

# 宿題／Assignment #7 (rev. 2.0)

脳型知能創発\_2016  
Brain Inspired Robotics

point are represented by following vectors

点 R1～R4 の位置ベクトルを求めると、

$x_4y_4$  座標系で表わした点 R1 の位置ベクトルは  $s_4'^{R1} = [0 \ 0]$

$x_1y_1$  座標系で表わした点 R1 の位置ベクトルは  $s_1'^{R1} = [-1 \ 0]$

$x_1y_1$  座標系で表わした点 R2 の位置ベクトルは  $s_1'^{R2} = [1 \ 0]$

$x_2y_2$  座標系で表わした点 R2 の位置ベクトルは  $s_2'^{R2} = [-2 \ 0]$

$x_2y_2$  座標系で表わした点 R3 の位置ベクトルは  $s_2'^{R3} = [2 \ 0]$

$x_3y_3$  座標系で表わした点 R3 の位置ベクトルは  $s_3'^{R3} = [2 \ 0]$

$x_3y_3$  座標系で表わした点 R4 の位置ベクトルは  $s_3'^{R4} = [-2 \ 0]$

$x_4y_4$  座標系で表わした点 R4 の位置ベクトルは  $s_4'^{R4} = [2 \ 0]$

となる。

Scalar form of kinematic constraints of rotary joint  $R_i$  ( $i=1,2,3,4$ ) is derived as follows

回転ジョイントの  $R_i$  ( $i=1,2,3,4$ ) の拘束式をスカラー形式で書くと以

下ようになる。

$$\Phi_1^{Ri(i,j)} \equiv x_k + x_k'^{Ri} \cos \phi_k - y_k'^{Ri} \sin \phi_k - x_j - x_j'^{Ri} \cos \phi_j + y_j'^{Ri} \sin \phi_j = 0$$

$$\Phi_2^{Ri(j,k)} \equiv y_k + x_k'^{Ri} \sin \phi_k + y_k'^{Ri} \cos \phi_k - y_j - x_j'^{Ri} \sin \phi_j - y_j'^{Ri} \cos \phi_j = 0$$

