

# Redes Bayesianas

TEORIA E IMPLEMENTAÇÃO



**Prof. Dr. Thales Levi Azevedo Valente**

**Equipe:** Euderlan Freire, Hissa Bárbara, Maria Clara, Lucas Costa

# SÚMARIO



**INTRODUÇÃO**



**IINFERÊNCIA EM  
REDES BAYESIANAS**



**RACIOCÍNIO  
PROBABILÍSTICO**



**APLICAÇÃO PRÁTICA**



**REDES BAYESIANAS**



**REFERÊNCIAS**

# — Introdução

Sistemas que agem racionalmente

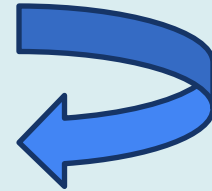


**Raciocínio Lógico**



**Raciocínio Probabilístico**

- ✓ Situações onde não se conhece todo o escopo
- ✓ Redes *Bayesianas*
  - Teoria de probabilidades
  - Teoria de grafos



## — Raciocinando sobre incertezas

- *“A principal vantagem de raciocínio probabilístico sobre raciocínio lógico é fato de que agentes podem tomar decisões racionais mesmo quando não existe informação suficiente para se provar que uma ação funcionará”[Russel]*
- Alguns fatores podem condicionar a falta de informação em uma base de conhecimento:
  - ✓ Ignorância Teórica
  - ✓ Impossibilidade



## — Raciocinando sobre incertezas

- Utilizar **conectivos** que manipulem níveis de certeza e não apenas valores booleanos.
  - "Tenho **80% de chance** de fazer um bom trabalho"
  - "A **probabilidade** de um trabalho de IA ser bom é **50%**"
  - "A chance de um bom trabalho tirar nota máxima é **90%**"

**Ao invés de dizer "sim" ou não, dizemos:**

  - "Qual a **probabilidade** de eu tirar 10 neste trabalho?"
- Grafos podem representar relações causais entre eventos





## — Raciocinando sobre incertezas

- **Considere o seguinte Domínio:** *Pela manhã meu **Del Rey** não irá funcionar. Eu posso ouvir a ignição, mas nada acontece. Podem existir várias razões para o problema. O rádio funciona, então a bateria está boa. A causa mais provável é que a gasolina tenha sido roubada durante a noite ou que a mangueira esteja entupida. Também pode ser que seja o carburador sujo, um vazamento na ignição ou algo mais sério. Para descobrir primeiro eu verifico o medidor de gasolina. Ele indica  $\frac{1}{2}$  tanque, então eu decido limpar a mangueira da gasolina”*
- **Cenário: Carro não funciona**

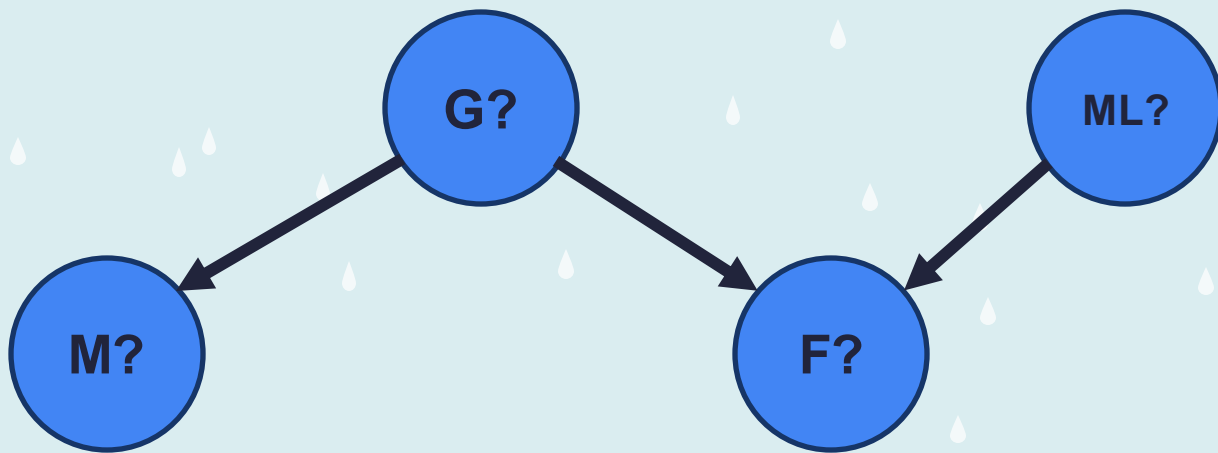
Gasolina? (Sim/Não)

Medidor?  
(Cheio/1/2/Vazio)

Mangueira Limpa?  
(Sim/Não)

Funcionando?  
(Sim/Não)

## — Raciocinando sobre incertezas



# — Raciocínio Probabilístico

- **Conceitos Importantes**
  - Experimento Aleatório
  - Espaço Amostral
  - Evento
  - Probabilidade





# — Raciocínio Probabilístico

- **Probabilidade**
  - Dado pelo intervalo  $[0, 1]$ .
  - Se o espaço amostral consiste de **N** elementos igualmente prováveis e o evento A corresponde a um subconjunto de **r** elementos do espaço amostral, então a probabilidade é dada por:  
 **$P(A) = r/N$**

## — Raciocínio Probabilístico

- **Probabilidade Conjunta**
  - Dois ou mais eventos acontecendo simultaneamente, dado que os eventos são independentes.

$$P(A \wedge B) = P(A)P(B)$$

## — Raciocínio Probabilístico

- **Probabilidade Condicional**
  - Dado um evento A, pode-se saber qual a probabilidade do evento B acontecer.

$$P(A / B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)}$$

## — Raciocínio Probabilístico

- **Probabilidade Condicional - Exemplo**
  - Qual a probabilidade de uma pessoa ter câncer, dado que ela fuma?

