

Jussi Hirvonen

Versio 1.0, tulostettu 2020-11-26

Sisällys

4 SISÄLLYS

Alkutoimia

testaukseen 7.11.2020 virheilmoituksia varten arvo TRUE
options(tinytex.verbose = TRUE)

Tämä luku poistetaan kun tutkielma on valmis

Raportti yhtenä html-tiedostona (https://hirjus.github.io/capaper/JH_capaper.html), ja kaikki toimii. Tässä liitteet, lähdeviitteet ja koodilistaus.

PDF-tulostus oikuttelee ja kaatuu, mutta pdf-syntyy. MikTeX vaihdettu TinyTeX-engineen ja pdflatex -> xelatex (15.11.20). PDF-tulostus kaatuu **luultavasti** koodilistaukseen. Pandoc ei osaa rivittää koodia oikein tms. Koodilistauksen poistaminen ei auta, syystä tai toisesta.

Suunnitelma: PDF html-raportista -> pdfExchange-ohjelmalla sivunumerot ja kansilehdet

22.11.2020 luonnos kansilehdeksi, sisällysluetteloksi ja tiivistelmän aihio

 $(https://hirjus.github.io/capaper/GraduKansilehti1.pdf) \qquad (https://hirjus.github.io/capaper/wordTOC.pdf) \\ (https://hirjus.github.io/capaper/GtiivisTesti1.pdf)$

Tiivistelmästä löytyy uudempi pohja, jota käytetään.

RefWorksistä tuotu jhca2020.bib-tiedosto tarkistettu ja korjailtu virheet. Ei enään ladata uutta (21.11.2020), packages.bib (r-pakettien viitekanta) tarkistettu ja korjattu erikoismerkit. Ei päivitetä enään (24.11.20)

Data-analyysi: (https://hirjus.github.io/Galku).

6 SISÄLLYS

Luku 1

Johdanto

Korrespondenssianalyysi on deskriptiivinen data-analyysin menetelmä, joka soveltuu erityisesti luokitteluasteikon muuttujien yhteyksien analyysiin. Yksinkertainen esimerkki on kahden luokittelumuuttuja taulukko. Yksinkertainen korrespondenssianalyysi esittää taulukon rivien ja sarakkeiden riippuvuuden graafisesti, kaksiulotteisena karttana. Kahden muuttujan analyysin perusideat soveltuvat myös useamman muuttujan yhteyksien kuvaamiseen.

Taulukoita on kaikkialla, mutta niiden graafinen analyysi ei ole kovin yleistä.

1.1 Tutkielman tavoite ja toteutus

Tämän tutkielman tavoite on esittää korrespondenssianalyysin periaatteet data-analyysin sovellusten avulla. Tutustuin aiheeseen Michael Greenacren luennoilla Helsingissä keväällä 2017. Aivan huomaamatta tein harjoitustehtävinä karttoja, joita en oikein ymmärtänyt.

Pyrin esittelemään menetelmän niin, että data-analyysistä kiinnostunut lukija oivaltaa karttojen tulkinnan perusperiaatteet. Tilastotieteessä on aina ollut osana käytännöllinen, soveltajille suunnattu menetelmien esittely. En kirjoita kuitenkaan oppikirjaa, vaan tutkielman, jossa esittelen aineiston analyysin avulla menetelmää. Analyysien r-koodi on vapaasti saatavilla verkossa, kuten tämän tutkielman käsikirjoitus.

En etsi datasta vastauksia joihinkin substanssikysymyksiin vaan havainnollistan menetelmän mahdollisuuksia datan analyysissä. Tavoitteena on myös oman ymmärryksen lisääminen.

Tutkielman toteutus on rakennettu kolmelle perusajatukselle.

Yksinkertainen kahden luokittelumuuttujan korrespondenssianalyysi antaa graafisen analyysin "...perussäännöt tulkinnalle. Kaikki muut korrespondenssianalyysin muodot ovat saman algoritmin soveltamista toisen tyyppisiin datamatriiseihin, ja tulkintaa sovelletaan vastaavasti (with the consequent adaptation of the interpretation)" (?s. 437).

Tutkielma laajin osa on yksinkertaisen korrespondenssianalyysin tulosten ja peruskäsitteiden esittelyä.

Toiseksi käytän laajaa ja laadukasta kansainvälisen haastattelututkimuksen aineistoa. Korrespondenssianalyysi sopii survey-aineistojen analyysiin mainiosti, ja samaa dataa on käytetty alan oppikirjoissa ja artikkeleissa esimerkkiaineistona. Laaja ja mutkikas aineisto antaa oikean kuvan data-analyysistä ja samalla ohjaa analyysin kulkua. Data yllättää aina. Menetelmän on taivuttava tarvittaessa uusiin suuntiin. Tutkielman data-analyysissä jouduin moneen kertaan miettimään mihin suuntaan kannattaisi edetä. Datan analyysi tuo esiin jotain sen ominaisuuksia, vaikka mitään sisällöllistä tutkimusongelmaa ei ole määritelty.

Kolmanneksi keskityn graafiseen analyysiin, kuvien tulkintaan. Korrespondenssianalyysin idea on esittää mutkikkaat riippuvuudet ja yhteydet kuvana. Samalla tavoite on tiivistää moniulotteisen datan informaatiosta mahdollisimman paljon kaksiulotteiselle kartalle. Informaatiota menetetään, ja tulkinnan varmistaminen numeerisista tuloksista estää virhepäätelmät. Kartan lukeminen ei ole aivan helppoa, mutta perussäännöt ovat

8 LUKU 1. JOHDANTO

melko selkeät. Graafinen data-analyysi on tasapainoilua datan analyysin ja tulosten esittämisen välillä. Tässä painottuu data-analyysi, ei vaativa viimeisteltyjen graafisten esitysten suunnittelu ja toteutus. Graafinen data-analyysi ei aina ole helppoa ja nopeaa.

1.2 Korrespondenssianalyysin historiaa

Korrespondenssianalyysi on 80-luvun alusta vähitellen vakiinnuttanut asemansa yhtenä ei-parametrisen kuvailevan data-analyysin menetelmänä. Kansainvälinen tutkijaverkosto CARME (Correspondence analysis and related methods network) järjesti ensimmäisen konferenssin 1991 (http://www.carme-n.org).

Korrespondenssianalyysi esitellään oppikirjoissa muiden menetelmien rinnalla. MG (ecological data)(?), kaksoisikuvat ja compositional data (?). Suomessa korrespondenssianalyysi esitellään kahdessa oppikirjassa (?,?).

Korrespondenssianalyysi ja koulukunta syntyi ja vakiintui Ranskassa Jean - Paul Benzecrin (1932-2019) ympärille 60-luvulla. 70-luku oli "loistavan eristyksen" aikaa, "Analyse des Donnees" -liikkeen kultainen kausi Ranskassa mutta ei muualla. Vasta 80-luvulla menetelmä ylitti kielimuurin, ehkä osittain menetelmää soveltaneen sosiologi Pierre Bourdieun kansainvälisesti tunnettujen tutkimusten ansiosta. Benzecrin oppilaista Greenacre on oppikirjoillaan vaikuttanut paljon menetelmän vakiinnuttamiseen osaksi tilastotieteen perustekniikoita. Hänen oppikirjojensa nimet eivät turhaa pääty "...in practice".

Toisena muurina on pidetty ranskalaisen koulukunnan tiukkaa "bourbakilaista" matemaattista esitystapaa.@RefWorks:doc:5a857a43e4b0ed2d44664d75 esittelee tämän lähestymistavan englanniksi. Lyhyt historiallinen katsaus ja menetelmä soveltamisen perusajatusten esittely valaisevat ranskaa taitamattomalle data-analyysin koulukunnan ideoita. Kirjassa esitellään myös hyvin perusteellisesti muutama empiirinen tutkimus.

Tarina on kiinnostava ja tärkeäkin osa tieteenhistoriaa, mutta eristys on päättynyt.

1.3 Tutkielman rakenne

Datan kuvailun jälkeen CA:n peruskäsitteet esitellään yksikertaisen esimerkin avulla luvussa 3.

Luvuissa 4 - 5 analyysiin lisätään täydentäviä pisteitä tulkinnan tueksi ja muodostetaan luokittelumuuttujien yhteisvaikutusmuuttujia (ikä ja sukupuoli).

Kolmen muuttujan yhteisvaikutusmuuttujan (maa, sukupuoli ja ikäluokka) analyysi tehdään osajoukon korrespondenssianalyysillä luvussa 6.

Luvussa 7 esitellään lyhyesti kaksi tapaa tutkia useamman muuttujan yhteyksiä. Taulukoita yhdistämällä voidaan analysoida kahden muuttujaryhmän välisiä yhteyksiä. Monimuuttujakorrespondenssianalyysia sovelletaan isoon aineistoon ja tällaisten aineistojen yleiseen ongelmaan, puuttuviin tietoihin.

Luvussa 8 kerrotaan, mistä alettiin ja mitä tuloksia saatiin.

Tutkielmassa on kolme liitettä.

Liite 1 esittelee tiiviisti menetelmän teorian. Korrespondenssianalyysin numeerisia tuloksia havainnollistetaan kuvalla, ja monimuuttujakorrespondenssianalyysin (MCA) käsitteitä esitellään hieman enemmän. MCA:n teoriaa ei laajemmin esitellä, mutta tulkinnan ongelmia esitellään lyhyesti.

Tutkielma on tehty R-tilastohjelmalla, ja korrespondenssianalyyseissä on käytetty ca-pakettia (?).

Tutkielman koodi on julkaistu Github-palvelussa (https://github.com/hirjus/capaper), samoin tutkielman käsikirjoitus (https://hirjus.github.io/capaper/) ja alustava data-analyysi.

Tekninen ympäristö on kuvattu tarkemmin liitteessä 2., myös sen ongelmat.

Liitteessä 3 on listattu tutkielman R-koodi.

1.4 Tärkeimmät lähteet

Tutkielman tärkein lähde on (?) (jatkossa CAiP), ja muitakin saman tekijän artikkeleita on käytetty paljon. Kevään 2017 kurssimateriaali(?) ja laskuharjoitusten koodi on ollut hyödyllinen pikaopas peruskäsitteisiin ja r-toteutuksen ratkaisuihin.

? toimittama Carme-verkoston kolmas artikkelikokoelma on ajantasainen perusteos. Perusteelliset artikkelit kattavat myös korrespondenssianalyysin tärkeimmät aiheet.

Data on ensin luettava ohjelman ymmärtämään muotoon, ja erilaiset muunnokset kannattaa tehdä heti kun data luetaan. ? kertovat, miten luokittelumuuttujia pitää R-koodissa käsitellä.

10 LUKU 1. JOHDANTO

Luku 2

Data

Käytän tutkielmassa International Social Survey - projektin (ISSP) vuoden 2012 kyselytutkimusta "Perhe , työ ja sukupuoliroolit" (International Social Survey Programme: Family and Changing Gender Roles IV). Tutkimuksen aikasempien toteutusten dataa on käytetty tutkielman tärkeimmissä lähteteissä esimerkkidatana.

Länsi-Saksan ja USA:n tutkimuslaitosten yhteistyö vakiintui ISSP-organisaatioksi 1984 (http://www.issp.org). Vuonna 2015 neljän perustajajäsenen joukko oli kasvanut 49 maahan. Vertailevan tutkimuksen aineistoja on kerätty monista teemoista, perhearvoista ja naisten työmarkkina-asemasta neljä kertaa (1988, 1994,2002,2012). USA:n edustajana mukana ollut Tom W. Smith näkee aineistojen arvon juuri kansainvälisessä vertailevassa tutkimuksessa. Järjestön julkaisuluettelossa oli 2012 yli 5200 julkaisua. Viime vuosina luetteloon on lisätty noin 400 julkaisua vuodessa (?).

Data ja dokumetaatio on vapaasti saatavilla saksalaisen GESIS-tutkimuslaitoksen ylläpitämästä data-arkistosta (https://www.gesis.org/en/issp/home). Suomessa tutkimuksen data ja dokumentaatio löytyvät [Tampereen yliopiston Aila-tietoarkistosta] (https://services.fsd.uta.fi/catalogue/FSD2820?tab=summary&study_language=fi).

GESIS-instituutin "datakatalogista" (https://zacat.gesis.org) löytää kätevästi kaiken dokumentaation(?), mutta edes saksalaiset eivät voi estää www-sivustojen innokaita uudistajia. Monet linkit lähdeluettelossa vievät GESIS-arkistosivulle, josta löytyy pitkä lista pdf-dokumentteja (?).

Taulukkoon 2.1 on koottu neljän tärkeimmän dokumentin tiedostonimet ja lyhyt kuvaus.

Tätä kirjoittaessa (10.11.2020) ISSP 2012 - aineisto löytyy osoitteesta [https://zacat.gesis.org/webview/index.jsp?object=http://zacat.gesis.org/obj/fStudy/ZA5900].

Koodikirjan ("Variable report") (?) selostaa tarkasti tietosisällön. Tutkimuksen seurantaraportti ("Study Monitoring Report") (?) kertoo miten tutkimus käytännössä toteutettiin. Kyselylomake (?) ja suomenkielinen versio (?) ja myös kaikki muut kieliversiot voivat olla hyödyllisiä. Tiedonkeruun tarkoitus ja kyselyn suunnitelun ideat kerrotaan omassa raportissa (?).

Taulukko 2.1: ISSP 2012: tärkeimmät dokumentit

dokumentti	sisältö	tiedosto
Variable Report	Perusdokumentti, muuttujien kuvaukset ja taulukot	$ZA5900_cdb.pdf$
Study Monitoring Report	tiedokeruun toteutus eri maissa	$ZA5900_mr.pdf$
Basic Questionnaire	Maittain sovellettava kyselylomake	$ZA5900_bq.pdf$
Contents of ISSP 2012 module	substanssikysymykset taulukkona	ZA5900_overview.pdf
Questionnaire Development	kyselylomakkeen laatiminen	$ssoar-2014-scholz_et_al-ISSP_2012$

12 LUKU 2. DATA

muuttuja	kysymyksen tunnus, lyhennetty kysymys
	Q1a Working mother can have warm relation with child
V6	Q1b Pre-school child suffers through working mother
V7	Q1c Family life suffers through working mother
V8	Q1d Women's preference: home and children
V9	Q1e Being housewife is satisfying
V10	Q2a Both should contribute to household income
V11	Q2b Men's job is earn money, women's job household
V12	Q3a Should women work: Child under school age
V13	Q3b Should women work: Youngest kid at school
SEX	Respondents age
AGE	Respondents gender
DEGREE	Highest completed degree of education: Categories for international comparison
MAINSTAT	Main status: work, unemployed, in education
TOPBOT	Top-Bottom self-placement (10 pt scale)

How many children in household: children between [school age] and 17 years of age

Taulukko 2.2: ISSP2012:Työelämä ja perhearvot - kysymykset

2.1 Aineiston rajaaminen maat ja muuttujat

Place of living: urban - rural

HHCHILDR MARITAL

URBRURAL

Olen valinnut laajasta aineistosta 25 maata ja joukon muuttujia. Maat on valittu niin, että ne ovat suhteellisen samankaltaisia ja valitut muuttujat ovat niissä samanlaisia. Kysymyksissä on jonkin verran pieniä eroja, mutta joissain tapauksissa ero on merkittävä. Esimerkiksi Espanja on jostain syystä jättänyt tässä käytetyistä muuttujista ns. neutraalin ("en samaa enkä eri mieltä") vastausvaihtoehdon pois, joten Espanja jää pois.

Legal partnership status: married, civil partership...

Substanssimuuttujat ovat yksi "kysymyspatteri", jolla luodataan asenteita naisten roolista työmarkkinoilla. Aiheen pysyvää ajankohtaisuutta kuvaa hyvin The Economist - lehden artikkeli Saksojen jälleenyhdistymisen 30-vuotispäivänä (3.10.2020, "A report...reveals the interplay between policy and attitudes that influences the decision to work."). Artikkeli on maksumuurin takana mutta tutkimus on vapaasti luettavissa (DIW Weekly Report 38 / 2020, S. 403-410)

Taulukon 2.2 kysymysten lyhyet versiot ovat datassa mukana. Sarakkeessa "muuttuja" on alkuperäisen aineiston muuttujanimi, kysymyksen tunnus on valittuun dataan luotu muuttujanimi.

Kyselylomakkeilla kysymykset olivat hieman pidempiä. Kuva 2.1 on osa suomenkielistä lomaketta.

Valituista taustamuuttujista monet on kerätty haastattelulla. Tiedonkeruu, otantamenetelmät ja yksikkövastauskadon (unit non-response, otokseen valitulta ei saada mitään tietoja) huomioiminen on tehty joka maassa omalla tavallaan. Aineistoissa on mukana painot joilla tulokset voidaan korottaa perusjoukon tasolle, mutta kansainvälisiä vertailupainoja ei syystä tai toisesta ole. Taustamuuttujat kuten koulutustaso on harmonisoitu vertailukelpoisiksi.

Tutkimuksen kohdeperusjoukko on 18-vuotiaat tai sitä vanhemmat, poikkeuksina Suomi (15 - 74 vuotiaat), Islanti, Japani, Etelä-Afrikka ja Venezuela.

Jos ohitetaan pienet erot kysymyksissä ja vastausvaihtoehdoissa jäljelle jää erävastauskato, kyselytutkimusten ominaisuus. Jostain syystä joihinkin kysymyksiin ei vastata. Esimerkiksi Ranskassa yli 20 prosenttia kieltäytyi vastaamasta lasten (HHCHILDR) lukumäärää kysyttäessä, ja aika moni myös muissa perherakenteeseen liittyvissä kysymyksissä. Tässä tutkielmassa monimuuttujakorrespondenssianalyysiä käytetään tämän ongelman tai datan ominaisuuden analyysiin.

Poistin aineistosta havainnot, joissa tieto iästä tai sukupuolesta puuttuu (32969-32823 = 146 havaintoa).

	Seuraavaksi perheeseen, työhör	ı ja kotit	töihin liit	tyviä kysyn	nyksiä.		
23.	Mitä mieltä olet seuraavista väittämistä? Rengasta jokaiselt iviltä vain yksi vaihtoehto						
		Täysin samaa mieltä	Samaa mieltä	En samaa enkä eri mieltä	Eri mieltä	Täysin eri mieltä	En osaa sanoa
a)	Työssäkäyvä äiti pystyy luomaan lapsiinsa aivan yhtä lämpimän ja turvallisen suhteen kuin äiti, joka ei käy työssä	1	2	3	4	5	8
b)	Alle kouluikäinen lapsi todennäköisesti kärsii, jos hänen äitinsä käy työssä	1	2	3	4	5	8
c)	Kaiken kaikkiaan perhe-elämä kärsii, kun naisella on kokopäivätyö	1	2	3	4	5	8
d)	On hyvä käydä töissä mutta tosiasiassa useimmat naiset haluavat ensisijaisesti kodin ja lapsia	1	2	3	4	5	8
	Kotirouvana oleminen on aivan yhtä						
e) 	antoisaa kuin ansiotyön tekeminen	1	2	3	4	5	8
e) 24.		Täysin samaa mieltä	2 Samaa mieltä	3 En samaa enkä eri mieltä	4 Eri mieltä	5 Täysin eri mieltä	En os
. <u></u>	antoisaa kuin ansiotyön tekeminen Mitä mieltä olet seuraavista väittämistä?	Täysin samaa	Samaa	En samaa enkä eri	Eri	Täysin eri	En os
24.	antoisaa kuin ansiotyön tekeminen	Täysin samaa mieltä	Samaa mieltä	En samaa enkä eri mieltä	Eri mieltä	Täysin eri mieltä	En osa
24. a) b)	antoisaa kuin ansiotyön tekeminen	Täysin samaa mieltä 1	Samaa miettä 2 2	En samaa enkä eri mieltä 3	Eri mieltä 4 4	Täysin eri mieitä	En osa sanoa
24. a) b)	antoisaa kuin ansiotyön tekeminen	Täysin samaa mieltä 1 1 i työssä	Samaa miettä 2 2	En samaa enkä eri mieltä 3	Eri mieltā 4 4 7 5558?	Täysin eri mieltä 5 5	En osa sanoa
24. a) b)	antoisaa kuin ansiotyön tekeminen	Täysin samaa mieltä 1 1 i työssä käyde päivä	Samaa mieltä 2 2 Seuraavi ä koko-	En samaa enkä eri mieltä 3 3 ssa tilanteis	Eri mieltā 4 4 7 5558?	Täysin eri miettä 5 5 5 syä En	En osa sanoa 8 8

Kuva 2.1: Suomenkielinen lomake

Aineiston luokittelu- ja järjestysasteikon muuttujat muunnetaan R-ohjelmiston factor-tietotyypiksi. Teen muunnokset useammassa vaiheessa heti kun data on luettu SPSS-tiedosta. Käsittelyssä koitan noudattaa helposti toistettavan tutkimuksen periaatteita (?). koodi ei saisi olla kovin virhealtista ("haurasta") ja tarkistuksia tehdään paljon. Data-analyysin ja ehkä erityisesti korrespondenssianalyysin idea on kuitenkin operoida matriiseilla, lisätä ja poistaa rivejä ja sarakkeita ja rakennella mutkikkaampia matriiseja yksinkertaisemmista. Analyysivaiheessa koodi muuttuu hauraammaksi.

Aineisto ja korrespondenssianalyysi

Michael Greenacre on käyttänyt aineistoa eri vuosilta luentomateriaaleissa kuten Helsingissä 2017(?) ja ainakin kahdessa oppikirjassaan((?), (?)). ISSP - aineisto vuodelta 1989 on käytetty myös neljän "singuaariarvohajoitelmaan perustuvan menetelmän" vertailuun(?). Blasius ja Thiessen ((?)) arvioivat aineiston laatua ja ja maiden vertailtavuutta vuoden 1994 aineistolla.

Sukupuoliroolien (gender roles) ja niihin liittyvien asenteiden vertailevaa kansainvälistä (cross-cultural) tutkimusta on tehty paljon. Tutkimusongelman sisällöllisten ja teoreettisen kysymysten nykytilaa kuvaa tuore artikkeli (?).

? tutkivat ensin 18 OECD-maan perhepolitiikan muutoksia kolmen viime vuosikymmenen ajalta. Näkökulma on työllisyyspolitiikka ja menetelmänä monimuuttuja-korrespondenssianalyysi (MCA). Havaituille kehityssuunnille etsitään toisessa vaiheessa selityksiä. Aineistona on viisi kansainväliseen vertailuun soveltuvaa aineistoa, yhtenä niistä ISSP:n data kolmelta kierrokselta (1988,1994,2002).

LUKU 2. DATA

Luku 3

Yksinkertainen korrespondenssianalyysi

Korrespondenssianalyysin peruskäsitteet ja muuttujien yhteyden graafisen analyysin periaatteet voi esittää kahden luokitelumuuttujan ristiintaulukoinnin eli kontigenssitaulun analyysin avulla. Kyse ei ole pelkästään helposta esimerkistä, vaan peruskäsitteet ja geometrisiin perusteisiin nojaava graafinen analyysi ovat oleellisilta osin samat myös monimutkaisemmissa menetelmän sovelluksissa. (?).

Greenacren oppikirjat ovat hyvä esimerkki perusteellisesta yksinkertaisen taulukon analyysin esitystavasta. ? esittelvät menetelmän ranskalaisen perinteen mukaisesti korostaen matemaattista teoriaperustaa, mutta myös siinä menetelmä peruskäsitteet ja tulkinnat esitellään yksinkertaisella esimerkillä. ? käyttää samaa Fisherin Cairness-aineistoa korrespondenssianalyysin esittelyyn

Esitän tässä jaksossa korrespondenssianalyysin peruskäsitteet intuitiivisesti, matemaattiset yksityiskohdat löytyvät liittestä 1. Esitystavan etu on taulukon pieni koko, johtopäätökset voi helposti tarkastaa datasta. Datan analyysin tärkein väline on kuva, yleensä kaksiulotteinen kartta. Tulkinta ja erityisesti väärien johtopäätösten välttäminen vaati kartan tulkinnan varmistamista ratkaisun numeerista tuloksista. Kun analysoitava taulukko, sen rivien ja sarakkeiden riippuvuuksia kuvaava kartta ja kartan perustana olevat numeeriset tulokset esitetään yhdessä on helpompi ymmärtää tulkinnan perussäännöt.