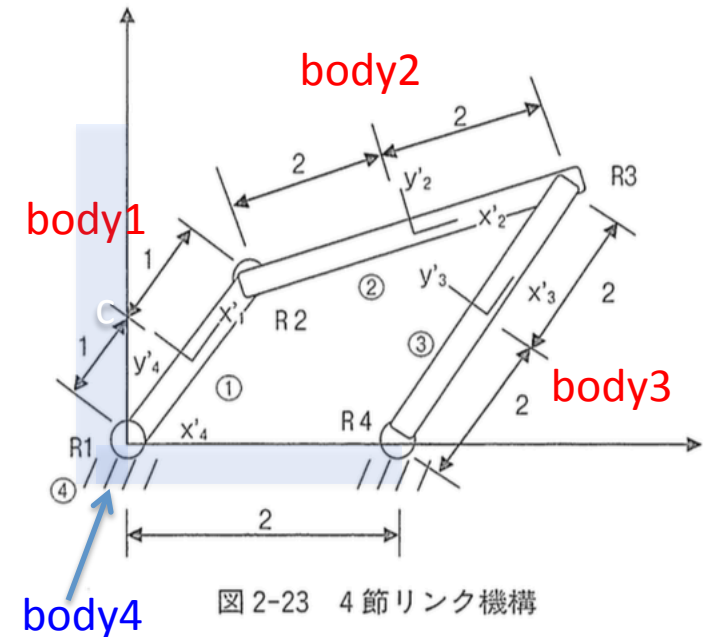


図 2-23 4 節リンク機構

Four linkage

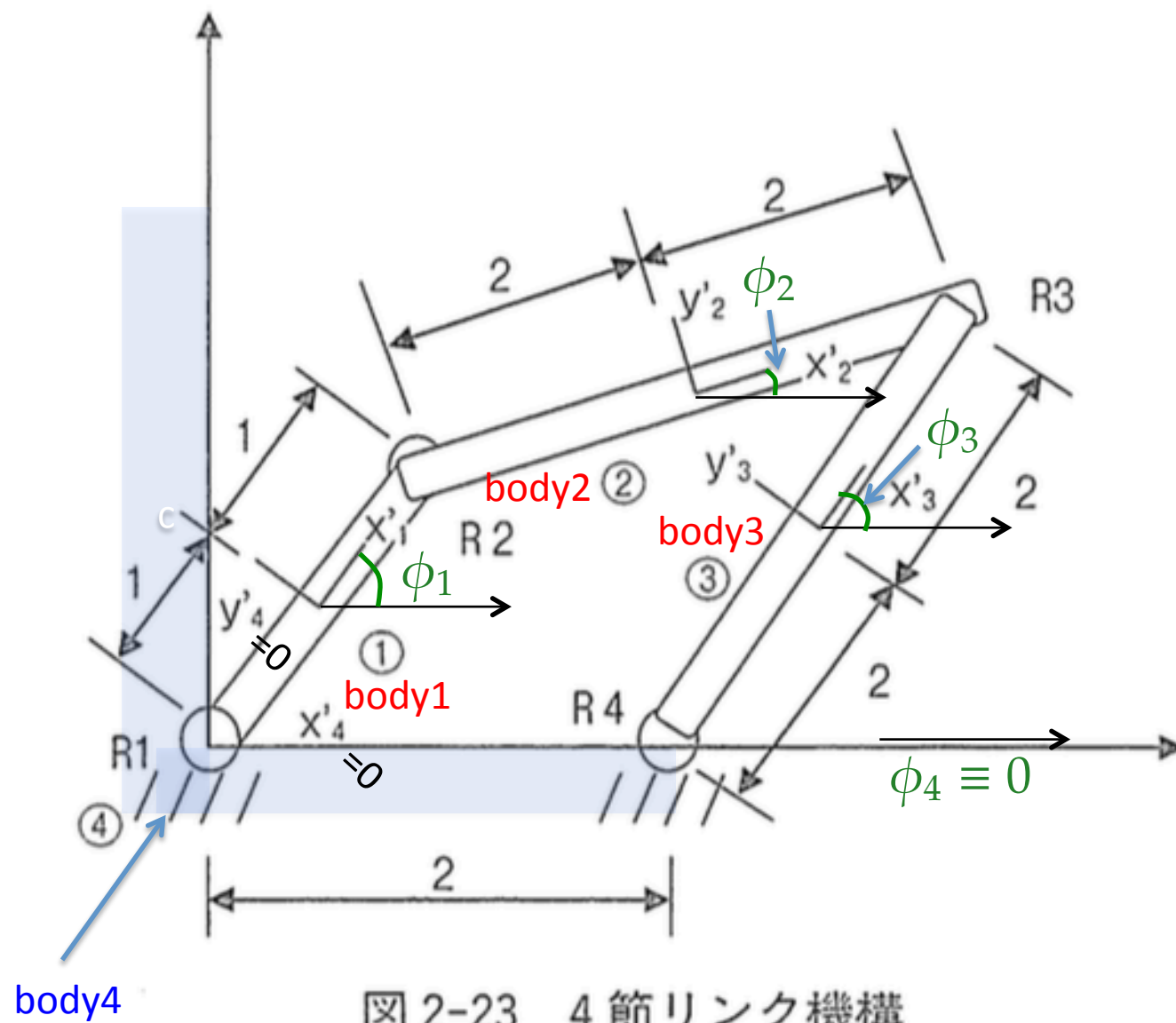


図 2-23 4 節リンク機構

Four linkage

したがって、以下のように個別の式が得られる

Therefore, individual equations are obtained as

$$\Phi_1^{R1(1,4)} = -x_1 + \cos \phi_1 + x_4 = 0$$

$$\Phi_2^{R1(1,4)} = -y_1 + \sin \phi_1 + y_4 = 0$$

$$\Phi_1^{R2(1,2)} = -x_1 - \cos \phi_1 + x_2 - 2\cos \phi_2 = 0$$

$$\Phi_2^{R2(1,2)} = -y_1 - \sin \phi_1 + y_2 - 2\sin \phi_2 = 0$$

$$\Phi_1^{R3(2,3)} = -x_2 - 2\cos \phi_2 + x_3 + 2\cos \phi_3 = 0$$

$$\Phi_2^{R3(2,3)} = -y_2 - 2\sin \phi_2 + y_3 + 2\sin \phi_3 = 0$$

$$\Phi_1^{R4(3,4)} = -x_3 + 2\cos \phi_3 + x_4 + 2\cos \phi_4 = 0$$

$$\Phi_2^{R4(3,4)} = -y_3 + 2\sin \phi_3 + y_4 + 2\sin \phi_4 = 0$$

ボディ 4 (図中では④) をベースに固定するように絶対  $x, y, \phi$  拘束をかすと拘束式は次のようになる。

In body 4 (Figure ④), it attached at the baseline,  $x, y, \phi$  is provided as follows according to the absolute constraints

$$\Phi^{ax(4)} = x_4 = 0$$

$$\Phi^{ay(4)} = y_4 = 0$$

$$\Phi^{a\phi(4)} = \phi_4 = 0$$

Moreover, body 1 (Figure ①) rotates with speed  $w$ , which is given by the driving constraint, and it is described as