	Não Fuma	Fuma	Total
Sem Câncer	40	10	50
Câncer	7	3	10
Total	47	13	60

- $$P(C="S" | F="S") = P(C="S" \wedge F="S") / P(F="S")$$
$$= 3/60 / 13/60$$
$$= 0,23$$

## — Raciocínio Probabilístico

- **Marginalização**
  - Também chamada de Totalização, é o processo de obter a probabilidade de uma variável sem considerar os valores das demais.
  - Usa a distribuição conjunta para somar os eventos onde a variável desejada assume um determinado valor.

## — Raciocínio Probabilístico

- **Marginalização - Exemplo**
  - Suponha duas variáveis: DorDeDente (D): {Verdadeiro, Falso}, Cárie (C): {Verdadeiro, Falso}. Qual a probabilidade de Cárie = Verdadeiro?

Cárie (C)	DorDeDente (D)	Probabilidade $P(C,D)P(C, D)$
Verdadeiro	Verdadeiro	0,108
Verdadeiro	Falso	0,012
Falso	Verdadeiro	0,072
Falso	Falso	0,008

- Solução:  $P(C=V)=0,108+0,012=0,120$

## — Raciocínio Probabilístico

- **Lei da Probabilidade Total**
  - Se um evento  $A$  ocorre em  $m$  condições distintas, todas mutuamente exclusivas, então a probabilidade de ocorrer o evento  $A$  é a soma das probabilidades dele ocorrer nas  $m$  condições diferentes.

$$P(A) = \sum_{j=1}^m P(A \mid B_j) \cdot P(B_j)$$

## — Raciocínio Probabilístico

- Teorema de Bayes
  - Lida com a incertezas e atualiza a crença em um determinado evento à medida que novas informações chegam.
  - Ferramenta útil para inferir a probabilidade *a posteriori* de um evento baseado na evidencia e num conhecimento *a priori* de outros eventos.

$$P(A|B) = \frac{P(B|A) \times P(A)}{P(B)}$$





## — Raciocínio Probabilístico

- **Teorema de Bayes - Exemplo**
  - Um médico sabe que meningite causa dor no pescoço em 50% dos casos. Ele sabe que a probabilidade a priori de um paciente ter meningite (M) é  $1/50000$  e a possibilidade a priori de qualquer paciente ter uma dor no pescoço (S) é  $1/20$
  - Tem-se que:  $P(S|M) = 1/2$ ,  $P(M) = 1/50000$ ,  $P(S) = 1/20$

## — Raciocínio Probabilístico

- Teorema de Bayes – Exemplo
- Um paciente chega ao consultório com dor no pescoço. Qual a probabilidade dele estar com meningite –  $P(M|S)$ ?

$$P(M|S) = \frac{P(S|M) \cdot P(M)}{P(S)}$$



$$\begin{aligned}P(S|M) &= \frac{1}{2} \\P(M) &= \frac{1}{50000} \\P(S) &= \frac{1}{20}\end{aligned}$$

## — Raciocínio Probabilístico

- **Teorema de Bayes – Exemplo**
- Um paciente chega ao consultório com dor no pescoço. Qual a probabilidade dele estar com meningite –  $P(M|S)$ ?

$$P(M|S) = \frac{\frac{1}{2} \cdot \frac{1}{50000}}{\frac{1}{20}} = \frac{\frac{1}{100000}}{\frac{1}{20}}$$

$$P(M|S) = \frac{1}{100000} \cdot \frac{20}{1} = \frac{20}{100000} = \frac{1}{5000}$$



$$\frac{1}{5000} = 0,0002 = 0,02\%$$

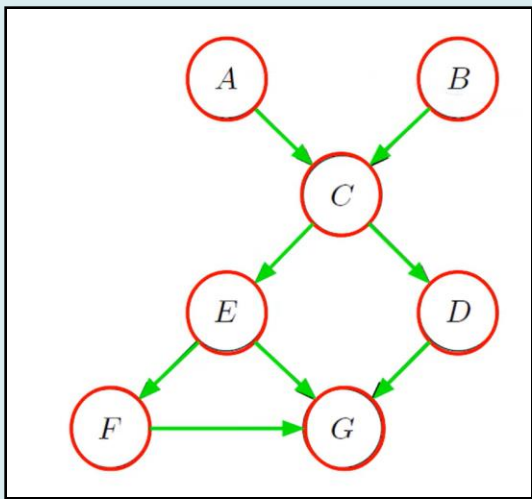
# — Redes Bayesianas

- **Definição e Conceitos**
- **O que são:** Também chamadas de redes de crença, redes probabilísticas ou redes causais
- Teoria dos grafos
- Distribuição de probabilidades
- **Objetivo:** Representar situações, variáveis e estados para realizar inferências



