- **Deux étapes en une puisqu'il s'agit d'une régression sur facteurs cachés**
- **Le problème se ramène à trouver Σ_F et Σ_α les matrices de variance-covariance resp. des facteurs et des résidus, tq $\Sigma = \beta \cdot \Sigma_F \cdot \beta' + \Sigma_\alpha$ avec Σ_α diagonale.**

2/ Poche actions

> Principe de l'analyse factorielle

- Rq : si les facteurs sont non corrélés, Σ_F devient diagonale (et même l'identité)
- Problème équivalent : $\Sigma = \beta \cdot \beta' + \Sigma_\alpha$, où Σ_α est la matrice de variance-covariance des spécifiques.
- Plus robuste qu'une estimation classique de matrice de variance-covariance surtout quand N est grand.
- Analyse factorielle permet de prendre en compte les risques idiosyncratiques
- L'estimation se fait par maximum de vraisemblance.
- Le modèle factoriel étant indépendant de l'échelle, on choisit en général de réaliser l'analyse factorielle sur les rendements réduits, ce qui revient à travailler sur la matrice de corrélation des rendements.

2/ Poche actions

> Construction de portefeuilles market-neutral

■ Portefeuille market-neutral :

⇒ On réalise l'optimisation sous contrainte puis on couvre contre le risque factoriel

■ Le problème du modèle factoriel est que les facteurs ne sont pas observables :

⇒ En pratique, le gérant peut préférer un portefeuille sous-optimal mais réalisant une contrainte de neutralité contre un benchmark reconnu (indice de marché)

⇒ Il peut également préférer des sources de risque de « second ordre » identifiables

■ L'approche factorielle reste malgré tout utile :

⇒ Réduction du nombre de paramètres

⇒ Portefeuille optimal sous contrainte

⇒ Possibilité de réconcilier l'approche économique de l'approche statistique (reconnaît-on le facteur taille ou style dans l'analyse factorielle).

2/ Poche actions

> Commentaires sur les facteurs construits

■ Les facteurs (F^1, \dots, F^p) sont non corrélées avec les N spécifiques. Les facteurs ne sont donc pas répliquables, on construit en fait des proxys.

■ Les proxys sont dans l'espace des actifs et à une distance minimale des facteurs i.e. :

$$F^i = F^i_{\text{Proxy}} + u^i \text{ avec } F^1_{\text{Proxy}} = A_i' \cdot R$$

■ Il s'agit en fait d'une régression linéaire des facteurs sur les actifs.

■ Les facteurs sont de variance 1 mais pas les proxys qui sont de variance inférieure.

■ Si un proxy a une variance proche de 1, c'est que le facteur correspondant est très bien expliqué par les rendements.

■ Les facteurs (proxys) ne sont déterminés qu'à une rotation près (contrainte d'identification)

2/ Poche actions

> Analyse factorielle sur le marché français

■ Composition des proxys

■ Le premier proxy est un indice de marché (en général différent de l'indice de référence)

⇒ Variance des proxys : facteur 1 =97% ; facteur 2 =82%

Entreprise	Facteur 1	Facteur 2	Entreprise	Facteur 1	Facteur 2
ACCOR SA	0.02675	-0.00672	LVMH	0.07296	0.00188
AGF	0.02772	0.02676	MICHELIN (CGDE)-B	0.03685	-0.02699
AIR LIQUIDE	0.08316	0.11242	PERNOD-RICARD SA	0.01662	0.10606
ALCATEL-LUCENT	0.05393	-0.27899	PEUGEOT SA	0.02887	-0.16687
ALSTOM	0.02676	0.00751	PPR	0.02926	0.04280
AXA	0.06808	-0.08975	RENAULT SA	0.05937	-0.14223
BNP PARIBAS	0.06733	-0.07556	COMPAGNIE DE SAINT-GOBAIN	0.07061	-0.04714
BOUYGUES	0.06156	0.04529	SANOFI-AVENTIS	0.01467	-0.03967
CAP GEMINI SA	0.03979	0.02106	SCHNEIDER ELECTRIC	0.05382	-0.01018
CARREFOUR SA	0.02561	-0.01255	SOCIETE GENERALE	0.06709	0.01491
CREDIT AGRICOLE SA	0.05007	0.00563	STMICROELECTRONICS	0.04675	-0.20131
GROUPE DANONE	0.02773	0.07785	SUEZ SA	0.02821	0.14029
DEXIA	0.03895	0.01293	THOMSON (EX-TMM)	0.04000	-0.05442
EEADS	0.02752	0.03262	TOTAL SA	0.04071	0.18437
ESSILOR	0.03342	0.18012	VALLOUREC	0.03345	0.08869
FRANCE TELECOM SA	0.02244	-0.16066	VEOLIA ENVIRONNEMENT	0.04507	0.18106
L'OREAL	0.04136	0.06439	VINCI SA	0.03252	0.08726
LAFARGE SA	0.04937	0.10794	VIVENDI	0.03579	-0.08868
LAGARDERE	0.03158	-0.06044			

2/ Poche actions

> Analyse factorielle sur le marché français

■ Bêta des rentabilités réduites par rapport aux deux premiers facteurs

Entreprise	Facteur 1	Facteur 2	Entreprise	Facteur 1	Facteur 2
ACCOR SA	0.49775	-0.09570	LVMH	0.78047	-0.01769
AGF	0.58108	0.02960	MICHELIN (CGDE)-B	0.56741	-0.09161
AIR LIQUIDE	0.80918	0.13213	PERNOD-RICARD SA	0.41571	0.26275
ALCATEL-LUCENT	0.55670	-0.45694	PEUGEOT SA	0.44699	-0.41534
ALSTOM	0.52233	-0.00663	PPR	0.47877	0.11296
AXA	0.78314	-0.10653	RENAULT SA	0.67843	-0.22467
BNP PARIBAS	0.77315	-0.08873	COMPAGNIE DE SAINT- GOBAIN	0.75204	-0.02914
BOUYGUES	0.66750	0.12924	SANOFI-AVENTIS	0.40889	-0.13260
CAP GEMINI SA	0.68664	-0.01357	SCHNEIDER ELECTRIC	0.67518	-0.06250
CARREFOUR SA	0.47703	-0.02611	SOCIETE GENERALE	0.77292	-0.03544
CREDIT AGRICOLE SA	0.72984	-0.03108	STMICROELECTRONIC S	0.62382	-0.40177
GROUPE DANONE	0.52909	0.22679	SUEZ SA	0.53330	0.29864
DEXIA	0.66385	0.02741	THOMSON (EX-TMM)	0.53120	-0.08516
EEADS	0.46278	0.07640	TOTAL SA	0.61401	0.32220
ESSILOR	0.50427	0.37375	VALLOUREC	0.42835	0.29735
FRANCE TELECOM SA	0.45007	-0.39603	VEOLIA ENVIRONNEMENT	0.44840	0.40239
L'OREAL	0.55786	0.14480	VINCI SA	0.42012	0.29609
LAFARGE SA	0.68171	0.18203	VIVENDI	0.53484	-0.21254
LAGARDERE	0.60054	-0.15075			

2/ Poche actions

> Limites de la méthode

- **Problème d'estimation** : Pour trouver une solution unique, on impose une contrainte d'identification (procédure par défaut : $\beta' \Sigma_{\alpha}^{-1} \beta$ diagonale)
- **Problème d'interprétation** : les facteurs sont construits à une rotation près (dépendante de la contrainte d'identification).
- **Problème numérique** relatif à la résolution d'un programme d'optimisation.
- **Problème théorique** : la solution n'est pas toujours conforme avec le modèle (cas Heywood)
- **Problème du nombre de facteurs** :
 - ⇒ Détermination de p ?
 - ⇒ Instabilité de l'estimation et cas Heywood plus fréquents quand p augmente.
- **Rq** : L'ACP est une analyse factorielle avec risques idiosyncratiques identiques

2/ Poche actions

> Commentaires sur les hypothèses

- **Hypothèse 1 : l'hypothèse de stationnarité des rendements d'actions est confirmée par les tests statistiques**
- **Hypothèse 2 : l'hypothèse de normalité des variations de rentabilités est sous-jacente à cette approche.**
- **Les tests statistiques amène à refuser l'hypothèse de normalité de l'Euro Stoxx 50 :**
 - ⇒ Skewness : $(n/6)s^2$, Kurtosis : $(n/24)*(k-3)^2$, Jarque Bera S+K
- **Mais normalité acceptée après traitement de quelques chocs à la baisse pour l'Euro Stoxx 50 :**
 - ⇒ années concernées sont 1987, 1990, 1998, 2000, 2001, 2002, 2007, 2008, 2011
 - ⇒ Les chocs sont les même pour le S&P 500 hormis 1998
- **Cela pose la question des stress-scenario et du régime normal**

Compléments

>Attention au traitement des portefeuilles internationaux

■ Problème de calcul des corrélations :

- ⇒ Non simultanée des données
- ⇒ Jours fériés différents en fonction des pays

■ Attention à la devise :

- ⇒ Performances non couvertes : il faut convertir tous les cours en « devise consolidée »
- ⇒ Performances couvertes ou quanto : on garde les séries d'origine
- ⇒ Les portefeuilles actions sont souvent non couverts alors que les portefeuilles obligataires le sont souvent

■ Ecriture du modèle de risque (US, Europe, etc.) :

- ⇒ On peut généraliser les approches précédentes



B. : Cas des actifs de rentabilités non (log-) normales : l'exemple des spreads de crédit

Introduction

> Limite de la méthode

- L'absence de corrélation est une conséquence de l'indépendance. L'indépendance n'est assurée que dans le cas où l'espace est gaussien
- ACP et Analyse factorielle sont des techniques de construction de facteurs non corrélés. L'hypothèse sur le caractère gaussien de l'espace est donc indispensable
- Lorsque l'espace n'est pas gaussien, il est utile d'améliorer les techniques d'analyse de données si l'on veut construire des facteurs de marché indépendants entre eux et indépendants des spécifiques.
- Exemples d'actifs « à problème » :
 - ⇒ les variations des spreads de crédit
 - ⇒ La dette émergente

Analyse en composantes indépendantes > Objectifs

- L'Analyse en composantes indépendantes est une technique importée du traitement du signal
- « Cocktail party problem » : comment reconstruire les discussions d'un cocktail à partir du brouhaha ambiant?
- Il faut connaître le nombre n de discussions
- On a alors besoin de n enregistrements distincts
- Si l'on sait reconstruire n signaux indépendants à partir de ces enregistrements, ce sont forcément les n discussions.
- Il faut donc un critère d'indépendance

Analyse en composantes indépendantes > Principe de l'ACI

- Indépendance très difficile (voire impossible) à mesurer...
- ... mais $(R^1, \dots, R^N)' = C.(F^1, \dots, F^N)'$ donc (R^1, \dots, R^N) « plus gaussien » que (F^1, \dots, F^N) (Théorème central-limite).
- Il suffit donc d'un critère de « non normalité » pour reconstruire à partir des variables la combinaison linéaire la moins gaussienne.
- Pour mesurer la distance de R d'écart-type 1 à U de volatilité 1 ($U=N(0,1)$), on utilise une fonction d'entropie :

$$J(R) = (E(G(R)) - E(G(U)))^2$$

- Le résultat dépend du choix de la fonction G .

$$G_1(x) = -\exp\left(\frac{-x^2}{2}\right)$$

$$G_{2,3}(x) = \frac{1}{\alpha} \log \cosh(\alpha x), \quad \alpha \in \{1, 2\}$$

Analyse en composantes indépendantes > Principe de l'ACI

■ Procédure de l'ACI en deux étapes :

- ⇒ Etape 1 : ACP pour construire N variables décorrélées (pas forcément indépendantes) et d'écart-type 1 $(P^1, \dots, P^N)' = A.(R^1, \dots, R^N)'$.
- ⇒ Etape 2 : Algorithme

On maximise l'entropie $J(w.P) \approx \left(\frac{1}{T} \sum_{t=1}^T G(w.P_t) - E(G(U)) \right)^2 \rightarrow w_1$.