さらにボディ 1 (図中では①) が角速度  $\omega$  で回転するように駆動拘束をボディ 1 に課すと、駆動拘束式は以下のように表せる。

$$\Phi^{a\phi d(1)} = \phi_1 - \omega t$$

The four linkage1 has 4 bodies and the 12 generalized coordinates is represented by

図 2-23 の 4 節リンク機構を解析する場合、ボディが 4 個あるので 12 個の一般化座標はつぎのように表される。

$$q = [x_1 \quad y_1 \quad \phi_1 \quad x_2 \quad y_2 \quad \phi_2 \quad x_3 \quad y_3 \quad \phi_3 \quad x_4 \quad y_4 \quad \phi_4]^T$$

上記の結果（回転ジョイントによる拘束式、絶対  $x, y, \phi$  拘束式）を使用すると、運動拘束式は次のようになる。

Finally, the whole set of kinematic constraints is

$$\Phi^K(\mathbf{q}) = \begin{bmatrix} -x_1 + \cos \phi_1 + x_4 \\ -y_1 + \sin \phi_1 + y_4 \\ -x_1 - \cos \phi_1 + x_2 - 2\cos \phi_2 \\ -y_1 - \sin \phi_1 + y_2 - 2\sin \phi_2 \\ -x_2 - 2\cos \phi_2 + x_3 + 2\cos \phi_3 \\ -y_2 - 2\sin \phi_2 + y_3 + 2\sin \phi_3 \\ -x_3 + 2\cos \phi_3 + x_4 + 2\cos \phi_4 \\ -y_3 + 2\sin \phi_3 + y_4 + 2\sin \phi_4 \\ x_4 \\ y_4 \\ \phi_4 - \frac{3}{7}t \end{bmatrix}$$

In addition, the driving constraint is

駆動拘束式は次のようになる。

$$\Phi^D(\mathbf{q}, t) = [\phi_1 - \omega t]$$

The kinematic and driving constraints are combined in the matrix as follows

運動拘束と駆動拘束を合わせた全体の運動学拘束式は次のようになり、駆動拘束の時間変化に従って  $\Phi(\mathbf{q}, t) = 0$  を満たすように一般化座標  $\mathbf{q}$  を求め

ることが、位置解析である。Even the  $t$  is changing in the above equation,  $\mathbf{q}$  can be obtained as values to satisfy the following equations

$$\Phi(\mathbf{q}, t) = \begin{bmatrix} \Phi^k(\mathbf{q}) \\ \Phi^D(\mathbf{q}) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

速度解析は次の速度方程式を Velocity analysis is obtained by

$$\Phi_q \dot{\mathbf{q}} = -\Phi_t$$

を解くことにより一般化座標の速度を求めることができる。

Which provides the speed of the change of the position  $\mathbf{q}$

上式の速度方程式で In the velocity analysis,

$$\dot{\mathbf{q}} = [\dot{x}_1, \dot{y}_1, \dot{\phi}_1, \dot{x}_2, \dot{y}_2, \dot{\phi}_2, \dot{x}_3, \dot{y}_3, \dot{\phi}_3, \dot{x}_4, \dot{y}_4, \dot{\phi}_4]^T$$

$$\Phi_t = [0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, -\omega]^T$$

である。さらに、ヤコビアン  $\Phi_q$  は、 are defined, and then Jacobian is

$$\mathbf{F}_q = \begin{bmatrix} -1 & 0 & +\sin \phi_1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & \cos \phi_1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ -1 & 0 & \sin \phi_1 & 1 & 0 & 2\sin \phi_2 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & +\cos \phi_1 & 0 & 1 & -2\cos \phi_2 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 & 0 & 2\sin \phi_2 & 1 & 0 & -2\sin \phi_3 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & -2\cos \phi_2 & 0 & 1 & 2\cos \phi_3 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & 0 & -2\sin \phi_3 & 1 & 0 & -2\sin \phi_4 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & 2\cos \phi_3 & 0 & 1 & 2\cos \phi_4 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

である。



acceleration analysis is obtained by

加速度解析は次の加速度方程式

$$\Phi_q \ddot{\mathbf{q}} = -(\Phi_q \dot{\mathbf{q}})_q \dot{\mathbf{q}} - 2\Phi_{qt} \dot{\mathbf{q}} - \Phi_{tt}$$

