

複素電力、電力三角形

9. 交流回路 (3)

有効電力

- 負荷 Z に電圧 V を加えたときに流れる電流を I とする。
- 負荷の抵抗分で消費される平均の電力を有効電力 P と呼ぶ。
単位は[W]。
- V に対する I の位相差を $\theta = \theta_I - \theta_V$ とすると、 $P = |V||I| \cos \theta$

瞬時値表現

$$i(t) = \sqrt{2}I_e \sin(\omega t + \theta_I) \quad [\text{A}]$$

$$v(t) = \sqrt{2}V_e \sin(\omega t + \theta_V) \quad [\text{V}]$$

$$p(t) = i(t)v(t) \quad [\text{W}]$$

$$= I_e V_e \{\cos(\theta_I - \theta_V) - \cos(2\omega t + \theta_I + \theta_V)\}$$

フェーザ表現

$$I = I_e \angle \theta_I$$

$$V = V_e \angle \theta_V$$

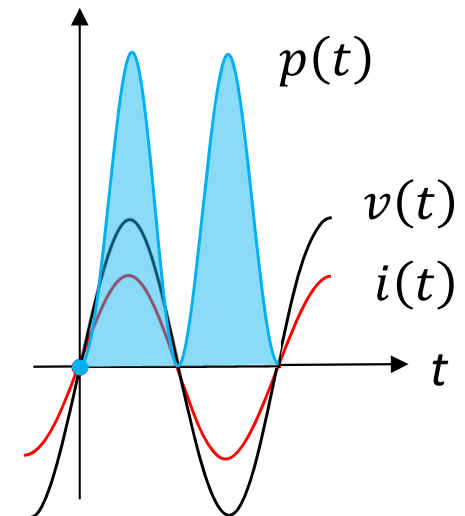
周期 T の平均電力=有効電力

$$P = \frac{1}{T} \int_0^T p(t) dt$$

$$= V_e I_e \cos(\theta_I - \theta_V)$$

$$= |V||I| \cos(\theta_I - \theta_V)$$

$\theta_I = \theta_V = 0$ の場合

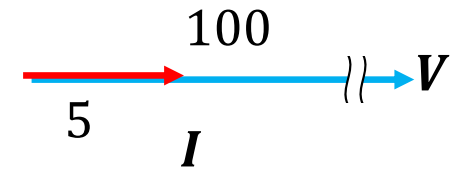


V, I が既知の有効電力

① $V = 100\angle 0^\circ$ [V], $I = 5\angle 0^\circ$ [A]

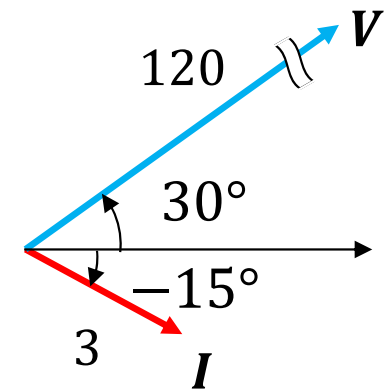
$$P = 5 \times 100 \times \cos(0^\circ - 0^\circ) = 500 \text{ [W]}$$

位相差が 0° なら有効電力は電圧と電流の積。
つまり直流と同様。



② $V = 120\angle 30^\circ$ [V], $I = 3\angle -15^\circ$ [A]

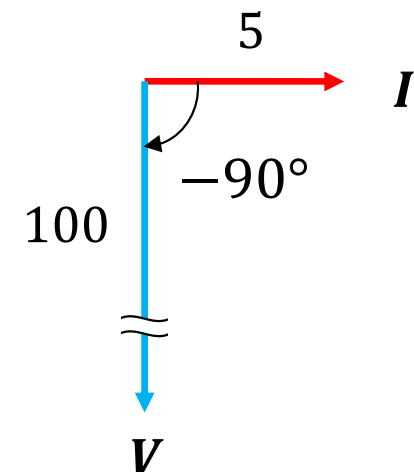
$$P = 120 \times 3 \times \cos(-15^\circ - 30^\circ) \doteq 255 \text{ [W]}$$



