線形代数2, 第7回の内容の理解度チェック

2024/11/21　担当：那須

学生証番号 | | | | | | | | |　氏名 |　　　|　点数 |　　|

$\boxed{1}$ (1) $f: V \to W$ をベクトル空間 V からベクトル空間 W への写像とする. f が線形写像であるための必要充分条件を書け. (1点)

(i)

(ii)

(2) 次の写像が線形写像かどうか調べ, 解答欄に線形写像なら○を, そうでなければ×を記入せよ. (答えのみで良い) (各1点)

(a) $f: \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}^2, \quad f(x, y) = (3x, 4y)$

(b) $f: \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}^3, \quad f(x, y) = (2x + 3y, -x + 4y, 5x - 2y)$

(c) $f: \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}^2, \quad f(x, y) = (x + 1, y - 1)$

(d) $f: \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}^2, \quad f$ は原点 $\mathbf{0}$ の周りの角度 θ の回転

答え：(a)　　　　(b)　　　　(c)　　　　(d)

$\boxed{2}$ 右の線形写像 $f: \mathbb{R}^4 \to \mathbb{R}^3$ について,

$$f(\mathbf{x}) = A\mathbf{x}, \quad A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 2 & -1 \\ 3 & 5 & 4 & 5 \\ -1 & 0 & -3 & 5 \end{pmatrix}$$

(1) f の核 $(\ker f)$ の次元と1組の基底,

(2) f の像 $(\operatorname{im} f)$ の次元と1組の基底

を求めよ. (各2点)

$\boxed{3}$ 次の線形写像 $f:\mathbb{R}^5 \to \mathbb{R}^4$ について, (1) $\ker f$ の次元と 1 組の基底, (2) $\mathrm{im}\, f$ の次元と 1 組の基底を求めよ. (各 2 点)

$$f(\mathbf{x}) = A\mathbf{x}, \quad A = \begin{pmatrix} 1 & -1 & -1 & -2 & -1 \\ 1 & -1 & -2 & 1 & -2 \\ -1 & 1 & 1 & 1 & 3 \\ 1 & -1 & -2 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

[0]※この講義に関する情報はホームページを参照. http://fuji.ss.u-tokai.ac.jp/nasu/2024/la2.html