

学生証番号

--	--	--	--	--	--	--	--

氏名

--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

点数

--

1 次の環 R と部分集合 I に対し, I が R のイデアルであることを示せ.

(1) $R = \mathbb{Z}$, $I = n\mathbb{Z} = \{na \mid a \in \mathbb{Z}\}$

(2) $R = k[x]$ (k は体), $I = (f(x)) = \{f(x)g(x) \mid g(x) \in k[x]\}$ ($f(x) \in k[x]$)

(3) $R = k[x]$ (k は体), $I = \{f(x) \in k[x] \mid f(1) = 0\}$

2 $R = k[x, y]$ とする.

$$I = \{f(x, y) \in k[x, y] \mid f(0, 0) = 0\}$$

が R の単項イデアルでないことを示せ.

3 実数を係数とする 1 変数の多項式環 $R = \mathbb{R}[x]$ とその単項イデアル $I = (p(x))$ に対し, 剰余環 R/I において次の元 $f(x)$ を計算せよ. (ただし答えは $p(x)$ の次数未満の多項式としてこたえること.)

(1) $I = (x^2 + 1), f(x) = (x + 1)(x + 2)$

(2) $I = (x^2 - x + 1), f(x) = (x + 1)(x + 2)$

(3) $I = (x^3 - x - 1), f(x) = (x + 1)^9$