

学生証番号

--	--	--	--	--	--	--	--

氏名

--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

点数

--

R を一意分解整域 (UFD) とする. R 上の 1 変数多項式環 $R[x]$ の元

$$f(x) = a_0 + a_1x + \cdots + a_nx^n$$

に対し, 係数 a_0, a_1, \dots, a_n の最大公約元を $c(f)$ と表し, f の**内容** (*content*) という.

1 次の多項式 $f(x) \in \mathbb{Z}[x]$ に対し, $f(x)$ の内容 $c(f)$ の値を求めよ.

(1) $f(x) = 4 - 10x$

(2) $f(x) = 6 - 9x + 18x^2$

(3) $f(x) = 1 - 2x + 4x^2 + \cdots + (-2)^n x^n$

2 $\mathbb{Z}[x]$ の元 $f(x) = 4 + 6x$ と $g(x) = 3 - 9x + 12x^3$ に対し $f(x)g(x)$ を計算せよ. また $c(f(x)g(x))$ の値を求めよ.

3 $f(x) \in \mathbb{Z}[x]$ を

$$f(x) = 72x^4 + 48x^3 - 54x^2 - 18x + 12$$

とする.

(1) $f(x)$ を $\mathbb{Z}[x]$ において, 素元の積に分解せよ.

(2) $f(x)$ を $\mathbb{Q}[x]$ において, 素元の積に分解せよ.

4 R を一意分解整域とする. $p \in R$ を素元とすれば, p は $R[x]$ の素元であることを示せ.

5 R を一意分解整域とし, k を R の商体とする. $R[x]$ の素元は, k の単元かまたは $k[x]$ の素元であることを示せ. (ただし, もし必要であれば, 以下のガウスの定理を用いてもよい.)

—— ガウスの定理 ——

整域 R に対し, R が一意分解整域であるための必要十分条件は, R 上の 1 変数多項式環 $R[x]$ が一意分解整域となることである.