# 線形代数 1, 第 7 回の内容の理解度チェック (解答)

2024/6/6 担当：那須

$\boxed{1}$ 掃き出し法を用いて, 次の行列 $A$ の逆行列 $A^{-1}$ を求めよ. ただし $A^{-1}$ が存在しない場合には,「存在しない」と答えよ. (各 1 点)

(1) $$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 4 & 7 \end{pmatrix} \xrightarrow{②-4\times①} \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 0 & -1 \end{pmatrix} \xrightarrow{①+2\times②} \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix} \xrightarrow{(-1)\times②} \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$$

$$E = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \xrightarrow{②-4\times①} \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ -4 & 1 \end{pmatrix} \xrightarrow{①+2\times②} \begin{pmatrix} -7 & 2 \\ -4 & 1 \end{pmatrix} \xrightarrow{(-1)\times②} \begin{pmatrix} -7 & 2 \\ 4 & -1 \end{pmatrix}$$

よって, $A^{-1} = \begin{pmatrix} -7 & 2 \\ 4 & -1 \end{pmatrix}$

(2) $$A = \begin{pmatrix} 4 & -14 \\ -2 & 7 \end{pmatrix} \xrightarrow{①\leftrightarrow②} \begin{pmatrix} -2 & 7 \\ 4 & -14 \end{pmatrix} \xrightarrow{②+2\times①} \begin{pmatrix} -2 & 7 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$$

$\operatorname{rank} A = 1 < 2$ より, $A^{-1}$ は存在しない.

(3) $$A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & -2 \\ -1 & -1 & 1 \\ 1 & 2 & -1 \end{pmatrix} \xrightarrow[③-①]{②+①} \begin{pmatrix} 1 & 1 & -2 \\ 0 & 0 & -1 \\ 0 & 1 & 1 \end{pmatrix} \xrightarrow{②\leftrightarrow③} \begin{pmatrix} 1 & 1 & -2 \\ 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & -1 \end{pmatrix} \xrightarrow[②+③]{①-2\times③} \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & -1 \end{pmatrix}$$

$$\xrightarrow{①-②} \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & -1 \end{pmatrix} \xrightarrow{(-1)\times③} \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

$$E = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \xrightarrow[③-①]{②+①} \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 0 \\ -1 & 0 & 1 \end{pmatrix} \xrightarrow{②\leftrightarrow③} \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 0 \end{pmatrix} \xrightarrow[②+③]{①-2\times③} \begin{pmatrix} -1 & -2 & 0 \\ 0 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 0 \end{pmatrix}$$

$$\xrightarrow{①-②} \begin{pmatrix} -1 & -3 & -1 \\ 0 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 0 \end{pmatrix} \xrightarrow{(-1)\times③} \begin{pmatrix} -1 & -3 & -1 \\ 0 & 1 & 1 \\ -1 & -1 & 0 \end{pmatrix}$$

よって $A^{-1} = \begin{pmatrix} -1 & -3 & -1 \\ 0 & 1 & 1 \\ -1 & -1 & 0 \end{pmatrix}$

**ポイント！**

正方行列 $A$ に対し,

$$(A|E) \longrightarrow (E|B)$$

と基本変形されるならば, $B$ は $A$ の逆行列 $A^{-1}$ に等しい.

[0] ※この講義に関する情報はホームページを参照. http://fuji.ss.u-tokai.ac.jp/nasu/2024/la1.html