

代数学Ⅰ, 第11回の内容の理解度チェック

2024/12/12 担当: 那須

学生証番号

--	--	--	--	--	--	--	--

氏名

--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

点数

--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

1 $\mathbb{Z}/3\mathbb{Z} \times \mathbb{Z}/5\mathbb{Z}$ において次の元を計算せよ.

(1) $(8, 2) + (7, 5)$

(2) $(4, -1) + (5, 8)$

(3) $(16, 21) + (-37, -33)$

2 次の連立合同方程式を解け.

(1)
$$\begin{cases} x \equiv 3 \pmod{7} \\ x \equiv -2 \pmod{11} \end{cases}$$

(2)
$$\begin{cases} 3x \equiv -5 \pmod{4} \\ 4x \equiv 6 \pmod{13} \end{cases}$$

$$(3) \begin{cases} x \equiv 2 \pmod{5} \\ x \equiv 3 \pmod{8} \\ x \equiv 4 \pmod{9} \end{cases}$$

$$(4) \begin{cases} x \equiv 13 \pmod{20} \\ x \equiv -12 \pmod{21} \\ x \equiv -7 \pmod{23} \end{cases}$$

- 3 群 $\mathbb{Z}/4\mathbb{Z}$ と $\mathbb{Z}/2\mathbb{Z} \times \mathbb{Z}/2\mathbb{Z}$ が同型でないことを示せ. (ヒント: 前者には位数 4 の元が存在するが, 後者の元の位数は 2 または 1 であることを用いると良い. 両者の間に同型写像があったとして矛盾を導け.)