Greenacren oppikirjojen ja ? esitystavassa on pieni ero. Molemmille juuri graafinen analyysi on oleellista, mutta ranskalaiset tutkijat korostavat numeeristen tulosten ensisijaisuuta. Analyysi pitää aloittaa tutkimalla numeerisen ratkaisun ominaisuuksia. Greenacren mielestä numeerisia tuloksia tarvitaan johtopäätösten varmistamiseen, ensin katsotaan karttaa. Eroa ei kannata liioitella, molempia tarvitaan. Eksploratiivisessa data-analyysissä näkökulmaa muutetaan kun datan ominaisuudet tai omituisuudet havaitaan. Kun kartat ovat aina approksimaatiota, numeerisia tuloksia tarvitaan.

3.1 Äiti töissä - kärsiikö lapsi?

Aineisto on kuuden maan vastaukset kysymykseen Q1b: "Alle kouluikäinen lapsi todennäköisesti kärsii, jos hänen äitinsä käy työssä". Kysymys on voimakkaasti muotoiltu. Eräs lastensuojelun ammattilainen piti vastaamista mahdottomana; pitää tietää missä lapsi on , mitä hän tekee. Kysymykset on kuitenkin suunniteltu kokonaisuudeksi, ja niitä analysoidaan yhdessä luvussa 7. Yhden taulukon analyysi esittelee menetelmän, oikeassa tutkimuksessa pitää käyttää vähintään koko kysymyssarjaa.

Havainnot joissa tieto vastauksesta puuttuu on poistettu aineistosta. Taustamuuttujia ovat vastaajan sukupuoli ja ikä. Taulukoissa vastausvaihtoehtojen tunnuksina käytetään samoja symboleja kuin kuvissa (E = täysin eri mielä, e = eri mieltä? = ei samaa eikä eri mieltä, s = samaa mieltä, S = täysin samaa mieltä).

Frekvenssitaulukossa 3.1 on esitetty vastausten suhteellinen jakauma, lukumäärät on jaettu havaintojen lukumäärällä (8143). Korrespondenssianalyysissä kaikki on suhteellista, ja analyysi perustuu tähän taulukkoon.

	S	s	?	e	Е	Total
BE	2.35	5.54	5.38	6.78	4.68	24.72
$_{\mathrm{BG}}$	1.45	4.85	2.52	2.33	0.16	11.31
DE	2.03	4.61	2.43	6.61	5.38	21.05
DK	0.86	2.92	1.87	2.85	8.55	17.05
FI	0.58	2.31	1.83	5.19	3.72	13.63
HU	2.69	3.54	2.76	2.33	0.92	12.24
Total	9.95	23.76	16.79	26.10	23.41	100.00

Taulukko 3.1: Kysymyksen Q1b vastaukset maittain, suhteelliset frekvenssit

Taulukko 3.2: Kysymyksen Q1b vastaukset, riviprosentit

	S	S	?	e	Е	Total
BE	9.49	22.40	21.76	27.42	18.93	100.00
BG	12.81	42.89	22.26	20.63	1.41	100.00
DE	9.63	21.88	11.55	31.39	25.55	100.00
DK	5.04	17.15	10.95	16.71	50.14	100.00
FI	4.23	16.94	13.42	38.11	27.30	100.00
HU	21.97	28.89	22.57	19.06	7.52	100.00
All	9.95	23.76	16.79	26.10	23.41	100.00

Taulukon reunajakaumat kertovat jokaisen maan ja jokaisen vastausvaihtoehdon suhteellisen osuuden. Näitä suhteellisia osuuksia kutsustaan korrespondenssianalyysissä *rivi- ja sarakemassoiksi*.

Muuttujien luonne on usein erilainen. Tähän aineistoon sopii riviprosenttientaulukko, vertaillaan vastausten jakaumia maiden välillä. Taulukon sarakkeet ovat muuttujia ja rivit havaintoja. Rivit on saatu summaamalla (aggregoimalla) vastaukset maittain. Greenacre käyttää näistä yksittäisten vastausten (havaintojen) summariveistä termiä "sample".

Sarakeprosentit antavat toisen näkökulmaan samaan dataan.

Tavoitteena on korrespondenssianalyysin kartta, jossa rivi- ja sarakepisteet on esitetty samassa kuvassa. Sarakeprosenttien taulukossa on esitetty sarakkeiden suhteelliset jakaumat. Näitä suhteellisia rivejä ja sarakkeita kutsutaan korrespondenssianalyysissä rivi- ja sarakeprofiileiksi.

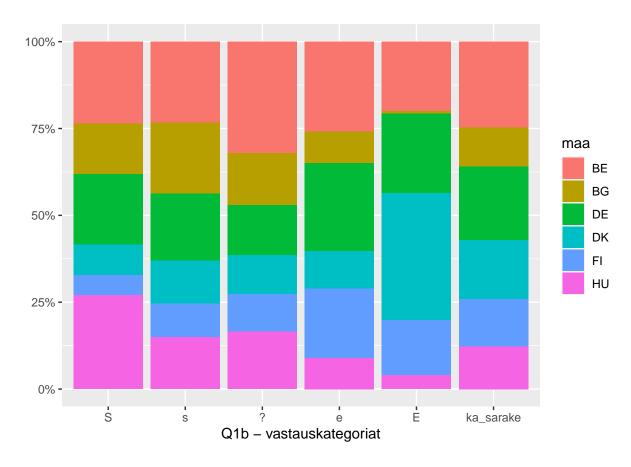
k Rivit on saatu alkuperäisestä aineistosta osajoukkojen summina. MG:n terminologialla "samples".

Korrespondenssianalyysin perusidea on analysoida rivien ja sarakkeiden yhteyttä (korrespondenssia) rivitai sarakeprofiilien hajonnan avulla. Hajontaa mitataan poikkeamilla keskiarvorivistä tai sarakkeesta, ja massat

Taulukko 3.3: Kysymyksen Q1b vastaukset, sarakeprosentit

	S	\mathbf{s}	?	e	E	All
BE	23.58	23.31	32.04	25.98	19.99	24.72
$_{\mathrm{BG}}$	14.57	20.41	15.00	8.94	0.68	11.31
DE	20.37	19.38	14.48	25.32	22.98	21.05
DK	8.64	12.30	11.12	10.92	36.52	17.05
FI	5.80	9.72	10.90	19.91	15.90	13.63
HU Total	27.04 100.00	14.88 100.00	16.46 100.00	8.94 100.00	3.93 100.00	12.24 100.00

otetaan huomioon, kun hajonnat lasketaan yhteen.



Kuva 3.1: Q1b:Sarakeprofiilit ja keskiarvoprofiili

Kuvasta 3.2 3.2 esimerkiksi näkee, että Tanska (DK) näyttäisi poikkeava keskiarvorivistä paljon, samoin Bulgaria. Bulgarian massa on kuitenkin aineiston pienin (11,31 %), Tanskan taas kohtalainen (17 %). Sarakeprofiilikuvassa 3.1 täysin eri mieltä - vastaus (E) on selvästi erilainen ja sen massa on suuri (23%). Kaikki luvut ovat suhteellisia, havaintojen lukumäärä ei vaikuta tulkintaan periaatteessa mitenkään.

Mikä on rivien ja sarakkeiden yhteys?

Kahden luokittelumuuttujan riippuvuutta voidaan testata χ^2 - testillä. Riippumattomuushypoteesin mukainen odotettu solufrekvenssi on taulukon 3.1 reunajakaumien alkioiden tulo.

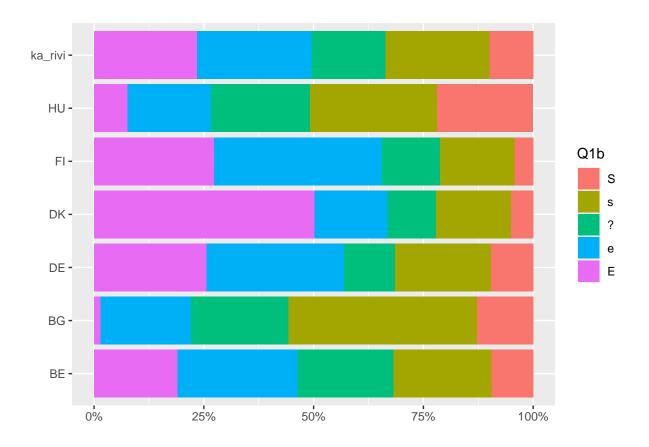
Testisuure saadaan laskemalla yhten jokaisen solun havaittujen ja odotetettujen frekvenssien erotukset muodossa

$$\chi^2 = \frac{(havaittu - odotettu)^2}{odotettu} \tag{3.1}$$

Tämä voidaan esittää korrespondenssianalyysin esittelyyn sopivammalla tavalla parilla muunnoksella, jolloin saamme riveittäin vastaavat termit rivisummalla painotettuna.

$$rivisumma \times \frac{(havaittu\ riviprofiili - odotettu\ riviprofiili)^2}{odotettu\ riviprofiili}$$
 (3.2)

Kun jaamme nämä tekijät havaintojen kokonaismäärällä n, rivisumma muuntuu rivin massaksi, ja niiden summa muotoon $\frac{\chi^2}{n}$.



Kuva 3.2: Q1b: riviprofiilit ja keskiarvorivi

$$\frac{\chi^2}{n} = \phi^2 \tag{3.3}$$

Jakajassa ei ole vapausastekorjausta (n-1), korrespondenssianalyysi on deskriptiivistä data-analyysiä.

Tunnusluku ϕ^2 on korrespondenssianalyysissä kokonaisinertia (total inertia). Se kuvaa, kuinka paljon varianssia taulukossa on ja on riippumaton havaintojen lukumäärästä. Tilastotieteessä tunnusluvulla on useita vaihtoehtoisia nimiä (esim. mean square contingency coefficient) ja sen neliöjuurta kutsutaan ϕ - kertoimeksi.

Korrespondenssianalyysin ratkaisussa käytetään suhteellisten frekvenssien taulukkoa.

Frekvenssitaulukossa (jossa kaikki taulukon luvut on jaettu havaintojen lukumäärällä N riviprofiilien 1 ja 3 (euklidinen) etäisyys on

$$\sqrt{(p_{11} - p_{31})^2 + (p_{12} - p_{32})^2 + (p_{13} - q_{33})^2 + (p_{14} - q_{34})^2 + (p_{15} - q_{35})^2}$$
(3.4)

Rivien χ^2 - etäisyys on painotettu euklidinen etäisyys, jossa painoina ovat riviprofiilin odotetut arvot. Ne ovat riippumattomuushypoteesin mukaisesti riviprofiilien keskiarvoprofiilin vastaavat alkioit r_i .

$$\sqrt{\frac{(p_{11} - p_{31})^2}{r_1} + \dots + \frac{(p_{15} - p_{35})^2}{r_5}}$$
 (3.5)

Inertia voidaa esittää rivien ja keskiarvorivin (sentroidin) χ^2 -etäisyyksien neliöiden painotettuna summana, jossa painoina ovat rivien massat m_i ja summa lasketaan yli rivien i.

$$\phi^2 = \sum_{i} (massa \, m_i) \times (profillin \, i \, \chi^2 - etisyys \, sentroidista)^2$$
 (3.6)

Korrespondenssianalyysin kolmen peruskäsitteen "tripletti" – profiili, massa ja χ^2 - $et \ddot{a} isyys$ – on esitely tarkemmin liitteessä 1.

Rivi- ja sarakeprofiilien taulukoista huomaa, että keskiarvoprofiilien alkiot ovat massoja. Rivien keskiarvoprofiilin alkiot ovat sarakemassoja, ja sama pätee sarakkeille. Tämä rivi- ja sarakeongelmien duaalisuus on yksinkertaisen korrespondenssianalyysin keskeinen idea (CAiP, s. 57). Rivi- tai sarakeongelman ratkaisu tuottaa saman tuloksen.

Ratkaisun dimensio on sarakkeiden tai rivien lukumäärä vähennettynä yhdellä, pienempi kahdesta vaihtoehdosta. Se on myös kokonaisinertian teoreettinen maksimi.

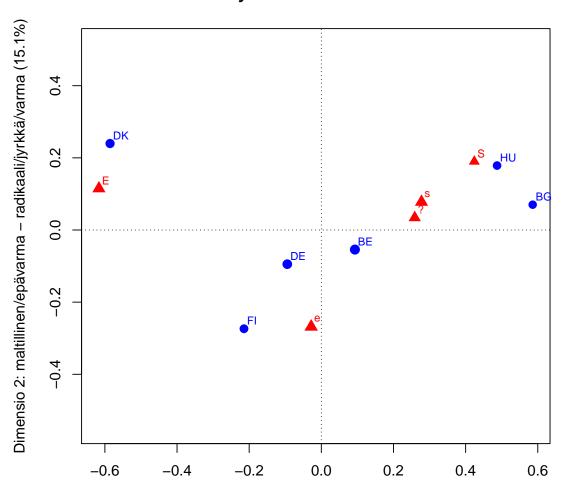
Korrespondenssianalyysi on läheistä sukua pääkomponenttianalyysille. Etäisyysmitta on khii2-etäisyys (käytän tekstissä tätä kirjoitusasua) ja mukana ovat massat painoina. Ratkaisussa etsitään haluttu yleensä kaksiulotteinen ratkaisu (taso), joka minimoi pisteiden khii2-etäisyyksien poikkeamien summan eli on mahdollisimman lähellä pisteitä. Alkuperäisen täyden dimension (full space) data projisoidaan tälle tasolle.

3.2 Symmetrinen kartta

Kartassa on jo nimetty molemmat akselit, mutta tulkinnan voi aloittaa akseleille merkityistä prosenteista. Ne kertovat, kuinka paljon aineiston inertiasta eli hajonnasta on kaksiulotteisesssa projektiossa saatu kuvattua akseleille.

Akselit ovat sisäkkäisiä (nested) Ensimmäinen akseli saa aina suurimman osan inertiasta, tässä 76 prosenttia. Kun toinen akseli kuvaa 15 prosenttia koko inertiasta, on kartalla esitetty 91 prosenttia aineiston hajonnasta. Loput 9 prosenttia jää 3. ja 4. dimensiolle. Nämä "selitysosuudet" ovat samantapainen laskelma kuin perinteisen regressiomallin "selitetty" vaihtelu ja "jäännösvaihtelu".

symmetrinen kartta 1



Dimensio 1: moderni/liberaali – perinteinen/konservatiivinen (76%) Maiden massat eri suuruisia (otoskoko), pisteiden koko suhteessa massaan

Kuva 3.3: Q1b: lapsi kärsii jos äiti on töissä

Kontrastit määrittävät akselien tulkinnan . Benzacrin ohjeen mukaan (1992, teoksessa (?), s. 49) katsotaan mitä on oikealla ja mitä vasemmalla. Akselien tulkinta perustuu siihen, mitä mitä yhteistä on kaikilla elementeillä jotka ovat origon vasemmalla puolella ja vastaavasti origon oikealla puolella. Samalla tavalla tulkitaan toinen akseli, mitä on ylhäällä ja alhaalla. Tulkinta tehdään akseleiden suuntaan.

Kun taulukon rivit ovat havaintoja ja sarakkeet muuttujia, akselien tulkinta tehdään muuttujien avulla. Vasemmalla on E ja oikealla puolella samanmieliset vastaukset s ja S. Neutraali "?" on s-vastausten vasemmalla puolella. Kaikki erot ovat suhteellisia, kuvan perusteella voi sanoa kuinka paljon.

Sarakkeet ovat oikeassa järjestyksessä, mutta niiden koordinaatit x-akselilla eivät olen tasavälisiä. Jos muuttuja jostain syystä halutaaan esittää välimatka- tai suhdeasteikon muuttujana koordinaatti ensimmäisellä dimensiolla on hyvä vaihtoehto.

Ensimmäisen dimenosion tulkinta on aika selkeä. Toinen akseli on kontrasti lievemmän tai maltillisemman erimielisyyden ja muiden vastausten kanssa. Se on 1. dimension suuntaan kaikkein lähimpänä origoa. Hieman varoivaisemmin akselin voi tulkita maltillisen ja jyrkemmän tai varmemman mielipiteen kontrastiksi.

Maiden vertailu tehdään näiden akselien suuntaan. Sekä sarekepisteiden että rivipisteiden keskinäiset välimatkat approksimoivat optimaalisesti niiden (khii2)etäisyyksiä. Sarake- ja rivipisteiden välisillä etäisyyksillä ei ole mitään suoraa tulkintaa. Pisteiden etäisyydet samassa pistepilvessä ovat suhteellisia, Saksa on konsevatiivisempi kuin Suomi mutta emme tiedä kuinka paljon. Maiden järjestys oikealta vasemmalle on selkeä, Tanska on vasemmalla liberaalina "ääripäänä", oikealla taas Unkari ja Bulgaria. Pystyakselin suuntaan nähdään, että kaikkein "maltillisin" mutta kuitenkin liberaali on Suomi, jyrkimmät mielipiteet löytyvät Unkarista ja Tanskasta.

Näitä tulkintoja voi vertailla edellä esitettyihin kahteen kuvaan rivi- ja sarakeprofiileista. Kartta kertoo aika paljon enemmän. Kartta on approksimaatio neliulotteisen pistepilven hajonnalle. Vain origo on siinä tarkasti esitetty, se on koko aineiston keskiarvopiste, ja pisteiden hajonta sen ympärillä kuvaa poikkeamaa riippumattomuushypoteesista.

Tärkeä geometrinen periaate on se, että kaukana on kaukana myös alkuperäisessä pistepilvessä, mutta kartalla lähellä olevat pisteet eivät välttämättä ole lähellä. Projektio kutistaa pisteiden etäisyyksiä.

Approksimaation laatu selviää korrespondenssianalyysin numeerisista tuloksista, samoin se miten rivi- ja sarakepisteen määrittävät akselit.

Kartoissa tärkein tekninen yksityiskohta on kuva- tai muotosuhde (aspect ratio). Akseleiden mittayksikön pitää olla sama eli muotosuhteen yksi. Jos kuvia tulostetaan useassa formaatissa kannattaa olla tarkkana. Kuvien on jo analyysivaiheessa oltava lukukelpoisia, ja symbolien kokoa joutuu isoissa aineistoissa säätämään. Tulosten esittäminen lopullisessa muodossa vaatii jo paljon vaivannäköä, tässä tutkielmassa esitetään vain datan analysoinnin valikoituja kuvia. Graafinen data-analyysi on vaivatonta vasta sitten kun se tehty. En jatkossa esitä kuvailevia akseleiden nimiä kuvissa, akseleiden nimeäminen on kuvan tulkinnan toinen askel.

k Kuva tai kartta - käytän termejä synonyymeinä - on se taso, joka parhaiten "selittää" neliulotteisen pisteparven hajontaa suhteessa koko aineiston keskiarvopisteeseen eli sentroidiin. Matemaattisesti ratkaisu saadaan soveltamalla singulaariarvohajoitelmaa, ja tulokseksi saadaa taso joka on lähimpänä pistepilviä. Etäisyyttä mitataan massoilla painotetulla khii2-etäisyysmitalla.

k Intuitiivisesti idea on aivan sama kuin pääkomponenttianalyysissä (PCA, principal component analysis). Ratkaisu löydetään akseli kerrallaan. Ensi pistepilvestä etsitää akseli, jolle ortogonaalisesti projisoitujen pisteiden hajonta on suurin. Sitten etsitään sille kohtisuora toinen akseli samalla säännöllä, ja näin jatketaan kunnes koko pilven hajota on jaettu näille uusille akseleille. tavoitteena on muutaman dimension approksimaatio moniulotteiselle datalle, yleensä kaksiulottoinen kartta.

k CA on paintotettu PCA

3.3 Korrespondenssianalyysin peruskäsitteet

edit Sulava kuvaus tulkinnasta, painotus kuvien tulkinnassa. CA:n numeeriset tulokset vasta seuraavassa luvussa. Tässä "mitä kuvasta näkee", ei muuta (paitsi varoitukset - mitä ei näe). Idea koko ajan taulukon sarakkeiden ja riveien yhteyksien visualisointi.

edit Tärkeää selkeä kuvaus pääkoordinaattien ja standardikoordinaattien suhteesta. Tarkemmin teorialiitteessä, tässä heuristisesti jotta kuvia osaa tulkita.

Korrespondenssianalyysille on vakiintunut oma käsitteistö, joista tärkeimmät on jo mainittu. Kun tulkinta perustuu "ääripäihin", puhutaan kontrasteista ja distinktiosta. Luokittelumuuttujan arvot taas ovat modaliteetteja. Tärkein periaate on se, että kaikki on suhteellista.

Ydinkäsitteitä ovat korrespondenssianalyysin "tripletti":khii2-etäisyys, massat ja profiilit.

Kolmikkoa täydentää "kvartetti", neljä siitä johdettua käsitettä: *inertia* eli (painotettu) varianssi, *sentroidi* (painotettu keskiarvo, barysentrinen periaate), *aliavaruus* ja *projektio*. (CAiP, s. 49).

k rivi- ja sarakeratkaisun duaalisuus: viite CAiP, jossa käydään läpi perusteellisesti. Rivi- ja sarakeratkaisut liittyvät tiivisti toisiinsa, kts. teorialiite.

k khii2-etäisyys on profiilien painotettu euklidinen etäisyys (ja toki neliöjuuri!) jossa painoina ovat keskiarvoprofiilin elementtien käänteisluvut eli elementtien etäisyyden neliö jaetaan keskiarvoprofiilin alkiolla.

edit: khii2-etäisyydestä ehkä teorialiitteeseen?

k khii2-testin oletukset eivät välttämättä ole voimassa kaikissa aineistoissa, mutta etäisyysmittaa käytetään silti, sen perustelu on paljon yleisempi.

k khii2-etäisyys on ainoa etäisyysmitta, joka toteuttaa distributional equivalence - periaatteen, CA:n "tärkein juttu" (Benzecri), avain kaikkiin CA:n ominaisuuksiin. (Viite:CAip epilogi)

k normalisointi, samaan tapaan kuin PCA:ssa. Jos lukumäärätaulukko, Poisson-jakauman hajonta on sama kuin odotusarvo eli jaetaan poikkeama keskiarvosta hajonnalla. Poisson-jakaumassa odostusarvo ja hajonta ovat sama parametri. Tämä tulkinta khii2-etäisyydelle ei kuitenkaan saisi hämärtää massojen kaksoisroolia: ne ovat profiilien painoja ja samalla standardoivat khii2-etäisyyden.

k CAiP epilogi: khii2 on yhteys Mahlanobis-etäisyyteen ja multinomijakaumaan, jonka realisaatioiksi profiilit voidaan tulkita. (s. 301).

Millaista dataa?

Korrespondenssianalyysin sovelletaan yleisimmin frekvenssitaulujen analyysiin, lukumäärädataan (count data). Periaatteessa mikä tahansa data sopii, kunhan se voidaan järkevästi esittää suhteelisina lukumäärinä (relative amounts), siis suhdeasteikon (ratio scale) muuttujana. Tässä oleellista on tulkittavuus tutkimusongelman näkökulmasta. Välttämätön ehto on sama mittayksikkö: lukumäärä, rahayksikkö, pituusmitta kelpaavat. (CAiP s. 15). Taulukon lukujen on oltava ei-negatiivisia (positiivisia, nolla sallittu).

Rajat ovat joustavia, kun mukaan otetaan erilaiset uudelleenskaalaukset ja transformaatiot. Tämä oli menetelmän perusidea jo Benzecrillä(CAiP ch 26, s. 201).

Menetelmää sovelletaan profiileihin jotka painotetaan massoilla, ja profiilien etäisyyksiä mitataan khii2-etäisyysmitalla. Jos datan voi esittää tässä muodossa, menetelmää voi käyttää.

3.3.1 Asymmetrinen kartta ja ideaalipisteet

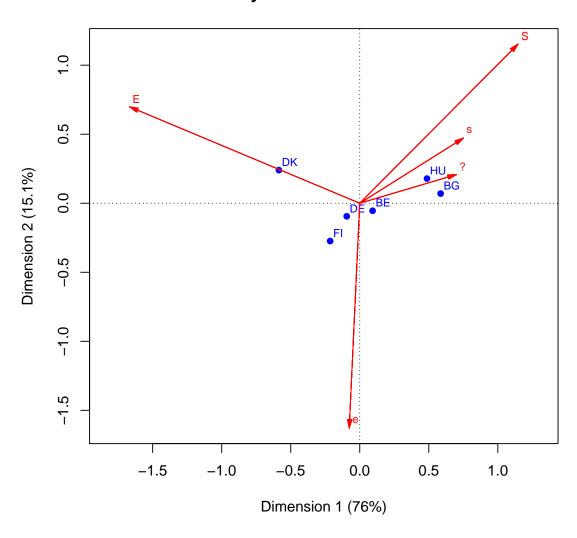
Symmetrinen kartta 3.3 on peruskuva ja esimerkiksi tässä käytetyn R-paketin "ca" oletus. Siinä molemmat pisteparvet on esitetty pääkoordinaateissa (prinipal coordinates) ikäänkuin päällekkäin, samassa kuvassa.