③ $V = 100\angle -90^\circ$ [V], $I = 5\angle 0^\circ$ [A]

$$P = 100 \times 5 \times \cos(0^\circ + 90^\circ) = 0 \text{ [W]}$$

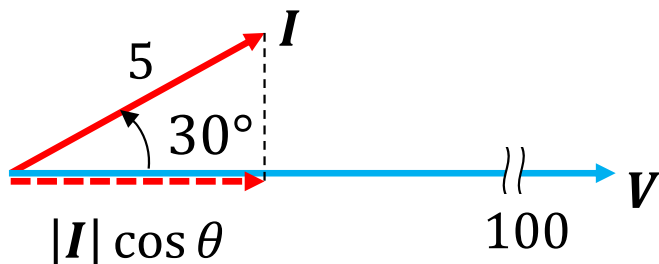
位相差が $\pm 90^\circ$ (=C, L)なら有効電力は0になる!



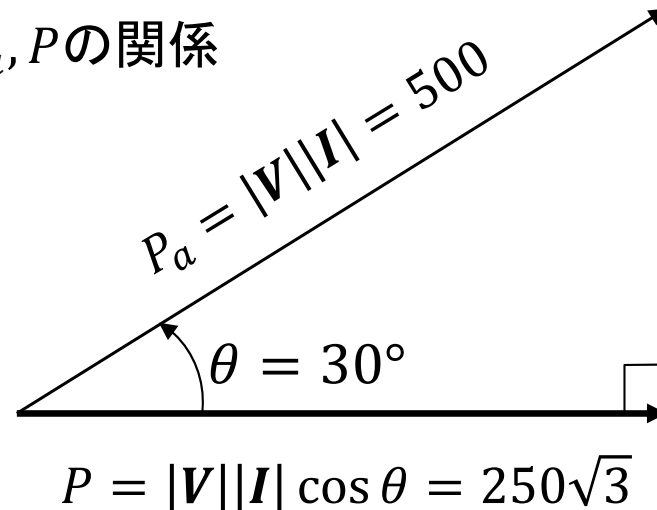
力率

- $\cos \theta$ は力率と呼び、電力消費の効率を表す。
- 力率が1なら、電源から供給された電力が100%消費されることを意味する。そのため、百分率、すなわち $100\cos \theta$ [%] で表すこともある。
- 電源から供給され得る電力は実効値の積となるが、これを皮相電力と呼ぶ。 $P_a = |V||I|$ で表す。
単位は[VA](ボルトアンペア)。

I, V のフェーザ図



P_a, P の関係



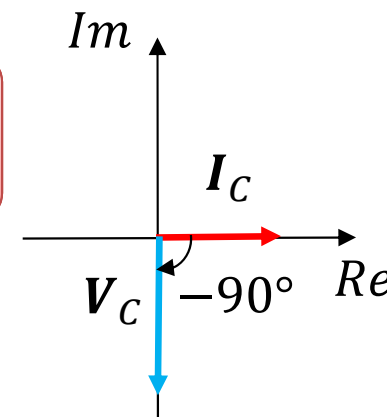
力率改善

- $\theta = \theta_I - \theta_V$ の定義は、 V に対する I の位相差。

- $\theta > 0$ のとき

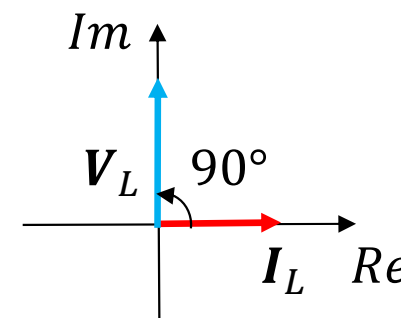
- 電流が電圧に対して進んでいる。
- 進み力率という。
- コンデンサと抵抗を含む回路(容量性負荷)で発生。