On maximise de nouveau J sous la contrainte $w_1.w_2=0 \rightarrow w_2$.
On construit de proche en proche les N lignes d'une matrice W.

- On a construit N facteurs indépendants d'écart-type 1 $(F^1, \dots, F^N)' = W.A.(R^1, \dots, R^N)'$.
- Si l'espace de départ est gaussien, l'ACI donne les mêmes résultats que l'ACP
- Une généralisation de l'ACI consiste à réaliser au préalable une Analyse Factorielle plutôt qu'une ACP.

Analyse en composantes indépendantes > Résultat sur les spreads de crédit zone euro

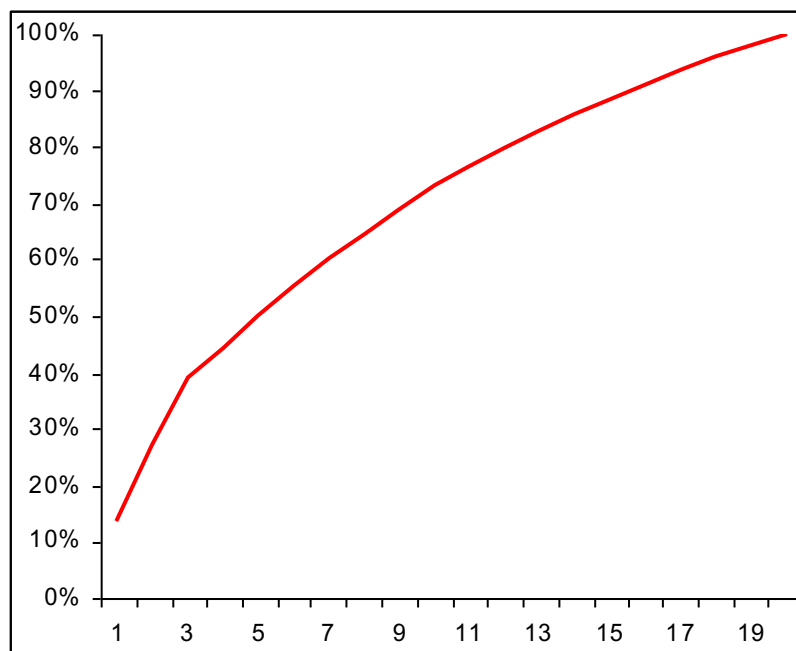
- 11 secteurs : Banque, Assurance, etc. et 4 ratings : AAA, AA, A et BBB.
- L'ACI est réalisée sur les 20 briques secteur/rating retenues.
- Corrélations des secteurs avec les facteurs

	Facteur 1	Facteur 2	Facteur 3	Facteur 4	Facteur 5	Facteur 6	Facteur 7	Facteur 8	Facteur 9	Facteur 10
Banques	0.64	0.31	0.11	-0.17	-0.11	-0.35	-0.02	-0.15	0.03	-0.19
Assurance	0.27	0.48	0.25	-0.46	-0.08	-0.04	0.02	-0.14	0.41	-0.06
Industrie Lourde	0.29	0.35	0.44	-0.16	-0.21	-0.22	0.15	-0.04	-0.33	-0.23
Biens d'Investissement	0.20	0.76	0.32	-0.07	-0.36	-0.19	-0.02	-0.04	-0.04	-0.11
Consommation non Cyclique	0.18	0.21	0.10	-0.13	-0.09	-0.07	0.87	-0.25	-0.06	-0.05
Energie	0.19	0.46	0.00	0.00	-0.07	-0.18	0.01	-0.04	0.03	-0.10
Telecommunications	0.39	0.21	0.53	0.04	0.11	-0.15	-0.02	-0.02	0.02	-0.03
Technologie	0.14	0.51	0.32	-0.02	-0.06	-0.06	-0.02	-0.05	0.00	-0.01
Distribution d'eau et d'électricité	0.37	0.50	0.28	-0.08	-0.17	-0.29	0.06	-0.04	-0.08	-0.12
Automobile	0.22	0.44	0.44	-0.10	-0.56	-0.11	-0.06	-0.13	-0.03	-0.08
Services cycliques	0.04	0.48	0.25	-0.07	-0.51	-0.09	-0.02	-0.07	-0.11	-0.09

	Facteur 11	Facteur 12	Facteur 13	Facteur 14	Facteur 15	Facteur 16	Facteur 17	Facteur 18	Facteur 19	Facteur 20
Banques	0.10	0.00	0.01	0.20	-0.31	0.12	0.16	0.02	0.00	-0.16
Assurance	0.03	-0.05	-0.14	0.35	-0.01	0.06	-0.06	0.04	-0.09	-0.05
Industrie Lourde	0.42	0.03	-0.10	0.08	0.03	0.08	-0.19	0.01	-0.06	-0.01
Biens d'Investissement	0.18	0.09	-0.03	0.01	-0.05	0.00	-0.03	-0.10	0.01	0.17
Consommation non Cyclique	0.07	-0.02	-0.03	0.02	-0.02	0.01	-0.01	-0.10	0.05	-0.01
Energie	0.16	-0.05	-0.09	-0.15	0.10	0.40	0.11	0.04	0.18	0.12
Telecommunications	0.16	0.01	-0.08	0.06	-0.06	0.08	-0.03	-0.14	-0.03	0.24
Technologie	0.18	-0.04	-0.03	0.02	-0.11	-0.02	0.02	-0.01	0.11	0.26
Distribution d'eau et d'électricité	0.17	-0.03	-0.20	0.19	0.05	0.24	0.17	0.00	0.02	0.03
Automobile	0.09	0.03	0.01	0.01	-0.06	0.14	0.03	0.06	-0.02	0.19
Services cycliques	-0.04	0.23	-0.05	0.04	-0.09	-0.09	-0.02	-0.05	0.10	-0.08

Analyse en composantes indépendantes > Résultat sur les spreads de crédit zone

- 11 secteurs : Banque, Assurance, etc. et 4 ratings : AAA, AA, A et BBB.
- L'ACI est réalisée sur les 20 briques secteur/rating retenues.
- Inertie expliquée par les facteurs classés



	Facteur 1	Facteur 2	Facteur 3
Merrill Lynch	18%	31%	17%

	Facteur 1	Facteur 2	Facteur 3
AAA	0.62	0.24	0.06
AA	0.60	0.46	0.19
A	0.39	0.50	0.45
BBB	0.31	0.50	0.54

Rentabilités non gaussiennes > Quid de l'optimisation de portefeuille?

- **La volatilité n'est plus la bonne mesure de risque**
- **Apparition de l'utilisation de nouvelles lois de probabilités intégrant de l'asymétrie et des risques extrêmes plus fréquents (Loi de Skew-Student)**
- **Optimisation rentabilité-risque avec un risque mesuré différemment :**
 - ⇒ fonction d'utilité intégrant de l'aversion pour l'asymétrie et les risques extrêmes.
 - ⇒ VaR

C. : Les nouvelles classes d'actifs (?)

1/ Les matières premières > Présentation

■ Plusieurs classes (éventuellement plusieurs facteurs de risque)

- ⇒ Métaux précieux (or, argent, platine, palladium)
- ⇒ Métaux industriels (cuivre, zinc, etc.)
- ⇒ Matières premières agricoles (blé, soja, maïs, etc.)
- ⇒ Bétail
- ⇒ Energie (pétrole, gaz, canne à sucre, colza, etc.)

■ Les commodities ne sont souvent pas investissables de manière pure

- ⇒ Il existe des futures mais cela pose le problème de nouvelles sources de risque (courbe des futures en contango, en backwardation)
- ⇒ Il existe des trackers physiques mais pas sur toutes les commodities

■ Intérêt grandissant pour le thème :

- ⇒ Assouplissement des règles d'investissements
- ⇒ Fort effet diversifiant
- ⇒ Lien avec l'environnement économique (dollar, inflation, etc.)

1/ Les matières premières

> Le marché des futures

■ La plupart des commodities peuvent se traiter en future :

- ⇒ Certains marchés sont plus liquides que d'autres (raisons économiques et historiques)
- ⇒ Les indices de référence portent sur l'univers des 24 commodities les plus liquides (« big caps ») même s'il existe d'autres futures (platine, palladium, riz, etc.)

■ A propos de la liquidité (Chiffres 2018) :

- ⇒ Les contrats futures sont de taille importante : ce sont, pour la plupart, des marchés mondialisés impliquant de gros acteurs économiques (états, cartels) :
 - Pétrole WTI : 1000 barils (~54.000 \$)
 - Or : 100 onces (Troy oz.= 31,1034768 grammes, ~124.000\$)
 - Blé américain : 5000 boisseaux US (1 boisseau US=8 gallon US=8*3,78541178 litres, ~ 22.000\$)
 - Cuivre : 25.000 livres (1lb=0,45359237kg, ~ 68.000 \$)
 - Flancs de porcs : 40.000 livres (~ 28.000\$)
- ⇒ Le nombre de contrats échangés n'est pas aussi important que sur les indices actions les plus liquides mais les volumes sont cependant très élevés.
 - WTI : 1.050.000 contrats
 - Or : 61.000 contrats
 - Blé : 25.000 contrats
 - Cuivre : 140.000 contrats
 - Flanc de porcs : 32.000 contrats
- ⇒ A titre de comparaison : 950.000 contrats échangé sur l'Euro Stoxx 50 (taille du contrat ~33.000€)

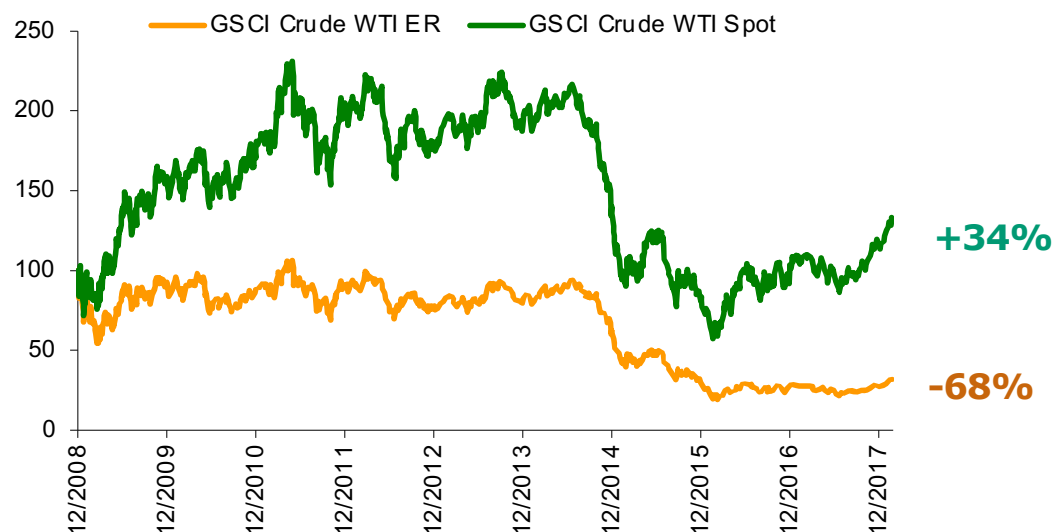
1/ Les matières premières > Est-ce un actif?

