

## 1. 系の回転

## ○ 回転演算子

系を回転するに伴って、状態ベクトル  $|\alpha\rangle$  がどのように回転するかを考える。回転後の系の状態を  $|\alpha'\rangle$  とし、回転前の系の状態を  $|\alpha\rangle$  としたとき、次のように回転演算子  $\mathcal{D}(\varphi, \mathbf{n})$  を定義できる。

$$|\alpha'\rangle = \mathcal{D}(\varphi, \mathbf{n}) |\alpha\rangle$$

回転演算子には

## ○ 無限小回転演算子

例によって、無限小の変化を与える演算子から出発する。無限小平行移動演算子、無限小時間発展演算子の形式からの類推に依って、3次元空間のベクトル  $\mathbf{n}$  方向の軸回りの無限小回転演算子を次で表す。

$$\mathcal{D}(d\varphi, \mathbf{n}) = 1 - i \frac{\mathbf{J} \cdot \mathbf{n}}{\hbar} d\varphi$$

ここで、 $\mathbf{J}$  を角運動量演算子と定義する。この演算子  $\mathbf{J}$  にはエルミート性を要請する。

## ○ 有限回転演算子

有限角度の回転は、無限小回転演算子を無限回作用させることによって実現される。よって、有限回転演算子は次のように構成される。簡単のため  $z$  軸回りの回転で考えることにする。

$$\mathcal{D}_z(\varphi) = \lim_{N \rightarrow \infty} \left[ 1 - i \frac{J_z}{\hbar} \cdot \frac{\varphi}{N} \right]^N = \exp \left( -i \frac{J_z \varphi}{\hbar} \right)$$

系の

<sup>1</sup>参照せよ：[github.com/hironao/Sakurai](https://github.com/hironao/Sakurai) (PDF/L<sup>A</sup>T<sub>E</sub>X) (リポジトリ名を変更しました)