Toinen vaihtoehto on asymmetrinen kartta. Sarakkeet ovat aineistossa muuttujia, joten ne voi esittää ns. standardikoordinaateissa ja rivipisteet pääkoordinaateissa.

Sarakepisteitä kutsutaan ideaalipisteiksi, ne edustavat kuviteellisia maita joissa kaikki vastaukset ovat samoja. Matemaattisesti kartalle projisoidut ideaalipisteet ovat (tässä esimerkissä) neliulotteisen avaruuden verteksin (monikulmion) kärkipisteitä. Rivipisteet ovat tämän verteksin sisällä.

Sarakepisteet kuvaavat maksimi-inertiaa, ja rivipisteiden paljon pienempi hajonta kuvaa niiden poikkeamaa tästä hypoteettisesta tilanteesta. Sarakepisteet skaalautuvat origosta ulospäin, Asymmetrisessä kartassa rivi-

asymmetrinen kartta 1



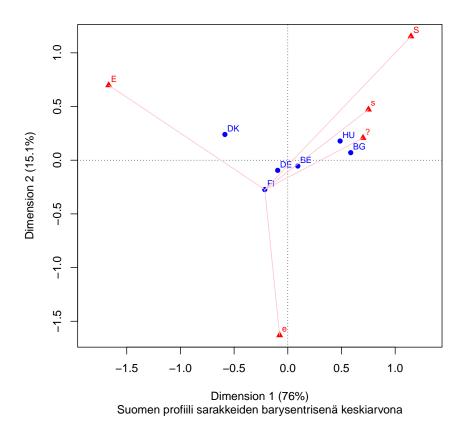
Kuva 3.4: Q1b: lapsi kärsii jos äiti on töissä

ja sarakepisteiden etäisyydellä on tulkinta, samoin rivipisteiden välisellä etäisyydellä. Sarakepisteiden välisillä etäisyyksillä ei ole tulkintaa. Sarakepisteet on skaalattu ja mittakaavan ero symmetriseen karttaan näkyy selvästi.

3.3.2 Barysentrinen periaate

Rivipisteet ja sarakepisteet yhdistää barysentrinen periaate . Jokainen rivipiste on ideaalipisteiden painotettu keskiarvo, painoina sarakkeiden käänteinen osuus riviprofiilissa.

edit kuva ei ehkä tarpeen? Tehdään vähän pienempi (out.width = 60%, muuten 90%).



Kuva 3.5: Q1b: lapsi kärsii jos äiti on töissä

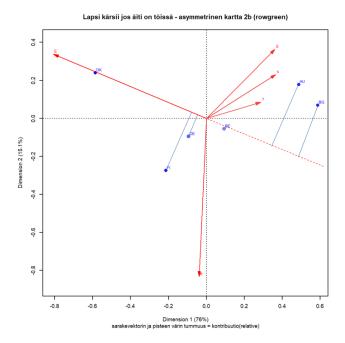
Suomen profiili on kaukana S-sarakkeesta ja lähellä? - saraketta, S-vastausten osuus on siis pieni ja? - vastausten suuri.

Ideaalipisteiden tulkinnan voi varmistaa sarake kerrallaan, projisoimalla rivipisteet origon kautta piirretylle janalle. Kuvassa 3.6 nähdään mikä on maiden järjestys E-vastausvaihtoehdossa.

Asymmetrinen kartta antaa kaksi uutta näkökulmaa rivien ja sarakkeiden suhteeseen. Sen huono puoli on ideaalipisteiden karkaaminen kauas origosta ja rivipisteiden pakkautuminen pieneksi parveksi. Jos rivipisteiden hajonta on suuri, kuva on käytännöllinen. Kyselytutkimusaineistoissa näin ei yleensä ole.

3.3.3 Kontribuutiot kartalla

Analyyseissä käytetty r-paketti "ca" esittää kartoilla myös pisteiden massat pisteen symbolin kokona, mutta tässä aineistossa eroja on vaikea nähdä. Tärkeämpi on pisteiden kontribuutioiden esittämien värisävynä.



Kuva 3.6: Rivipisteiden projektiot

Kun kartalla pistejoukon inertia kuvataan akseleille, on jokaisella pisteellä oma osuutensa akseleiden kuvaamasta inertiasta. Absoluuttinen kontribuutio kertoo rivin tai sarakkeen osuuden akselin inertiasta. Vaikutuksessa on mukana pisteen massa.

Suhteellinen kontribuutio taas kertoo akselin osuuden pisteen inertiasta. Tämä tunnusluku kuvaa pisteen projektion laatua, kuinka hyvin se on kartalla esitetty.

Kontribuutiokartta on asymmetrinen kartta, jossa sarakevektorit on skaalattu (kerrottu) massojen neliöillä. Näin sarakevektorit "kutistuvat" kohti origoa mutta vektorin pituus kertoo edelleen sen suhteellisen massan. Kartta sopii niin pienen kuin suuren inertian tilanteisiin(kts. esim. (?))

Absoluuttiset kontribuutiot

Absoluuttisten kontribuutioiden jakautumista akseleille voi varovaisesti päätellä sarakevektorin ja akseleiden välisistä kulmista. Mitä lähempänä sarakevektori on akselia, sitä suurempi on sen osuus akselin inertiasta. Samanlaisia päätelmiä voi tehdä myös rivipisteistä hahmottamalla janan niistä origoon.

Käsitteisiin palataan tarkemmin seuraavissa luvuissa ja teorialiitteessä, ja liian tarkkaan karttaa ei kannata tutkia. Numeeriset tulokset ovat yksityiskohdissa selkeämpiä.

edit käytän termiä "vektori" vain kuvaan piirretyn "nuolen" nimityksenä.

Sarakkeista ratkaisuun vaikuttaa selvästi eniten E, ja juuri ensimmäiseen dimensioon. Toista dimensiota määrittää vahviten e, mutta myös kaikki muut sarakkeet x-akselin yläpuolella. Samaa mieltä olevien (S ja s) vaikutus näyttäisi jakautuvan selvimmin molemmille dimensioille.

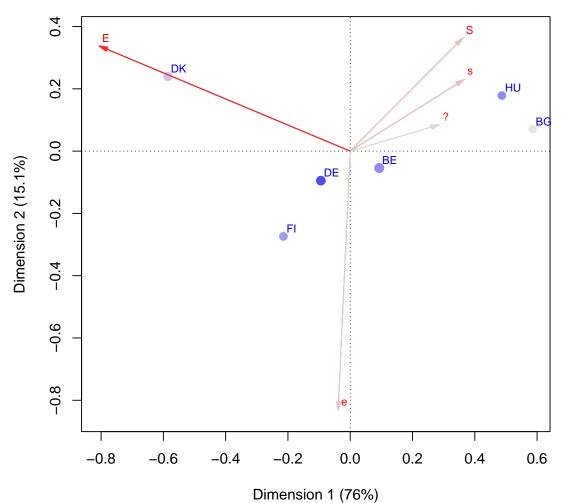
Vaikka massojen suhteellisia eroja ei kovin helposti pistekoosta erota, se näkyy epäsuorasti Saksan melko vahvimpana kontribuutiona. Bulgarian vähäisin kontribuutio näyttäisi olevan ensimmäiselle dimensiolle.

Suhteelliset kontribuutiot

Kaikki edellä esitetyt pääättelyt perustuvat tietysti kaksiulotteideen projektioon. Jos pisteet on esitetty hyvin eli niiden inertiasta (poikkeamasta keskiarvosta) suuri osa on kuvattu kartalle, rivipiste on sitä lähempänä ideaalipistettä mitä suurempi ideaalipisteen osuus on sen profiilissa.

Sarakkeiden laatu näyttäisi olevan hyvä, mutta rivipisteistä Saksa ja erityisesti Belgia erottuvat hieman heikommin esitettyinä.

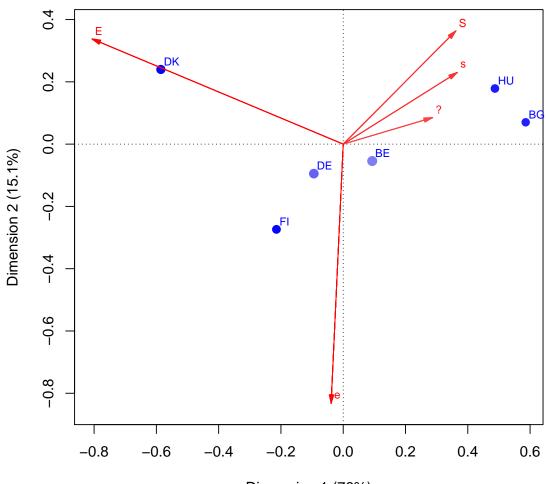
kontribuutiokartta 1 – pisteen koko suhteessa massaan



sarakevektorin ja rivipisteiden värin tummuus = absoluuttinen kontribuutio

Kuva 3.7: Q1b: lapsi kärsii jos äiti on töissä

kontribuutiokartta 2 – pisteen koko suhteessa massaan



Dimension 1 (76%) sarakevektorin ja pisteen värin tummuus = suhteellinen kontribuutio

Kuva 3.8: Q1b: lapsi kärsii jos äiti on töissä

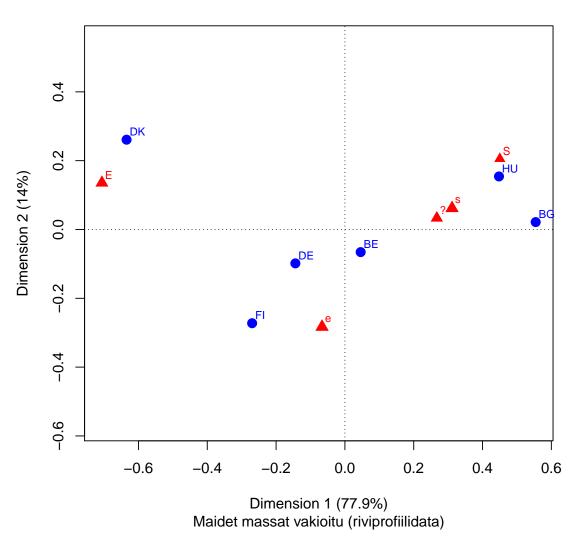
3.3.4 Massat

Massat ovat korrespondenssianalyysin keskeinen käsite, ja niiden kaksoisrooli on menetelmän ytimessä. Massat ovat normalisoiva muunnos khii2-etäisyysmitalle ja profiilien painoja. Tässä jälkimmäisessä roolissa massat liittyvät tutkimusongelmaan, mitä halutaan vertailla? Kun vertaillaan eri maita, ei ole kovin perusteltua käyttää massoina eri maiden otoskokoja. Jos taas halutaan vertailla vaikkapa miesten ja naisten vastauksia on luonnollista normalisoida miesten ja naisten massat yhtä suuriksi. Rivi- ja sarakemassat ovat verrannollisia taulukon rivija sarakesummiin, frekvenssitaulukon reunajakaumiin. Ne voidaan tutkimusongelmaan sopivalla tavalla skaalata uudelleen. CAiP(s. 23) esimerkissä viiden koulutustaso-ryhmän massat skaalataan verrannollisiksi niiden väestötason osuuksiin, ei otoksen osuuksiin. Tällainen datan esikäsittely on normaali osa korrespondenssianalyysin soveltamista.

Jos massat halutaan vakioida yhtä suuriksi osajoukoissa, ratkaisu on yksinkertainen. Korrespondenssianalyysin taulukoksi otetaan riviprofiilitaulukko, jossa rivien summat ovat yksi.

Kuvassa 3.9 on tehty näin, ja kartta eroaa hämmästyttävän vähän maiden otoskokoja massoina käyttävästä kartasta.

symmetrinen kartta 2

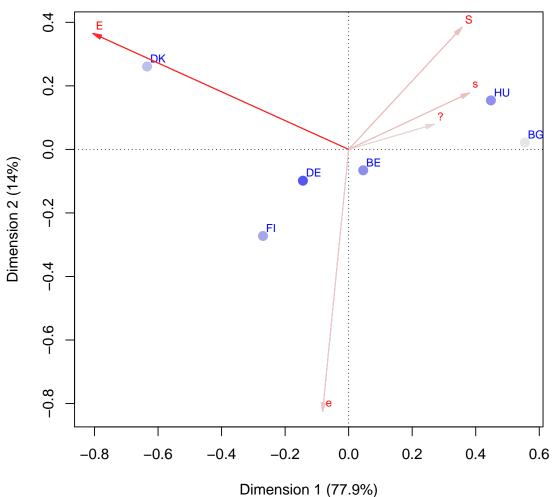


Kuva 3.9: Q1b: lapsi kärsii jos äiti on töissä

Pienimpien otosten maat (Bulgaria, Unkari) liikahtavat hieman origoa kohti, Bulgaria hieman enemmän kohti maltillista puolta x-akselia.

Kontribuutiokarttakaan ei eroa edellä esitetystä kartasta. edit Tämä kuva on ehkä tarpeeton?

kontribuutiokartta 3



sarakevektorin ja rivipisteiden värin tummuus = absoluuttinen kontribuutio, riviprofiilida

Kuva 3.10: Q1b: lapsi kärsii jos äiti on töissä

En ole vakioinut vertailtavien ryhmien (tässä maat) suhteellisia osuuksia. Syy on yksinkertainen: esittelen menetelmää sen perusmuodossa ilman kovin täsmällisiä tutkimusongelmia. Oikeiden tutkimuskymysten vastausia pitää tietysti etsiä järkevillä massojen skaalauksella. Korrespondenssianalyysi on inertian eli kokonaishajonnan dekomponointia, jakamista osiin.

3.3.5 Karttojen erot

Yksinkertaisen korrespondenssianalyysin peruskuva on symmetrinen kartta. Ehkä yllättäen sen "...tulkinta on edelleen menetelmän kaikkein kiistanalaisin aspekti." (CAiP s.295, ?.)

Sarake- ja rivisteet esitetään siinä ikään kuin päällekkäin, samassa koordinaatistossa. Niiden pääkoordinaatit ovat kuitenkin eri pistejoukoista tai avaruuksista. Asymmetrisessä kartassa pisteet ovat samassa avaruudessa,

ja ero on Greenacren mukaan vain skaalaus. Asymmetrisessä kartassa standardikoordinaateissa esitetyt ideaalipisteet skaalataan pääakselien suunnassa vastaavilla pääakselien inertioiden neliöjuurilla. Siten pisteiden suuntavektorit niin pääkoordinaateissa kuin standardikoordinaateissa ovat lähes samat kun akselien inertioiden (principal inertias) neliöjuuret eivät ole liian erisuuruisia.

Jos pääinertioiden neliöjuuret ovat hyvin eri suuruisia, tulkintaongelmia voi tulla, mutta niillä ei käytännössä ole merkitystä. Siksi hän pitää skaalausdebattia akateemisena kiistana, käytännön sovelluksissa sillä ei ole merkitystä. Kiista on ollut aika sitkeä (esimerkiksi 1989 Greenacren kommentoi skaalausta perusteellisesti (?)), mutta lienee laantunut.

Symmetinen kartta hyvä vaihtoehto, sillä asymmetrisessä skaalaus vie ideaalipisteet usein kauas pääkoordinaateissa esitetyt pisteet pakkautuvat kuvan keskelle. Toisaalta jos dataa tulkitaan "asymmetrisesti" kontribuutiokartta on hyvä vaihtoehto. Silloin rivipisteiden etäisyydet esitetään optimaalisesti, sarakkeiden suuntavektoreille projisoiduilla pistellä on kaksoiskuva-tulkinta (biplot) ja niiden pituudetkin kertovat jotain.

Greenacren mukaan kartoilla voi tavoitella kolmea eri asiaa, joista vain kaksi voi totetua yhtä aikaa. Kuvassa voi esittää rivipisteiden etäisyydet, sarakepisteiden etäisyydet tai rivi- ja sarakepisteiden etäisyydet. Jäkimmäinen on kaksoiskuvien (biplot) ns. skalaaritulo-ominaisuus. Rivi- ja sarakepisteen skalaaritulo "palauttaa" alkuperäisen datan, tässä tapauksessa taulukon solun.

Näistä vain kaksi voidaan optimaalisesti esittää yhtä aikaa.

Symmetrisessä kartassa khii2-etäisyydet rivipisteiden välillä ja sarakepisteiden välillä esitetään optimaalisesti. Rivi- ja sarakepisteiden välisiä etäisyyksiä ei esitetä optimaalisesti, mutta ne voidaan tulkita kohtalaisen hyvin jos pääakselien inertioiden neliöjuuret eivät ole liian erisuuruisia.

Asymmetrisessä kartassa pääkoordinaateissa esitetyn pistejoukon etäisyydet kuvataan optimaalisesti, standardikoordinaateissa esitetyt pisteet ovat "ääriprofiileja", verteksin kulmapisteitä. Rivi- ja sarakepisteiden etäisyydet esitetään optimaalisesti, mutta sarakepisteiden etäisyyksillä ei ole suoraa tulkintaa,

Kontribuutiokartta on muunnelma asymmetrisestä kartasta. "Ääriprofiilit" vedetään kohti origoa kertomalla ne massojen neliöjuurilla. Näin kuva selkenee, ja "kutistetun" pisteen etäisyys origosta ("vektori") kertoo sen kontribuution pääakseleille. Näiden pisteiden välisillä etäisyyksillä ei ole suoraa tulkintaa.

Jako standardi- ja pääkoordinaatteihin on suora seuraus korrespondenssianalyysin matemaattisesta ratkaisusta. Greenacre esittelee kaksoiskuvia käsittelevässä kirjassaan (?) selkeästi koordinaattien yhteyden ratkaisualgoritmiin, singulaariarvohajoitelmaan.

Koordinaattien yhteys voidaan esittää kahtena yksinkertaistettuna kaavana (?, s.174):

$$pkoordinaatit = standardikoordinatit \times \sqrt{pakselien\ inertiat}$$
 (3.7)

$$kontribuutiokoordinaatit = \sqrt{massat} \times standardikoordinatit$$
 (3.8)

Luku 4

Täydentävät pisteet

Kartat ovat analyysin väline, ja usein on hyödyllistä esittää kuvassa lisäinformaatiota tulkinnan avuksi. Täydentävät pisteet (supplementary points, CAiP s. 89-) ovat rivejä tai sarakkeita jotka lisätään karttaan. Mikä tahansa rivi tai sarake voidaan voidaan lisätä kuvaan, jos se on järkevästi vertailukelpoinen kartan määtittäneiden profiilien kanssa.

Tällainen piste on kartan laskennassa *passiivinen*, sillä on sijainti kartalla mutta ei massaa eikä vaikutusta inertiaan. Passiivisilla pisteillä ei ole vaikutusta (kontribuutiota) kartan pääakseleihin.

Täydentävillä pisteillä on kolme yleistä käyttötarkoitusta. Kartalle voidaan lisätä profiili, joka on jollain lailla sisällöllisesti erilainen kuin muut. Esimerkkiaineistossa kartalle voisi lisätä joitain Euroopan ulkopuolisia maita. Vaikka nämä riviprofiilit eivät vaikuta kartan akseleiden määräytymiseen, ne voidaan esittää kuuden maan määrittämässä "avaruudessa". Projektion laatu (suhteelliset kontribuutiot) voidaan myös esittää.

Toinen käyttötapaus on pienen massan profiili. Tällaisella pisteellä voi olla iso vaikutus ratkaisuun, mutta passiivisena pisteenä se sijoitetaan muiden pisteiden määrittämälle kartalle. Jo sisällöllisistä syistä pienen massan pisteiden esitystä kannattaa harkita, ne sijaitsevat kaukana origosta ja huonontavat kuvan laatua.

Kolmas mahdollisuus on jakaa pistejoukkoja osajoukkoihin ja esittää niiden summaprofiili täydentävänä pisteenä. Summaprofiili on osiensa painotettu (barysentrinen) keskiarvo. Kun se esiteteään passiivisena pisteenä, havaintoja ei oteta ratkaisuun kahta kertaa. Profiilien yhdistämiseen liittyy korrespondenssianalyysin tärkein periaate, jakaumaekvivalenssi (distributional equivalence). Profiileiltaan samanlaiset rivit voidaan yhdistää, analyysin tulokset eivät muutu. Khii2-etäisyysmitta on ainoa etäisyysmitta joka toutettaa tämän periaatteen. En esittele tätä ydinkäsitettä tämän enempää, se on ollut menetelmän kehittämisessä tärkein tavoite. ? esittelevät menetelmän matemaattiset perusteet laajemmin.

Täydentävien profiilien lisääminen vaatii jo yksinkertaisia matriisioperaatioita. Korrespondenssianalyysi on käytännössä matriisien muokkausta tutkimusongelman tarpeisiin.

4.1 Saksan ja Belgian alueet

Saksan ja Belgian aineistossa on mukana aluejako: entiset itä- ja länsi-Saksa (dE,dW), Flanders (bF), Wallonia (bW) ja Bryssel (bB).

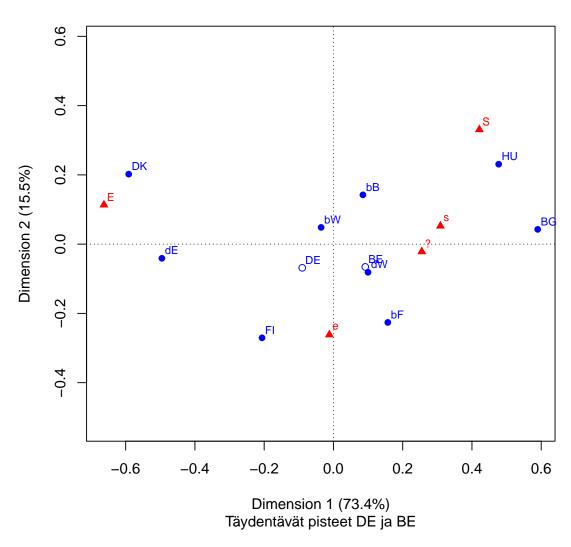
Aineistoon lisätään passiviisina riveinä Saksan ja Belgian maaprofiilit (DE, BE). Maiden massoja ei skaalta yhtä suuriksi, otoskoot vaikuttavat ratkaisuun.

Saksan ja Belgian täydentävät pisteet ovat osiensa barysentrisiä keskiarvoja, etäisyys on sitä pienempi mitä suurempi on osuus. Saksan piste sijaitsee siksi lähempänä länsi-Saksan pistettä. Jos karttaa vertaa kuvaan ??fig:simpleCA1map1) ei eroja juuri ole. Saksan ja Belgian osien sijoittuminen on kiinnostava. Itäinen Saksa on selvästi liberaalilla puolella, ensimmäisellä dimensiolla lähinnä Tanskaa. Läntinen Saksa on ensimmäisellä dimensiolla konservatiivisella puolella Belgian maapisteen tasolla. Belgian alueista Wallonia (bW) on liberaalilla

	S	s	?	e	Е	Total
bF	5.04	23.81	25.89	30.83	14.43	100.00
bW	10.82	21.02	18.57	24.08	25.51	100.00
bB	17.03	20.94	16.63	23.87	21.53	100.00
$_{\mathrm{BG}}$	12.81	42.89	22.26	20.63	1.41	100.00
dW	11.40	26.82	11.83	32.13	17.82	100.00
dE	5.85	11.33	10.97	29.80	42.05	100.00
DK	5.04	17.15	10.95	16.71	50.14	100.00
$_{ m FI}$	4.23	16.94	13.42	38.11	27.30	100.00
$_{ m HU}$	21.97	28.89	22.57	19.06	7.52	100.00
All	9.95	23.76	16.79	26.10	23.41	100.00

Taulukko 4.1: Q1b vastaukset, Saksan ja Belgian alueet

Symmetrinen kartta 1

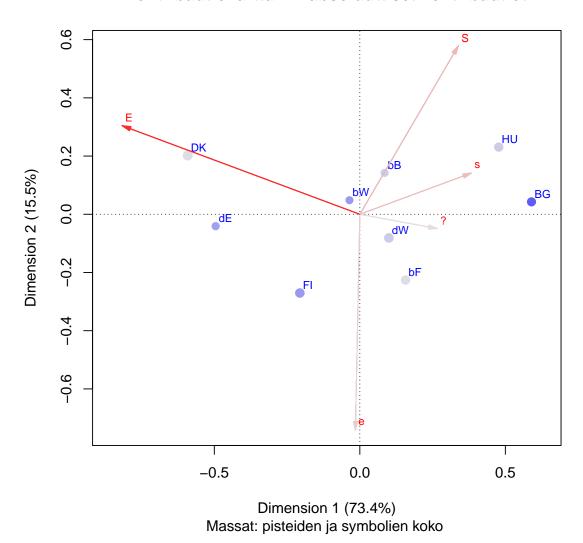


Kuva 4.1: Q1b: Saksan ja Belgian aluejako

puolella mutta kaikkein eniten oikealla. Bryssel ja Flander ovat konservatiivisella puolella, toinen länsi-Saksaa liberaalimpi ja toinen konservatiivisempi. Belgian osat hajoavat toiseen suuntaan kuin Saksan, liberaalein Flanders on myös kaikkein maltillisin ja Bryssel vastaavasti tiukempien mielipiteiden puolella. Sarakepisteiden suhteelliset sijainnit toisiinsa nähden eivät oleellisesti muutu.