■ De quel investissement parle-t-on?

- ⇒ Sur les indices actions : choix entre l'achat du panier et l'achat du future sur indice
- ⇒ Sur les commodities : contraint de choisir l'investissement par futures (sauf exceptions)

■ Forte déviation entre les matières premières et la « réplication » par des futures :

- ⇒ Relation d'arbitrage très imparfaite : explication en partie par l'accès difficile au marché physique



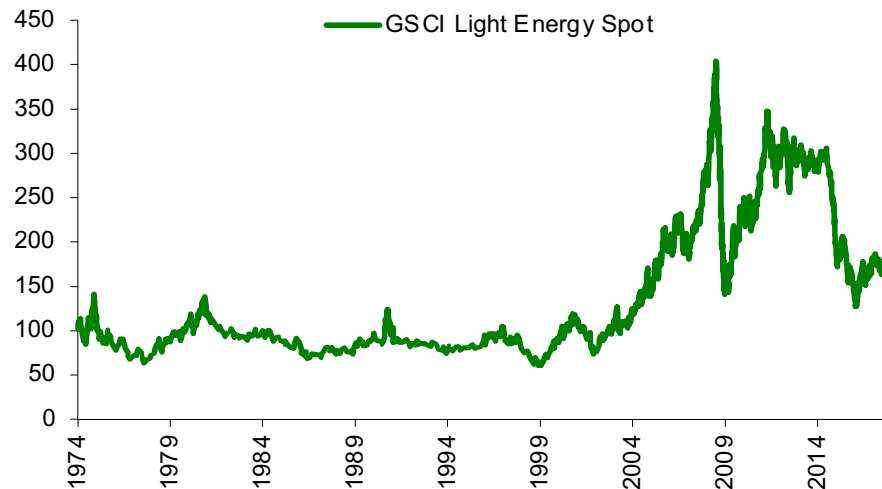
■ Pour justifier l'investissement en futures sur commodities :

- ⇒ Les perspectives d'évolution des matières premières sont loin d'être suffisantes
- ⇒ Nécessité de prendre en compte la forme de la courbe qui explique l'écart observé

1/ Les matières premières > Est-ce un actif?

■ Classe d'actif = prime de risque positive sur le long-terme (vs. le taux sans risque) :

- ⇒ Pas de rémunération évidente des commodities (pas de dividende, pas de coupon)
- ⇒ Performances en excès décevantes sur le (très) long-terme pour la plupart des commo

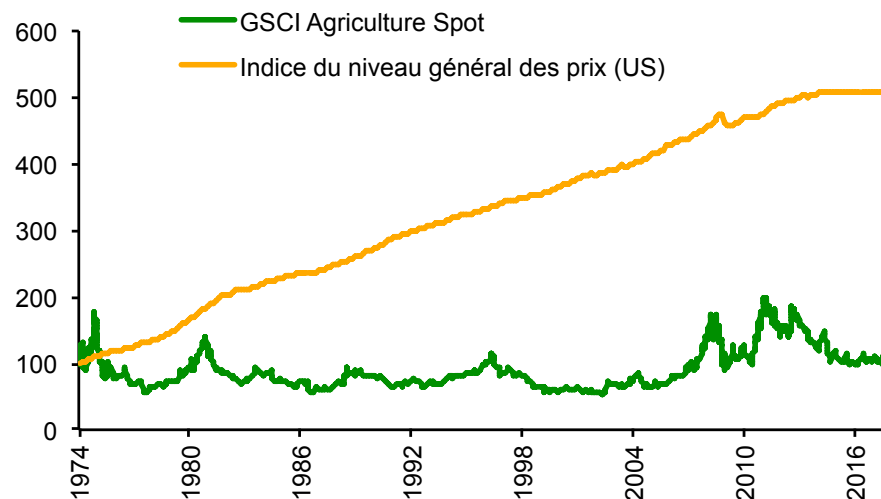


Perf. Annualisée : 0,4%
Volatilité : 15%

1/ Les matières premières > Est-ce un actif?

■ Lien peu évident avec le niveau général des prix, même pour le prix spot :

- ⇒ Les indices investissables (excess return) ont réalisé une performance encore bien inférieure
- ⇒ On peut parfois parler de lien avec l'inflation...à condition qu'elle provienne du prix des matières premières!



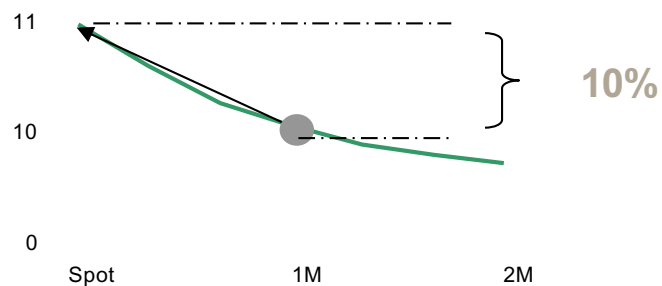
■ Le lien avec la croissance économique est également très ténu

1/ Les matières premières > L'actif est le future

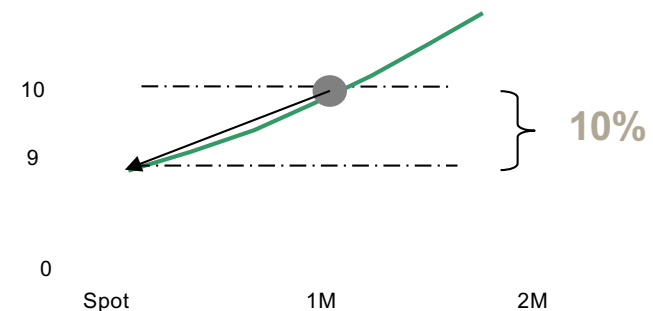
■ Théorie de la « normal backwardation » (Keynes) :

- ⇒ Prime non directionnelle, contrairement aux actions et obligations (financement, emprunts sur le marché primaire)
- ⇒ Le « marché primaire » est un marché d'assurance : producteurs + consommateurs

Backwardation : marché dominé par les producteurs



Contango = marché dominé par les consommateurs



{ =Prime d'assurance sur un mois (à spot constant)
● Acte (achat ou vente) du fournisseur d'assurance

1/ Les matières premières

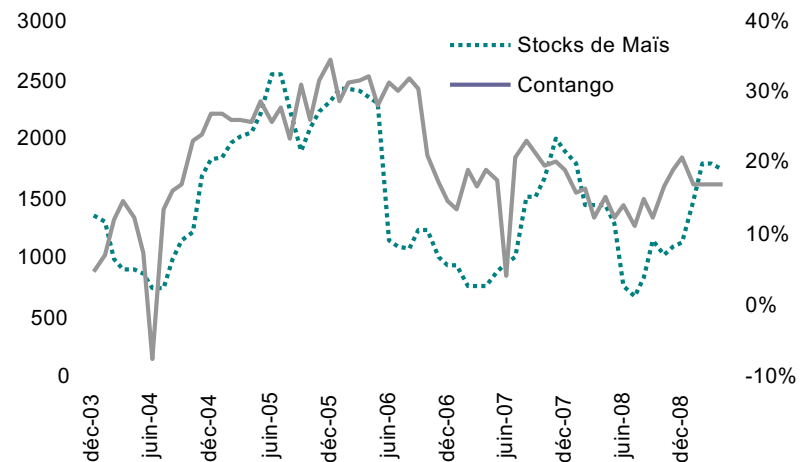
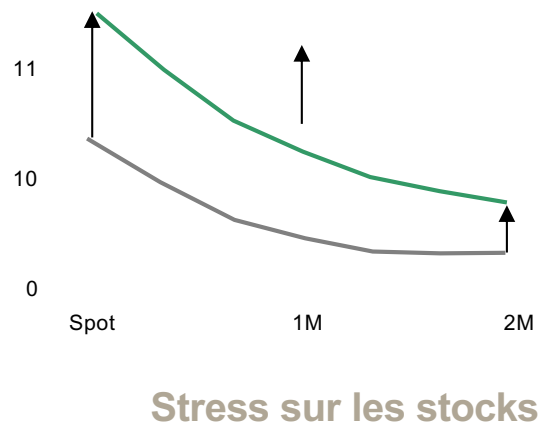
> L'actif est le future

■ La pente de la courbe est liée :

⇒ au besoin d'assurance (« normal backwardation » de Keynes)

⇒ à l'état des stocks (théorie du stockage) :

- Stress sur les stocks → préférence pour le présent → forte hausse du spot → backwardation
- Surabondance → excès d'offre → forte baisse du spot → contango



1/ Les matières premières > Mise en place d'une stratégie active

Une stratégie adaptée pour capter la « prime » commodities doit être

■ Long-short

- ⇒ Pas une classe d'actifs donc pas directionnelle
- ⇒ Les trends peuvent être inversés (maïs vs. blé, etc.)

