研究日記：一般化対称性とその周辺

大阪大学大学院理学研究科物理学専攻　大和 寛尚

目 次

1　高次形式対称性の定義 **1**
1.1　自由フェルミオン理論における従来の対称性 1
2　$U(1)$ ゲージ理論における高次形式対称性 **1**

1　高次形式対称性の定義

このセクションの内容は主に以下の文献に依拠する。

1. 日高 義将，高次対称性入門
2. 日高 義将，対称性の自発的破れ入門

1.1　従来の対称性からの出発

具体的な例から出発することにする。いま、$D = d + 1$ 次元自由フェルミオン系を考える。作用 S は次で与えられる。

$$S[\psi] = -\int_{\mathscr{M}} \mathrm{d}^D x \, \bar{\psi}(x)(\gamma^\mu \partial_\mu + m)\psi(x) \tag{1.1}$$

ただし、$\psi(x)$ はディラック場、$\bar{\psi}(x) = i\psi^\dagger(x)\gamma^0$ であり、$\mathscr{M} = \mathbb{R} \times \mathbb{R}^d$ はミンコフスキー計量をもつ時空多様体である。

この系において $U(1)$ 対称性変換のネーター・カレント j^μ と対応するネーター・チャージ Q を計算すると

$$j^\mu(x) = -i\bar{\psi}(x)\gamma^\mu\psi(x), \quad Q(x^0) = -i\int_{\mathbb{R}^d} \mathrm{d}^d x \, \bar{\psi}(x)\gamma^0\psi(x) \tag{1.2}$$

である。Q は $U(1)$ 変換の生成子のヒルベルト空間上の表現である。つまり、次が成り立つ。

$$e^{i\theta Q(x^0)}\psi(x)e^{-i\theta Q(x^0)} = e^{i\theta}\psi(x), \quad \big[iQ(x^0), \psi(x)\big] = e^{i\theta}\psi(x). \tag{1.3}$$

2　$U(1)$ ゲージ理論における高次形式対称性