代数学２, 第４回の内容の理解度チェック

2025/5/19　担当：那須

学生証番号 |　|　|　|　|　|　|　|　| 氏名 |　　　| 点数 |　|

$\boxed{1}$ 次の環 R と部分集合 I に対し, I が R のイデアルであることを示せ.

(1) $R = \mathbb{Z}$, $I = n\mathbb{Z} = \left\{ na \;\middle|\; a \in \mathbb{Z} \right\}$

(2) $R = k[x]$ (k は体), $I = (f(x)) = \left\{ f(x)g(x) \;\middle|\; g(x) \in k[x] \right\}$ $(f(x) \in k[x])$

(3) $R = k[x]$ (k は体), $I = \left\{ f(x) \in k[x] \;\middle|\; f(1) = 0 \right\}$

$\boxed{2}$ $R = k[x, y]$ とする.

$$I = \left\{ f(x, y) \in k[x, y] \;\middle|\; f(0, 0) = 0 \right\}$$

が R の単項イデアルでないことを示せ.

$\boxed{3}$ 実数を係数とする 1 変数の多項式環 $R = \mathbb{R}[x]$ とその単項イデアル $I = (p(x))$ に対し, 剰余環 R/I において次の元 $f(x)$ を計算せよ. (ただし答えは $p(x)$ の次数よりも小さな次数の多項式としてこたえること.)

(1) $I = (x^2 + 1)$, $f(x) = (x + 1)(x + 2)$

(2) $I = (x^2 - x + 1)$, $f(x) = (x + 1)(x + 2)$

(3) $I = (x^3 - x - 1)$, $f(x) = (x + 1)^9$

[0]※この講義に関する情報はホームページを参照. https://hirokazunasu.github.io/2025/alg2.html