Bryssel ja Wallonia näyttävä olevan hyvin lievästi U-muotoisen maapisteiden parven sisällä. Tämä kaariefekti tai *Guttman-efekti* on kartoissa yleinen. Se on tavallaan seuraus ratkaisun geometriasta. Rivipisteiden pilvi on sarakkeiden ideaalipisteiden virittämän verteksin sisällä, ja ainoa reitti verteksin kulmasta toiseen kulkee tasolla kaarveasti (CAiP, s. 127). Voi myös sanoa, että kaariefektin taustalla on järjestysasteikon muuttujan korrelaatio (viite: LeRoux). Kaaren sisäpisteet ovat usein polarisoituneita ensimmäisen dimension "ääripäävastausten" välillä. Tässä vaikutus on heikko, taulukossa 4.1 ei mitää selvää polariaatiota näy.

kontribuutiokartta 1 – absoluuttiset kontribuutiot



Kuva 4.2: Q1b: Saksan ja Belgian aluejako

Kontribuutiokartasta täydentävät pisteet on jätetty pois, ne eivät vaikuta ratkaisuun. Pisteiden koko auttaa hahmottamaan niiden massojen eroja, sarakkeiden massoja ei juuri tässä kuvassa erota. Sarakkeiden kontribuutiot ovat samantapaiset kuin alkuperäisessä kartassa 3.7. Rivipisteiden kontribuutioista osa on selvästi pienempiä, erityisesti länsi-Saksa kaksi Belgian aluetta (bB, bF). Unkarin ja Bulgarian kontribuutiot muuttuvat eri suuntiin, Unkarin pienenee ja Bulgarian kasvaa.

4.2 Korrespondenssianalyysin numeeriset tulokset

Korrespondenssianalyysin numeeriset tulokset ovat tärkeitä tulkinnan varmistamiselle ja antavat tarkemman kuvan ratkaisusta. Nämä tulokset ovat erilaisia kokonaisinertian dekomponointeja. Kokonaisinertia (total inertia) profiilien ja keskiarvoprofiilin khii2-etäisyyksien massoilla painotettu summa ((3.6). Se kuvaa profiilipisteiden hajontaa ideaalipisteiden verteksin sisällä. Maksimi-inertia saavutetaan kun profiilit ovat verteksien kärkipisteissä, jokaisessa profiilissa on vain yksi luokittelumuuttujan arvo. Inertia on sama kuin ratkaisun dimensio, tässä esimerkissä 4(sarakkeiden lukumäärä - 1). Tärkein lähde on CAiP:n luku 11 ja liitte B.

R-paketti "ca" (versio 0.71.1) listaa numeeriset tulokset suppeasti (print) ja laajemmin (summary), laajempi tulostus on alla.

Ensimmäisenä on listattu kokonaisinertia pääakseleittain. Tässä suhteelliset luvut on esitetty prosentteina. Muut luvut on luettavuuden vuoksi skaalattu, joko kerrottu tuhannella tai esitetty "permills" (summa on 1000).

```
##
## Principal inertias (eigenvalues):
##
##
                         %
    dim
            value
                              cum%
                                     scree plot
##
    1
            0.154101
                        73.4
                               73.4
    2
            0.032489
                        15.5
                               88.9
##
    3
##
            0.014294
                         6.8
                               95.7
##
            0.008944
                         4.3 100.0
##
##
    Total: 0.209828 100.0
##
##
## Rows:
##
          name
                  mass
                         qlt
                               inr
                                       k=1 cor
                                                 ctr
                                                         k=2 cor
## 1
            bF |
                   124
                         650
                                69
                                       157
                                           212
                                                   20
                                                        -226
                                                              438
                                                                    195
##
   2
            bW
                    60
                         388
                                 3
                                   -
                                       -36
                                           137
                                                    0
                                                           48
                                                              252
                                                                      4
##
   3
            bB
                    63
                         481
                                17
                                        85
                                           127
                                                    3
                                                         142
                                                              354
                                                                     39
##
   4
            BG
                   113
                         878
                               215
                                       590
                                           874
                                                 255
                                                          43
                                                                5
                                                                      6
## 5
                   143
                         345
                                       100
                                           208
                                                    9
                                                         -81 138
            dW
                                33
                                                                     29
##
   6
            dΕ
                    67
                         966
                                82
                                      -495
                                           960
                                                 107
                                                         -41
                                                                7
                                                                      3
##
   7
            DK
                   170
                         971
                               327
                                     -591
                                           869
                                                 387
                                                         202 102
                                                                    214
## 8
            FΙ
                   136
                         957
                                79
                                     -206
                                           352
                                                  38
                                                        -271605
## 9
            HU
                               177
                                       477 751
                                                 181
                                                         231 176
                   122
                         927
                                                                    201
         (*)BE
                1
                  <NA>
                         512
                             <NA>
                                        92 338
                                                <NA>
                                                         -66 173
## 10
      -
      | (*)DE |
                  <NA>
                         418 <NA>
                                   - 1
                                       -90 265 <NA>
                                                         -68 153
##
## Columns:
##
       name
                       qlt
                                                      k=2 cor
                mass
                            inr
                                    k=1 cor ctr
## 1 |
           S
                       816
                                         505 115
                                                      331 311
                                                               335
                  99
                            167
                                    421
   2
##
           s
                 238
                       781
                             143 |
                                    309
                                         759
                                             147
                                                       52
                                                            22
                                                                20
## 3
                 168
                       594
                             88
                                    255
                                         589
                                               71
                                                      -22
                                                             4
                                                                 2
## 4
                 261
                       871
                             98
                                 1
                                    -12
                                           2
                                                0
                                                    -262 870 550
           е
                 234
                       999
## 5 |
                            505 | -663 971 667
                                                      113
                                                                93 I
```

Rivi- ja sarakeprofiileista esitetään samat tiedot. Ensimmäisessä kolmen sarakkeen joukossa kerrotaan pisteen massa, laatu (qlt) ja inertiakontribuutio.

Inertiakontribuutio on suhteellinen osuus kokonaisinertiasta. Aktiivisia rivejä on 9, joten tasaisesti jaettu inetia olisi noin 110. Tanska, Bulgaria ja Unkari "selittävät" suurimman osan inertiasta. Belgian ja Saksan alueiden kontribuutiot ovat pieniä. Nämä inertiaosuudet liittyvät kokonaisinertiaan alkuperäisessä neljässä ulottuvuudessa.

Laatu kertoo miten hyvin piste on esitetty kartalla, miten suuri osa sen inertiasta on esitetty kartalla. Kaksiulotteinen kartta kuten tässä on yleisin valinta, laatu kerrotaan valitulle dimensioiden määrälle. Laatu ei riipu massasta, vaan pisteen ja kartan akseleiden välisistä kulmista (kts. teorialiite). Saksan osien ero laadussa on iso,itä-Saksalla erittäin hyvä ja länsi-Saksalla huono. Belgian alueista Wallonia on kehtoiten esitetty, ja vain Flandersin laatu on kohtuullisen hyvä. Kovin hyvä ei ole täydentävien maapisteidenkään laatu.

Kaksi seuraavaa lohkoa kertovat tulokset valituille dimenisoille eli ratkaisulle. Molempien dimensioiden ("k=1", "k=2") pääkoordinaattattien (x 1000) lisäksi raportoidaan dimension suhteellinen kontribuutio pisteen inertiaan ("cor"). Nämä tunnusluvut summautuvat laaduksi (qlt), ja ne voidaan tulkita korrelaation neliöiksi (kts. teorialiite). Erityisesti Belgian alueiden projektion laatu on huonompi ensimmäisellä dimensiolla. Itä-Saksa ja Bulgaria taas ovat hyvin esittyjä vain ensimmäisellä dimensiolla eivätkä juuri ollenkaan korreloi toisen dimension kanssa.

Pisteen absoluuttinen kontribuutio kertoo sen osuuden dimension inertiasta (summa 1000). Jos katsotaan sarakkeita, nähdään E-sarake "selittää" ensimmäisen dimension inertiasta lähes 70 prosenttia, ja dimensio saman verran kokonaisinertiasta.

k Tulosteen käsitteiden esittely - tavoite kuvan laadun varmistus, akselien tulkinnan tarkistus. Tarkemmin teorialiitteessä. Tästä pitäisi nähdä, miksi seuraavat kartat ovat sellaisia kuin ovat. Nämä kolnme sitaattia tekstin tarkistuksen tueksi, eivät tule lopulliseen versioon (18.11.20)

k1 Contributions. The contribution of point to axis is a statistic that depends both on the distance from the point to the origin point along the axis and on the weight of the point. The contributions of points to axes are the main aid to interpretation.

The contribution of a point to an axis is equal to the relative weight multiplied by the squared coordinate and divided by the eigenvalue.

Note on relative contributions. Both the contribution of a point to an axis (Ctr) and the quality of representation (cos2) are relative contributions, since both are obtained by dividing the amount of variance of axis due to the point, by the variance of axis (Ctr) and by the amount of the overall variance due to the point (cos^2), respectively. Tästä kuva teorialiitteessä.

k2 Varmuuden vuoksi: CAiP-laskentaliitteestä (s.263):

mass: masses (1000) of the respective row and column points;

qlt: quality of representation (out of 1000) of the point in the solution of chosen dimensionality, in this case two-dimensional

inr: part of total inertia (out of 1000) of the point in the full space of the rows or columns

k=1 and k=2: principal coordinates on first two dimensions, multiplied by 1000

cor: relative contributions (out of 1000) of each dimension to the inertia of individual points. These are also interpreted as squared correlations ($_1000$)

ctr: contributions (out of 1000) of each point to the principal inertia of a dimension

k3 Kontribuutiot: yleisesti high contribution of a the point to the inertia of the axis -> high relative contribution of the axis to the intertia of the point. Ei päde kääntäen. "Point 'secretaries' on the first axis is extremely well represented, but its contribution to the axis is minimal.

4.3 Esimerkki 3d- kartasta - Saksan ja Belgian dimensiot

k Ei kovin hyviä kuvia, mutta periaate on tärkeä. Kartta on approksimaatio, pitää päättää milloin se on tarpeeksi hyvä. Tai mille pisteille hyvä, mille huonompi.

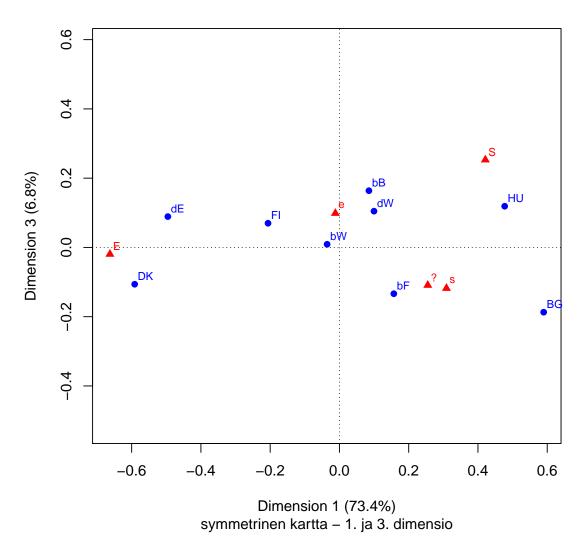
edit 26.10.2020 summary-funktio ei toimi, kun dimensioita CA-ratkaisussa kolme. Numeeriset tulokset voisi laskea "käsityönä". Kehno kvalitetti 2d-ratkaisussa saa kuvissa selityksen.

Kaksi karttaa - edit 2d-ratkaisu esitetty, nyt 3d. ca-ratkaisun akselit ovat "nested"/sisäkkäisiä. edit "Kolmisormisääntö" auttaa tulkitsemaan kaksiulotteisia "oikean käden" kuvia. Ensimmäinen dimensio on oikean käden peukalo, toinen etusormi ja kolmas keskisormi.

Esimerkki kolmiulotteisen ratkaisun tarkasta tulkinnasta (?, s.365), Ranskan poliitiikan dimensiot ("French political space") 1990-luvun lopulla.

Ensimmäisen ja kolmannen dimesion kuvassa näkyy pisteparven hajonta tärkeimmän dimension ympärillä. Sarakepisteiden järjestys säilyy samana, samoin maapisteiden oikealta vasemmalle.

Kolmen dimension ratkaisu 1



Kuva 4.3: Q1b: Saksan ja Belgian aluejako

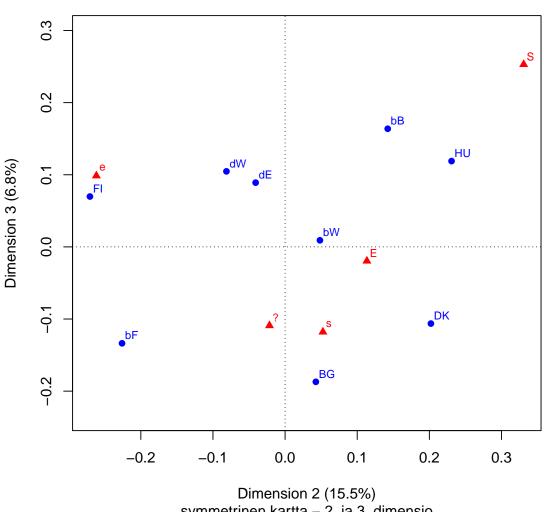
Toisen ja kolmannen dimension kartalla on esitetty noin viidesosa kokonaisinertiasta. Tässä Belgian pisteet ovat kuvan diagonaalilla.

 ${\bf k}$ Tulkinta on aika hankalaa, ehkä riittää että toteaa selvän kolmiulotteisen rakenteen jossa Belgian alueiden ero näkyy.

Kahdesta projektiosta näkee kolmannen dimension suuntaiset suurimmat poikkeamat, niitä voi vertailla rivi- ja sarakepisteiden laatuun kaksiulotteisella kartalla.

k Kolmiulotteisen kuvan tulkinta pitäisi aloittaa alusta, rivi- ja sarakepisteet hajaantuvat ulos tasosta. Ratkaisu on kuitenkin "sisäkkäinen" / "nested", kaksiuloteisen kartan pisteet vain siirtyvät kolmannen hieman ulos tasosta. Kolmannen dimension osuus kokonaisinertiasta on noin seitsemän prosenttia. Belgian alueiden ero näkyy

Kolmen dimension ratkaisu 2



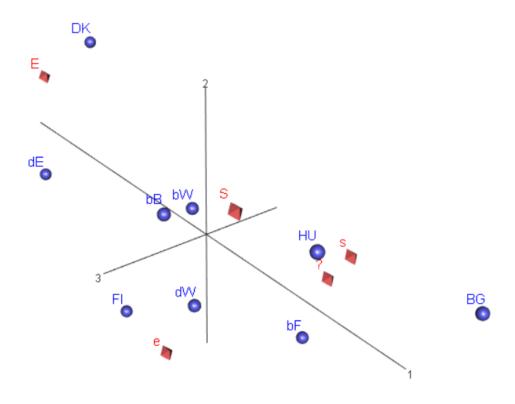
symmetrinen kartta – 2. ja 3. dimensio

Kuva 4.4: Q1b: Saksan ja Belgian aluejako

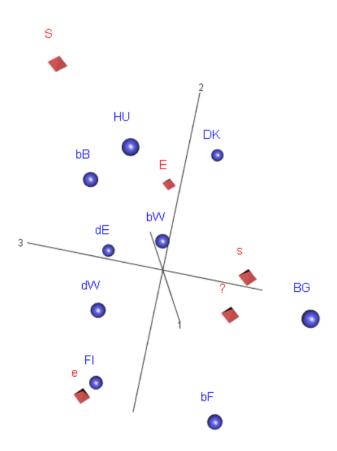
erityisesti kartassa 4.4 ja 4.6, samoin E-sarakkeen kohtalainen muutos.

edit - toinen ehkä riittää?

 ${f k}$ Kuvakaappaukset ca-paketin kolmiulotteisista kuvista eivät kovin hyvin näitä eroja. Dynaamisella kuvalla pistepilvien rakenteen hahmottaisi helpommin, tämä onnistuu useissa R-ympäristöissä.



Kuva 4.5: Saksan ja Belgian aluejako - 3d-kuva1



Kuva 4.6: Saksan ja Belgian aluejako - 3d-kuva2

Luku 5

Yhteisvaikutusmuuttujat

Yksinkertaisin tapa tutkia taustamuuttujien yhteisvaikuksia on yhdistää kaksi muuttujaa uudeksi luokitelumuuttujaksi ("interactive coding"). Miehet ja naiset on luokiteltu kuuteen ikäluokkaan (1=15-25, 2 =26-35, 3=36-45, 4=46-55, 5=56-65, 6= 66 tai vanhempi).

Poikkileikkausaineistossa vastaajan ikä kertoo myös ikäluokan (kohortin). Vastaajat ovat kokeneet kaksi suurta mullistusten vuotta elämänsä eri vaiheissa. Kaksin nuorinta ikäluokka on ollut 1990 alle 14-vuotiaita ja vanhin ikäluokka yli 44-vuotiaita. Finannsikriisin vuonna 2008 toiseksi nuorin ikäluokka on ollut 22-31 vuotiaita, ja kaksi vanhinta yli 51-vuotiaita. Pelkän ikävaikutuksen analyysi edellyttäisi vähintään kahden aineiston yhdistämistä.

Jatkan esimerkkiä kolmen muuttujan yhteisvaikutusmuuttajalla, mukaan myös maa. Käytännössä kolmen luokittelumuuttujan yhdistäminen tekee taulukosta jo hieman huteron, joissain soluissa havaintojen määrä pienenee. Tässä kaikissa soluissa on sentää viisi havaintoa tai enemmän. Pienten massojen ja harvinaisten luokkien vaikutukset on kuitenkin arvioitava, ne voivat joskus mutta onneksi harvoin määrittää sitä liikaa.

5.1 Ikä ja sukupuoli

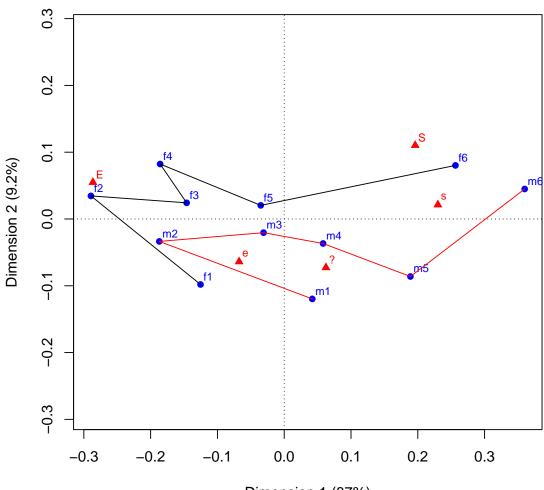
Ikäjäkauma painottuu kaikissa maissa jonkinverran vanhempiin ikäluokkiin. Nuorempien ikäluokkien osuus on (alle 26-vuotiaat ja alle 26-35 - vuotiaat) varsinkin Bulgariassa (BG) ja Unkarissa (HU) pieni.

Ikäluokilla on luonnolinen järjestys, niiden pisteet voi yhdistää nuorimmasta vanhimpaan.

Ratkaisu on melko yksiulotteinen, ensimmäinen dimensio kuvaa 87 prosenttia kokonaisinertiasta. Dimenioiden tulkinta on suurinpiirtein sama kuin kuin edellisissä kartoissa, mutta S-sarake on kiusallisesti s-sarakkeen vasemmalla puolella. Numeerisista tuloksista näkee, että sarakkeiden s ja E osuus kokonaisinertiasta (sarake inr) on 768. Niiden kontribuutio x-akselille on yhteensä vielä suurempi (849). Muut sarakkeet taas kontribuoivat y-akselin inertiaan, mutta sen osuus kokonaisinertiasta on vain 9 prosenttia. Kun sarakkeet kuitenkin ovat aika hyvin esitettyjä (qlt), voidaan x- akseli tulkinta hieman karkeammin samaa mieltä - eri mieltä - tasolla samaksi liberaalien ja konservatiivisten asenteiden ulottuvuudeksi. Toinen dimensio kuvaa tiukempaa samanmielisyyttä (S), kontrastina neutraali (?) ja maltillinen erimielisyys (s).

```
##
## Principal inertias (eigenvalues):
##
##
   dim
           value
                          cum%
                                 scree plot
##
   1
          0.037448
                    87.0
                           87.0
                                 ********
   2
          0.003977
                           96.2
##
##
   3
          0.001041
                           98.6
##
          0.000590
                      1.4 100.0
##
```

symmetrinen kartta, m = mies, f = nainen



Dimension 1 (87%) 1=15-25, 2 =26-35, 3=36-45, 4=46-55, 5=56-65, 6= 66 tai vanhempi

Kuva 5.1: Q1b: ikäluokka ja sukupuoli

```
##
    Total: 0.043055 100.0
##
##
## Rows:
##
                                                        k=2 cor ctr
                        qlt
                              inr
                                      k=1 cor ctr
         name
                 mass
##
   1
           f1
                    60
                        990
                               36
                                     -125
                                           614
                                                 25
                                                        -98
                                                            376
                                                                 145
   2
           f2
                        997
                                                         35
                                                              14
                                                                  25
##
                   83
                              163
                                     -289 983
                                               185
##
   3
           f3
                   91
                        984
                                     -146 958
                                                 52
                                                         24
                                                              26
                                                                  13
                       1000
                                                            164
##
   4
           f4
                  101
                               97
                                     -186
                                           836
                                                 93
                                                         82
                                                                 172
##
   5
           f5
                   98
                        879
                                4
                                      -35
                                           658
                                                  3
                                                         20
                                                             221
                                                                  10
   6
           f6
                  100
                        951
                              176
                                      256
                                          866
                                                175
                                                         80
                                                              85
                                                                 162
##
   7
                        659
                               32
                                            72
                                                  3 |
                                                       -120
                                                            587
##
           m1
                   57
                                        42
## 8
           m2
                   66
                        977
                               57
                                     -187946
                                                 62
                                                        -34
                                                              30
                                                                  19
                                   -
   9
                        457
                                      -31 318
                                                  2
                                                        -20
##
           mЗ
                   78
                                5
                                                            139
                                                                   8
## 10
                   89
                        674
                               14
                                        58 482
                                                  8
                                                        -37
                                                            192
                                                                  30
           m4
##
  11
           m5
                   89
                        988
                               90
                                      189 818
                                                 85
                                                        -86
                                                            170
                                                                 166
##
   12
                   89
                        978
                              277
                                      360
                                          963 307
                                                              15
           m6
                                                         45
                                                                  45
##
## Columns:
##
        name
                       qlt
                             inr
                                                       k=2 cor ctr
                mass
                                     k=1 cor ctr
## 1
           S
                  99
                       915
                             128
                                     196
                                          695
                                              102
                                                       110
                                                           220
                                                                304
                             304
                                     230 961
                                              336
##
   2
           s
                 238
                       969
                                                        21
                                                              8
                                                                 27
## 3 |
                 168
                       777
                              46
                                      62
                                         330
                                                17
                                                       -73 447
                                                                223
                       897
                                                32
                                                       -64 424 268
## 4
                 261
                              58
                                     -68
                                         473
           е
                 234
                       997
                                    -286 962 513
## 5
           Ε
                             464
                                 55
                                                             35
                                                                177
```

Rivien massat ovat melko saman kokoisia, mutta kolmen ryhmän (f2, f6 ja m6) osuus kokonaisinertiasta on 616 ja niiden kontribuutio ensimmäiselle dimensiolle on 567. Vain 36-45-vuotiaiden miesten (m3) piste on huonosti esitetty (qlt = 457). Tulkinta on hankalaa miesten ja naisten nuorimman ryhmän osalta, vaikka efekti kartalla on iso. Molempien osuus kokonaisinertiasta on pieni (inr). Nuoret naiset (f1) on kuvattu kartalla erittäin hyvin. Nuoretn miesten (m1) esityksen laatu on heikompi, ja kaikista suurin kontribuutio on vain y-akselille. Kun muut ikäryhmät (paitsi f3) ovat ikäjärjestyksessä vasemmalta oikealle, voi nuorimpien ja vanhimpien ikäryhmien sijainnin tulkita osittain toisen dimension (varma mielipide - epävarma mielipide) avulla.

