

### 0次元完全交叉環の強いレフシェッツ性

3つの行列  $\{L, D, H\}$  で、 $[L, D] = H, [H, L] = 2L, [H, D] = -2D$  を満たすものを  $sl(2)$ -triple という．この様な3つ組で既約なものは、共役を除くと、次数毎にただ1組ある．一般に  $H$  は対角化可能であり、固有値はすべて整数である．また、 $L, D$  はべきゼロ行列である．さて、 $H, D, L \in \text{End}(A)$  とすると、 $A$  を  $H$  の固有空間に分解することができる．代数幾何でいう強いレフシェッツ定理は、ケーラー多様体のコホモロジー環  $A$  の斉次部分が、ある  $sl(2)$ -triple  $\{H, L, D\} \subset \text{End}_{\mathbb{C}}(A)$  に於ける  $H$  の固有空間に一致することを主張している．コホモロジー環には、ポアンカレ双対性が成り立つので必然的に0次元次数付きゴレンスタイン環である．では、0次元次数付きゴレンスタイン環ならば、強いレフシェッツ定理が成り立つか、といえは残念ながら成り立たない．しかし、0次元完全交叉環なら、強いレフシェッツ定理が成り立つと期待できる．この問題は、代数学のいろいろな分野に関連している．談話会では、この問題がどこまでわかったか、周辺の話題も含めて紹介したい．