■ Pas market-neutral

- ⇒ Parfois la majorité des matières premières sont en hausse

■ Tactique

- ⇒ Les inversions de trend sont extrêmement violentes

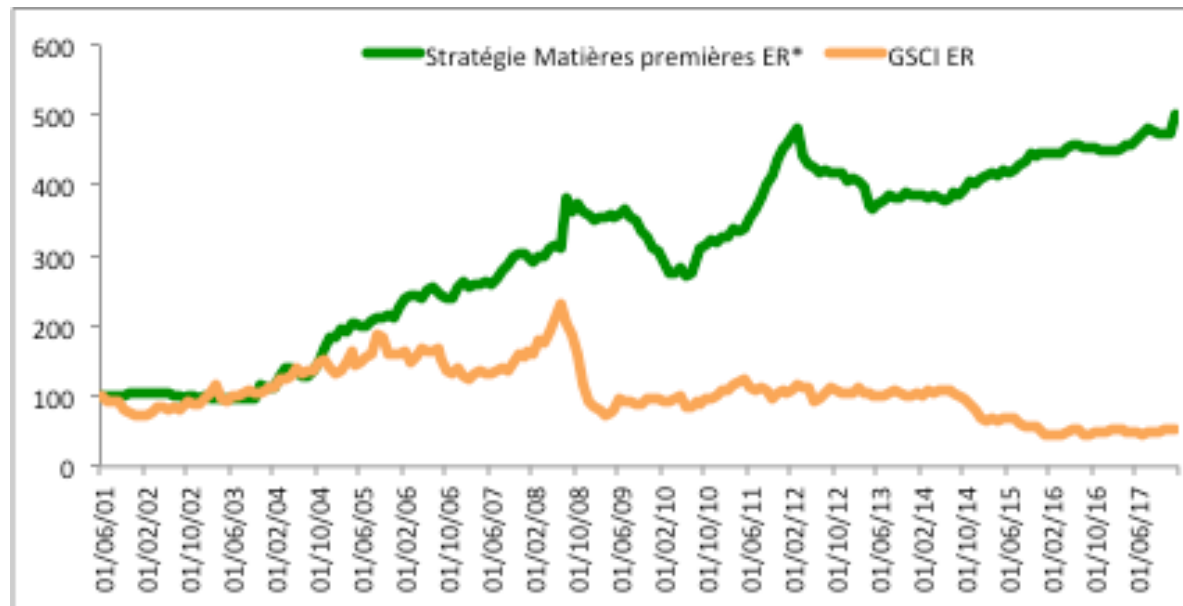
1/ Les matières premières

> Mise en place d'une stratégie active

■ Une stratégie adaptée pour capter la « prime » commodities :

⇒ Basée sur une optimisation Markowitz sous contraintes

- Poids entre -10% et +10%
- Somme des poids entre -200% et 200%
- Règles de concentration par grandes classes d'actifs
- Volatilité cible à 12%



Perf. Annualisée : 10,5%

Volatilité : 11,1%

Perf. Annualisée : -3,8%

Volatilité : 23%

*en dollars et en excès du taux US

2/ Les devises

> Un marché mondial et très liquide (Forex)

■ **Marché assez récent et toujours en forte expansion :**

- ⇒ Régime de change flottants adopté en 1973 après l'abandon des accords de Bretton Woods (1971)
- ⇒ Volume quotidien triplé depuis 2000 et quintuplé depuis 1986 (Selon la BRI ou Bank for International Settlements)

■ **Second marché après les taux :**

- ⇒ >5000 milliards de dollars échangés chaque jour
- ⇒ Entre 50 et 100 fois plus que le NYSE
- ⇒ Autour de 10 fois le volume mondial des marchés actions

■ **Marché OTC ouvert 24h/24h mais il existe un fixing officiel pour chaque devise.**

■ **Petite fourchette bid/ask et pas de commission supplémentaire**

■ **Marché « simple » en terme de suivi :**

- ⇒ Focalisation sur le dollar
- ⇒ Peu de devises comparativement au nombre d'actions ou d'obligations

2/ Les devises

> Éléments techniques

■ **L'hypothèse d'indépendance et de log-normalité des rendements mensuels (ou hebdomadaires) des taux de change sur les paires de devises de pays développés est confirmée par les tests statistiques**

■ **En particulier, à l'inverse des actions :**

- ⇒ Pas d'asymétrie des rendements
- ⇒ Pas de sous-évaluation des risques extrêmes par les modèles usuels de risque
- ⇒ Respect de l'hypothèse de base du modèle de Garman et Kohlagen d'évaluation des options (pendant de Black et Scholes pour le change)
- ⇒ Pas d'autocorrélation des rendements

2/ Les devises

> une exposition incontournable

■ L'exposition aux devises est inévitable :

- ⇒ Achat d'actifs étrangers (S&P, MSCI EM, etc.)
- ⇒ Commodities
- ⇒ Exposition d'entreprises domestiques au change (ex: BMW)

■ On peut profiter de l'exposition plutôt que la subir :

- ⇒ En décidant de couvrir ou pas les positions exposées
- ⇒ En intégrant les devises comme investissement pouvant générer de la performance, par exemple via des futures ou des options

■ Du point de vue de l'investisseur :

- ⇒ Les devises apportent de la diversification
- ⇒ Les « drivers » des devises sont très macro

2/ Les devises

> Est-ce une classe d'actif?

■ La rémunération réelle de la devise est le taux d'intérêt réel :

- ⇒ En l'absence d'aversion pour le risque, on voit généralement les devises les plus rémunératrices s'apprécier pour des raisons de flux (stratégies dites de "carry trade") et les devises les moins rémunératrices se déprécier.
- ⇒ La devise n'est pas à proprement parler une classe d'actif en revanche, les stratégies de "carry trade" sont bien des stratégies de recherche d'une prime de risque.

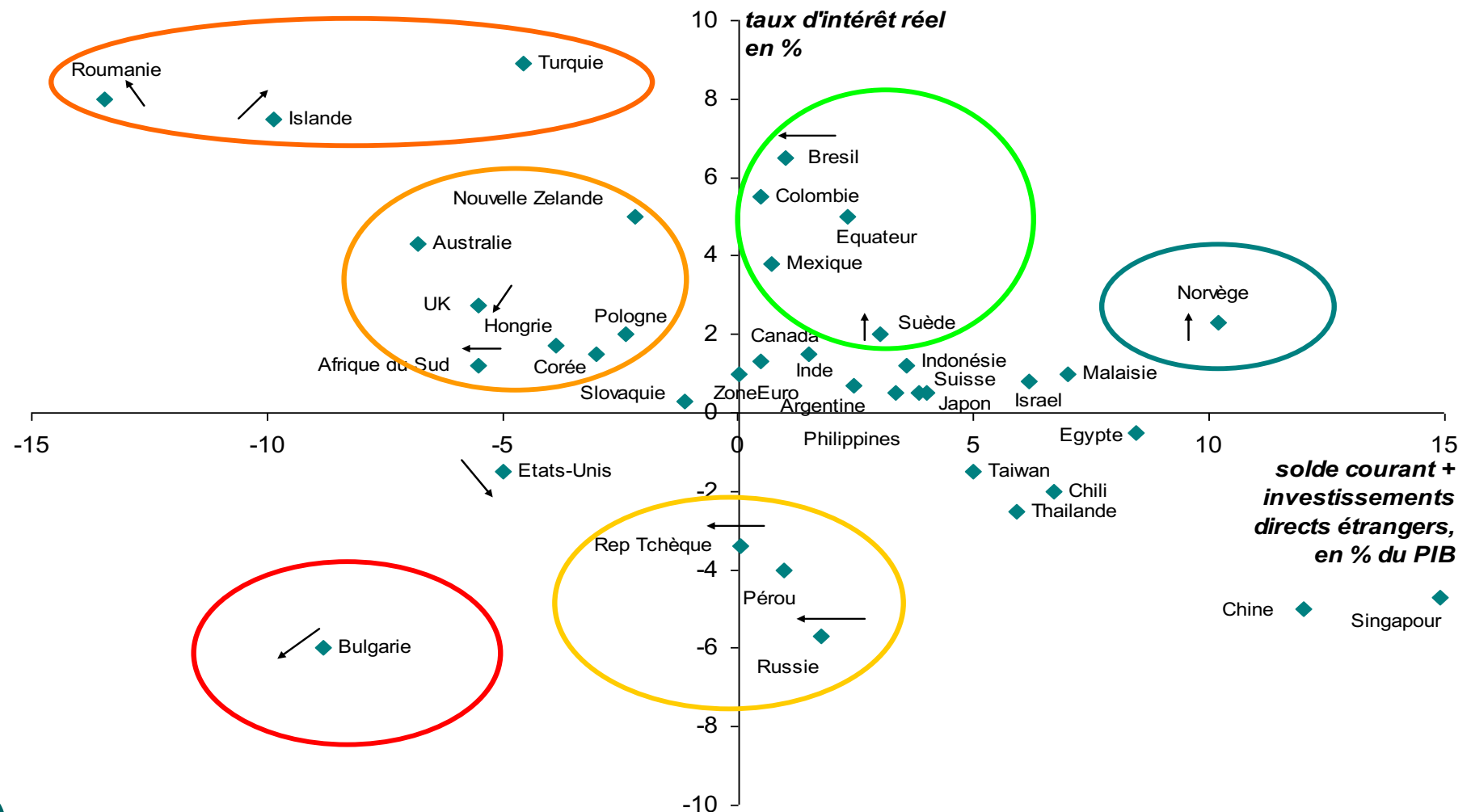
■ Le risque principal pour une devise est l'ampleur des déficits (extérieur et budgétaire) :

- ⇒ La majorité des crises de change est due à des déficits trop importants (Argentine, Islande, Turquie, etc.)
- ⇒ Le déclencheur d'une forte baisse peut être une montée brutale de l'aversion pour le risque ou un accroissement du risque politique

■ Pour sélectionner les pattes longues et courtes, on s'appuie sur une approche rendement/risque :

2/ Les devises

> screening sur l'approche « rendement-risque ».



2/ Les devises

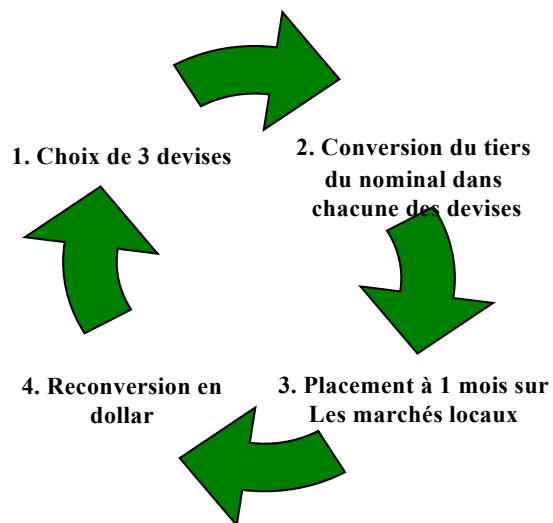
> Proposition d'une stratégie

■ Le panel est composé des 17 devises majeures : AUD, BRL, CAD, CHF, EUR, GBP, JPY, KRW, MXN, NOK, NZD, SEK, SGD, THB, TWD, USD, ZAR :

- ⇒ Le dollar est le benchmark
- ⇒ L'univers est équilibré entre devises de pays développés et devises de pays émergents.