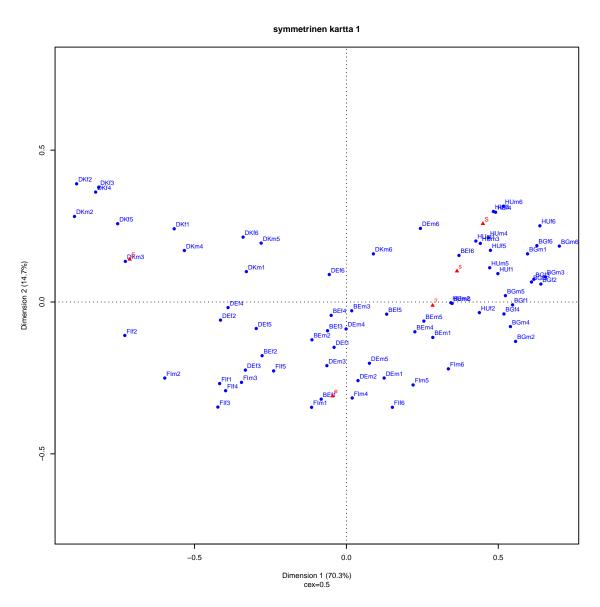
Selvästi kaikissa ikäluokissa miehet ovat konservatiimisempia kuin naiset. Nuorin ikäluokka on hieman vähemmän varma mielipiteistään kuin vanhin. Yksi mahdollinen selitys kartan tulkinnan ongelmille on se, että maiden väliset erot mielipiteissä ovat paljon suurempia kuin sukupuolten väliset maiden sisällä (ISSP 1994 aineisto, CAiP, s.126).

5.2 Ikä, sukupuoli ja maa

Kuvasta saa jotenkin selvää, kun sen suurentaa mutta pisteitä on selvästi liikaa. Joitain muuttujien nimiä voisi lyhentää, kuva-alaa voisi rajata joihinkin osiin mutta osajoukon korrespondenssianalyysi tarjoaa pätevimmän vaihtoehdon.

Sarakkeiden järjestys vasemmalta oikealle ja ylhäältä alas on sama kuin edellisissä kartoissa. Dimenisoiden tulkinta on sama, osuus inertiasta pienenee x-akselilla noin 6 prosenttiyksikköä. Pisteiden järjestys liberaalista konservatiiviseen alkaa Tanskan ja Suomen pisteistä, sitten tulee Saksan ja Belgian pisteitä ja konservatiisimpia ovat oikeassa laidassa Unkarin ja Bulgarian osajoukot. Toisella akselilla maltillisia ja neutraaleja ovat hyvin karkeasti Suomen pisteet ja lähes kaikki Saksan ja Belgian pisteet. Eri maiden osajoukkojen suhteita on hankalampi hahmottaa, erityisesti kartan oikealla laidalla.

Numeeristen tulosten taulukko on pitkä, mutta kartan informaatio pitää tarkistaa. Numeeriset tulokset eivät ole pelkkää diagnostiikkaa ja kartatan esittämien riippuvuuksien varmistamista. Niistä näkee myös tarkemmin mahdolliset kiinnostavat piirteet datassa. Regeressiomallien tulosten raporteissa diagnostiikka on enintään liitteenä, mutta eksploratiivisessa data-analyysissä se ohjaa analyysiä myös eteenpäin.



Kuva 5.2: Q1b: ikäluokka ja sukupuoli maittain

Tässä voi nähdä myös todennäköisyysteoriaan perustuvan tilastollisen mallintamisen vahvan puolen, aineiston rakenne ja muuttujien yhteydet saadaan parhaassa tapauksesa esitettyä paljon tiiviimmin.

```
##
##
   Principal inertias (eigenvalues):
##
##
    dim
            value
                         %
                              cum%
                                      scree plot
    1
                        70.3
                               70.3
##
            0.184895
##
    2
            0.038751
                        14.7
                               85.0
    3
##
            0.024006
                         9.1
                               94.1
                                      **
##
    4
            0.015502
                         5.9 100.0
##
##
    Total: 0.263154 100.0
##
##
## Rows:
##
                                                        k=2 cor ctr
         name
                        qlt
                              inr
                                      k=1 cor ctr
                 mass
## 1
         BEf1 |
                   14
                        678
                                9
                                      -83
                                            43
                                                  1
                                                    -
                                                       -320 635
                                                                   38 |
## 2
         BEf2
                        914
                                     -278 650
                                                 10
                                                       -177
                                                            264
                   24
                               11 |
                                                                   20 I
   3
                        320
##
         BEf3
                   21
                                3
                                      -62
                                            96
                                                  0
                                                        -95
                                                             224
                                                                    5
                                                                      - |
##
   4
         BEf4
                   24
                        164
                                3
                                   1
                                      -50
                                            92
                                                  0
                                                        -44
                                                              71
                                                                    1 |
## 5
         BEf5
                   23
                        332
                                5 I
                                      133
                                           304
                                                  2
                                                        -40
                                                              28
                                                                    1 |
## 6
                   23
                        832
                               17 |
                                           710
                                                 17 |
                                                        153
         BEf6
                                      371
                                                            121
                                                                   14 |
##
   7
         BEm1
                   11
                        429
                                9
                                   1
                                      284
                                           367
                                                  5
                                                       -117
                                                              62
                                                                    4
                                                                      - 1
## 8
         BEm2
                        372
                                5 I
                                     -113 169
                                                       -125
                                                            203
                                                                    7 |
                   17
                                                  1
##
   9
         BEm3
                   20
                        108
                                1 |
                                        17
                                            29
                                                  0
                                                        -29
                                                              79
                                                                    0 |
## 10
         BEm4
                   22
                        966
                                5
                                   1
                                      225
                                           812
                                                  6
                                                        -98
                                                             154
                                                                    5 |
   11
         BEm5
                   22
                        728
                                8
                                   -
                                      255
                                           686
                                                  8
                                                        -63
                                                              42
                                                                    2 |
##
## 12 |
                        788
                                      348 788
                                                         -5
         BEm6
                   26
                               15 |
                                                 17 |
                                                               0
                                                                    0 |
## 13 |
                    5
                                      547 531
                                                  8 |
                                                         -9
         BGf1
                        531
                               11 |
                                                               0
                                                                    0 |
                                                               7
## 14
      -
         BGf2
                     8
                        860
                               14
                                   1
                                      640 853
                                                 17 |
                                                         59
                                                                    1 |
         BGf3
## 15
      1
                   12
                        815
                               21
                                   1
                                      617
                                           804
                                                 24
                                                         75
                                                              12
                                                                    2 |
## 16 |
         BGf4
                        932
                               12 |
                                      519 927
                                                        -39
                                                               5
                   10
                                                 15
                                                                    0 |
                                                              10
## 17
         BGf5
                   14
                        880
                               23 |
                                      609 870
                                                 28
                                                         66
                                                                    2 |
   18
##
         BGf6
                    18
                        921
                               32
                                   -
                                      627
                                           846
                                                 39
                                                        186
                                                              74
                                                                   16
                                                                      - 1
##
   19
         BGm1
                     5
                        940
                                7
                                   1
                                      596
                                           878
                                                  9
                                                        159
                                                              62
                                                                    3 |
##
   20
         BGm2
                     6
                        830
                                9 |
                                      557
                                           788
                                                 11 |
                                                       -130
                                                              43
                                                                    3 |
##
   21
         BGm3
                     8
                        709
                               19 |
                                      655
                                           698
                                                 19 |
                                                         83
                                                              11
                                                                    1 |
   22
##
         BGm4
                     8
                        771
                               11
                                   1
                                      540
                                           754
                                                 12
                                                        -81
                                                              17
                                                                    1
                                                                      ١
                        979
                                      524 977
                                                 15
                                                         21
                                                               2
##
   23
         BGm5
                   10
                               11
                                   1
                                                                    0 |
##
   24
         BGm6
                     9
                        692
                               27
                                   1
                                      701 647
                                                 24
                                                        184
                                                              45
                                                                    8 |
                                            29
##
   25
         DEf1
                   13
                        425
                                3
                                   -
                                      -41
                                                  0
                                                       -149
                                                             395
                                                                    7 |
   26
         DEf2
                        938
                               10
                                     -415
                                           919
                                                 14
                                                        -60
                                                              19
##
                   15
                                   1
                                                                    1 |
   27
                        846
                                     -333
                                           582
                                                       -224
                                                             264
##
         DEf3
                   19
                               13
                                  -
                                                 11
                                                                   24 I
  28
         DEf4
                   23
                        985
                               13
                                  -
                                     -390 982
                                                 19
                                                        -18
                                                               2
                                                                    0 |
##
      ## 29
      \perp
         DEf5
                        839
                                7
                                     -297
                                           772
                                                  8
                                                        -87
                                                              67
                   17
                                  -
                                                    - 1
                                                                    3 |
   30
         DEf6
                   23
                                8
                                   -
                                      -56
                                            32
                                                  0
                                                         90
                                                              84
                                                                    5
##
      116
                                                    1
                                                                      -
## 31
         DEm1
                   13
                        912
                                4 |
                                      124 180
                                                  1
                                                       -250
                                                            732
                                                                   20 |
      - 1
                                                    - |
   32
                                4 |
                                                       -259
##
         DEm2
                   13
                        766
                                        38
                                            16
                                                  0
                                                            749
                                                                   22 I
   33
         DEm3
                                4
                                   63
                                                       -210 674
##
                   15
                        737
                                      -64
                                                  0
                                                                   17
##
   34
         DEm4
                   21
                        137
                                5
                                   1
                                       -1
                                             0
                                                  0
                                                        -89
                                                            137
                                                                    4 |
## 35
                                5 |
                                            75
      - 1
         DEm5
                   19
                        603
                                        76
                                                  1
                                                    -202 529
                                                                   20 |
                                                  7 |
## 36
      - 1
         DEm6
                   22
                        849
                               12 |
                                      244
                                           427
                                                        242 422
                                                                   34 I
                                     -567
## 37
      1
         DKf1
                   10
                        991
                               15
                                   1
                                           839
                                                 18
                                                        241 152
                                                                   15
                                                                      - 1
## 38 | DKf2 |
                   14
                        991
                               49
                                  -
                                     -888 831
                                                 58 I
                                                        389 160
                                                                  53 I
```

```
##
   39
         DKf3
                    17
                         963
                                53
                                      -816 793
                                                  60
                                                         377 170
                                                                    61 I
         DKf4
                         977
                                      -826
                                           820
                                                  66
                                                         362
                                                             157
                                                                    61
##
   40
                    18
                                57
##
   41
         DKf5
                    16
                         998
                                38
                                      -753
                                           894
                                                  48
                                                         258
                                                              105
                                                                    27
##
   42
         DKf6
                    12
                         808
                                 9
                                      -340
                                           579
                                                   8
                                                         214
                                                              229
                                                                    14 |
##
   43
         DKm1
                    15
                         981
                                 7
                                      -329
                                           898
                                                   9
                                                         100
                                                               83
                                                                     4 |
   44
         DKm2
                    13
                         989
                                43
                                      -895
                                           900
                                                  55
                                                         282
                                                               89
                                                                    26
##
                                                               32
                                                                     6 I
##
   45
         DKm3
                    13
                        982
                                28
                                      -728
                                           950
                                                  38
                                                         134
   46
         DKm4
                    15
                         941
                                19
                                      -534
                                           855
                                                  24
                                                         170
                                                               86
                                                                    11 |
##
## 47
         DKm5
                    13
                        643
                                 9
                                      -281
                                            435
                                                   6
                                                         194
                                                             208
                                                                    13 l
##
   48
         DKm6
                    15
                         355
                                 5
                                        89
                                             85
                                                   1
                                                         158
                                                              270
                                                                     9
   49
         FIf1
                    12
                         980
                                      -417
                                            693
                                                        -269
                                                              287
                                                                    21 I
##
                                11
                                                  11
## 50
                    12
                         927
                                      -730
                                           907
                                                  34
         FIf2
                                26
                                                        -110
                                                                     4 |
                                      -423 590
         FIf3
                    12
                                                        -346
## 51
       1
                         984
                                13
                                   394
                                                                    36
                                                                       11
         FIf4
                         991
                                      -398 644
                                                        -292
                                                             347
## 52
                    14
                                14
                                                  12
                                                                    32 |
## 53
         FIf5
                         952
                                 8
                                      -240 502
                                                   5
                                                        -227
                                                             450
                                                                    23 I
                    17
                                   -1
##
   54
         FIf6
                    11
                         835
                                 7
                                       151 134
                                                   1
                                                        -347
                                                             701
                                                                    35
                     7
         FIm1
                         787
                                      -115
                                             78
                                                        -347
                                                             710
##
   55
                                 5
                                                   1
                                                                    22
                     9
                                            832
##
   56
         FIm2
                         977
                                14
                                      -598
                                                  17
                                                        -250
                                                              146
                                                                    14
                     9
   57
         FIm3
                         998
                                      -345
                                            629
                                                   6
                                                        -265
                                                             369
##
                                 6
                                                                    16
##
   58
         FIm4
                    13
                         837
                                 6
                                   -
                                        19
                                              3
                                                   0
                                                        -316
                                                             834
                                                                    33 |
                                 7
                                       220
##
   59
         FIm5
                    12
                         734
                                            289
                                                   3
                                                        -273
                                                             446
                                                                    23 I
##
   60
         FIm6
                     9
                         911
                                 6
                                       336
                                            637
                                                   6
                                                        -220
                                                              274
                                                                    12 I
                     7
##
   61
         HUf1
                         723
                                 9
                                   -
                                       499
                                            698
                                                   9
                                                          93
                                                               25
                                                                     1 |
                         689
                                            685
                                                         -35
                                                                4
##
   62
         HUf2
                                       438
                                                                     0
                    11
                                11
                                   1
                                                  11
##
   63
         HUf3
                    12
                        808
                                18
                                       484
                                            586
                                                  15
                                                         298
                                                              222
                                                                    27
##
   64
         HUf4
                    11
                         768
                                18
                                   - 1
                                       491 564
                                                  15
                                                         296
                                                             204
                                                                    25
   65
         HUf5
                    12
                         850
                                13
                                       474
                                           753
                                                  14
                                                         170
                                                               97
                                                                     9
   66
         HUf6
                    13
                         671
                                34
                                       637
                                           581
                                                  28
                                                         251
                                                               90
##
                                   - 1
                                                                    21
         HUm1
                     6
                         935
                                 5
                                   1
                                       426
                                           766
                                                   6
                                                         201
                                                              170
                                                                     6
##
   67
                        381
   68
                     9
                                           381
                                                   6
                                                          -2
                                                                0
                                                                     0 |
##
         HUm2
                                11 |
                                       344
##
   69
         HUm3
                    13
                         957
                                12
                                   441 803
                                                  13
                                                         193
                                                             154
                                                                    12 |
         HUm4
                         999
                                       468
                                           830
                                                  12
                                                              169
##
   70
                    10
                                10
                                                         211
                                                                    11 |
##
   71
         HUm5
                    13
                         942
                                12
                                       472 891
                                                  15
                                                         113
                                                               51
                                                                     4
                                                                       - 1
##
   72
         HUm6
                     8
                         726
                                15
                                       517
                                           529
                                                         315
                                                             197
                                                                    20
                                   -
                                                  11
                                                                       - 1
##
##
   Columns:
##
                                                        k=2 cor ctr
        name
                       qlt
                                      k=1 cor ctr
                mass
                             inr
## 1
           S
                   99
                        653
                             155
                                      450
                                          492 109
                                                        258 162 171
##
   2
                 238
                        741
                              174
                                      364
                                          687
                                               170
                                                        102
                                                              54
                                                                  63
            s
##
   3
                 168
                        535
                              96
                                      284
                                          534
                                                 73
                                                        -11
                                                               1
                                                                    1
   4
                              103
                                      -45
                                            20
                                                  3
##
                 261
                        941
                                                       -310 921
                                                                 646
            е
## 5 |
                 234 1000
                             471 | -714 962 645
                                                        141
                                                              37 119
```

Sarakkeet on kohtailaisen hyvin esitetty, heikoimmin neutraali vaihtoehto (535). Kun sen suhteellinen kontribuutio (cor) on vain 1 toisella dimensiolla jää loppuosa x-akselille. Maltillisuuden dimensiota määrittää e-sarakke (ctr = 646), ja vain sitä. Ensimmäistä dimensiota määrittää vahvimmin E-sarake (ctr = 645) liberaaliin ja samaa mieltä olevien sarakkeet (s, S) konsertatiiviseen suuntaan.

Kun aineistossa on 72 riviä on inertian suhteellisen kontribuution keskiarvo noin 14. Tämän ylittäviä kontribuutiota on Bulgaria naisilla (BGf2, BGf3, BGf5 ja BGf6) kaikilla konservatiiviseen suuntaan. Sama pätee Unkarin naisille, muuten naisten ikäluokat kontribuoivat yleensä liberaaliin suuntaan. Suomen pisteiden absoluuttiset kontribuutiot lähes pelkästään toiselle dimenisolle maltilliseen suuntaan. Tanska taas kontribui vahvahsti jyrkempien mielipiteiden suuntaan.

Kaikissa taulukon soluissa on vähintään viisi havaintoa, muutama pienen massan havainto kontribuoi kohtuullisen paljon. Kuvan laadun takia ryhmiä pitäisi yhdistellä.

5.3. STABIILISUUS 47

5.3 Stabiilisuus

Tarkastelen tässä vain ratkaisustabiiliutta (solution stabiility). Siinä data on annettu, ja ratkaisun numeerisista tuloksista nähdään miten pisteet määritättävät akselit. Ulkoinen stabiilius on laajempi käsite, mikä on datan suhde esimerkiksi johonkin perusjoukkoon (CAiP, s. 225). Ratkaisu on stabiili niiden pisteiden suhteen jotka eivät vaikuta siihen.

Korrespondenssianalyysiä ja erityisesti khii2- etäisyysmittaa on arvosteltu siitä, että se on liian herkkä harvinaisille luokittelumuuttujan arvoille. Yhteenvetoartikkelissan? tarttuu "vaikuttavien poikkeavien havaintojen myyttiin", ja pitää sitä lähes aina perusteettomana.

Harvinaiset kategoriat ovat usein kartalla kaukana origosta, mutta jokaisella pisteellä on massa ja näillä "outlayereilla" se on pieni. Niinpä niiden vaikutuskin on vaatimaton.

Harvinaisten kategorioiden vaikututus voi olla suuri, joten numeerisista tuloksita on tarkistettava onko hyvin pienen massan pisteillä suuri kontribuutio ratkaisuun. Käytännössä näin voi käydä esimerkiksi silloin, kun jonkun harvinaisen luokittelumuuttujan arvon havainnot ovat keskittyneet muutamaan profiiliin joissa niiden osuus on suuri (CAiP, s 298). Luvussa 7 nähdään, miten melko vähäinen määrä puuttuvia vastuaksia kasaantuu samaan vastaajien osajoukkoon ja mitä seurauksia sillä on.

Stabiiliutta voi helposti kokeilla määrittelemällä joitain pisteitä täydentäviksi pisteiksi.

Kartan 5.2 numeerisista tuloksista ei löydy pienen massan pisteitä joilla on merkittävä kontribuutio akseleihin.

Luku 6

Osajoukon korrespondenssianalyysi

Graafisessa data-analyysissä kuvien on oltava selkeitä, mutta korrespondenssianalyysin ja monimuutujakorrespondenssianalyysin kartat ovat usein liian täynnä pisteitä. Ongelmaa voi lievenätää jättämällä pois ratkaisuun vain vähän vaikutttavia pisteitä, keksimällä mahdollisimman lyhyitä symboleja muuttujille tai rajaamalla kuvaa. Ongelma on kuitenkin syvempi, usein kartta kertoo aika yllätyksettömän ja ilmeisen tarinan. Kiinnostavammat yhteydet pysyvät piilossa ylemmissä dimensioissa. MCA-kartan perusongelma on se, että siinä yritetään esittää monia erityyppisiä yhteyksiä simultaanisesti ja nämä yhteydet eivät ole "isolated to particular dimensions" (?, 198).

Osajoukon korrespondenssianalyysi (subset CA, subset MCA) on yksi vastaus tähän pulmaan. Teoreettiset perusteet on esitetty Greenacren ja Pardon artikkelissa (?) ja sen laajennetussa versiossa (emt.), esimerkkiaineistona ISSP:n 1994 data. Selkeä oppikirjaesitys on CAiP (ss. 161-).

Eräs selkeä sovelluskohde yhteiskuntatieteellisissä kyselyaineistoissa on puuttuvien vastausten analyysi, johon palataan seuraavassa luvussa.

Osajoukon korrespondenssianlyysin idea on säilyttää koko aineiston massat ja khii2-etäisyyksien painot mutta analysoida vain osaa aineistosta. Koko aineiston sentroidi säilyy kartan keksipisteenä. Osajoukkojen inertioiden summa on koko aineiston inertia.

Osajoukon voi valita havaintojen tai muuttujien suhteen. Täydentäviä pisteitä voi helposti lisätä kartalle, jos ne eivät kuulu siihen joukkoon josta osajoukko on valittu. Osajoukon profiilit muuttuvat, niiden summa ei enään ole yksi ja barysentristä periaatetta ei voi suoraan käyttää täydentävän pisteen koordinaattien laskemiseen. Tässä esimerkissä emme voi suoraan ca-paketin avulla sijoittaa esimerkiksi maapisteitä kartoille.

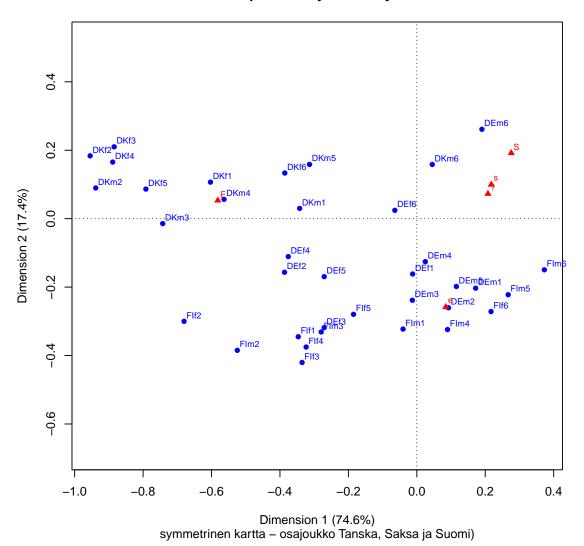
Kartan 5.2 avulla on helppo jakaa aineisto aluksi vain kahteen ryhmään. Suomi, Tanska ja Saksa ovat pääakselin oikealla puolella. Bulgaria ja Unkari yhdessä Belgian kanssa ovat toinen ryhmä.

