H 1 - 数学 || B 第 37 講 (空間ベクトル-外積も含む)

基本L37a 次の問に答えよ。

(1) 2つのベクトル \vec{a} = (1,-1,2), \vec{b} = (-1,-2,1) のなす角 θ ($0^{\circ} \le \theta \le 180^{\circ}$)を求めよ。

(2) 2つのベクトル \vec{a} = (5,-3,4), \vec{b} = (x, x - 2,1) について、 \vec{a} $\perp \vec{b}$ のとき、xの値を求めよ。

(3) 2つのベクトル \vec{a} = (2,1,-3), \vec{b} = (1,-3,2) について、 \vec{a} と \vec{b} の両方に垂直な単位ベクトルを求めよ。

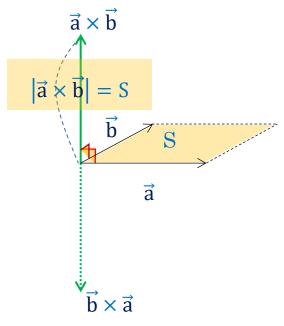
ベクトルの外積

定義 平行でない 2 つのベクトル \vec{a} と \vec{b} のなす角 θ ($0^{\circ} \le \theta \le 180^{\circ}$)

$$\vec{a} \times \vec{b}$$
の外積 $\vec{a} \times \vec{b}$

【1】大きさ
$$|ec{\mathbf{a}}|$$
 $|ec{\mathbf{b}}|$ $\sin heta$ \leftarrow $ec{\mathbf{a}}$ と $ec{\mathbf{b}}$ で形成する**平方四辺形の面積**

【2】向き
$$(\vec{a} \times \vec{b}) \perp \vec{a}$$
 かつ $(\vec{a} \times \vec{b}) \perp \vec{b}$ \leftarrow \vec{a} から \vec{b} に、右ねじを回したときに進む方向



【3】成分計算
$$\vec{a}=(a_1,a_2,a_3)$$
 , かつ $\vec{b}=(b_1,b_2,b_3)$ のとき、

$$\vec{a} \times \vec{b} = (\begin{vmatrix} a_2 & a_3 \\ b_2 & b_3 \end{vmatrix}, \begin{vmatrix} a_3 & a_1 \\ b_3 & b_1 \end{vmatrix}, \begin{vmatrix} a_1 & a_2 \\ b_1 & b_2 \end{vmatrix})$$

ただし,
$$\begin{vmatrix} a & b \\ c & d \end{vmatrix} = ad - bc$$

標準 L37b L37a(3)の 2 つのベクトル \vec{a} = (2,1,-3), \vec{b} = (1,-3,2) について, \vec{a} と \vec{b} の両方に垂直な単位ベクトルを求めるのに,上の \vec{a} × \vec{b} の成分計算を利用して解け。