

卒論（タイトル未定）

元論文: Homomorphic expansions for knotted trivalent graphs

宮路 宙澄

September 21, 2025

Abstract

KTGs に対し a universal Vassiliev invariant が存在することは知られていた [MO, CL, Da]. KTGs において “edge unzip” という操作のみ準同型にならず、補正項が現れる. dotted Knotted Trivalent Graphs において Z^{old} が準同型となるように Z を 2 通りで構成することが目的.

Part I

Introduction

Knotted Trivalent Graphs のなす空間にはいい構造がある (Knots や links を含む). 4 つの操作がある: orientation switch, edge delete, edge unzip, connected sum. KTGs は有限生成である. [Th] KTGs は Knot genus (ザイフェルト曲面?) や ribbon property (ribbon knot? 自己交差あり) などの良い代数構造をもつため、それらを使うことが出来る [BN2]

Knots の Kontsevich integral は universal Vassiliev invariant に拡張できる. その中でも unzip 以外が準同型になる.

- unzip, delete, connected sum を “tree connected sums” と呼ばれるより一般の操作へ変える.
- unzip が出来る edge を制限する.

簡単に Z^{old} を dKTGs で準同型にすることができ、dKTGs は KTGs の良い性質をすべて保つことを示す. 有限生成や close connection to Drinfel'd associators (知らん) など.

Part II

Preliminaries

1 KTGs and Z^{old}

定義 1.1. *Trivalent graph* とは, 各頂点が 3 つの辺をもつグラフ.

全ての辺は向きづけられているものとし, 頂点は回転するように向きを与える. ループや円などの辺を許す.

定義 1.2. *Surface* とは第 2 可算公理を満たす 2 次元多様体をいう.

定義 1.3. 単体複体 Y における *spine* とは, Y の部分単体複体 X 出会って,

定義 1.4. Trivalent graph Γ に対し, *its thickening or framed graph* $[\text{Th}]_{\leq}$ とは, 頂点を太らせたもの. $[\text{Th}]$ を参照すると, 1 次元単体複体 Γ と, surface Σ に対し, その spine となるように Γ を埋め込んだもの (なめらか?) の組.