Karttoja 6.1 ja 6.2 joutuu katsomaan aika tarkkaan ennenkuin uskoo, että akseleiden skaalaus on akateeminen pulma vailla käytännön merkitystä (kts.luku 3.3.4). Dataa analysoidaan graafisesti, ja kuvat *näyttävät* erilaisilta. Pääakselien inertioiden neliöjuuret ovat 0.327 ja 0.158, sarakkeiden etäisyyksiä voisi tulkita myös kontribuutiokuvista.

k Rivipisteiden tulkinta

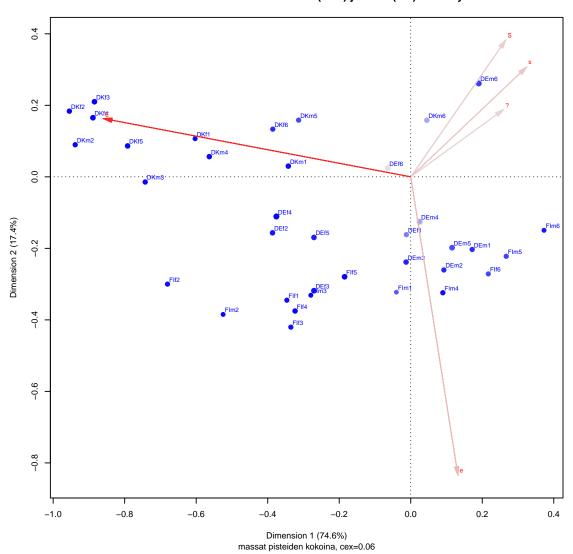
```
##
## Principal inertias (eigenvalues):
##
##
   dim
                      %
           value
                          cum%
                                 scree plot
                          74.6
##
   1
           0.107090 74.6
##
   2
           0.024985
                     17.4
                           92.0
##
   3
           0.006594
                      4.6
                           96.6
##
           0.004882
                      3.4 100.0 *
```

Q1b: Lapsi kärsii jos äiti käy töissä

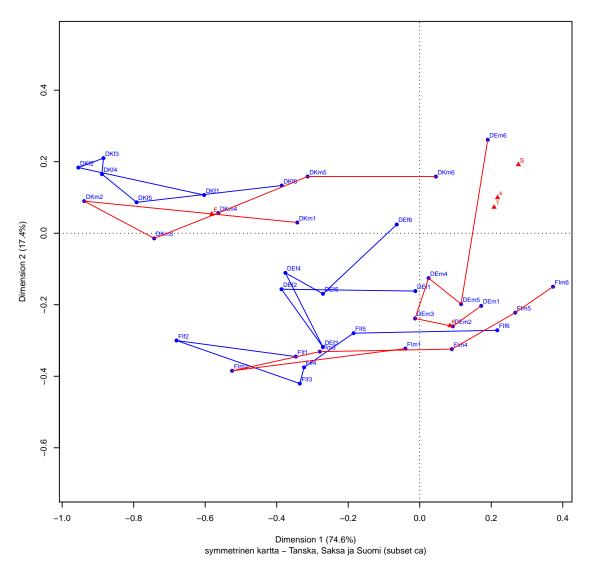


Kuva 6.1: Ikä, sukupuoli ja maa:Tanska-Saksa-Suomi

Kontribuutiokartta: sarakkeiden(abs.) ja rivien(rel.) värisävy



Kuva 6.2: Ikä, sukupuoli ja maa:Tanska-Saksa-Suomi



Kuva 6.3: Ikä, sukupuoli ja maa:Tanska-Saksa-Suomi

```
##
##
    Total: 0.143551 100.0
##
##
## Rows:
##
                        qlt
                              inr
                                      k=1 cor ctr
                                                        k=2 cor
         name
                 mass
                                                                 ctr
                        467
                                5
                                      -12
                                              3
                                                  0
                                                       -162 464
##
         DEf1
                    13
                                                                   13
  1
   2
         DEf2
                    15
                        930
                                19
                                     -387
                                           799
                                                 21
                                                       -157
                                                             131
                                                                   14
   3
         DEf3
                        919
                                     -271 385
                                                 13
                                                       -318 533
##
                    19
                                25
                                                                   76
##
   4
         DEf4
                    23
                        993
                                25
                                     -376
                                           913
                                                 30
                                                       -111
                                                              80
                                                                   11
##
   5
         DEf5
                        893
                                13
                                     -271
                                           641
                                                 11
                                                       -169
                                                             252
                                                                   19
                    17
   6
         DEf6
                    23
                         48
                                15
                                       -64
                                             42
                                                  1
                                                          24
                                                               6
##
                                   -
                                                                    1 |
   7
                        827
                                8
                                      172
                                                  3
                                                       -203 482
##
         DEm1
                    13
                                   -
                                           345
                                                                   21
   8
         DEm2
                        855
                                8
                                        93
                                             96
                                                       -260
                                                             759
                                                                   34
##
                    13
                                                  1
##
   9
         DEm3
                        874
                                7
                                      -13
                                              3
                                                  0
                                                       -238 871
                                                                   34
                    15
                                   1
## 10
         DEm4
                    21
                        285
                                8
                                        25
                                             11
                                                  0
                                                       -126
                                                             274
                                                                   13
                                                  2
##
   11
         DEm5
                    19
                        684
                                10
                                       116
                                           174
                                                       -198
                                                             510
                                                                   30
                        750
                                           260
                                                  8
                                                        261
##
   12
         DEm6
                    22
                                22
                                      190
                                                             490
                                                                   61
   13
         DKf1
                        979
                                27
                                     -603
                                           949
                                                 35
                                                              30
##
                    10
                                   |
                                                        107
                                                                    5
## 14
         DKf2
                    14
                        996
                                89
                                   -
                                     -955
                                           960 115
                                                        184
                                                              36
                                                                   18 I
   15
                                     -885
                                           933
##
         DKf3
                    17
                        985
                               98
                                   1
                                                122
                                                        210
                                                              53
                                                                   29
##
   16
         DKf4
                    18
                        983
                              104
                                     -889 950
                                                132
                                                        165
                                                              33
                                                                   20 I
##
   17
         DKf5
                    16
                       1000
                                69
                                   1
                                     -792 988
                                                 92
                                                         86
                                                              12
                                                                    5
                                                                      - 1
   18
         DKf6
                        834
                                     -386
                                           745
##
                    12
                                17
                                                 17
                                                        133
                                                              89
                                                                    9 |
                                                               7
##
   19
         DKm1
                    15
                        978
                                13
                                     -342
                                           971
                                                 17
                                                         30
                                                                    1
## 20
         DKm2
                    13
                        997
                               79
                                     -938 988
                                                104
                                                         90
                                                               9
                                                                    4
## 21
         DKm3
                    13
                        989
                                52 |
                                     -743 989
                                                 69
                                                        -14
                                                               0
                                                                    0
## 22
         DKm4
                        962
                                36
                                     -563 952
                                                 45
                                                         57
                                                              10
                                                                    2
                    15
                                   - 1
   23
         DKm5
                    13
                        682
                                16
                                   1
                                     -314 543
                                                 12
                                                        159
                                                             139
                                                                   13
##
   24
         DKm6
                        291
                                9
                                             22
                                                  0
                                                             269
##
      1
                    15
                                        45
                                                        158
                                                                   15
##
   25
         FIf1
                    12
                        951
                                20
                                     -346 478
                                                 13
                                                       -345
                                                             474
                                                                   55
                   12
##
   26
         FIf2
                        941
                                48
                                     -680
                                           788
                                                 50
                                                       -300
                                                             153
                                                                   42
         FIf3
                        952
                                           370
##
   27
                    12
                                24
                                     -335
                                                 12
                                                       -420
                                                             582
                                                                   82
                                                       -375
##
   28
         FIf4
                    14
                        999
                                25
                                     -323
                                           426
                                                 14
                                                             573
                                                                   82
                                   -
   29
                                     -185
                                           299
                                                       -280
##
         FIf5
                    17
                        982
                                14 |
                                                  6
                                                             683
                                                                   55
         FIf6
##
   30
                    11
                        704
                                13
                                      217
                                           274
                                                  5
                                                       -271
                                                             430
                                                                   33
##
   31
         FIm1
                     7
                        624
                                8
                                      -40
                                             10
                                                  0
                                                       -323
                                                             614
                                                                   30 I
   32
                     9
##
         FIm2
                        984
                                26
                                     -525
                                           640
                                                 22
                                                       -385
                                                             344
                                                                   52 I
##
   33
         FIm3
                     9
                        990
                                12
                                     -279
                                           412
                                                  6
                                                       -331
                                                             578
                                                                   38 I
##
   34
         FIm4
                    13
                        944
                                11
                                        90
                                             67
                                                  1
                                                       -324
                                                             877
                                                                   54
   35
         FIm5
                        722
                                           426
                                                  8
                                                       -222
                                                             295
                                                                   23
##
                    12
                                14
                                      267
                                                                      - 1
##
   36 |
        FIm6
                     9
                        911
                                11 |
                                      373 785
                                                 12 |
                                                       -150126
                                                                    8 |
##
##
   Columns:
##
        name
                       qlt
                             inr
                                     k=1 cor ctr
                                                       k=2 cor ctr
                mass
##
  1 |
           S
                  99
                       731
                             107
                                     276
                                          493
                                                       192 238
                                                                147
                                                71
##
   2
                 238
                       832
                             114
                                     218
                                          688
                                               105
                                                       100
                                                            144
                                                                  94
           S
   3
                 168
                       647
                              88
                                     208
                                          576
                                                             70
                                                                  35
##
                                                68
                                                        73
                       992
                                           96
                                                      -258 896 697
##
   4
                 261
                             135
                                      85
           е
                                                17
## 5 I
           Ε
                 234 1000
                             556 | -582 992 739 |
                                                              8
                                                        53
                                                                  27 I
```

Tulkintaa

Kolmen maan osajoukon ratkaisussa 2. dimensiolla (maltillinen liberaali - tiukka konservatiivi) on inertiasta 17 prosenttia, edellä ollut paljon yksiulotteisempia ratkaisuja. Huono kvaliteetti (qlt) on ryhmillä DEf1 (467) ja DEf6 (48), DEm4 (285). Tanskan havainnoista vanhimmat miehet (DKm6,291) ovat kaikkein huonoimmin

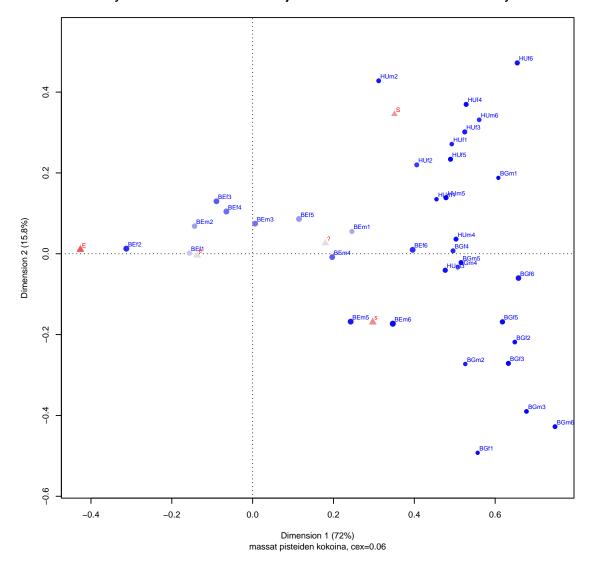
esitettyjä ratkaisussa, ja hieman nuoremmatkin (DKm5, 682). Suomen aineistossa vain nuoret miehet (FIm1, 624) on esitetty kartalla huonosti. Kaksi dimensiot selittävät osajoukon kokonaishajonnasta 92%, mutta muutaman ryhmän hajonta on muissa dimensioissa. Saksan naisten iäkkäin ikäluokka (DEf6) ja keski-ikäisen miehet (DEm4) vain näyttävät olevan lähekkäin origon tuntumassa, samoin muutama muu huonosti tasoon sijoitettu piste.

Huonosti kuvatuista pisteistäkuva ei oikeastaan mitään muuta.

Sarakkeet on esitetty kohtalaisen hyvin, ja symmetrisessä kartassa tärkeimmälle dimensioille projisodut sarakepisteet ovat odotetussa järjestyksessä.

Kontribuutiokartasta nähdään, että tärkein kontrasti on tiukan erimielisyyden (E) ja kaikkien muiden vastausvaihtoehtojen välillä. Epävarmojen tai maltillisten (e) kontrasti hallitsee toista dimensiota, erityisesti S-ja s- kategorioiden kanssa. Samalla kuvasta näkee (ja numeerisist tuloksista voi vahvistaa), että S-piste on on lähempänä (kulma on pienempi) pystyakselia. Kontribuutio on suurempi (147 vs. 71 x-akselille). Toisaalta x-akseli selittää selvästi suurimman osan kaikkien muiden sarakepisteiden inertiasta, ja y-akseli taas lähes täysin e-pisteen inertian.

symmetrinen kartta: sarakkeiden ja rivien suhteelliset kontribuutiot värisävynä



Kuva 6.4: Ikä, sukupuoli ja maa: Belgia-Bulgaria - Unkari 1

Ensimmäisen dimension tulkinta pysyy samana, mutta nyt molemmat erimieliset (E, e) vastauskategoriat ovat selvästi oikealla. Ne ovat lähes x-akselin päällä, kun ensimmäisen osajoukon kartalla e-sarake oli oikealla ja alhaalla kontrastina S- ja s- vastauksille ja myös neutraalille vaihtoehdolle. Kartan toinen dimenisio erottelee nyt tiukasti ja lievemmin samaa mieltä olevat, neutraali vaihtoehto jää väliin.

Belgian nuoremmat ikäluokat ovat liberaalilla puolella, ja kiinnostavasti kaksi vanhinta miesten ryhmää on pystysuunnassa kaikkein maltillisimpia. Bulgarian ja Unkarin pisteen ovat x-akselilla tiukasti konservatiivisa. Vaihtelua on maltillisemman ja jyrkemmän konservatiivisuuden välillä pystysuuntaan. Toisen dimension kontrasti on myös hieman yllättäen Bulgarian nuorimpien naisten (BGf1) Unkarin vanhimpiten naisten (HUf6) välillä.

Kuvan 6.3 tapaan ei Bulgarian ja Unkarin ikäluokkia kannata yhdistää. Järjestys toki löytyy, mutta ei ollenkaan niin selkeä. Saksan naisten ikäluokkakuva alkaa erkaantua hieman Suomen ja Taskan hyvin samanalaisista kuvioista. Saksan miehillä on jo eroja paljon toisen dimension suuntaan, Unkarin ja Bulgarian osajoukkojen erot ovat lähes pelkästään pystysuoria.

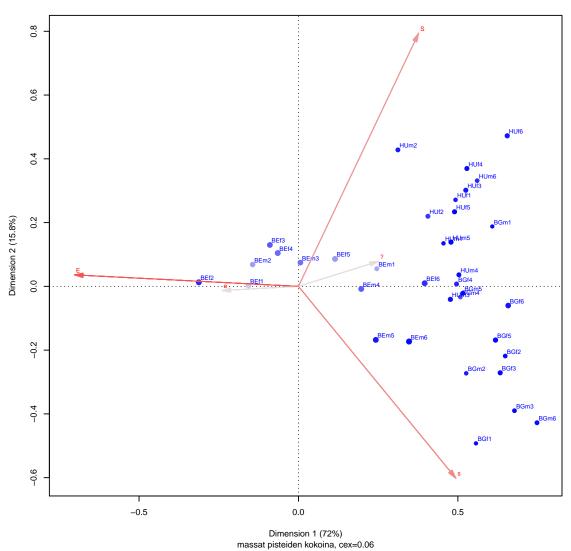
Suhteellinen kontribuutio eli pisteen laatu (numeerisissa tuloksissa "cor") on esitetty värisävynä. Sarakkeista e ja "?" on esitetty huonosti, riveistä Belgian nuorimmat miehet ja naiset.

Kontribuutiokartta ??fig:maagaCA2sub3map2) eroaa kartasta ??fig:maagaCA2sub2map3) kolmen akselin (E, S ja s) tasapainosemmalla vaikutuksella ratkaisuun. Konservatiiviset sarakepisteet ovat vaikuttavampia kuin E, maltillinen liberaali (s) ja neutraali vaihtoehto vaikuttavat vähemmän.

k Yksityiskohdat ovat kiinnostavia, mutta graafisen analyysin päätavoite on yleiskuva. Tässä ekspolratiivinen data-analyysi kuitenkin kulkee hieman eri polkuja kuin tavaniomainen tilastollisten mallien analyysi. Seuratataan minne data kuljettaa, etstiään uusia näkökulmia. Iän ja sukupuolen yhteys vastauksiin on rakenteeltaan erilainen, se ei ole ongelma vaan datan ominaisuus.

```
##
## Principal inertias (eigenvalues):
##
##
                         %
    dim
                              cum%
            value
                                      scree plot
##
    1
            0.086111
                        72.0
                               72.0
    2
##
            0.018841
                        15.8
                               87.8
                                      ****
##
    3
            0.011172
                         9.3
                               97.1
##
    4
                         2.9 100.0
            0.003477
##
##
    Total: 0.119602 100.0
##
##
## Rows:
##
                        qlt
                                                        k=2
         name
                 mass
                              inr
                                      k=1 cor ctr
                                                            cor
                                                                 ctr
                        152
                                                  4
                                                          2
                                                               0
##
         BEf1
                   14
                               19 I
                                     -156 152
                                                                    0
   1
   2
         BEf2
                   24
                        826
                               24
                                     -313 824
                                                 28
                                                         13
                                                                    0 |
##
   3
         BEf3
                   21
                        623
                                7
                                      -90
                                           201
                                                  2
                                                        130 422
                                                                  19 I
   4
         BEf4
                        556
                                      -65
                                           155
                                                        105
##
                   24
                                6
                                                  1
                                                            401
                                                                  14 |
   5
                        355
                                           227
                                                            128
##
         BEf5
                   23
                                      115
                                                  3 |
                                                         86
                                                                   9
                               11
   6
                   23
                        810
                               37 |
                                      396
                                           810
                                                         10
##
         BEf6
                                                 41 |
                                                               0
                                                                   0 1
## 7
                        288
                                      246 274
                                                  8 |
         BEm1
                               21 |
                                                         55
                                                              14
                                                                    2 |
                   11
         BEm2
                        333
                                     -144
                                           271
                                                  4
                                                         68
                                                             61
## 8
                   17
                               11
                                   1
                                                                    4
## 9
       1
         BEm3
                   20
                        531
                                2 |
                                         6
                                             4
                                                  0
                                                         75
                                                            528
                                                                    6 I
## 10 |
         BEm4
                   22
                        620
                               11 l
                                      197 618
                                                 10
                                                         -8
                                                               1
                                                                   0 1
                   22
                        917
                                      243 620
                                                 15
## 11
         BEm5
                               18
                                                       -168
                                                            297
                                                                  33 |
##
  12
         BEm6
                   26
                        977
                               33
                                           782
                                                 36
                                                       -173
                                                            195
                                                                  41 I
                                      347
                     5
                        979
## 13 |
         BGf1
                               23 |
                                      557 549
                                                 18
                                                       -492 430
                                                                  63 |
## 14
         BGf2
                     8
                        974
                               32 I
                                      649 875
                                                 38 I
                                                       -219
                                                             99
                                                                  20 I
## 15
      -
         BGf3
                    12
                       1000
                               46
                                   1
                                      633
                                          844
                                                 54
                                                    -
                                                       -271
                                                            155
                                                                  45
                                                                     - 1
                                                                   0 |
## 16 | BGf4
                   10
                        847
                               25
                                  - 1
                                      496 847
                                                 30 I
                                                          7
```

Kontribuutiokartta: sarakkeiden(abs.) ja rivien(abs.) värisävy



Kuva 6.5: Ikä, sukupuoli ja maa: Belgia-Bulgaria - Unkari $2\,$

```
21 |
##
  17
         BGf5
                    14
                        961
                               50
                                      618 894
                                                 62
                                                       -168
                                                              66
                                      658 931
                                                               8
##
   18
         BGf6
                    18
                        939
                               71
                                                 92
                                                        -60
                                                                    4
##
   19
         BGm1
                     5
                        999
                               15
                                      608 912
                                                 19
                                                        188
                                                              87
                                                                    9
                                                                      ١
##
   20
         BGm2
                     6
                        892
                               21
                                      526 703
                                                 20
                                                       -273
                                                             189
                                                                   25
##
   21
         BGm3
                     8
                        994
                               41
                                      677
                                           746
                                                 43
                                                       -390
                                                             247
                                                                   64 I
                                                 23
##
   22
         BGm4
                     8
                        669
                               25
                                      508
                                           666
                                                        -34
                                                               3
                                                                    0
                                                                      -
                                                 32
                                                        -22
                                                               2
##
   23
         BGm5
                    10
                        949
                               24
                                   516 947
                                                                    0 |
##
   24
         BGm6
                     9
                        978
                               58
                                      748 737
                                                 60
                                                       -428
                                                            241
                                                                   89
                     7
##
   25
         HUf1
                        888
                               20
                                   1
                                      493
                                           681
                                                 19
                                                        271 207
                                                                   26
##
   26
         HUf2
                    11
                        762
                               25
                                      406
                                           589
                                                 20
                                                        220
                                                             173
                                                                   27
##
   27
                    12
                        916
                               39
                                   -
                                      525
                                           688
                                                 37 |
                                                        301 227
                                                                   56
         HUf3
                                                                     28
                    11
                        970
                               40
                                  -
                                      528
                                           651
                                                 36 I
                                                        370
                                                            319
                                                                   81 |
##
         HUf4
                                      490 802
##
   29
         HUf5
                   12
                        985
                               29
                                   1
                                                 32 |
                                                        234
                                                             183
                                                                   34 |
         HUf6
                   13
                        933
                               75
                                      655 614
                                                 64
                                                        472
##
   30
                                   1
                                                             319
                                                                 151 |
##
   31
         HUm1
                     6
                        948
                               12
                                  455 871
                                                 14
                                                        135
                                                              77
                                                                     - 1
                                                                    6
##
   32
         HUm2
                     9
                        902
                               24
                                      312 313
                                                 10
                                                        428
                                                             589
                                                                   90 |
                                                               7
##
   33
         HUm3
                        945
                               26
                                      477
                                           938
                                                 33
                                                        -41
                    13
                                                                    1
                                                                      ١
                               22
                                                 29
                                                         36
                                                               5
##
   34
         HUm4
                   10
                        965
                                   1
                                      503 960
                                                                    1
                                                                      -
                                                                   13 |
##
   35
                    13
                        993
                               26
                                      478 916
                                                 33
                                                        139
                                                              77
         HUm5
##
   36
         HUm6
                     8
                        839
                               33
                                  560 622
                                                 29 I
                                                        331 217
                                                                   46 I
##
##
   Columns:
##
        name
                       qlt
                                     k=1 cor ctr
                                                       k=2
                                                           cor ctr
                mass
                             inr
## 1
                             214
           S
                  99
                       944
                                     351 479
                                              142
                                                       346
                                                           465
                                                                630
   2
                                     297
##
           s
                 238
                       942
                             247
                                          711
                                              244
                                                      -169
                                                            231
                                                                362
                                                        26
##
   3
                 168
                       435
                             107
                                     180 426
                                                63
                                                              9
                                                                   6
                                                              0
##
  4
                 261
                       640
                              65
                                 | -138 639
                                                57
                                                        -4
                                                                   0
           е
## 5 |
           Ε
                 234
                       966
                             368 | -426 965 494 |
                                                        10
                                                              1
                                                                   1 |
```

edit: tässä toistoa

Kahden osajoukon inertioiden summa on sama kuin koko aineiston (0.144 + 0.12 = 0.263), Selitysasteet nousevat hieman, ja aineiston riippuvuuden rakenteesta saadaaan esiin selviä eroja. Osajoukkojen analyysi täydentää ja tarkentaa yleiskuvaa (@ref:fig:maagaCA1map1)

Belgian pisteistä osalla on huono kvaliteetti (BEf1, BEf5,BEm1, BEm2). Bulgaria ja Unkari hyvin esitetty. Belgia on pulmallinen tapaus, ehkä taas omissa dimensioissaan. Belgian poikkeavuus (annetulla aluejaolla) on kiinnostava havainto, korrespondenssianalyysin tavoite ei ole pelkästään kohtuullisen luotettava yleiskuva taulukon riippuvuuksista. Poikkeavat havainnot eivät ole ongelma, vaan datan ominaisuus.

Luku 7

Monimuuttuja-korrespondenssianalyysi (MCA)

Usean muuttujan samanaikainen analyysi voidaan korrespondenssianalyysissä jakaa kahteen erialaiseen tutkimusasetelmaan. Ensimmäisessä tutkitaan kahden erilaisen muuttujaryhmän välisiä suhteita, toisessa yhden homogeenisen muuttujaryhmän sisäisiä suhteita.

Esimerkkiaineistossa haastateltavien vastaukset substanssikysymyksiin ovat oma ryhmänsä ja taustamuuttujat toinen ryhmä. Kahden muuttujaryhmän välisiä suhteita voidaan tutkia rakentamalla yhdistetty matriisi useasta kahden muuttujan ristiintaulukoinnista. Tämä pinottujen ja yhdistettyjen (stacked and concatenated) taulukoiden menetelmä (CAiP s. 129) ei kerro muuttujaryhmien sisäisistä yhteyksistä, joita edellä analysoitiin vuorovaikutusmuuttujien avulla.

