14. 回路方程式とその解き方

回路のグラフ表現と基本式のまとめ

- 枝電圧$\boldsymbol{V}$,枝電流$\boldsymbol{I}$はn要素、節点電圧$\boldsymbol{W}$はm要素のベクトル。
- キルヒホッフ第一則(電流平衡)

  $[D]\boldsymbol{I} = \boldsymbol{J}_D$　　$\boldsymbol{J}_D$:各節点に流入する電流源の和

  $[C]\boldsymbol{I} = \boldsymbol{J}_C$　　$\boldsymbol{J}_C$:各基本カットセット中に存在する電流源の和
- キルヒホッフ第二則(電圧平衡)

  $[B]\boldsymbol{V} = \boldsymbol{E}$　　$\boldsymbol{E}$: 各基本ループに沿って存在する電圧源の和

  $[D]^T\boldsymbol{W} = \boldsymbol{V}$　　$\boldsymbol{W}$: 各節点電圧を表すベクトル
- オームの法則

  $\boldsymbol{V} = [Z]\boldsymbol{I}$

  $\boldsymbol{I} = [Y]\boldsymbol{V}$
- 節点電圧と枝電圧との関係

  $[D]^T\boldsymbol{W} = \boldsymbol{V}$

基本式の活用法:
- Eを既知として、Iを求める
- Jを既知として、Vを求める

方法:
- C, Bの双対性に着目して行列変換

枝電流、枝電圧のベクトル表現

- 第一法則(電流則)

$$[C]\boldsymbol{I} = \boldsymbol{J}_C$$

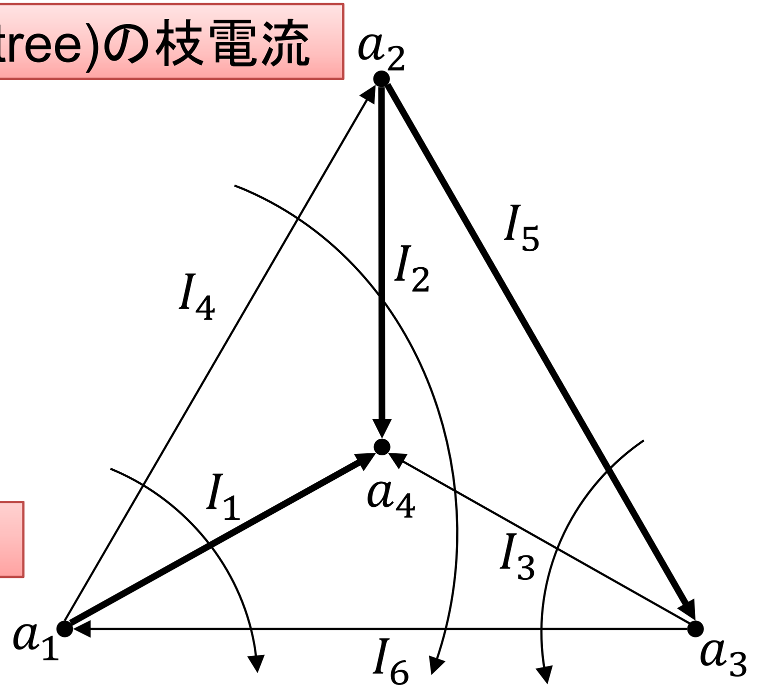
$$\Leftrightarrow \quad [[U][C_l]]\begin{bmatrix}\boldsymbol{I}_t \\ \boldsymbol{I}_l\end{bmatrix} = \boldsymbol{J}_C$$

補木(link)起因の成分

木(tree)の枝電流

$$\boldsymbol{I} = \begin{bmatrix} I_1 \\ I_2 \\ I_5 \\ I_3 \\ I_4 \\ I_6 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix}\boldsymbol{I}_t \\ \boldsymbol{I}_l\end{bmatrix}$$