Z を扱うときは I 基準
 P を扱うときは V 基準



- $\theta < 0$ のとき

- 電流が電圧に対して遅れている。
- 遅れ力率という。
- コイルと抵抗を含む回路(誘導性負荷)で発生。

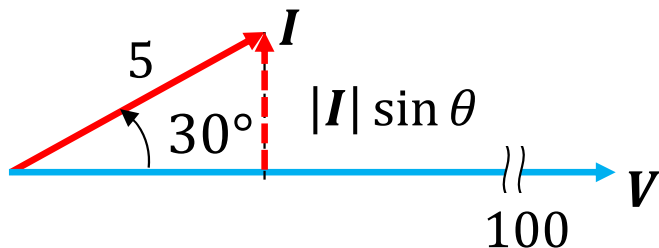


- 典型的な大型負荷はモータ(=コイル)なので、大電力の用途では、遅れ位相の回路を扱うことが多い。
- 遅れ位相の回路にコンデンサを追加して、力率を1に近づけることを力率改善といい、送配電における節電のために行われる。

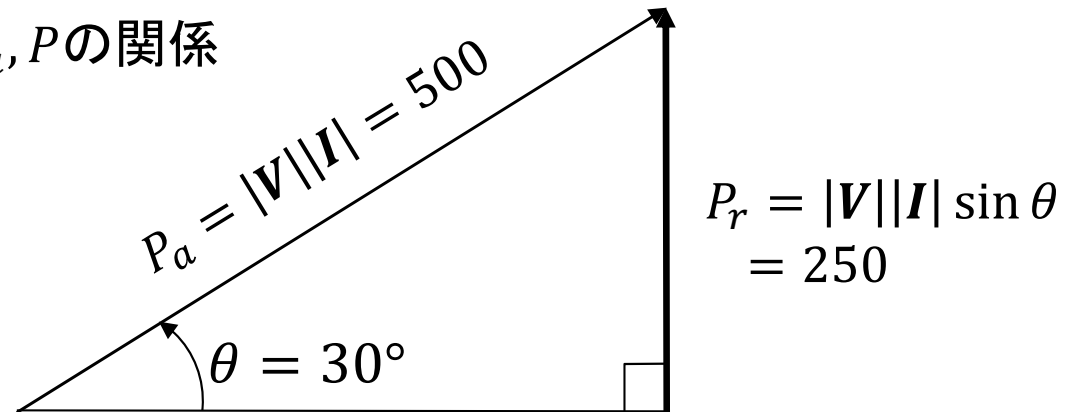
無効電力

- 負荷のリアクタンス分で一時的に蓄えられる電気エネルギーに対応した電力を無効電力 P_r と呼び、 $P_r = |V||I| \sin \theta$ で表される。単位は[var]。
- $|V||I| \sin \theta$ は、電圧 V と、位相が 90° 異なる電流との積という意味。

