

1 次の方程式を求めよ。

- (1) xy 平面内の 2 点 $(4, -5), (2, 3)$ を通る直線の方程式

解答) 直線の方程式に座標を代入すると,

$$y = \frac{-5-3}{4-2}(x-2) + 3.$$

式を整理すると

$$y = -4x + 11.$$

- (2) xyz 空間内の点 $(2, 1, 5)$ を通り、 $(2, -3, 7)$ を方向ベクトルとする直線の方程式

解答) 直線の方程式に座標を代入すると,

$$\frac{x-2}{2} = -\frac{y-1}{3} = \frac{z-5}{7}.$$

- (3) xyz 空間内の点 $(1, -2, 1)$ を通り、 $(-3, 1, 4)$ を法線ベクトルとする平面の方程式

解答) 平面の方程式に座標を代入すると,

$$-3(x-1) + 1(y+2) + 4(z-1) = 0.$$

式を整理すると

$$-3x + y + 4z + 1 = 0.$$

- (4) xyz 空間内の 3 点 $(1, 2, 3), (-1, -2, 3), (3, 2, 1)$ を通る平面の方程式

解答) 3 点を $A(1, 2, 3), B(-1, -2, 3), C(3, 2, 1)$ とする.

$$\overrightarrow{AB} = (-1, -2, 3) - (1, 2, 3) = (-2, -4, 0) = -2(1, 2, 0)$$

$$\overrightarrow{AC} = (3, 2, 1) - (1, 2, 3) = (2, 0, -2) = 2(1, 0, -1).$$

したがって求める平面の法線ベクトルは,

$$(1, 2, 0) \times (1, 0, -1) = \left(\begin{vmatrix} 2 & 0 \\ 0 & -1 \end{vmatrix}, \begin{vmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 1 \end{vmatrix}, \begin{vmatrix} 1 & 2 \\ 1 & 0 \end{vmatrix} \right) = (-2, 1, -2)$$

のスカラー倍となる. 平面は A を通るのでその方程式は

$$-2(x-1) + 1(y-2) - 2(z-3) = 0$$

となり, この式を整理すると求める方程式は $2x - y + 2z - 6 = 0$ となる.