補木(link)の枝電流



- 第二法則(電圧則)

$$[B]\boldsymbol{V} = \boldsymbol{E}$$

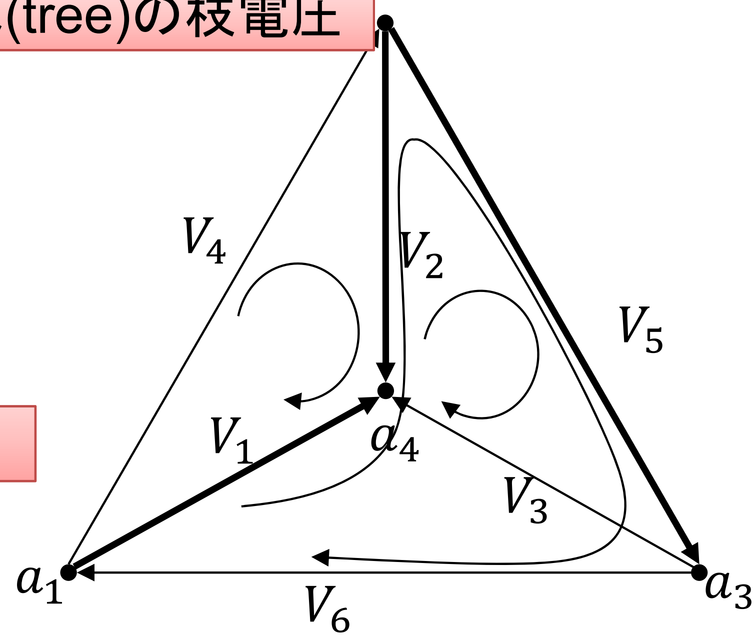
$$\Leftrightarrow \quad [[B_t][U]]\begin{bmatrix}\boldsymbol{V}_t \\ \boldsymbol{V}_l\end{bmatrix} = \boldsymbol{E}$$

木(tree)起因の成分

木(tree)の枝電圧

$$\boldsymbol{V} = \begin{bmatrix} V_1 \\ V_2 \\ V_5 \\ V_3 \\ V_4 \\ V_6 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix}\boldsymbol{V}_t \\ \boldsymbol{V}_l\end{bmatrix}$$

補木(link)の枝電圧



- $[C]$と$[B]$の関係

$$[C_l] = -[B_t]^T$$

ループ解析(枝電流法)

独立変数: 補木(link)の枝電流

仮定: 回路が電流源を持たない

$$[B]\boldsymbol{V} = \boldsymbol{E} \qquad \text{........①}$$

$$\boldsymbol{V} = [Z]\boldsymbol{I} \qquad \text{...... ②}$$

$$\begin{bmatrix}[U] & [C_l]\end{bmatrix}\begin{bmatrix}\boldsymbol{I}_t \\ \boldsymbol{I}_l\end{bmatrix} = 0 \Leftrightarrow \boldsymbol{I} = [B]^T\boldsymbol{I}_l \qquad \text{......③}$$

①～③より

$$\boxed{[B][Z][B]^T}\boldsymbol{I}_l = \boldsymbol{E}$$

ループインピーダンス行列

補木(link) の枝電流

各基本ループの電圧源の和＝補木の枝と1対1対応

「木2」の場合、独立変数$\boldsymbol{I}_l$の個数は3個
枝電圧・枝電流の個数6個より少ないことに注意。

③の導出

$$[U]\boldsymbol{I}_t + [C_l]\boldsymbol{I}_l = 0$$

$$\Leftrightarrow [U]\boldsymbol{I}_t - [B_t]^T\boldsymbol{I}_l = 0$$

$$\Leftrightarrow \boldsymbol{I}_t = [B_t]^T\boldsymbol{I}_l$$

$\boldsymbol{I}_l = [U]\boldsymbol{I}_l$ と縦に並べると

$$\begin{bmatrix}\boldsymbol{I}_t \\ \boldsymbol{I}_l\end{bmatrix} = \begin{bmatrix}[B_t]^T \\ [U]\end{bmatrix}\boldsymbol{I}_l$$

$$\Leftrightarrow \boldsymbol{I} = \begin{bmatrix}[B_t][U]\end{bmatrix}^T\boldsymbol{I}_l$$

$$\Leftrightarrow \boldsymbol{I} = [B]^T\boldsymbol{I}_l$$

カットセット解析(枝電圧法)