■ Tous les mois, on s'expose aux 3 devises les mieux classées selon un scoring basé sur :

- ⇒ Les comptes courants et leurs modes de financement (IDE, flux bancaires, « hot money »)
- ⇒ Les taux d'intérêt
- ⇒ Les inflations anticipées



Stratégie 3 devises

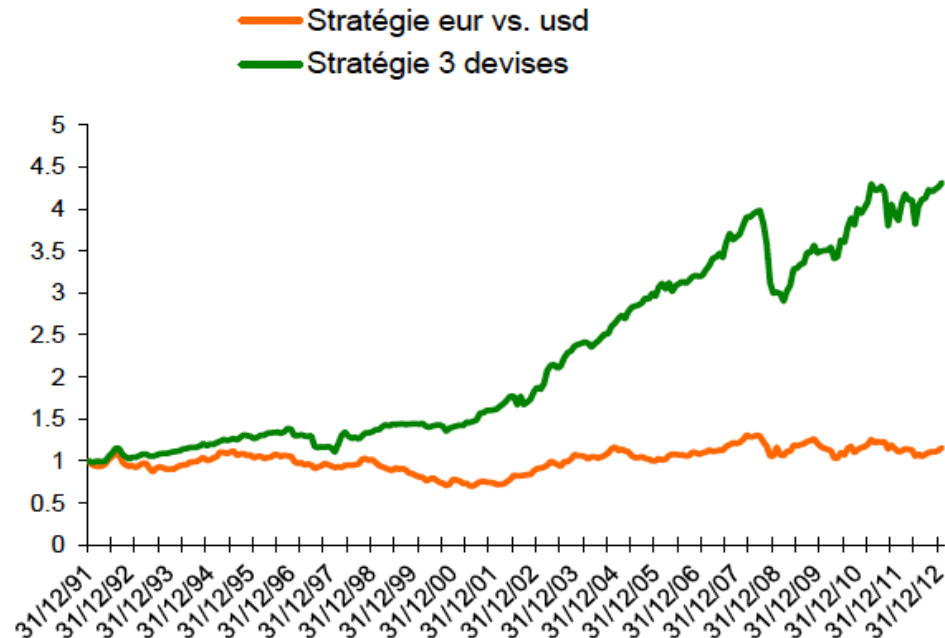
■ La stratégie n'est intéressante que s'il y a un ajout de performance par rapport au placement capitalisé du nominal en dollar sur le taux 1 an américain (coût d'opportunité)

2/ Les devises

> Performance de la stratégie sur le long-terme

■ Conformément à l'intuition la stratégie de carry trade génère une performance sur le long-terme :

- ⇒ A l'instar des autres actifs, on peut assister à des périodes de sous-performances à court-terme
- ⇒ La stratégie est de type « vendeuse de volatilité » i.e. sous-performe lorsque l'appétit pour le risque diminue (choc systémique)



	Stratégie euro	Stratégie 3 devises
Perf. annuelle	0.7%	7.2%
Volatilité	10.3%	9.4%
Sharpe	0.07	0.76

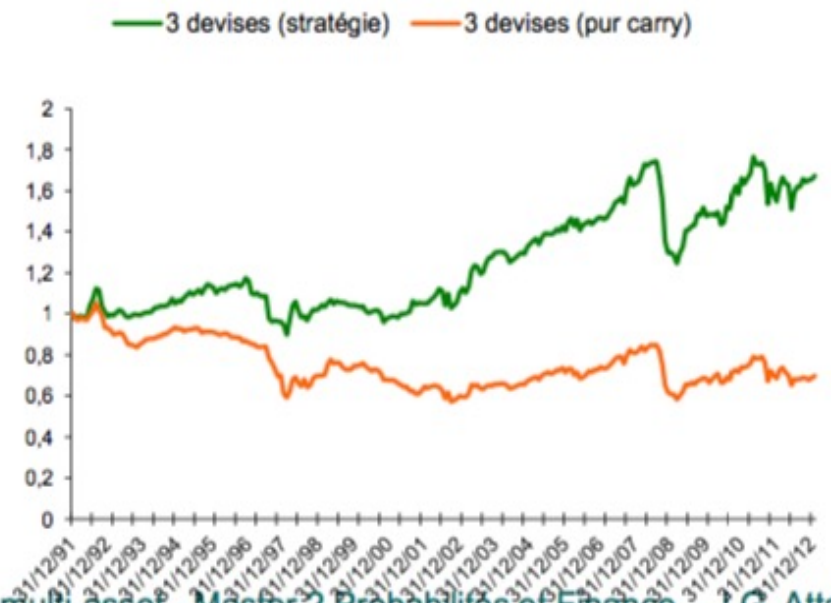
2/ Les devises

> Comparaison avec le « pur carry trade »

■ La stratégie de « pur carry trade » génère également une performance importante mais :

- ⇒ Elle induit plus de risque
- ⇒ Mais même si elle maximise le portage, elle ne génère pas de performances « devises » (-1,7%)

	Pur carry	Stratégie proposée
Perf. annuelle	6.5%	7.2%
Volatilité	10.3%	9.4%



2/ Les devises > Conclusion

■ On ne peut jamais dissocier la devise des autres actifs :

- ⇒ La performance de la stratégie présentée est en fait une performance cumulée de la devise et du taux d'intérêt
- ⇒ Même si l'on achète une option sur la devise, l'avantage de carry (différentiel de taux) se voit dans le prix de l'option.

■ On peut justifier le fait que certaines devises doivent être rémunératrices :

- ⇒ Rattrapage du niveau de vie des pays émergents (effet Balassa-Samuelson)
- ⇒ Economies leveragées (anglo-saxons) AUD, NZD, GBP mais attention aux risques (creusement des déficits courants cf. GBP en 2008).

■ Il semble aujourd'hui intéressant de considérer que le risque devise peut-être rémunérateur :

- ⇒ On peut augmenter la performance en prenant un directionnel sur la devise
- ⇒ A l'inverse, couvrir systématiquement les actifs peut s'avérer coûteux.

■ Il existe d'autre type de stratégies sur les devises (PPP, Momentum, Inverse Carry trade, etc.)

3/ Produits dérivés et structurés

> Les problèmes posés

- **Les rentabilités des produits dérivés ne sont pas stationnaires ce qui rend caduque toutes les approches historiques :**
 - ⇒ Problème de calcul de volatilité
 - ⇒ Problème de calcul de corrélations
 - ⇒ Les techniques d'analyse factorielle sont caduques
- **Les produits structurés ne peuvent pas être observés en historique puisqu'ils sont émis à la demande**
- **Quelle mesure de risque utiliser pour ce type de produits?**
 - ⇒ L'AMF recommande l'emploi de la VaR 95% à une semaine

3/ Produits dérivés et structurés > Dérivés simples et dérivés complexes

■ Classification AMF distinguant les dérivés simples et les dérivés complexes

■ Les dérivés simples :

- ⇒ Ceux dont le prix ne dépend que des conditions actuelles de marché (tous les produits vanille)
- ⇒ Pour les dérivés simples une linéarisation en Delta est possible
- ⇒ On peut alors calculer les volatilités et les corrélations (mais pas très adapté au contrôle des risques)
- ⇒ La VaR reste la mesure à privilégier mais la linéarisation en delta permet un calcul de la VaR grâce aux données historiques sur les sous-jacents

■ Les dérivés complexes :

- ⇒ Ceux dont le prix dépend de toute la trajectoire (options max, options à barrière, etc.)
- ⇒ Pour les dérivés complexes, la VaR doit être calculée par une approche Monte-Carlo

3/ Produits dérivés et structurés > les produits structurés

- **Les structurés sont des produits sur mesure permettant de construire le pay-off désiré :**
 - ⇒ Il n'y a pas de marché d'échange
 - ⇒ La cotation en secondaire est assurée par l'émetteur
- **L'intégration de structurés dans les portefeuilles pose les mêmes problèmes que les dérivés.**
- **Quelques exemples :**
 - ⇒ KG + call
 - ⇒ Autocalls
- **Deux cas sont possibles, décomposition en dérivés simples ou pas (zéro-coupon+call).**

3/ Produits dérivés et structurés

> Est-ce une classe d'actif?

■ Le produits dérivés ou structurés porte sur une ou plusieurs classes d'actifs :

- ⇒ Si le prix payé n'est pas trop important, la prime reste positive. Attention au gérant de savoir évaluer la marge prise par le broker.
- ⇒ Le produit dérivé est une «combinaison » de plusieurs actifs, si on le regarde à maturité (payoff), il ne s'agit pas d'une nouvelle classe d'actif.

■ Introduction d'une variable supplémentaire sur le prix en secondaire : la volatilité

- ⇒ La rémunération de long-terme va au vendeur de volatilité : c'est celui qui fournit le service (broker dérivés ou structurés).
- ⇒ Cela se traduit par un écart positif entre la volatilité implicite et la volatilité historique
- ⇒ Peut-on vraiment capter cette prime?

■ Apparition de nouveaux outils :

- ⇒ Varswap et forward de volatilité.

4/ Gestion (très) active

Même débat que précédemment

■ Lorsque l'on calcule la volatilité d'un portefeuille ou la corrélation d'un portefeuille avec un indice de marché, par exemple, on doit prendre des précautions :

- ⇒ Il est utile voire indispensable de connaître le mode de gestion
- ⇒ Il est préférable de faire les calculs sur la composition d'aujourd'hui plutôt que sur l'historique

■ Une gestion active peut intégrer des produits dérivés :

- ⇒ Problème pour le calcul des corrélations
- ⇒ Risque mal mesuré par la volatilité (problème des hedge funds)

■ Produits dérivés et gestion active

- ⇒ Les produits dérivés peuvent être imités par des portefeuilles répliquant
- ⇒ Seule la VaR permet de bien appréhender le risque

Références de la partie I

> Statistiques et économétrie

- Bera, A. K. & Jarque, C. M. (1980). Efficient tests for normality, homoscedasticity and serial independence of regression residuals. *Economics Letters* 6 (3): 255–259.
- Campbell, John Y., Andrew W. Lo and A. Craig MacKinlay, (1997), *The Econometrics of Financial Markets*, (Princeton University Press).
- Hamilton, James D. (1994). *Time Series Analysis*, Princeton University Press.
- Mardia, Kent, Bibby (1979) *Multivariate analysis*. Academic Press.

Références de la partie I

> Modèles factoriels

- Cardoso, J.F. (1998), “Blind signal separation : statistical principles, Proc IEEE 86, 2009-2025.
- Durieu, C. & Kieffer, M. (2003), “Analyse en composantes indépendantes” pour la séparation aveugle de sources, Colloque sur l’enseignement des technologies et des sciences de l’information et des systèmes, CETSIS-EEA, Toulouse, pp. 143-146.
- Fama, E & French, K. (1993), “Common risk factors in the returns of stock and bonds”, Journal of Financial Economics, vol 33, pp. 3-56.
- Fama, E & French, K. (1997), “Value Versus Growth : The International Evidence”, University of Chicago – Finance and Tuck School of Business at Dartmouth.
- Litterman, R. & Scheinkman, J., (1988), Common Factors affecting bond returns. Financial strategies group, Goldman Sachs.
- Lustig, H.N., Roussanov, N.L. & Verdelhan (2011), A. Common risk factors in currency markets”, Review of Financial Studies, 24.
- Velicer, W. F. & Jackson, D. N. (1990). "Component analysis versus common factor analysis: Some issues in selecting an appropriate procedure". Multivariate Behavioral Research, 25(1), 1-28.

Références de la partie I

> Stratégies financières

- Barroso, P. & Santa-Clara, P. (2015). “Beyond the Carry Trade : Optimal Currency Portfolios”, *Journal of Financial and Quantitative Analysis* 50, n.5.
- Fama, E & French, K. (1997), “Value Versus Growth : The International Evidence”, University of Chicago – Finance and Tuck School of Business at Dartmouth.
- Jegadeesh, N. & Titman, S. (1993). “Returns to buying winners and selling losers: Implications for stock market efficiency”, *Journal of Finance* 48, 65-91.
- Lee, Y. & Song, Z. (2003), “When do Value Stocks Outperform Growth Stocks? Investor Sentiment and Equity Style Rotation Strategies”, EFMA 2003 Helinski Meetings.
- Menkhoff, L. & Sarno, L., Schmeling, M. & Schrimpf, A. (2011). “Currency Momentum Strategies”, Bank for International Settlements – Monetary and Economic Department.

Partie II : Allocation tactique

Introduction

> La notion d'efficience (Fama)

■ Efficience forte :

- ⇒ Toute l'information est connue instantanément de tous les acteurs du marché et ceux-ci l'utilisent à bon escient. « On ne peut pas battre le marché ».
- ⇒ Conséquences (Jensen) : pour obtenir un rendement supérieur, il faut prendre un risque supérieur.
- ⇒ L'efficience forte est une hypothèse implicite du CAPM.

