

代数学2, 第10回の内容の理解度チェック

2025/7/7 担当: 那須

学生証番号

--	--	--	--	--	--	--	--

氏名

--

点数

--

R を一意分解整域 (UFD) とする. R 上の1変数多項式環 $R[x]$ の元

$$f(x) = a_0 + a_1x + \quad + a_nx^n$$

に対し, 係数 a_0, a_1, \dots, a_n の最大公約元を $c(f)$ と表し, f の内容 (content) という.

1 次の多項式 $f(x) \in \mathbb{Z}[x]$ に対し, $f(x)$ の内容 $c(f)$ の値を求めよ.

(1) $f(x) = 4 \quad 10x$

(2) $f(x) = 6 \quad 9x + 18x^2$

(3) $f(x) = 1 \quad 2x + 4x^2 + \quad + (\quad)^n x^n$

2 $\mathbb{Z}[x]$ の元 $f(x) = 4 + 6x$ と $g(x) = 3 \quad 9x + 12x^3$ に対し $f(x)g(x)$ を計算せよ. また $c(fg)$ の値を求めよ.

3 $f(x) \in \mathbb{Z}[x]$ を

$$f(x) = 72x^4 + 48x^3 \quad 54x^2 \quad 18x + 12$$

とする.

(1) $f(x)$ を $\mathbb{Z}[x]$ において, 素元の積に分解せよ.

(2) $f(x)$ を $\mathbb{Q}[x]$ において, 素元の積に分解せよ.

