代数学２, 第８回の内容の理解度チェック

2025/6/16 担当：那須

学生証番号 | | | | | | | | 氏名 | 点数

$\boxed{1}$ 次の整域が一位分解整域 (UFD) でないことを示せ.

(1) $R = \mathbb{Z}[\sqrt{-3}]$

(2) $R = \mathbb{Z}[\sqrt{-5}]$

(3) $R = \mathbb{Z}[\sqrt{-6}]$

$\boxed{2}$ $R = \mathbb{Q}[x]$ とする. 次の $f \in R$ を R の素元の積に分解せよ. すなわち,

$$f(x) = p_1 p_2 \dots p_r,$$

かつ p_i は $\mathbb{Q}[x]$ の素元 (既約元), となるような p_i $(i = 1, \dots, r)$ を求めよ.

(1) $f = x^2 - 2x$

(2) $f = x^2 - 2x + 1$

(3) $f = x^3 + x^2 + x + 1$

(4) $f = x^3 - 3x + 2$

(5) $f = x^4 + 3x^3 + 4x^2 + 6x + 4$

$\boxed{3}$ $R = \mathbb{Q}[x]$ とする．次の $f, g \in R$ に対し R における最大公約元 $\gcd(f, g)$ および最小公倍元 $\mathrm{lcm}(f, g)$ を求めよ．

(1) $f = x^2 - 2x$, $g = x^2 - 2x + 1$

(2) $f = x^2 - 2x + 1$, $g = x^3 - 3x + 2$

(3) $f = x^3 - 3x + 2$, $g = x^4 + 3x^3 + 4x^2 + 6x + 4$

[0]※この講義に関する情報はホームページを参照. https://fuji.ss.u-tokai.ac.jp/nasu/2025/alg2.html