

# 代数学2, 第11回の内容の理解度チェック

2025/7/14 担当：那須

学生証番号

--	--	--	--	--	--	--	--

氏名

--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

点数

--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

- 1 アイゼンシュタインの既約性判定を用いて以下の多項式  $f(x) \in \mathbb{Z}[x]$  が  $\mathbb{Q}[x]$  において既約元であることを示せ.

(1)  $f(x) = x^5 - 5x + 10$

(2)  $f(x) = x^4 + 6x^3 + 9x^2 + 3x + 3$

- 2 次の多項式  $f(x) \in \mathbb{Z}[x]$  が  $\mathbb{Q}[x]$  において既約元かどうか判定せよ (ヒント:  $f(x+2)$  を計算せよ).

$$f(x) = x^3 - 6x^2 + 12x - 1$$

3  $p$  を素数とする.  $f(x) \in \mathbb{Z}[x]$  が  $\mathbb{Q}[x]$  において既約元であることを示せ.

(1)  $f(x) = x^p - p$

(2)  $f(x) = x^p + p^2x + p$

4 有理整数環  $\mathbb{Z}$  上の  $n$  変数多項式環  $\mathbb{Z}[x_1, \dots, x_n]$  が一意分解整域であることを示せ. ただし以下のガウスの定理を用いても良い.

—— ガウスの定理 ——

整域  $R$  に対し,  $R$  が一意分解整域であるための必要十分条件は,  $R$  上の 1 変数多項式環  $R[x]$  が一意分解整域となることである.