

学生証番号

--	--	--	--	--	--	--	--

氏名

--

点数

--

- 1 次の多項式 $f(x), g(x) \in \mathbb{Z}[x]$ に対し, 多項式の割り算を実行し

$$f(x) = g(x)q(x) + r(x), \quad \deg r(x) < \deg g(x)$$

を満たす $q(x)$ と $r(x)$ を求めよ.

(1) $f(x) = x^2 + 3x + 1, g(x) = x - 2$

(2) $f(x) = 2x^3 - x + 5, g(x) = x + 1$

(3) $f(x) = 2x^5 - x^2 + 5, g(x) = x^2 + x + 1$

- 2 $f(x) \in \mathbb{R}[x]$ を実数係数の多項式とし, $\alpha \in \mathbb{R}$ を実数とするとき次が成り立つことを証明せよ.

—— 因数定理 ——

$$f(\alpha) = 0 \iff f(x) \text{ は } x - \alpha \text{ で割り切れる}$$

□3 次の環 R と R 上の多項式 $f(x) \in R[x]$ に対し, $f(x)$ の R における根, すなわち方程式 $f(x) = 0$ の解 $x = \alpha$ ($\alpha \in R$) をすべて求めよ.

(1) $R = \mathbb{Z}/13\mathbb{Z}$, $f(x) = 5x + 37$

(2) $R = \mathbb{Z}/35\mathbb{Z}$, $f(x) = x^2 - 1$

(3) $R = \mathbb{Z}/2\mathbb{Z}$, $f(x) = x^3 + 1$

(4) $R = \mathbb{Z}/2\mathbb{Z}$, $f(x) = x^4 + x^2 + 1$