線形代数1,第4回の内容の理解度チェック

2024/5/9 担当:那須

- ① 行列 $A = \begin{pmatrix} 2 & 0 & -1 & 2 \\ 0 & 2 & -1 & 0 \\ 4 & -3 & 0 & 2 \end{pmatrix}$ に対し以下の基本変形を行え. (各 1 点)
 - (1) Aの2行目を2倍する. (②×2).
 - (2) A の 1 行目を (-2) 倍して、3 行目に加える. (3) + (1) × (-2)).
 - (3) A の 2 行目と 3 行目を入れ替える. (② \longleftrightarrow ③).
- ② 指示に従って (行列の基本変形を用いて)連立1次方程式

$$\begin{cases} x + 3y - 2z &= 12\\ 3x + 10y - z &= 55\\ 2x - 4y + 3z &= 5 \end{cases}$$
 (\heartsuit)

を解け. (各1点)

(1) 連立 1 次方程式 (\heartsuit) の拡大係数行列 A_1 を書け.

$$A_{1} = \left(\begin{array}{ccccc} (& &) & (& &) & (& &) & (& &) & (& &) \\ (& &) & (& &) & (& &) & (& &) \\ (& &) & (& &) & (& &) & (& &) \end{array} \right)$$

(2) A_1 に次の基本変形を行うことにより、次の形の行列 A_2 に変形せよ:1 行目の -3 倍を 2 行目 に加える、1 行目の -2 倍を 3 行目に加える、

$$A_{1} \longrightarrow \begin{pmatrix} 1 & (& &) & (& &) & (& &) & (& &) \\ 0 & (& &) & (& &) & (& &) \\ 0 & (& &) & (& &) & (& &) \end{pmatrix} = A_{2}$$

(3) A_2 に次の基本変形を行うことにより、次の形の行列 A_3 に変形せよ:2 行目の -3 倍を 1 行目 に加える。2 行目の 10 倍を 3 行目に加える。

$$A_2 \longrightarrow \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 0 & (& &) & (& &) \\ 0 & 1 & (& &) & (& &) \\ 0 & 0 & (& &) & (& &) \end{array}\right) = A_3$$

(4) A_3 に次の基本変形を行うことにより、次の形の行列 A_4 に変形せよ:3 行目に 1/57 をかける.

$$A_{3} \longrightarrow \begin{pmatrix} 1 & 0 & (& &) & (& &) \\ 0 & 1 & (& &) & (& &) \\ 0 & 0 & 1 & (& &) \end{pmatrix} = A_{4}$$

(5) A_4 に次の基本変形を行うことにより, 次の形の行列 A_5 に変形せよ:3 行目の 17 倍を 1 行目 に加える、3 行目の -5 倍を 2 行目に加える。

$$A_4 \longrightarrow \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 0 & 0 & (& &) \\ 0 & 1 & 0 & (& &) \\ 0 & 0 & 1 & (& &) \end{array}\right) = A_5$$

(6) 連立一次方程式(♡)の解を書け.

$$\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} (& &) \\ (& &) \\ (& &) \end{pmatrix}$$

③ 行列の基本変形を用いて, 連立1次方程式

$$\begin{cases} x+y-z = 4\\ 2x-y+3z = -3\\ x+2y+4z = 1 \end{cases}$$
 (\heartsuit)

を解け. (3点)