Toinen asetelma on keskenään homogeenisten muuttujien välisten suhteiden analyysi. Monimuuttujakorrespondenssianalyysi (multiple correspondence analysis, MCA) soveltuu hyvin kyselytutkimusten vastausten analyysiin. MCA - kartoilla voidaan esitttää myös havainnot yksittäiset havainnot, mutta usein on järkevämpää käyttää kartalla taustamuuttujien keskiarvopisteitä. Keskiarvopisteisiin voi simuloimalla lisätä luottamusellipsit (CAiP, s. 299).

Esitän molemmista analyyseistä yhden esimerkin. MCA-esimerkissä otan käyttöön kaikki aineiston havainnot ja useita vastausmuuttujia, puuttuvat tiedot ovat mukana yhtenä luokittelumuuttujan arvona.

Yksinkertaisen korrespondenssianalyysin yleistys usean muuttujan samanaikaiseen analyysiin ei ole aivan yksikertainen asia. Silti MCA toimii käytännössä usein hyvin juuri kyseltutkimusten analyysissä. Vaikka geometrinen tulkinta ei ole läheskään niin selkeä kuin yksinkertaisessa korrespondenssianalyysissä, skaalaustulkinta on pätevä. MCA-kartat esittävät luokittelumuuttujien arvot optimaalisesti, kartalla esitettyjen havaintopisteiden hajonta on maksimaalinen (?, , s. 447, kts. myös Liite 1).

7.1 Pinotut ja yhdistetyt taulukot

Pinottujen taulukoiden idea on esitetty kuvassa 7.1. Taulukossa kaksi "selitettävää" muuttujaa on ristiintaulukoitu kolmen taustamuuttujan kanssa.

Jos reunajakaumat ovat samat eli puuttuvia tietoja ei ole, taulukon kokonaisinertia on osataulukoiden inertioiden keskiarvo. Taulukon analyysi on yhden kysymyksen ja yhden taustamuuttujan parittaisten suhteiden analyysiä, yksi pari kerrallaan.

Pierre Bourdieun tunnettu tutkimus La Distiction (1979) sovelsi tätä menetelmää. Ranskan väestö luokitellaan ammattiryhmiin ja taulukoidaan useiden elämäntapaa kuvaavien muuttujien kanssa. Taulukot yhdistetään pinoamalla ne päällekkäin (?, s.21).

kaksi selitettävää - kolme selittäjää					
	Q1b: S,s, ?, e, E	Q1c: S,s, ?, e, E			
maa					
ikä-sukupuoli (ga)					
koulutustaso (edu)					

Kuva 7.1: Pinotut ja yhdistetyt taulut - periaate

Seuraavassa esimerkissä "selitettäviä" luokittelumuuttujia on vain yksi. Tällainen pinotun taulun analyysi on eräänlainen kaikkien siihen kuuluvien taulukoiden "keskiarvokartta" (CAiP, s 136). Kysymyksen Q1b vastauksten ristiintaulkointi ikäluokan ja sukupuolen kanssa liitetään maarivien taulukkoon.

Pisteiden määrä kartoilla kasvaa, ja muuttujanimiä joudutaan tiivistämään. Toinen tekninen detalji on kartan kääntäminen. Kuvat kääntyvät herkästi akselien ympäri, vertailun helpottamiseksi koordinaattien etumerkkejä joutuu joskus muuttamaan (kts. Liite 3: R-koodi).

Tulkinta ei muutu, eikä maapisteiden sijaintikaan.

Koko aineiston kartassa ikäluokkapisteet ja sukupuolipisteet ovat pakkautuneet maapisteitä tiiviimmin origon ympärille. Ikäluokkapisteiden (koko aineiston keskiarvot) selvä kontrasti on vanhimman (a6)ja toiseksi nuorimman välillä 1. dimenision suuntaan.

Ikäluokkapisteet ovat koko aineiston keskiarvopisteitä, niiden sijantia voi tulkita pistejoukko kerrallaan kuten maapisteidenkin. Naispiste on tiukassa nipussa ikäluokkien a3 ja a4 kanssa aivan origon vasemmalla puolella. Miesten keskiarvopiste on hieman origosta oikealle,yhdessä ikäluokan a5 kanssa.

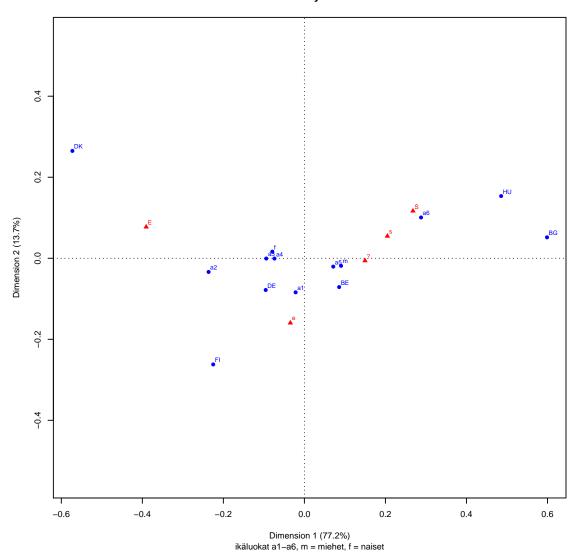
Lisäpisteet on hyvin esitetty, niiden etäisyyksiä voi luotettavasti arvioida kuvasta. Poikkeus on nuorin ikäluokka (a1, qlt = 501). Inertian osuudet (inr) ovat yhtä vaatimattomia kuin Belgian (28) ja Saksan (29), (m = 20, f = 17, a2 = 40, a6 = 83), samoin kontribuutiot akseleiden inertiaan. 1. dimension kontribuutio (ctr) on suuri (>800) kaikilla paitsi nuorimmalla ikäryhmällä (a1) jolla 2. dimension selittää lähes puolet sen inertiasta (470).

Karttaa vertaa karttaan 5.1 jossa on esitetty iän ja sukupuolen yhteisvaikutusmuuttuja. Pinottu taulu on vaihtoehtoinen tapa, ja kartasta 7.2 voi päätellä samat asiat: miehet ovat konservatiivisempia kuin naiset, iäkkäämmät ovat konservatiivisempia kuin nuoret. Nuorin ikäluokka poikkeaa muista.

tämä poistetaan lopullisesta versiosta

summary(Concat1jh.CA1)

Pinottu taulukko – symmetrinen kartta



Kuva 7.2: Q1b: Lapsi kärsii jos äiti käy työssä

1000/14 = 71

```
##
   Principal inertias (eigenvalues):
##
##
    dim
            value
                         %
                              cum%
                                      scree plot
##
    1
            0.056877
                        77.2
                               77.2
##
    2
            0.010116
                        13.7
                               91.0
                                      ***
    3
##
            0.003923
                         5.3
                               96.3
    4
##
            0.002711
                         3.7 100.0
##
##
    Total: 0.073628 100.0
##
##
## Rows:
##
         name
                 mass
                        qlt
                              inr
                                      k=1 cor ctr
                                                       k=2 cor ctr
           BE |
                               28
## 1
                   82
                        498
                                       86 295
                                                11
                                                       -71 203
                                                                  41 |
##
   2
           BG
                   38
                        907
                              204
                                      599 901 238
                                                        52
                                                              7
                                                                  10 l
                                      -95 298
##
   3
           DE
                   70
                        498
                               29
                                                11
                                                       -78 200
                                                                  43
   4
           DK
                        990
                              310
                                     -573 816
                                               328
##
                   57
                                                       265
                                                            175
                                                                394
##
   5
           FΙ
                   45
                        987
                               75
                                     -225
                                          419
                                                40
                                                      -262
                                                            568
                                                                 309
   6
           HU
                        856
##
                   41
                              168
                                      486 778 169
                                                       153
                                                             78
                                                                  95
##
   7
            m
                  156
                        910
                               20 |
                                       91 873
                                                22
                                                       -19
                                                             37
                                                                   5
                                                                     - 1
##
   8
            f
                  178
                        910
                               17
                                      -79
                                          873
                                                20
                                                         16
                                                             37
                                                                   5 I
##
   9
           a1
                   39
                        501
                                8
                                      -22
                                            31
                                                 0
                                                       -84
                                                            470
                                                                  27 |
## 10
           a2
                   50
                        958
                               40
                                     -236
                                          939
                                                49
                                                       -34
                                                             19
                                                                   6 I
                        958
                                7
## 11
                   56
                                      -94
                                          958
                                                 9
                                                         -1
                                                              0
                                                                   0 1
           a3
                                  - 1
##
   12
           a4
                   63
                        841
                                6
                                      -74 841
                                                 6
                                                         -1
                                                              0
                                                                   0 |
## 13 |
           a5
                   62
                        868
                                5
                                       71 801
                                                 6
                                                       -21
                                                             67
                                                                   3 |
                                  -1
##
  14 l
                   63
                        957
                               83 I
                                      288 852
                                                92
                                                       101 104
                                                                  63 I
           а6
##
## Columns:
##
        name
                {\tt mass}
                       qlt
                             inr
                                     k=1 cor ctr
                                                      k=2 cor ctr
## 1 |
           SI
                  99
                       786
                             147
                                 -
                                     268 661 126
                                                      117 125 134
                 238
                                     205
   2
                       843
##
           S
                             172
                                         787
                                              175
                                                       55
                                                            56
                                                                 70
##
   3
                 168
                       640
                              80
                                     150
                                         639
                                               66
                                                       -6
                                                             1
                                                                  1
   4
                 261
                       970
                              97
                                                6
                                                     -160 926 657
##
           е
                                 -
                                     -35
                                           44
## 5
                 234 1000
                             504 | -390 962 628
                                                            38 138
# 14 riviä, inertiakontribuution keskiarvo
```

Kontribuutionkartan sarekkeista E-sarake (täysin eri mieltä) määrittää akseleita vahvasti, kontrastina kaksi konservatiivista vastausta (S ja s) ja myös neutraali vaihtoehto (e). Numeeriset tulokset kertovat, että ikäluokat vaikuttavat juuri ensimmäiseen tärkeimpään dimensioon.

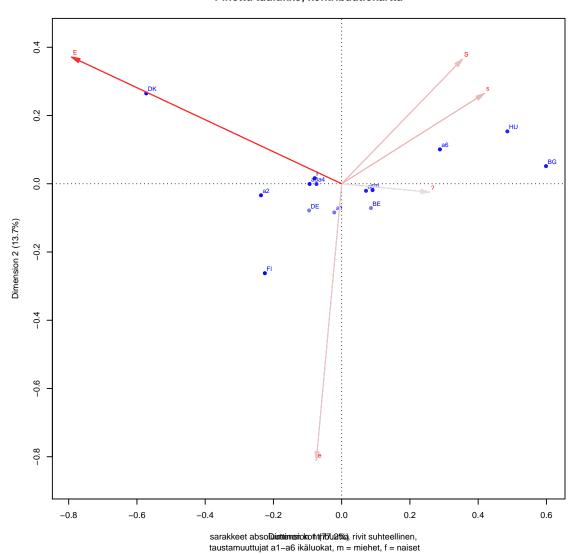
Belgian ja Saksan pisteet on esitetty kartassa huonosti, samoin nuorin ikäluokka. Muiden pisteiden sijaintia voidaan arvioida myös sarakkeiden ja rivipisteiden välillä. Ikäluokkien kontrasti on selvä toiseksi nuorimman (a2) ja vanhimman (a6) välillä.

Kontribuutiokartalla voi arvioida hieman tarkemmin ikäluokkien ja vastausvaihtoehtojen yhteyttä sarake kerrallaan. Maltillisesti eri mieltä olevien osuus on suhteellisesti suurin nuorimmassa ikäluokassa. Jos a1 - pisteen projisoi konservatiivisen S-vastauksen janalle se ei ikäluokista konservatiivisin. Ikäluokat a2 ja a6 ovat ääripäitä, muut ikäluokat sijoittuvat lähelle toisiaan mutta liberaalille puolelle.

Esimerkkiaineistossa ei ole puuttuvia tietoja. Ne olisivatkin aika pulmallisia, varianssin dekomponointi ei onnistu jos reunajakaumat ovat alitaulukoissa selvästi erilaisia.

Matriisien yhdistely on monipuolinen laajennus. Eräs kiinnostava malli on ABBA, kahden rakenteeltaan samanlaisen matriisin yhdistäminen lohkoina. Nimi kertoo yhdistetyn matriisin rakenteen (block circulant matrix),

Pinottu taulukko, kontribuutiokartta



Kuva 7.3: Q1b: Lapsi kärsii jos äiti käy työssä

päällekkäin pinotut A ja B liitetään toiseen pinottuun matriisiin B ja A.

Matriiseilla on samat rivit ja sarakkeet, esimerkiksi miesten ja naisten vastausprofiilit yhteen kysymykseen aittain luokiteltuina. Kokonaisinertia saadaan dekomponoitua ryhmien sisäiseen ja väliseen hajontaan kahdelle kartalle. Toinen kuvaa maiden välisiä eroja ja toinen maiden sisäisiä sukupuolten välisiä eroja (CAiP ss. 177-)

7.2 MCA - monimuuttujakorrespondenssianalyysi

MCA on yhdistettyjen ("pinottujen") taulukoiden erikoistapaus, samantyyppiset muuttujat taulukoidaan keskenään. Tulos riippuu siis vain muuttujien parittaisista yhteyksistä.

Tätä "supertaulukkoa" kutsutaan *Burtin matriisiksi. Indikaattorimatriisi* on toinen tapa esittää data. Indikaattorimatriisin sarakkeet ovat luokittelumuuttujan arvoja (kategorioita) ja rivit yksittäisiä vastausprofiileja. Profiilissa on rivi nollia ja ykkösiä, 1 valitun vaihtoehdon sarakkeessa.

En tässä jaksossa esitä numeerisia tuloksia, niiden tutkimisella voi jatkaa analyysiä.

Tavoite on tutkia seitsemän kysymyksen vastausvaihtoehtojen yhteyksiä, miten ne asettuvat kaksiulotteiselle kartalle. Aikaisemmissa jaksoissa etsittiin yhteyksistä uusia piirteitä ja tarkennettiin analyysiä. Nyt hahmotetaan ison aineiston muuttujien välisiä yhteyksiä ja erityisesti puuttuvien tietojen ongelmaa.

Koko datassa (kts. luku 2) on 32823 havaintoa 25 maasta. Niistä täydellisiä on 71 prosenttia. Jos valitaan kuusi taustamuuttujaa (edu, sosta, urbru, maa, ika, sp) ja seitsemän kysymystä, täydellinen havaintoja on 81 prosenttia.

Pelkissä kysymyksissä (Q1a, Q1b, Q1c, Q1d, Q1e, Q2a, Q2b) puuttuvia tietoja on 14 prosentissa havaintoja (4554). Kaikkien puutteellisten havaintojen poistamien ("listwise delete") on sitä huonompi vaihtoehto mitä enemmän muuttujia on.

Kaikissa kysymyksissä on viisi vastausvaihtoehtoa ja kuudes kategoria puuttuvalle tiedolle. Analyysi kannattaa aloittaa tästä pulmasta, yksi hyvä ratkaisu on osajoukon MCA (subset MCA).

Inertian selitysosuudet ovat paljon pienempiä, ja ratkaisu on selvästi kaksiulotteinen. Puuttuvat vastaukset erottuvat omana ryhmänä, ja varsinaiset vastaukset ovat pakkautuneet y-akselin oikealle puolelle. Niiden erot näkyvät vain toisessa dimensiossa. Ensimmäinen dimensio kuvaa vastaamattomuutta (syystä tai toisesta) vs. kaikkia vastauksia. Kokonaisinertiaa on korjattu pienemmäksi (adjusted inetia, kts. liite 1), selitetyn inertian osuus on realistinen arvio.

Pystyakselin suuntaan kontrasti näyttäisi olevan konservatiiviset ylhäällä, modernit ja liberaalimmat alhaalla. Pisteitä on vaikea erottaa toisistaan.

Karttaa voi parantaa lisäämällä siihen vastaajien pisteet.

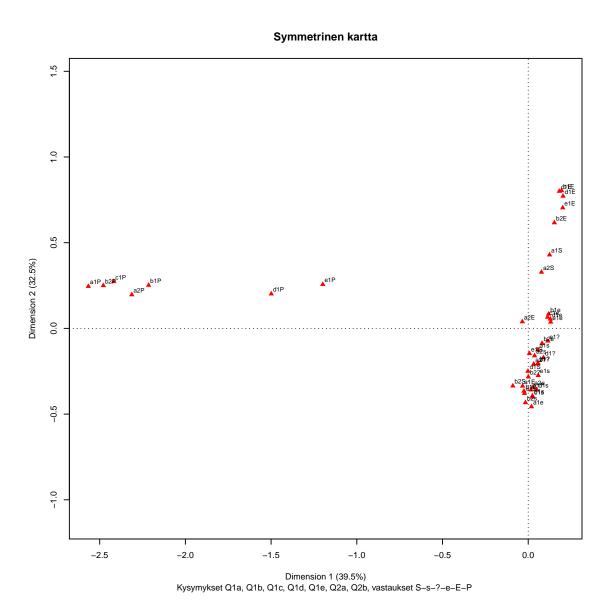
Jokainen havainto on sarakevektoreiden keskiarvopiste. Sarakevektoreita ei voi tulkita yhtä selkeästi kuin yksinkertaisessa korrespondenssianalyysissä. Ne eivät edusta kysymystä vaan kysymyksen yhtä vastauskategoriaa.

Pistepilven muoto näyttää, miten pienenevä joukko vastaajia lähestyy kiilana puuttivien tietojen pisteitä. Kaikkiin kysymyksiin vastanneet ovat massana kuvan oikeassa laidassa. Pistepilvet oikealta vasemmalle kuvaavat kuinka moneen kysymykseen on jätetty vastaamatta.

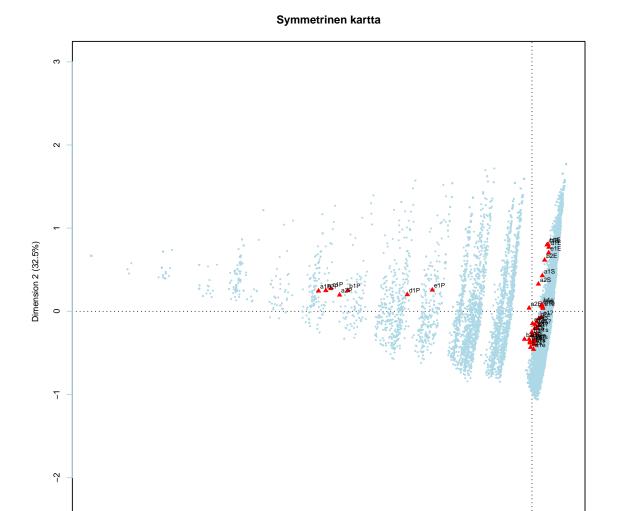
Osajoukon MCA

Osajoukon MCA sopii hyvin sekä puuttuvien tietojen että täydellisten vastausten analyysiin. Asymmetrisessä kartassa sarakkeet skaalautuvat pois orgiosta ja näkyvät paremmin. Kuvaan on piirretty havaintopisteet, joista voi hahmottaa havaintojen sijoittumista kartalla.

Kontrasti on "ääripäiden" välillä, vahvat mielipiteet (S ja E) hallitsevat vasenta alakulmaa ja oikeaa laitaa x-akselin tuntumassa. Maltilliset vastaukset ja neutraali vaihtoehto ovat ylhäällä vasemmalla. Liberaalit vastaukset ovat oikealla ylhäällä ja jokaiselle löytää vastinparin vasemmalta alhaalta, konservatiivien kulmasta. Konservatiivisten vastausten joukosta lähimpänä liberaalia ryvästä on "e1S" ("Kotirouvana oleminen on aivan yhtä antoisaa kuin ansiotyön tekeminen" - täysin samaa mieltä). Vastaavasti "a2S" ("Sekä miehen että naisen



Kuva 7.4: MCA: Seitsemän kysymystä - 25 maata, kartta 1



Kuva 7.5: MCA: Seitsemän kysymystä - 25 maata, kartta 2

Dimension 1 (39.5%)

Kysymykset Q1a, Q1b, Q1c, Q1d, Q1e, Q2a, Q2b,vastaukset S-s-?-e-E-P, havainnot (n = 32 823)

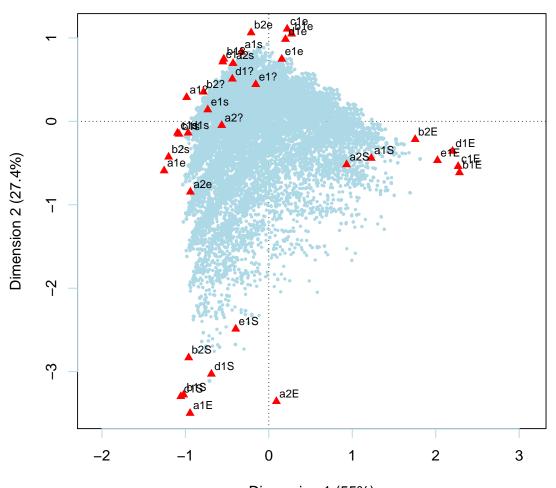
-2

0

-3

-5

Asymmetrinen kartta – osajoukko: ei puuttuvia vastauksia



Dimension 1 (55%)

Kysymykset Q1a, Q1b, Q1c, Q1d, Q1e, Q2a, Q2b, vastaukset S-s-?-e-E-P

Kuva 7.6: MCA: Seitsemän kysymystä - 25 maata, kartta 3

tulee osallistua perheen toimeentulon hankkimiseen" - täysin samaa mieltä) on lähimpänä konsertvatiivista kulmaa. Molemmat "ääripäiden maltilliset" pisteet ovat myös omassa ryhmässään lähimpänä maltillisten ja neutraalien vastausten ryhmää.

Karttaan voi hahmotella diagonaalin suuntaisen akselin vahvojen mielipiteiden ryppäiden välille. Muut vastaukset ovat mukaisesti näiden välisellä U-muotoisella linjalla (Guttman-efekti).

Osajoukon korrespondessianalyysin esitelleissä artikkeleissa ((?) ja samasta teemasta laajentaen kokoomateoksessa (?), ss. 197-217.) Aineistona jälkimmäisessä tutkimuksessa on sama kysymyssarja kuin tässä 1994 datasta. Kysymyksissä on jonkin verran eroja.

? (s. 139-) analysoi lähes samoja kysymyksiä ISSP-datalla 2012. Tulokset ovat hyvin samantapaisia. Karttaa ??fig:subsetMCA1map3) vastaavan kuvan jatkoanalyysi on vasemman yläkulman pisteiden tarkempi analyysi. Greenacre havaitsee, että nämä neutraalit ja maltilliset vastaukset eivät ole hyvin esitettyjä kaksiulotteisella kartalla, vaan ne karkaavat korkeampiin ulottuvuuksiin, "dimenisions of middleness".

Tässä aineistossa kolmiulotteinen MCA antaa samantapaisia viitteitä, mutta vain osa keskikategeorioista on huonosti esitetty myös siinä. Huono kvaliteeetti on vain osalla sarakkeita (e1? 475, c1? 71 ja b1? 573).

Luku 8

Yhteenveto

Tutkielman data-analyysi päättyi vaiheeseen, josta voi jatkaa laajan aineiston analyysiä. Analyysin kysymykset näyttävät erottelevan hyvin ja johdonmukaisesti vastaajat konservatiivisen ja liberaalimman modernimman mielipiteen välillä. Neutraali vaihtoehto ja "dimensios of middleness" kannattaa huomioida. Puuttuvat tiedot voi korrespondenssianalyysissä analysoida omana osajoukkona ja päättää miten menettelee.

Korrespondenssianalyysi sopii hyvin yksinkertaisen kahden luokittelumuuttujan riippuvuuksien visualisointiin. Kuvan oikea analyysi onnistuu pienellä harjoittelulla. Tämä ei ole mitätön asia, taulukoita on kaikkialla. Menetelmä laajenee joustavasti myös mutkikkaampiin tutkimusasetelmiin.

Useiden muuttujien samanaikainen analyysi onnistuu kahdella tavalla, taulukoita yhdistelemällä tai monimuuttujakorrespondenssianalyysillä (MCA). Tulkinta muuttuu vaativammaksi, mutta MCA-esimerkki luvussa 7 esittää myös menetelmän pätevyyden.

