

学生証番号

--	--	--	--	--	--	--	--

氏名

--

点数

--

1 次の整域が一位分解整域 (UFD) でないことを示せ.

(1) $R = \mathbb{Z}[\sqrt{-3}]$

(2) $R = \mathbb{Z}[\sqrt{-5}]$

(3) $R = \mathbb{Z}[\sqrt{-6}]$

2 $R = \mathbb{Q}[x]$ とする. 次の $f \in R$ を R の素元の積に分解せよ. すなわち,

$$f(x) = p_1 p_2 \cdots p_r,$$

かつ p_i は $\mathbb{Q}[x]$ の素元 (既約元), となるような p_i ($i = 1, \dots, r$) を求めよ.

(1) $f = x^2 - 2x$

(2) $f = x^2 - 2x + 1$

(3) $f = x^3 + x^2 + x + 1$

(4) $f = x^3 - 3x + 2$

(5) $f = x^4 + 3x^3 + 4x^2 + 6x + 4$

3 $R = \mathbb{Q}[x]$ とする. 次の $f, g \in R$ に対し R における最大公約元 $\gcd(f, g)$ および最小公倍元 $\text{lcm}(f, g)$ を求めよ.

(1) $f = x^2 - 2x, g = x^2 - 2x + 1$

(2) $f = x^2 - 2x + 1, g = x^3 - 3x + 2$

(3) $f = x^3 - 3x + 2, g = x^4 + 3x^3 + 4x^2 + 6x + 4$