

卒論（タイトル未定）

元論文: Homomorphic expansions for knotted trivalent graphs

宮路 宙澄

September 21, 2025

Abstract

KTGs に対し a universal Vassiliev invariant が存在することは知られていた [MO, CL, Da]. KTGs において “edge unzip” という操作のみ準同型にならず、補正項が現れる。dotted Knotted Trivalent Graphs において Z^{old} が準同型となるように Z を 2通りで構成することが目的。

Part I Introduction

Knotted Trivalent Graphs のなす空間にはいい構造がある (Knots や links を含む)。4つの操作がある: orientation switch, edge delete, edge unzip, connected sum. KTGs は有限生成である。[Th] KTGs は Knot genus(ザイフェルト曲面?) や ribbon property(ribbon knot? 自己交差あり)などの良い代数構造をもつため、それらを使うことが出来る [BN2]

Knots の Kontsevich integral は universal Vassiliev invariant に拡張できる。その中でも unzip 以外が準同型になる。

- unzip, delete, connected sum を “tree connected sums” と呼ばれるより一般的な操作へ変える。
- unzip が出来る edge を制限する。

簡単に Z^{old} を dKTGs で準同型にすることができ、dKTGs は KTGs の良い性質をすべて保つことを示す。有限生成や close connection to Drinfel'd associators (知らん) など。

Part II

Preliminaries

1 KTGs and Z^{old}

定義 1.1. *Trivalent graph* とは、各頂点が 3 つの辺をもつグラフ。

全ての辺は向きづけられているものとし、頂点は回転するように向きを与える。ループや円などの辺を許す。

定義 1.2. *Surface* とは第 2 可算公理を満たす 2 次元多様体をいう。

定義 1.3. 単体複体 Y における *spine* とは、 Y の部分単体複体 X 出会って、

定義 1.4. Trivalent graph Γ に対し、*its thickening or framed graph*[Th] \leq とは、頂点を太らせたもの。[Th] を参照すると、1 次元単体複体 Γ と、surface Σ に対し、その spine となるように Γ を埋め込んだもの(なめらか?)の組。