Aineiston sisällöllisesti tärkeät muuttujat ovat järjestysasteikon muuttujia. Tutkimusasetelmissa vertailtiin eri ryhmiä ja kuvattiin niiden yhteyksiä vastauskategorioihin. Korrespondenssianalyysi on luokitteluasteikon muuttujille sopiva menetelmä, järjestysasteikon muuttujien "oikeita etäisyyksiä" voidaan arvioida.

Data-analyysi osoitti, että maiden tai muiden ryhmien vertailu ei ole niin yksinkertaista kuin ehkä luullaan. ? tutkivat MCA-menetelmällä ISSP:n 1994 kerättyä aineistoa. He osoittavat, että datan laatu ja rakenne vaihtelee paljon maiden välillä ("...both the quality of the data, as well as its underlying structure - and therefore meaning - vary considerably between countries.").

Datan laadun ja rakenteen lisäksi järjestysasteikon käyttöön yleisempi ongelma. Voiko vastaajien ryhmiä vertailla keskenään järjestysasteikollisen muuttujan jonkinlaisilla keskiarvoilla? ? osoittavat että tämä onnistuu vain harvoin. "Our goal is not to provide a litany of concerns – which can be done for most social scientific metrics – but rather to establish that standard happiness measures cannot rank the average happiness of two groups without strong additional assumptions about the underlying distribution of happiness. We expect that even if we achieve consensus on these assumptions, many comparisons will remain unranked." Korrespondenssianalyysillä vertailun voi tehdä ilman jakaumaoletuksia, katsoa miltä data näyttää.

Tutkielma on tehty r-ohjelmistolla ja raportointi rmarkdown - koodilla. Teksti ja koodi ovat samassa dokumentissa, samoin analyysin tulokset. Ne voi tulostaa eri formaateissa, ja Github.com - palvelussa voi versionhallinnan lisäksi julkaista html-raportit. Ongelmiakin oli, ne ja teknisen ympäristön yksityiskohdat on kuvattu liitteessä 3.

Lähteet

Liite 1: Korrespondenssianalyysin teoriaa

Korrespondenssianalyysin perusyhtälöt ja kaavat

Perusyhtälöt on esitetty teoksen "Correspondece Analysis in Practice" (?) liitteen "Theory of Correspondece Analysis" mukaisesti.

Datamatriisilla N on I riviä ja J sarakketta (IxJ). Alkiot ovat ei-negatiivisia (eli nollat sallittuja) ja samassa mitta-asteikossa. Jos mitta-asteikko on intervalli- tai suhdeasteikko, mittayksiköiden on oltava samoja (esim. euroja, metrejä). Tietyin ehdoin myös negatiiviset luvut ovat sallittuja (?, s. 60).

Taulukon alkioiden summa on $\sum_i \sum_j n_{ij} = n,$ missä $i = 1, \dots, I$ ja $j = 1, \dots, J.$

Korrespondenssimatriisi P saadaan jakamalla matriisin N alkiot niiden summalla n.

Merkitään matriisin P rivisummien vektoria $r = (r_1, \dots, r_I)$ ja sarakesummien vektoria $c = (c_1, \dots, c_J)$. Niitä vastaavat diagonaalimatriisit ovat D_r ja D_c .

Korrespondenssianalyysin ratkaistaan singluaariarvohajoitelman avulla.

Singulaariarvohajoitelma (singular value decomposition) tuottaa ratkaisun kun sitä sovelletaan standardoituun residuaalimatriisiin S.

$$S = D_r^{-1/2} (P - rc^T) D_c^{-1/2} \tag{1}$$

Residuaalimatriisi voidaan esittää myös ns. kontingenssi-suhdelukujen (contingency ratio) avulla kahdella tavalla.

$$D_r^{-1} P D_c^{-1} = \left(\frac{p_{ij}}{r_i c j}\right) \tag{2}$$

$$S = D_r^{1/2} (D_r^{-1} P D_c^{-1} - 11^T) D_c^{-1/2} . (3)$$

Toinen esitystapa on hyödyllinen, kun tarkastellaan CA:n yhteyksiä muihin läheisiin menetelmiin. Näitä ovat esimerkiksi "suhteellisten osuuksien datan" analyysi (log ratio analysis of compositiona data),moniulotteinen skaalaus, lineaarinen diskriminanttianalyysi, kanoninen korrelaatioanalyysi, pääkomponettianalyysi, kaksoiskuvat ja muut SVD-hajoitelmaan perustuvat dimensioden vähentämisen menetelmät.

Samat kaavat voi esittää myös alkiomuodossa:

$$s_{ij} = \frac{p_{ij} - r_i c_j}{\sqrt{r_i c_j}} \tag{4}$$

ja toinen

$$s_{ij} = \sqrt{r_i} \left(\frac{p_{ij}}{r_i c_j} \right) \sqrt{c_j} \quad . \tag{5}$$

Alkimuodosasa esitetyistä kaavoista näkee rivi- ja sarakeratkaisujen sidoksen. Ratkaisujen duaalisuus on teoreettinen tulos, jonka voi perustella täsmällisesti algebrallisen geometrian avulla. Käytännössä rivi- ja sarekeongelman duaalisuus tarkoittaa sitä, että vain toinen ongelma on ratkaistava.

Singulariarvohajoitelma (singular value decomposition, SVD) matriisille S on

$$S = U D_{\alpha} V^{T} \tag{6}$$

missä D_{α} on diagonaalimatriisi, jonka alkiot ovat singulaariarvot suuruusjärjestyksessä $\alpha_1 \geq \alpha_1 \geq \cdots$

Matriisit U ja V ovat ortogonaalisia singulaarivektoreiden matriiseja. Singulaariarvohajoitelman merkitys dimensioiden vähentämiselle perustuu Eckart - Young - teoreemaan. Teoreema kertoo että saamme pienimmän neliösumman m - ulotteisen approksimaation matriisille S matriisien U ja V ensimmäisten sarakkeiden ja ensimmäisten singulaariarvojen avulla.

$$S_{(m)} = U_{(m)} D_{\alpha(m)} V_{(m)}^{T} \tag{7}$$

Korrrespondenssianalyysin ratkaisualgoritmissa tätä tulosta on muokattava niin, että rivien ja sarakkeiden massat huomioidaan pienimmän neliösumman approksimaatiossa painoina.

Näin saadaan standardikoordinaatit ja pääkoordinaatit riveille ja sarakkeille.

Rivien standardikoordinaatit

$$\Phi = D_r^{-\frac{1}{2}}U\tag{8}$$

Sarakkeiden standardikoordinaatit

$$\Gamma = D_c^{-\frac{1}{2}}V\tag{9}$$

Rivien pääkoordinaatit

$$F = D_r^{-\frac{1}{2}} U D_\alpha = \Phi D_\alpha \tag{10}$$

Sarakkeiden pääkoordinaatit

$$G = D_c^{-\frac{1}{2}} V D_\alpha = \Gamma D_\alpha \tag{11}$$

Pääakseleiden inertiat (principal inertias) λ_k

$$\lambda_k=\alpha_k^2,\ k=1,\ldots,K, K=\min\{I-1,J-1\} \eqno(12)$$

Ratkaisun dimenisio on myös maksimi-inertia. Tässä aineistossa ja vastaavissa kyselytutkimusdatoissa inertia on yleensä paljon maksimia pienempi. Asymmetrisissä kartoissa ideaalipisteet ovat kaukana origon lähelle pakkauteesta havaintojen pilvestä.

Korespondenssianalyysi ratkaisun akseleiden inertioita kutsutaan usein ominaisarvoiksi, mutta periaatteessa SVD-ratkaisulla saadaan singulaariarvot. Niiden neliöt ovat akseleiden inertioita. Ominaisarvojen ja sigulaariarvojen yhteys on läheinen ja riippuu diagonalisoitavan matriisin ominaisuuksista.

Korrespondenssimatriisi P voidaan esittää matriisi- ja alkiomuodossa ns. palautuskaavana (reconstitution formula).

$$P = D_r \left(11^T + \Phi D_{\lambda}^{\frac{1}{2}} \Gamma^T \right) D_c \tag{13}$$

$$p_{ij} = r_i c_j \left(1 + \sum_{k=1}^K \sqrt{\lambda_k} \phi_{ik} \gamma_{jk} \right)$$
 (14)

Tässä viitataan s. 101 (13.4), 109 (14.9), ja 109-110 (14.10 ja 14.11). Palautuskavoilla on monta esitystapaa bilineaarisessa mallissa.

Rivien ja sarakkeiden riippuvuutta kuvaavat transitioyhtälöt (transition equations).

Pääkoordinaatit standardikoordinaattien funktiona (barysentrinen ominaisuus, barycentric relationships):

$$F = D_r^{-1} P \Gamma \tag{15}$$

$$G = D_c^{-1} P^T \Phi \tag{16}$$

Pääkoordinaatti pääkoordinaattien funktiona:

$$F = D_r^{-1} P G D_{\lambda}^{-\frac{1}{2}} \tag{17}$$

$$G = D_c^{-1} P^T F D_{\lambda}^{-\frac{1}{2}} \tag{18}$$

Yhtälöt (15) ja (15) esittävät profiilipisteet ideaalipisteiden (vertex points) painotettuina keskiarvoina, painoina profiilin elementit. Asymmetriset kartat (rivien tai sarakkeiden suhteen) perustuvat näihin yhtälöihin. Yhtälöiden (17) ja (18) kahdet pääkoordinaatit ovat perusta symmetrisille kartoille. Myös niitä yhdistää barysentrinen painotetun keskiarvon riippuvuus, mutta mukana ovat skaalaustekijät $\frac{1}{\sqrt{\lambda}}$.

Pisteet ja projektio aliavaruuteen

Kuva on kurssimateriaaleista(?).

Kuvassa on esitetty korrespondenssianalyysin ratkaisun minimointiongelma. Pisteen projektio on sitä parempi mitä pienempi kulma on sentroidista pisteeseen piirtetyn janan ja pisteen projektion välillä. COR - tunnusluku ca-funktion numeerisissa tuloksissa tämän kulman kosinin neliö. Pisteen kuvauksen laatu (qlt) ca-tuloksissa on valitun approsimaation akseleiden kvaliteettien (COR) summa.

Kuvasta voi myös hahmottaa sen periaatteen, että projektiossa kaukana olevat pisteet ovat kaukana myös alkuperäisessä avaruudessa. Projektiossa lähekkäin olevat pisteet voivat olla alkuperäisessä avaruudessa kaukana toisistaan, jos niiden projektion laatu on huono.

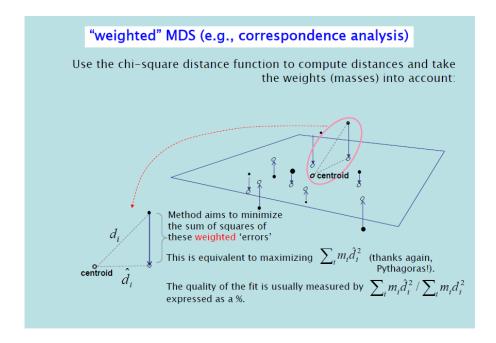
edit: kaavaesimerkkejä - poistetaan lopullisesta versiosta

Korrespondenssianalyysin sovelluksissa tutkimusongelman ratkaisu on usein sopivan matriisin rakentaminen.

$$A = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & \dots & a_{1k} \\ \vdots & \ddots & & & \\ \vdots & & & & \\ a_{n1} & \dots & \dots & a_{nk} \end{bmatrix}$$
 (19)

Ehkäpä ABBA onnistuu paremmin tällä notaatiolla?

$$A = \begin{bmatrix} A_{11} & B_{12} \\ B_{21} & A_{22} \end{bmatrix} \tag{20}$$



Kuva 1: Pisteen projektio aliavaruuteen

$$A = \begin{bmatrix} A_{maa,Q1a} & A_{maa,Q1b} \\ B_{qage,Q1a} & B_{qage,Q1b} \end{bmatrix}$$
 (21)

Pinotut tai yhdistetyt matriisit ("stacked and concatenated matrices")

Yksinkertainen korrespondenssianalyysi on kahden luokittelumuuttujan määrittämän taulukon analyysiä, mutta sitä voi soveltaa myös usean muuttujan analyysiin. Menetelmän matemaattinen perusta ja ratkaisualgoritmi (SVD) toimivat, tulkinta vain muuttuu.

Yksinkertaisin laajennus on lisätä alkuperäisen taulukon alle toinen taulukko. Rivit ovat esimerkissä maittan summattuja vastauksia, ja niiden alle voidaan lisätä joku toinen luokittelumuuttuja. Havaintojen määrä yhditetyssä ("pinotussa") taulussa kaksinkertaistuu.

Taulukoiden yhdistämisen idea on inertian dekomponointi. Yhdistetyn matriisin inertia voidaan eri tavoin esittää alimatriisien inertian summana. Tällöin jokaisen alimatriisin reunajakauman tulee olla sama, ja puuttuvat tiedot vääristävät tuloksia.

Merkitään edellisten analyysien kuuden maan ja viiden vastausvaihtoehdon taulukkoa matriisilla A_{IJ} , missä I on rivien ja J sarakkeiden lukumäärä. Taulukoidaan ikäluokan (1 - 6) ja sukupuolen (f = nainen, m = mies) vuorovaikutusmuuttuja $(f1, \ldots, f6$ ja $m1, \ldots, m6)$ samojen vastausvaihtoehtojen kanssa. Jos tätä taulukkoa merkitään matriisilla $B_{I\backslash J}$, voimme muodostaa yhdistetyn matriisin

Rivien lukumäärä on molemmissa matriiseissa sama, koska luokkia sattuu olemaan kuusi sekä maa- että ikäja sukupuoli - luokittelumuuttujissa. Kun matriisit ovat dimensioiltaan ja myös muuttujien sisällön kannalta
samankaltaiset, niitä kutsutaan yhteensopiviksi ("matched matrix"). Tällöin yksinkertaista korrespondenssianalyysiä voi soveltaa tutkimusongelmaan, jossa halutaan erotella jonkun ryhmän sisäinen vaihtelu ryhmien
välisiestä vaihtelusta. (Greenacren ehdottama ABBA - analyysi).

ABBA on erityistapaus yleisemmästä moniulotteisen taulukon (multiway table) analyysistä, jossa useita kahden muuttujan taulukoita "pinotaan" päällekkäin ja rinnakkain. Voimme ottaa yhden kysymyksen vastausten lisäksi analyysiin mukaan useamman kysymyksen vastaukset laajentamalla kahden päällekkäisen matriisin taulukkoa oikealle. edit poistetava pätkä loppuu tähän

Monimuuttujakorrespondenssianalyysi MCA

Usean muuttujan korrespondenssianalyysissä tutkitaan usean muuttujan välisiä yhteyksiä. Kartan tulkinnan apuna siihen voidaan lisätä havaintojen sijaan niiden keskiarvopisteitä ja niille simuloituja luottamusellipsejä. Kuvien pääongelma on liian suuri määärä pisteitä, ja analyysin lopputulos on usein mahdollisimman yksinkertainen kartta.

Usean muuttujan analyysissä kohteena on joko indikaattorimatriisi Z tai Burtin matriisi B

Indikaattorimatriisissa rivit ovat havaintoja ja sarakkeet luokittelumuuttujan arvoja. Havaintoa vastaa rivi nollia ja arvo 1 valitun vastausvaihtoehdon kohdalla. Tästä seuraa, että vain erilaiset vastaukset määrittävät rivien etäisyyksiä.

Burtin matriisi on erikoistapaus yhdistetyistä matriiseista. Siihen on koottu kaikki tutkittavien muuttujien pareittan muodostetut taulukot. Diagonaalilla ovat muuttujien ristiintaulukoinnit itsensä kanssa. Ratkaisu riippuu vain näistä parittaisista taulukoista. Burtin matriisi on kätevä välivaihe matriisien yhdistelyssä.

Molemmat matriisit paisuttavat keinotekoisesti kokonaisinertiaa, ja esimerkikisi kaksiulotteisen kartan selitetyn inertian osuudet jäävät melko pieniksi. Ratkaisuna on inertian oikaisu tai korjaus (adjusted inertia), jossa mm. poistetaan kokonaisinertialaskelmista Burtin matriisin diagonaalilla olevat alimatriisit. Näillä korjauksilla ei ole vaikutusta kartan pisteiden sijaintiin. Tämä menetelmä on ca-paketin mjca-funktion oletus.

Kolmas vaihtoehto on ns. yhdistetty korrespondenssianalyysi (joint ca).

Greenacre on kirjoittanut useissa yhteyksissä MCA:n geometrisen tulkinnan ongelmista. ? (s. 447) sanovat asian näin: "Finally, although we have motivated simple correspondence analysis from the geometric point of view, the geometry of the indicator matrix in multiple correspondence analysis is admittedly not convincing. Distances between the row profiles of an indicator matrix and projections of articficial column vertices have less intuitive appeal. However, the scaling interpretation remains attractive in this case; the displays are graphical representations of optimal scale values for the categories."

Greenacre jatkaa samasta aiheesta artikkelikokoelmassa (?, , s. 41, s. 61): "Yleistys useammalle kuin kahdelle muuttujalle ei ole ilmeinen eikä hyvin määritelty". Siti MCA onnistuu esittämään hyvin kiinnostavia yhteyksiä muuttujien välillä ("succesfully recovers interesting patterns of association"). Kriittisyys ei kuitenkaan estä häntä soveltamasta MCA-analyysiä. Tulkitsen tämän niin, että menetelmää voi aivan hyvin soveltaa, mutta geometrista tulkintaa ei voi suoraan siirtää CA-kartoista MCA-karttoihin. Greenacre esittelee perusteellisesti MCA-sovelluksia kaksoiskuvia käsittelevässä kirjassaan (?). Ehkä korrespondenssianalyysin matemaattinen teoria ei ole vielä täysin valmis?

Liite 2: Tekninen ympäristö ja Bookdown-paketti

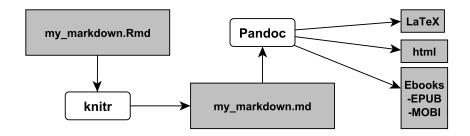
Analysoin aineistona r-paketilla ca, vaihtoehdoista voi mainita ranskalaisten kehittämän FactoMineR - paketin ja muitakin löytyy. Korrespondenssianalyysin voi tehdä myös monella muulla ohjelmistolla (esim. Survo, SAS ja SPSS). Greenacre ei ole tyytyväinen SPSS:n toteutukseen: "In SPSS's CA program in the Categories module, an alternative biplot is given that has not been illustrated in this book, called the "symmetrical normalization", which may be confused with the symmetric map described in this book. It is not exactly the same thing, however, since it uses standard coordinates scaled by the square roots of the singular values (i.e. fourth roots of the principal inertias) instead of the singular values themselves. Curiously, the symmetric map, one of the most popular display options of French researchers, has never been available in SPSS (module Categories), and it is still not possible in IBM SPSS version 20 to obtain a joint map of the rows and columns in principalcoordinates" (CAiP, s. 296). En ole tarkastanut onko pitääkö kritiikki yhä paikkansa.

Bookdown

Bookdown-paketti laajentaa R-ohjelmiston julkaisuominaisuuksia (?). Sen avulla voi tuottaa monipuolisesti julkaisuja samalla lähdekoodilla eri formaatteihin.

Html-formaatti sopii mainiosti data-analyysiin, taulukkoita ja kuvia ei tarvitse asetella paperikoon mukaan sivuille. PDF-formaatilla on omat etunsa, koko dokumentti on yksi tiedosto. Olen käyttänyt bookdown-pakettia vailla suurempia ongelmia. Jos ongelmia tulee, niiden syiden selvittämien ei ole helppoa. Kuva 2 näyttää bookdownin julkaisuprosessin vaiheet. PDF on ongelmallinen, tässä projektissa pdf-tulostus lakkasi toimimasta kaksi kertaa. Tutkielman pdf-versio on tulosetettu selaimella, html-tiedosto on bookdown-paketin tulostustvaihtoehto html_book.

Ongelmat ovat varmasti ratkaistavissa, ja bookdown-paketti tai sen muokatut versiot ovat laajassa käytössä monissa yliopistoissa. Kyse on vain LateX-osaamattomuudesta tai ymmärtämättömyydestä.



Kuva 2: Tulostiedoston prosessointi

Git ja Github

Käytin Github-palvelun versionhallintaa ja www-palvelua raporttien julkaisemiseen.

Tutkielman luonnos (https://hirjus.github.io/capaper/) ja lähdekoodi (https://github.com/hirjus/capaper) löytyvät sieltä. Data on pakattuna tiedostona.

Käyttöjärjestelmä ja R-ympäristö

RStudio-sovelluksen ja käyttämäni TeX-versiot ovat

RStudio Version 1.3.1093, latex engine xelatex

XeTeX, Version 3.14159265-2.6-0.999992 (TeX Live 2020/W32TeX)

Bookdown-asetuksissa käyntin latex-muunnokseen aluksi pdflatex-valintaa ja vaihdoin sen myöhemmin xelatex-vaihtoehtoon. Ero ei ole merkittävä.

TeX-jakeluna käytin bookdown-paketin kehittäjän suosittelemaa TinyTeX - versiota (https://yihui.org/tinytex/) ja r-pakettia tinytex.Niiden etu on tarvittavien LaTex-pakettien automaattinen asentaminen.

R-ympäristön tarkemmat tietot:

sessionInfo()

```
## R version 3.6.3 (2020-02-29)
## Platform: x86_64-w64-mingw32/x64 (64-bit)
## Running under: Windows 10 x64 (build 19041)
## Matrix products: default
##
## locale:
## [1] LC_COLLATE=English_United Kingdom.1252
## [2] LC_CTYPE=English_United Kingdom.1252
## [3] LC_MONETARY=English_United Kingdom.1252
## [4] LC_NUMERIC=C
## [5] LC_TIME=English_United Kingdom.1252
## attached base packages:
## [1] stats
                 graphics grDevices utils
                                               datasets methods
                                                                    base
##
## other attached packages:
## [1] assertthat_0.2.1 tinytex_0.27
                                            bookdown_0.21
                                                               printr_0.1
## [5] reshape2_1.4.4 scales_1.1.1
                                            furniture_1.9.7
                                                              rmarkdown_2.5
## [9] lubridate 1.7.9.2 forcats 0.5.0
                                            stringr 1.4.0
                                                               purrr 0.3.4
## [13] readr_1.4.0
                    tidyr_1.1.2
                                            tibble_3.0.4
                                                               ggplot2_3.3.2
## [17] tidyverse_1.3.0 knitr_1.30
                                            dplyr_1.0.2
                                                               haven_2.3.1
## [21] ca_0.71.1
                          rgl_0.100.54
##
## loaded via a namespace (and not attached):
   [1] httr_1.4.2
                                jsonlite_1.7.1
                                                         modelr_0.1.8
##
   [4] shiny_1.5.0
                                highr_0.8
                                                         cellranger_1.1.0
## [7] yaml_2.2.1
                                                         backports_1.2.0
                                pillar_1.4.6
## [10] glue_1.4.2
                                digest_0.6.27
                                                         manipulateWidget_0.10.1
## [13] promises_1.1.1
                                rvest_0.3.6
                                                         colorspace_2.0-0
## [16] htmltools_0.5.0
                                httpuv_1.5.4
                                                         plyr_1.8.6
## [19] pkgconfig_2.0.3
                                broom 0.7.2
                                                        xtable_1.8-4
## [22] webshot_0.5.2
                                later_1.1.0.1
                                                         generics_0.1.0
## [25] farver_2.0.3
                                ellipsis_0.3.1
                                                        withr_2.3.0
## [28] cli_2.1.0
                                magrittr_1.5
                                                         crayon_1.3.4
## [31] readxl_1.3.1
                                mime_0.9
                                                         evaluate_0.14
## [34] fs_1.5.0
                                fansi_0.4.1
                                                        xm12_1.3.2
                                {\tt hms\_0.5.3}
## [37] tools_3.6.3
                                                        lifecycle_0.2.0
## [40] munsell_0.5.0
                                reprex_0.3.0
                                                         compiler_3.6.3
## [43] rlang_0.4.8
                                grid_3.6.3
                                                         rstudioapi_0.13
```

##	[46]	htmlwidgets_1.5.2	crosstalk_1.1.0.1	miniUI_0.1.1.1
##	[49]	labeling_0.4.2	gtable_0.3.0	DBI_1.1.0
##	[52]	R6_2.5.0	fastmap_1.0.1	stringi_1.4.6
##	[55]	Rcpp_1.0.5	vctrs_0.3.4	dbplyr_2.0.0
##	[58]	tidyselect_1.1.0	xfun 0.19	