■ Efficience semi-forte :

- ⇒ Toute l'information publique est dans les cours.
- ⇒ En revanche, l'information privée peut permettre de battre le marché.
- ⇒ Qu'est-ce que l'information privée?

■ Efficience faible :

- ⇒ L'information passée des cours ne permet pas de battre le marché
- ⇒ Les informations publiques ou privées peuvent permettre de battre le marché

Introduction

> Efficience ou pas?

■ Remise en cause l'efficience faible :

- ⇒ Les cours permettent de prévoir : analyse technique, effet « momentum », retour à la moyenne
- ⇒ La finance comportementale est une des théories visant à expliquer les stratégies qui battent le marché (comportement moutonnier des investisseurs, seuil psychologique, etc.)

■ Remise en cause (partielle) de l'efficience (semi-)forte : l'efficience en moyenne

- ⇒ Le marché finit toujours par intégrer les nouvelles mais pas d'instantanéité.
- ⇒ Les acteurs n'ont pas le même accès à l'information (même publique) et le « talent » est récompensé.
- ⇒ Il semble exister des arbitrages à court et même à moyen terme (entrées-sorties dans les indices).

■ La réponse de Fama

- ⇒ L'existence de stratégies semblant battre le marché ne prouve rien.
- ⇒ Les tests statistiques ne rejettent pas l'hypothèse d'efficience mais l'hypothèse de spécification du modèle (CAPM)

■ Qu'est ce que cela change?

- ⇒ Les tenants des deux visions peuvent aboutir aux mêmes stratégies et employer les mêmes techniques...
- ⇒ ... mais l'« α » s'oppose au « β alternatif ».

Introduction

> Illustration d'un facteur « alternatif »

■ Long small caps Short big caps :

- ⇒ Corrélation sur le long-terme entre le spread et le Russell 1000 de 10% (ce qui est dé-corrélant)
- ⇒ Un gérant peut promouvoir cette stratégie (simplissime) comme une stratégie alternative

■ Fama identifie le facteur taille comme facteur de risque (three-factor model) :

- ⇒ Surperformance des petites capitalisations due à une prime de risque supplémentaire (accès au marché du crédit, liquidité de l'action, etc.)

■ La performance dépend également des indices choisis :

- ⇒ (S&P 600 small caps vs. S&P 500) différent de (Russell 2000 vs. Russell 1000)
- ⇒ Les différences proviennent de la méthodologie (pondération, nombre de composants, définition des capitalisations, etc.)
- ⇒ Existence d'autres facteurs de risques (composition sectorielle différente)



Introduction

> Quid de la gestion?

■ Le gérant se trompe souvent d'ennemi :

- ⇒ Efficience ne signifie ni fin de la gestion, ni supériorité de la gestion indicielle (trackers)
- ⇒ En revanche, il ne faut pas ignorer le risque pris (efficience signifie risque=rémunération)

■ L'approche de Fama ne va pas à l'encontre de la gestion active :

- ⇒ Le CAC 40 n'est pas forcément le portefeuille de marché du CAPM
- ⇒ Il peut exister d'autres facteurs de marché (taille, style, etc.)
- ⇒ On peut arbitrer même dans un marché efficient (optimisation)

■ Il reste encore du travail :

- ⇒ Allocation stratégique : estimer les primes de long-terme (actions, obligations, etc.)
- ⇒ Allocation tactique : Construire des signaux permettant de situer les actifs par rapport à leur niveau d'équilibre (prime de moyen-terme)
- ⇒ Intégrer ces signaux de manière optimal dans le portefeuille en respectant la stratégie

1/ Approche de Black et Litterman > Rappel sur Markowitz

■ On cherche à déterminer l'allocation optimale entre N actifs risqués et 1 actif non risqué.

■ L'optimisation s'effectue suivant un critère moyenne variance portant sur le vecteur (π_1, \dots, π_N) des primes espérées des actifs risqués.

■ (X_1, \dots, X_N) composition du portefeuille, Σ la matrice $N \times N$ de variance-covariance et λ l'aversion au risque, l'allocation optimale X_{opt} est solution de :

$$\text{Max}_{X \in \mathbb{R}^N} (X' \pi - \lambda/2 \cdot X' \Sigma X)$$

■ On démontre que : $X_{opt} = 1/\lambda \cdot \Sigma^{-1} \pi$

■ Rq1 : il s'agit là d'une optimisation à une période

■ Rq2 : La fréquence d'observation des rentabilités est généralement quotidienne

1/ Approche de Black et Litterman > Présentation

■ L'approche Markowitz n'a que peu d'application pratique dans sa version initiale et plusieurs défauts majeurs :

- ⇒ L'allocation pure a tendance à produire des allocations extrêmes et souvent très éloignée du Benchmark.
- ⇒ Cette allocation est très instable lorsque les primes espérées varient.
- ⇒ L'ajout de contraintes, comme notamment l'interdiction de vendre à découvert, conduit souvent à un portefeuille très peu diversifié.

■ Pour remédier à ces problèmes, Black et Litterman propose un dérivatif utilisable :

- ⇒ Considérer le benchmark comme une allocation optimale de long-terme.
- ⇒ Introduire des signaux tactiques (primes espérées) et la confiance que l'on accorde à ces signaux pour déterminer une allocation optimale en déviant par rapport au benchmark.

■ Remarque importante : l'allocation du portefeuille dépend du benchmark donc de la stratégie du gérant.

1/ Approche de Black et Litterman

> Les vues du gérant

- Le gérant a certaines vues sur les primes attendues π des N actifs, ce que l'on peut modéliser :

$$P\pi = Q + \eta \text{ où } \eta \sim N(0, \Omega),$$

Ω indique la confiance que le gérant a dans ses prévisions.

k ($k \leq n$) vues correspond à une matrice P $k \times N$.

- Remarque : Ω est souvent supposée diagonale mais cela suppose que toutes les vues sont indépendantes, ce qui n'est pas forcément vrai dans le cas de vues relatives (cf supra).

1/ Approche de Black et Litterman

> Les vues du gérant

- **1. Vue absolue : l'actif 1 va avoir une prime de 10% avec une tolérance de 3 points et une confiance de 95% dans cette prévision. Pas de vision sur les autres actifs.**

$P=(1,0,\dots,0)$ (N colonnes)

$Q=[10\%]$

$\Omega=[(3\%/1,96)^2]$ puisque l'intervalle de confiance à 95% de $N(0,1)$ est $[-1,96;1,96]$

- **2. Vue relative : l'actif 1 va surperformer l'actif 2 de 5% avec une tolérance de 2% avec une confiance de 90% dans la prévision :**

$P=(1,-1,\dots,0)$

$Q=(5\%-1)$

$\Omega=[(2\%/1,64)^2]$ puisque l'intervalle de confiance à 90% de $N(0,1)$ est $[-1,64;1,64]$

1/ Approche de Black et Litterman

> Description du modèle (1)

- 1. Les primes sont toujours $R \sim N(\pi, \Sigma)$, où π est le vecteurs des primes espérées que l'on cherche à déterminer et Σ la matrice de variance-covariance
- 2. Le benchmark est supposé être le portefeuille optimal sur le long-terme donc $X^{\text{bench}} = (1/\lambda^{\text{bench}})\Sigma^{-1} \pi^{\text{implicite}}$. Le vecteur des primes d'équilibre implicites attendues de long-terme du marché en découle simplement $\pi^{\text{implicite}} = \lambda^{\text{bench}} \Sigma X^{\text{bench}}$.
- 3. Les primes attendues a priori sont alors supposées être distribuées autour des primes implicites attendues :

$$\pi = \pi^{\text{implicite}} + \varepsilon \text{ où } \varepsilon \sim N(0, \tau \Sigma).$$

τ est le niveau de confiance dans le marché (plus τ est grand et moins on accorde de confiance au marché). τ est choisi inférieur à 1 puisque les primes d'équilibre attendues a priori sont censées être moins volatiles que les rentabilités elles-mêmes.

1/ Approche de Black et Litterman

> Description du modèle (2)

- 4. Les vues du gérant sur les primes attendues sont $P\pi = Q + \eta$ où $\eta \sim N(0, \Omega)$.
- Les primes attendues a posteriori sachant les vues sont alors distribuées suivant une loi normale d'espérance :

(Master Formula)
$$\pi^* = \left((\tau \Sigma)^{-1} + P' \Omega^{-1} P \right)^{-1} \left((\tau \Sigma)^{-1} \pi^{implicite} + P' \Omega^{-1} Q \right)$$

- 5. Il ne reste plus qu'à résoudre le programme $\text{Max}_{X \in \mathbb{R}^N} (X' \pi^* - \lambda/2 \cdot X' \Sigma X)$ pour le niveau d'aversion au risque choisi afin d'obtenir l'allocation optimale intégrant le marché et la vision du gérant.

1/ Approche de Black et Litterman > Calibrage du modèle

- 1. L'aversion au risque λ^{bench} est calculée en utilisant la prime et la variance historique (quotidienne) du benchmark :

$$\lambda^{\text{bench}} = \Pi^{\text{bench}} / (\sigma^{\text{bench}})^2$$

- 2. Le calibrage de τ est plus complexe :

- ⇒ τ est en général inférieur à 1
- ⇒ $\tau=0,3$ est souvent évoqué
- ⇒ On trouve également $\tau = \text{Tr}(\Omega) / (1'_k P \Sigma P' 1_k)$, où 1_k est un vecteur composé de 1, ce qui permet de relier les confiances dans le marché et les confiances dans les vues.
- ⇒ On peut également calibrer τ en fonction d'un ratio d'information cible réaliste (< 2) du portefeuille.

1/ Approche de Black et Litterman

> Quelques commentaires

- Si les vues ne sont pas très fiables, la norme de Ω est très grande donc on trouve $\pi \approx \pi^{\text{implicite}}$.
- Si le niveau de confiance dans le marché est grand (τ petit), on trouve également $\pi \approx \pi^{\text{implicite}}$.
- A l'inverse, si l'on a une vue absolue sur tous les actifs ($P=I$) avec une quasi-certitude (Ω est de norme très petite) alors $\pi \approx Q$.
- Bien qu'étant une généralisation de Markowitz, l'approche de Black-Litterman reste néanmoins une approche moyenne-variance adaptée au cas de rentabilités normales.
- Pour combiner cette approche avec une approche d'optimisation de portefeuilles dans le cas de rentabilités non normales, la difficulté réside dans le calcul de la master formula.

2/ Construction de signaux > Démarche

■ Approche empirique :

- ⇒ Le prix des matières premières dépend de l'inflation, de la croissance, de la production industrielle etc.
- ⇒ Les taux longs dépendent des taux courts, de l'inflation, etc.