を解くことにより一般化座標の加速度を求めることができる。

上式の加速度方程式で

Initial value are set as  $\Phi_{tt} = [0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0]^T$

$$\Phi_{qt} = [0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0]^T$$

したがって、以下のように個別の式が得られる

Therefore, individual equations are obtained as

$$(F_q \dot{q})_q = \begin{bmatrix} -1 & 0 & -\cos \phi_1 \dot{\phi}_1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & \sin \phi_1 \dot{\phi}_1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ -1 & 0 & \cos \phi_1 \dot{\phi}_1 & 1 & 0 & 2\cos \phi_2 \dot{\phi}_2 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & -\sin \phi_1 \dot{\phi}_1 & 0 & 1 & +2\sin \phi_2 \dot{\phi}_2 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 & 0 & 2\cos \phi_2 \dot{\phi}_2 & 1 & 0 & -2\cos \phi_3 \dot{\phi}_3 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & +2\sin \phi_2 \dot{\phi}_2 & 0 & 1 & -2\sin \phi_3 \dot{\phi}_3 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & 0 & -2\cos \phi_3 \dot{\phi}_3 & 1 & 0 & -2\cos \phi_4 \dot{\phi}_4 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & 2\sin \phi_3 \dot{\phi}_3 & 0 & 1 & -2\sin \phi_4 \dot{\phi}_4 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

したがって、以下のように個別の式が得られる

Therefore, individual equations are obtained as

$$(\mathbf{F}_q \dot{\mathbf{q}})_q \dot{\mathbf{q}} = \begin{bmatrix} -\dot{x}_1 - \cos \phi_1 \dot{\phi}_1^2 + \dot{x}_4 \\ -\dot{y}_1 - \sin \phi_1 \dot{\phi}_1^2 + \dot{y}_4 \\ -\dot{x}_1 + \cos \phi_1 \dot{\phi}_1^2 + \dot{x}_2 + 2 \cos \phi_2 \dot{\phi}_2^2 \\ -\dot{y}_1 + \sin \phi_1 \dot{\phi}_1^2 + \dot{y}_2 + 2 \sin \phi_2 \dot{\phi}_2^2 \\ -\dot{x}_2 + 2 \cos \phi_2 \dot{\phi}_2^2 + \dot{x}_3 - 2 \cos \phi_3 \dot{\phi}_3^2 \\ -\dot{y}_2 + 2 \sin \phi_2 \dot{\phi}_2^2 + \dot{y}_3 - 2 \sin \phi_3 \dot{\phi}_3^2 \\ -\dot{x}_3 - 2 \cos \phi_3 \dot{\phi}_3^2 + \dot{x}_4 - 2 \cos \phi_4 \dot{\phi}_4^2 \\ -\dot{y}_3 - 2 \sin \phi_3 \dot{\phi}_3^2 + \dot{y}_4 - 2 \sin \phi_4 \dot{\phi}_4^2 \\ \dot{x}_4 \\ \dot{y}_4 \\ \dot{\phi}_4 \\ \dot{\phi}_1 \end{bmatrix}$$

である。

## 問題 Assignment #7 (1/2)

- 本資料のページ2-11を読んで、数学的導出過程を理解し、順次その過程を導出するMALABプログラムを、代数計算“sysms”を用いて作ること。最終的に、ページ10-11の行列が、結果として算出できれば良い。
- In this document, after reviewing mathematical descriptions in page2-11, and then transcribe them into MATLAB code, using “sysms” calculation, which automatically provide the final results in page 10-11.

# 問題 Assignment #7 (2/2)

## 問題 Assignment #7

Q.1 [Assignment]

### Question

クラス資料をKWMの授業名からダウンロードし (assignment7.pdf) 、その内容に沿って問題を解いて、結果を下のフォームに入力すること。

Download the class material, "assignment7.pdf," and solve the question according to the explanation in the document.  
Your result will be submitted to the submission form below.

### Response

Enter here



### Response

=====MATLAB code=====

syms u v a b c d e f g h k x y

```
x=[-1 1 1 -1 -1];  
y=[-1 -1 1 1 -1];  
unit1=ones(size(x));  
p2=[x; y; unit1];  
p=[x; y; unit1];
```

```
m2=[5 0 0; 0 5 0; 0 1 1.5];
```

```
m=[a b c; d e f; g h k];  
o2= repmat((1./ (m2(3,:)*p)),[3,1]).*(m2*p)
```

```
x=[0.3 0.7 1 0 0.3];
```

=====Result=====

mm2 =

```
3.3333    0    0  
0 3.3333    0  
0 0.6667 1.0000
```

Save

Cancel