

代数学2, 第1回の内容の理解度チェック

2025/4/14 担当: 那須

学生証番号

--	--	--	--	--	--	--	--

氏名

--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

点数

--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

1 次の環 R と $a, b \in R$ に対し和 $a + b$ および積 ab を計算せよ.

(1) $R = \mathbb{Z}[x]$, $a = 3x + 2$, $b = 2x^2 - x + 5$

(2) $R = \mathbb{Q}[x]$, $a = \frac{1}{2}x + 1$, $b = 3x - 2$

(3) $R = \mathbb{Z}/15\mathbb{Z}$, $a = 8$, $b = 10$

2 p を素数とするとき,

$$x^p \equiv x \pmod{p}$$

がすべての整数 x について成り立つことを示せ (フェルマーの定理).

3 実数を成分とする n 次正方行列全体の集合

$$M(n, \mathbb{R}) = \{A = (a_{ij}) \mid a_{ij} \in \mathbb{R}, 1 \leq i, j \leq n\}$$

が行列の和と積に関して、環になることを確認せよ。またこの環の単元は何か答えよ。ただし行列の和と積に関する性質 (分配法則等) は改めて証明しなくて良い。