■ Modélisation :

- ⇒ Modèle économétrique d'évaluation des matières premières
- ⇒ Modèle d'arbitrage taux-action (Fed model)

■ Construction de signaux :

- ⇒ Sous-pondérer les matières premières sur-évaluées par rapport à leur niveau d'équilibre dans la poche commodities
- ⇒ Sur-pondérer la poche obligataire par rapport à la poche actions

2/ Construction de signaux

> Les difficultés

■ La plupart des données financières ne sont pas stationnaires :

⇒ Les modèles sur données non stationnaires présentent de nombreux pièges

■ On peut disposer de plusieurs signaux pour le même actif :

⇒ Comment combiner les différents signaux

■ Comment construire les vues

⇒ Dans l'optimisation de portefeuille il faut un horizon de placement

⇒ Il faut également pouvoir évaluer le niveau des primes espérées

⇒ Il faut enfin donner un niveau d'incertitude pour chacune des vues

2/ Construction de signaux > Cointégration

- **En économie financière les séries sont généralement intégrées (d'ordre 1) :**

- ⇒ Taux d'intérêt, inflation, prix (ou log des prix) etc.

- **Il est depuis longtemps admis que l'ajustement des taux longs se fait en fonction des taux courts, de l'inflation, etc.**

- **Le problème de l'économétrie financière est l'estimation d'un tel modèle**

- ⇒ On montre par exemple que la régression linéaire ordinaire d'une variable intégrée sur une autre variable intégrée peut conduire à conclure qu'il existe une relation forte entre les deux variables alors même qu'elles peuvent être indépendantes (régression fallacieuse ou spurious regression)

- **Comment déterminer l'influence des taux courts et de l'inflation sur les taux longs?**

- **Pour l'économiste, si une relation existe entre les taux longs, les taux courts et l'inflation, c'est qu'il suppose implicitement que le terme d'erreur est stationnaire :**

- ⇒ On parle alors de cointégration

2/ Construction de signaux > Théorème de Granger

- On se place dans le cas d'une relation de cointégration entre une exogène et un ensemble de variables endogènes

$$Y_t = a + b'X_t + \varepsilon_t$$

- Théorème de Granger stipule que Y_t admet une représentation à correction d'erreur :

$$\Delta Y_t = k + \sum_{i=0}^p a'_i \Delta X_{t-i} + \sum_{i=1}^q b_i \Delta Y_{t-i} + (\rho - 1)(Y_{t-1} - a - b'X_{t-1}) + \sum_{i=1}^m c'_i Z_{t-i} + \eta_t$$

- La première équation est l'équation ou équilibre de long-terme tandis que la seconde est l'équation de court-terme

- ρ est l'autocorrélation des résidus et $\rho-1$ est la force de rappel vers l'équilibre :

- ⇒ ρ doit être inférieur à 1 pour que le modèle soit valide
- ⇒ La demi-vie (période de temps au bout duquel la moitié de l'écart à l'équilibre est résorbé) est le temps t correspondant à $\rho^t = 1/2$

- Remarque : il n'est pas nécessaire que les élasticités de court-terme et de long-terme soient identiques

2/ Construction de signaux

> Estimation en 2 étapes (Engle et Granger)

- **Etape 1 : Estimation de la relation de long-terme**
- **Propriété : si la relation de cointégration $Y_t = a + b'X_t + \varepsilon_t$ existe :**
 - ⇒ les estimateurs MCO de a et b convergent
 - ⇒ les estimateurs de leurs variances convergent
 - ⇒ Attention, le test de Student ne s'applique plus
- **On estime donc la relation de cointégration et on vérifie que les résidus sont bien stationnaires (test de Dickey-Fuller, etc.)**
- **Attention, les estimateurs sont biaisés :**
 - ⇒ Avantage : ils convergent plus vite que dans le cas stationnaires
 - ⇒ Inconvénient : il faut être très prudent si l'on traite de petits échantillons

2/ Construction de signaux

> Estimation en 2 étapes (Engle et Granger)

■ Etape 2 : Estimation de la relation de court-terme

■ On estime par MCO, l'équation

$$\Delta Y_t = k + \sum_{i=0}^p a'_i \Delta X_{t-i} + \sum_{i=1}^q b_i \Delta Y_{t-i} + (\rho - 1) (Y_{t-1} - \hat{a} - \hat{b}' X_{t-1}) + \sum_{i=1}^m c'_i Z_{t-i} + \varepsilon_t$$

■ Il n'y a plus de problèmes d'estimation

- ⇒ toutes les variables sont maintenant stationnaires
- ⇒ La dépendance aux paramètres est linéaire

■ On montre que les estimateurs sont asymptotiquement équivalents aux estimateurs EMV en supposant connu les coefficients de la relation de long-terme

■ Il est également possible d'estimer directement l'équation de court-terme par MCNL

■ Remarque : il n'est pas nécessaire que les élasticités de court-terme et de long-terme soient identiques

2/ Construction de signaux

> Exemples d'arbitrage

■ Dans tous les cas, la relation d'arbitrage entre les deux actifs doivent pouvoir être justifiée

■ Arbitrage inter-classes :

⇒ FED Model

- Relation entre le P/E et le niveau des taux longs
- Permet d'arbitrer entre la poche obligataire et la poche actions
- On peut améliorer ce modèle
 - On peut ajouter l'inflation et les perspectives de croissance économique
 - Les développements ultérieurs du Fed Model ont notamment été réalisés par Campbell et Shiller

■ Arbitrage intra-classe :

⇒ Actions :

- BMW vs. Daimler : attention de vérifier qu'il n'existe pas de risque spécifique

⇒ Matière première :

- Or vs. platine ou argent
- Brent vs. WTI

Références de la partie II

> Modèles à correction d'erreur

- Campbell, John Y. and Robert J. Shiller, (1988a), Stock prices, earnings and expected dividends, *Journal of Finance*, { 43}, pp.661-676.
- Campbell, John Y. and Robert J. Shiller, (1988b), The dividend-price ratio and expectations of future dividends and discount factors, *Review of Financial Studies*, { 1}(3), pp.195-228.
- Engle, R.F. and Granger, C.W.J. (1987), Co-integration and Error Correction : Representation, Estimation and Testing, *Econometrica* 55, 251-76.
- Hamilton, James D. (1994). *Time Series Analysis*, Princeton University Press.
- Johansen, S. (1991), "Estimation and hypothesis testing of cointegration vectors in Gaussian vector autoregressive models," *Econometrica*, 59, pp. 1551-1580.
- Pesaran, H. (2006) "Market Efficiency Today", *Medium For Econometric Applications*, Vol. 14, Issue 2.
- Phillips, P. C. and Loretan, M. (1991), "Estimating Long-Run Economic Equilibria," *Review of Economic Studies*, Vol. 58, 407-36.

Références de la partie II

> Optimisation de portefeuille

- Black, F., R. Litterman (1990) Asset allocation : combining investors views with market equilibrium, Fixed Income Research, Goldman, Sachs & Company, October.
- Black, F., R. Litterman (1991) Global asset allocation with equities, bonds and currencies, Fixed Income Research, Goldman, Sachs & Company, October.
- Black, F., R. Litterman (1992) Global portfolio optimization, Financial Analysts Journal, September/October, 28-43.
- Boulier, J.-F., Hartpence, M.L. Fundamental-driven and Tactical Asset Allocation : what really matters ? Banque & Marchés n° 73 – novembre-décembre 2004
- He, G., R. Litterman. “The Intuition Behind Black-Litterman Model Portfolios”, Investment Management Research, Goldman, Sachs & Company, December 1999.

Annexe : Les indicateurs de performance des fonds

Indicateurs de performance ajustée du risque

> Présentation générale

- Un indicateur de performance ajusté du risque est un ratio destiné à mesurer le supplément de rendement d'un portefeuille par unité de risque
- Si le risque est mesuré par une quantité R , l'indicateur de performance ajusté du risque R d'un portefeuille P est de la forme :

$$Sharpe = \frac{Perf_P - Perf_{Référence}}{R}$$

- Ce ratio dépend donc de la référence et de la mesure choisie pour le risque :

- ⇒ Volatilité : Sharpe
- ⇒ Downside-Risk : Sortino
- ⇒ Maximum drawdown : Calmar
- ⇒ Tracking-error : Ratio d'information

- Un indicateur de performance dépend de l'unité de temps choisie (en général l'année).

1/ La volatilité comme mesure de risque

> Indicateur de performance ajustée : Ratio de Sharpe

■ La mesure de risque la plus utilisée est la volatilité.

■ Indicateur de performance ajustée de la volatilité :

$$Sharpe = \frac{Perf_P - Perf_{Eonia}}{\sigma_P}$$

■ Un ratio de Sharpe positif indique que la stratégie est opportune puisque le portefeuille bat le taux sans risque sur la période.

2/ Le downside risk comme mesure de risque

> Définition

- Si les performances sont asymétriques, il peut y avoir une volatilité plus forte à la hausse qu'à la baisse. Il n'y a alors pas de raisons de pénaliser par la volatilité.
- Le downside risk est un indicateur de risque qui tend à mesurer la «volatilité indésirable » c'est-à-dire la volatilité à la baisse :

$$\text{Downside Risk} = \text{volatilité}[\min(0, \text{rendements})]$$

- Plus le downside risk est élevé et plus il y a de stress en cas de baisse. On peut donc le voir comme un indicateur de résistance à la baisse.

2/ Le downside risk comme mesure de risque > Indicateur de performance ajustée : Ratio de Sortino

■ Indicateur de performance ajustée du downside risk :

$$Sortino = \frac{Perf_P - Perf_{Eonia}}{DR_{P,Eonia}}$$

- Un ratio de Sortino positif indique une performance supérieure au taux sans risque sur la période
- Plus le ratio de Sortino est élevé et plus la stratégie active est payante ou (et) peu volatile à la baisse donc peu soumise au stress.
- Objectif de gestion : maximiser le Sortino.

2/ Le downside risk comme mesure de risque > Illustration

- Les deux portefeuilles ont la même performance et la même volatilité sur la période tout en présentant des profils totalement différents. Le ratio de Sortino permet de choisir le portefeuille 2 qui a des performances plus régulières et est beaucoup moins volatile à la baisse que le portefeuille 1. En outre, il offre une meilleure performance à l'échéance pour n'importe quel point d'entrée.

Portefeuille 1 :

Perf. annuelle=3,7%

Volatilité=10,6%

DR=6,1%

Sortino annualisé=0,61

Portefeuille 2 :

Perf. annuelle=3,7%

Vol=10,6%

DR=3,8%

Sortino annualisé=0,96

3/ Le maximum drawdown comme mesure de risque

> Définition

- Toujours dans le cas de performances asymétriques, on peut mesurer la perte maximum que peut essuyer un investisseur sur la période en entrant et en sortant aux plus mauvais moments.
- Maximum drawdown = perte exprimée en pourcentage dans le cas le plus défavorable d'investissement
- Plus le maximum drawdown est élevé et plus la performance de l'investisseur est conditionnelle à ses dates d'entrée et de sortie.

3/ Le maximum drawdown comme mesure de risque > Indicateur de performance ajustée : Ratio de Calmar

■ Indicateur de performance ajustée du maximum drawdown :

$$Calmar = \frac{Perf_P - Perf_{Eonia}}{MD_P}$$

■ Un ratio de Calmar positif indique une performance positive par rapport au monétaire

■ Ratio moins classique que les précédents mais de plus en plus utilisé, notamment dans les cas de fonds alternatifs ou utilisant des produits dérivés puisque ces stratégies présentent souvent des profils de rendements asymétriques

■ Un ratio de Calmar élevé peut également indiquer que le fonds présente un profil de rendement régulier.