I, V のフェーザ図



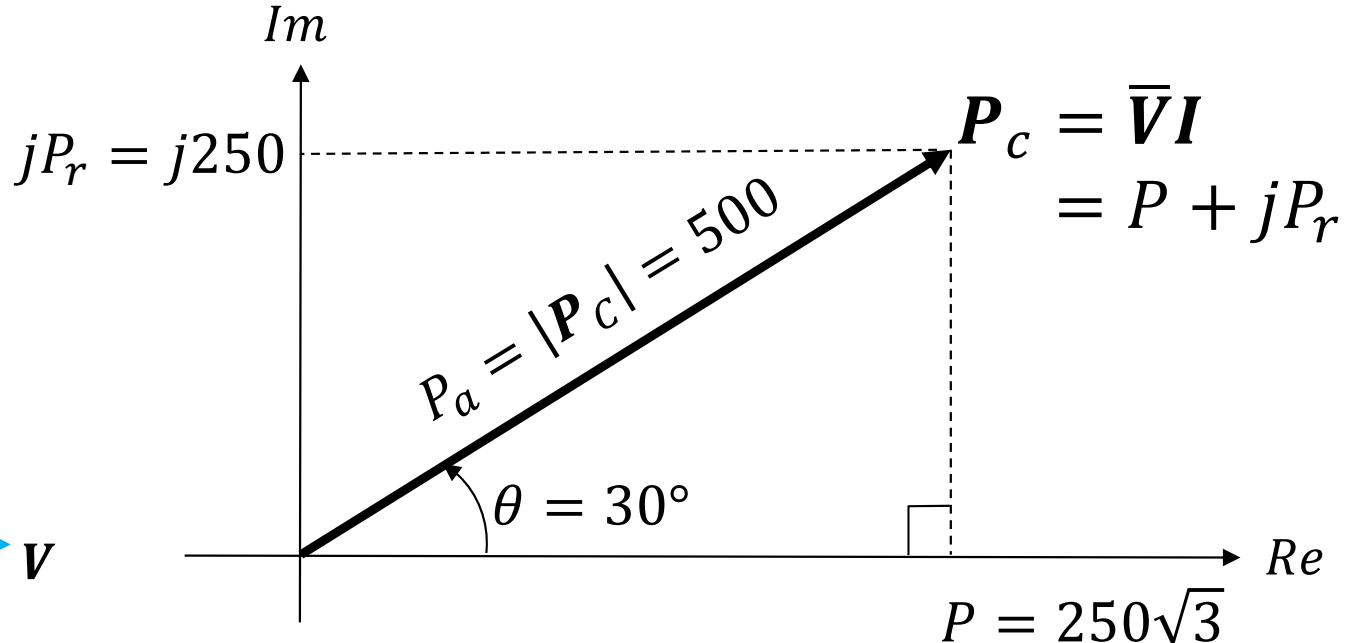
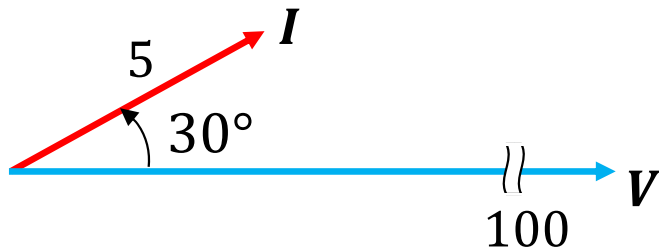
P_a, P の関係



複素電力と電力三角形

- 複素電力 $P_c = \bar{V}I$ は、有効電力を実部、無効電力を虚部とする複素数である。
- P_c は、 P, P_r との幾何的な関係を表すベクトルであって、瞬時電力 $p(t)$ のフェーザ表示ではないことに注意
- P, P_r, P_c は直角三角形(電力三角形)を構成する。

I, V のフェーザ図



まとめ

- 電圧 V を負荷 Z にかけたときの電流を I とすると、

名称		定義	単位	意味
		$P = V I \cos \theta$	[W]	負荷の抵抗分で消費される電力
		$P_r = V I \sin \theta$	[var]	負荷のリアクタンス分で一時的に蓄えられる電力
		$P_a = V I $	[VA]	電流と電圧の実効値の積

- $\cos \theta$ は力率〔 〕と呼び、電力の消費効率を表す。
力率が1なら、電源から供給された電力が100%消費される。
- 複素電力 $P_c = \bar{V}I$ は、〔 〕を実部、〔 〕を虚部とする複素数である。

9. 演習問題

- ある受動回路の電圧 V , 電流 I が次の値をとるとき、有効電力 P , 無効電力 P_r , 力率 $\cos \theta$ を求めよ。
 - $V = 100 + j0$ [V], $I = 5 + j5$ [A]
 - $V = 200 \angle 10^\circ$ [V], $I = 15 \angle -20^\circ$ [A]
- インピーダンス $Z = 30 + j40$ [Ω]の受動回路に、交流電源 $E = 100 + j0$ [V]を加えたとき、回路に流れる電流 I を求めよ。また、有効電力 P , 無効電力 P_r , 力率 $\cos \theta$ を求めよ。
- 図9.3の回路のa-b間にコンデンサ C を並列に挿入したとき、力率が1となるような C の容量を求めよ。