独立変数: 木(tree)の枝電圧

仮定: 回路が電圧源を持たない

$$[C]\boldsymbol{I} = \boldsymbol{J}_C \qquad \text{........①}$$

$$\boldsymbol{I} = [Y]\boldsymbol{V} \qquad \text{...... ②}$$

$$\left[[B_t][U]\right]\begin{bmatrix}\boldsymbol{V}_t\\ \boldsymbol{V}_l\end{bmatrix} = 0 \Leftrightarrow \boldsymbol{V} = [C]^T\boldsymbol{V}_t \qquad \text{......③}$$

①～③より

$$\boxed{[C][Y][C]^T}\boldsymbol{V}_t = \boldsymbol{J}_C$$

カットセットアドミタンス行列

木(tree) の枝電圧

基本カットセット中の電流源の和＝木の枝と1対1対応

③の導出

$$[B_t]\boldsymbol{V}_t + [U]\boldsymbol{V}_l = 0$$

$$\Leftrightarrow -[C_l]^T\boldsymbol{V}_t + [U]\boldsymbol{V}_l = 0$$

$$\Leftrightarrow \boldsymbol{V}_l = [C_l]^T\boldsymbol{V}_t$$

$\boldsymbol{V}_t = [U]\boldsymbol{V}_t$ と縦に並べると

$$\begin{bmatrix}\boldsymbol{V}_t\\ \boldsymbol{V}_l\end{bmatrix} = \begin{bmatrix}[U]\\ [C_l]^T\end{bmatrix}\boldsymbol{V}_t$$

$$\Leftrightarrow \boldsymbol{V} = \left[[U][C_l]\right]^T\boldsymbol{V}_t$$

$$\Leftrightarrow \boldsymbol{V} = [C]^T\boldsymbol{V}_t$$

「木2」の場合、独立変数$\boldsymbol{V}_t$の個数は3個
枝電圧・枝電流の個数6個より少ないことに注意。

節点解析

独立変数: 節点電位

仮定: 回路が電圧源を持たない

$$[D]\boldsymbol{I} = \boldsymbol{J}_D \quad \text{........①}$$

$$\boldsymbol{I} = [Y]\boldsymbol{V} \quad \text{........②}$$

$$[D]^T\boldsymbol{W} = \boldsymbol{V} \quad \text{........③}$$

①～③より

$$[D][Y][D]^T\boldsymbol{W} = \boldsymbol{J}_D$$

節点アドミタンス行列

節点電圧

各節点に流入する電流源の和

既約接続行列$[D]$がわかっていれば、カットセットやループを探索しなくても$\boldsymbol{W}$を未知数として定式化できる。

「木2」の場合、独立変数$\boldsymbol{W}$の個数は節点数の4個

枝電圧・枝電流の個数6個よりは少ない

双対性

- グラフ理論や回路理論では、ある命題について、その中の術語を対となる術後で置き換えた命題を作ると、その命題も成立する場合がある。このような現象を双対性という。

例:

1. <u>電圧</u>は<u>電流</u>に比例し、その比例定数は<u>インピーダンス</u>である。
2. <u>ループ</u>を構成する<u>枝電圧</u>の和は0である。

対となる術語の例

木	補木
電圧	電流
インピーダンス	アドミタンス
ループ	カットセット
枝電圧	枝電流
直列接続	並列接続
短絡	開放

13. 演習問題

1. 前掲図「木２」をループ解析し、$[B][Z][B]^T$の各要素を求めよ。

ただし、$\boldsymbol{I}_l = \begin{bmatrix} I_3 \\ I_4 \\ I_6 \end{bmatrix}, \boldsymbol{E} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ E_6 \end{bmatrix}, [Z] = \begin{bmatrix} Z_1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & Z_2 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & Z_5 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & Z_3 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & Z_4 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & Z_6 \end{bmatrix}$とする。

2. 前掲図「木２」をカットセット解析し、$[C][Y][C]^T$の各要素を求めよ。

ただし、$\boldsymbol{V}_t = \begin{bmatrix} V_1 \\ V_2 \\ V_5 \end{bmatrix}, \boldsymbol{J}_C = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ J_6 \end{bmatrix}, [Y] = \begin{bmatrix} Y_1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & Y_2 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & Y_5 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & Y_3 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & Y_4 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & Y_6 \end{bmatrix}$とする。