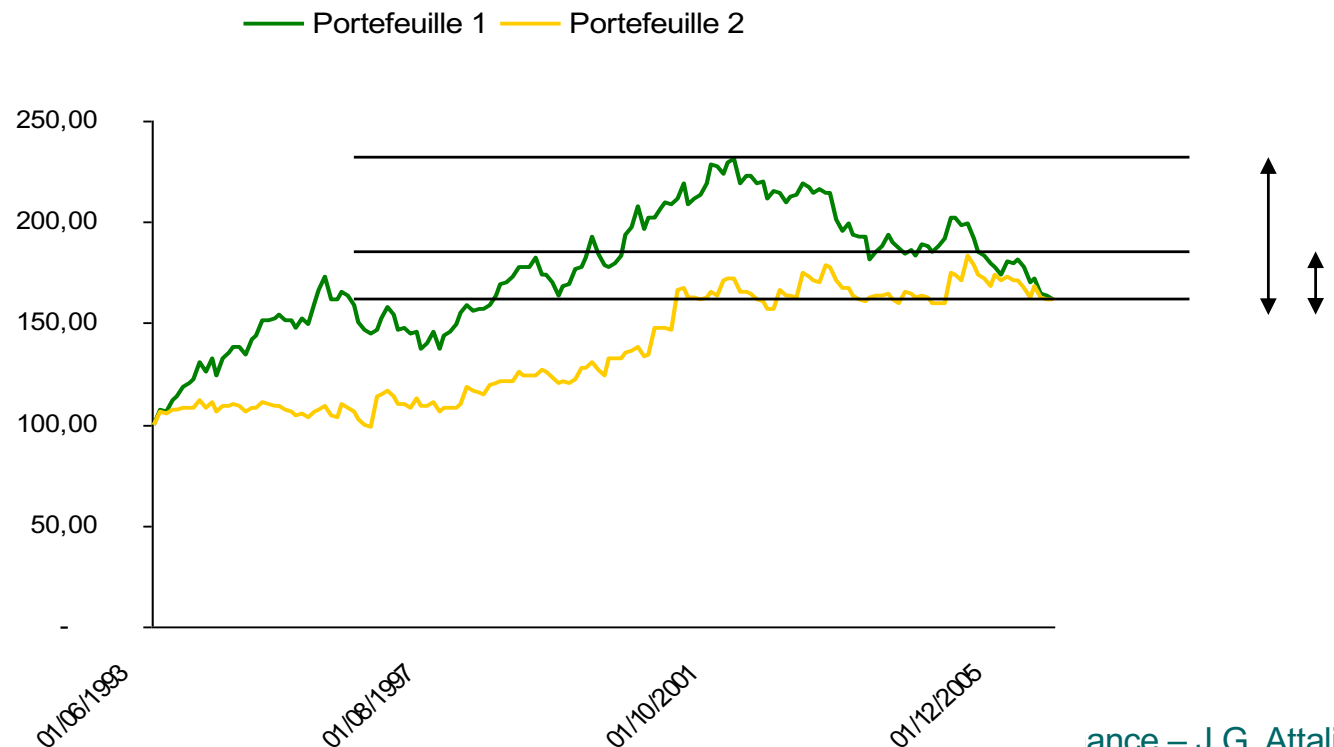
■ Objectif de gestion : maximiser le Calmar.

3/ Le maximum drawdown comme mesure de risque > Illustration

- Le portefeuille 2 a un maximum drawdown très inférieur au portefeuille 1.
- Le ratio de calmar permet de choisir le portefeuille 2 qui comporte moins de risque d'avoir de mauvaises surprises en entrant et en sortant à des dates quelconques de la période grâce à la plus grande régularité de ses performances.

Portefeuille 1 :
Perf. annuelle=3,7%
Volatilité=10,6%
MD=30%
Calmar annualisé=0,28

Portefeuille 2 :
Perf. annuelle=3,7%
Vol=10,6%
MD=13%
Calmar annualisé=0,13



4/ La tracking-error comme mesure de risque

> Définition

- La tracking-error est une généralisation de la notion de la volatilité, c'est la volatilité relative du portefeuille par rapport au benchmark

Tracking-Error = « volatilité sur le tilt » = vol des rendements de P-Benchmark

- Dans une logique de gestion benchmarkée où l'objectif est de battre le benchmark, la mesure de risque doit être relative au benchmark.
- Il est possible que les volatilités du fonds et du benchmark augmentent fortement sans que cela se reflète dans la tracking-error.

4/ La tracking-error comme mesure de risque

> Indicateur de performance ajustée : le ratio d'information

■ Indicateur de performance ajustée de la Tracking-error : ratio d'information

$$RI = \frac{Perf_P - Perf_{Bench}}{TE_{P,Bench}}$$

■ Le ratio d'information est positif dès que la stratégie active est payante par rapport au benchmark.

■ Le ratio de Sharpe devient un ratio d'information où le benchmark est le monétaire, c'est donc un ratio d'information pour les monétaires dynamiques et les fonds alternatifs.

■ Plus le ratio d'information est élevé et plus la stratégie est payante par rapport au benchmark mais il ne faut comparer que les stratégies benchmarkées par rapport au même indice

■ Objectif de gestion : maximiser le Ratio d'Information.

4/ La tracking-error comme mesure de risque

> Illustration

- Le portefeuille bat l'eurostoxx de 1% par an en moyenne pour une volatilité légèrement supérieure.
- Le ratio d'information positif indique une sur-performance sur l'ensemble de la période par rapport à l'eurostoxx mais ne permet pas de savoir si la performance absolue a été positive ou négative.

— Eurostoxx — Portefeuille

Eurostoxx :

Perf. annuelle=9,5%

Volatilité=19,3%

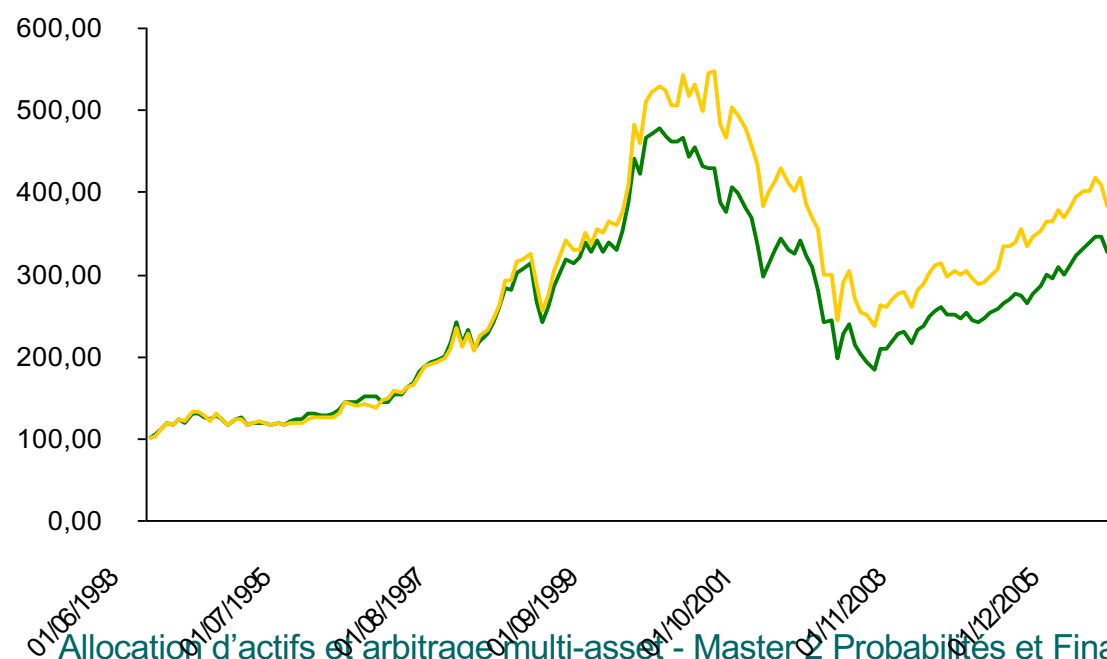
Portefeuille :

Perf. annuelle=10,5%

Vol=20,2%

Tracking-error=7,15%

Ratio d'information=0,14



5/ Les indicateurs de performance absolue > Alpha

- L'alpha mesure la surperformance d'un fonds par rapport à son Benchmark...
- ...mais en tenant compte de l'exposition au benchmark :

$$\alpha = \text{Perf}_P - \beta P \cdot \text{Perf}_{\text{Bench}}$$

- En présence d'un actif sans risque, α n'est pas forcément un bon indicateur de performance de la gestion. α d'un portefeuille investi à $\beta < 1$ dans le bench et $1 - \beta$ dans le monétaire :

$$\alpha = (1 - \beta) \cdot \text{Perf}_{\text{Eonia}} > 0$$

5/ Les indicateurs de performance absolue > Alpha de Jensen

- Pour un niveau de risque donné β , le portefeuille de variance minimale est $\beta \cdot \text{Bench} + (1-\beta) \cdot \text{Eonia}$. ($\beta > 1$ signifie que l'on emprunte au taux monétaire).
- Un portefeuille P géré activement en actif risqué et en monétaire présente ex-post un excédent de rentabilité par rapport au benchmark si :

$$\text{Perf}_P - \text{Perf}[\beta \cdot \text{Bench} + (1-\beta) \cdot \text{Eonia}] > 0$$

- Alpha de Jensen : Indicateur de surperformance de la gestion active sur le bench :

$$\alpha_{\text{Jensen}} = \alpha - (1-\beta) \cdot \text{Perf}_{\text{Eonia}} = (\text{Perf}_P - \text{Perf}_{\text{EONIA}}) - \beta P \cdot (\text{Perf}_{\text{Bench}} - \text{Perf}_{\text{Eonia}})$$

- L'alpha de Jensen permet de comparer un portefeuille par rapport au benchmark. Il y a un apport de la gestion active dès que l'alpha de Jensen du portefeuille est positif.

6/ Interprétation statistique d'un ratio d'information

- Imaginons qu'un gérant a un ratio d'information 1 an sur l'année écoulée égal à $RI(1)$. Si, dans le futur, les performances du fonds par rapport au benchmark sont régulières, que le ratio d'information 1 an reste toujours $RI(1)$ et que la volatilité annuelle 1 an du tilt reste constante, le RI calculé sur T années est :

$$RI(T) = \frac{Perf_P(T) - Perf_{Bench}(T)}{TE_{P,Bench}(T)} = \frac{T(Perf_P(1) - Perf_{Bench}(1))}{\sqrt{T}.TE_{P,Bench}(1)} = \sqrt{T}.RI(1)$$

- Statistiquement, un tel ratio est significativement positif s'il est supérieur à 1.64. L'apport de la gestion est donc statistiquement significative :

- ⇒ Au bout de 10 ans et 10 mois si $RI(1)=0,5$.
- ⇒ Au bout de 2 ans et 9 mois si $RI(1)=1$.
- ⇒ Après plus de 43 ans si $RI(1)=0,25$!

- Si le $RI(1)$ est supérieur à 1,64 c'est que la gestion active a été significative sur l'année écoulée.

Allocation d'actifs et arbitrage multi-asset

Jean-Gabriel Attali
Cross-Asset Strategist