

代数学2, 第12回の内容の理解度チェック

2025/7/14 担当: 那須

学生証番号

--	--	--	--	--	--	--	--

氏名

--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

点数

--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

- 1 アイゼンシュタインの既約性判定を用いて以下の多項式 $f(x) \in \mathbb{Z}[x]$ が $\mathbb{Q}[x]$ において既約元であることを示せ.

(1) $f(x) = x^5 - 5x + 10$

(2) $f(x) = x^4 + 6x^3 + 9x^2 + 3x + 3$

- 2 次の多項式 $f(x) \in \mathbb{Z}[x]$ が $\mathbb{Q}[x]$ において既約元かどうか判定せよ (ヒント: $f(x+2)$ を計算せよ).

$$f(x) = x^3 - 6x^2 + 12x - 1$$

3 p を素数とする. $f(x) \in \mathbb{Z}[x]$ が $\mathbb{Q}[x]$ において既約元であることを示せ.

(1) $f(x) = x^p - p$

(2) $f(x) = x^p + p^2x + p$

4 有理整数環 \mathbb{Z} 上の n 変数多項式環 $\mathbb{Z}[x_1, \dots, x_n]$ が一意分解整域であることを示せ. ただし以下のガウスの定理を用いても良い.

—— ガウスの定理 ——

整域 R に対し, R が一意分解整域であるための必要十分条件は, R 上の 1 変数多項式環 $R[x]$ が一意分解整域となることである.