

代数学2, 第2回の内容の理解度チェック

2025/4/21 担当：那須

学生証番号

--	--	--	--	--	--	--	--

氏名

--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

点数

--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

1 次の体 $\mathbb{Z}/p\mathbb{Z}$ とその元 $a \in \mathbb{Z}/p\mathbb{Z}$ に対し, a の乗法逆元 a^{-1} を求めよ.

(1) $\mathbb{Z}/5\mathbb{Z}$, $a = 3$

(2) $\mathbb{Z}/17\mathbb{Z}$, $a = 8$

(3) $\mathbb{Z}/101\mathbb{Z}$, $a = 33$

2 (1) 環 $\mathbb{Z}/15\mathbb{Z}$ における零因子を求めよ.

(2) 環 $\mathbb{Z}/12\mathbb{Z}$ におけるべき零元を求めよ.

(3) 素数 $p \in \mathbb{Z}$ に対し, 環 $\mathbb{Z}/p\mathbb{Z}$ が整域になることを示せ.

3 p が素数のとき,

$$\mathbb{Z}/p\mathbb{Z} = \{0, 1, \dots, p-1\}$$

が剰余類の演算 ($a, b \in \mathbb{Z}/p\mathbb{Z}$ に対し, 和と積をそれぞれ $a + b \pmod{p}$ と $ab \pmod{p}$ により定義する) のもとで体になることを示せ.