# — Redes Bayesianas

- Estrutura de uma Rede Bayesiana



- Um conjunto de **variáveis**
- Um conjunto de **arcos dirigidos**
- Cada variável possui um conjunto de finito estados mutuamente exclusivos
- Uma tabela de probabilidade condicionada para cada variável e seus pais
- O grafo é acíclico

# — Redes Bayesianas



- **Exemplo de uma Rede Bayesiana**

"Um novo alarme contra assaltos é instalado, mesmo sendo muito confiável na detecção de assaltos ele pode disparar caso ocorra um terremoto. Os dois vizinhos João e Maria se disponibilizaram a telefonar caso o alarme dispare. João sempre liga quando ouve o alarme, entretanto algumas vezes ele confunde o alarme com o telefone e também liga nestes casos. já Maria gosta de ouvir música alta e as vezes não houve o alarme disparar, não ligando nestes casos"

## — Redes Bayesianas

- Exemplo de uma Rede Bayesiana

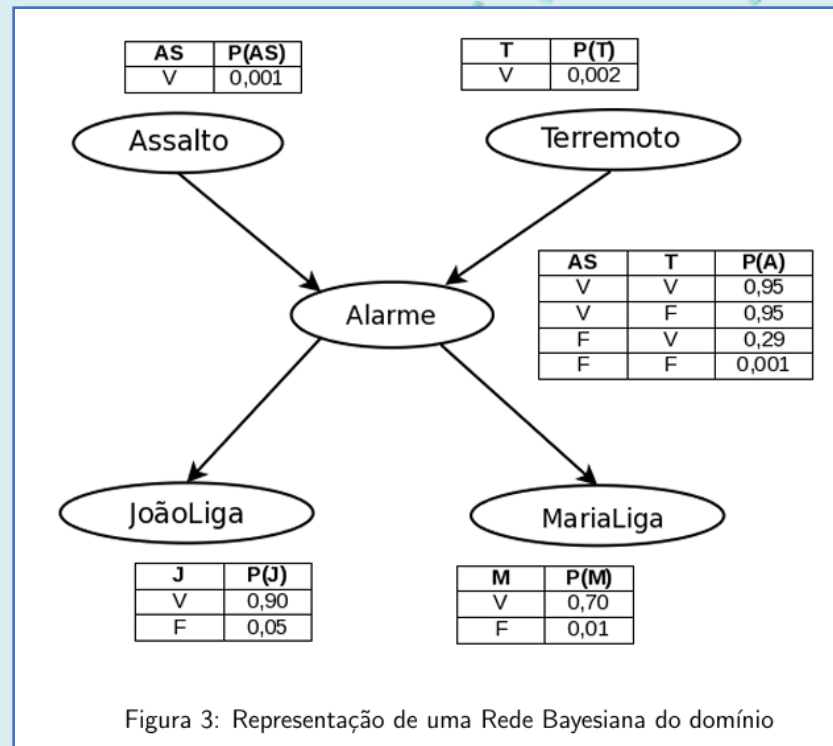


Figura 3: Representação de uma Rede Bayesiana do domínio

## — Redes Bayesianas



- Exemplo de uma Rede Bayesiana
- *Considere que se deseja calcular a probabilidade do alarme ter tocado, mas nem um ladrão nem um terremoto aconteceram, e ambos, João e Maria ligaram, ou  $P(J \wedge M \wedge A \wedge \neg L \wedge \neg T)$*
- $$\begin{aligned} &P(J \wedge M \wedge A \wedge \neg L \wedge \neg T) \\ &= P(J | A)P(M | A)P(A | \neg L \wedge \neg T)P(\neg L)P(\neg T) \\ &= 0.9 \times 0.7 \times 0.001 \times 0.999 \times 0.998 \\ &= 0.00062 \end{aligned}$$



## — Inferência em Redes Bayesianas

- **Definição:** Processo de extrair conhecimento representado na rede
- **Base:** Utilizar evidências observadas para calcular probabilidades de eventos não observados



# — Inferência em Redes Bayesianas

- Tipos de Inferência

**1. Inferência Diagnósticos:** partindo dos efeitos para as causas;

**Ex:** Observar que o alarme disparou → inferir probabilidade de assalto

**2. Inferência Preditiva:** partindo das causas para os efeitos;

**Ex:** Saber que houve assalto → inferir probabilidade do alarme disparar



# — Inferência em Redes Bayesianas

- Tipos de Inferência

3. **Inferência Intercasual:** entre causas de um efeito comum;

**Ex:** Saber que houve assalto → como isso afeta a probabilidade de terremoto?

4. **Inferência Mista:** combinação de dois ou mais tipos de inferência

Cenários mais realistas e complexos



## — Aplicação

- Prever enchentes em São Luís

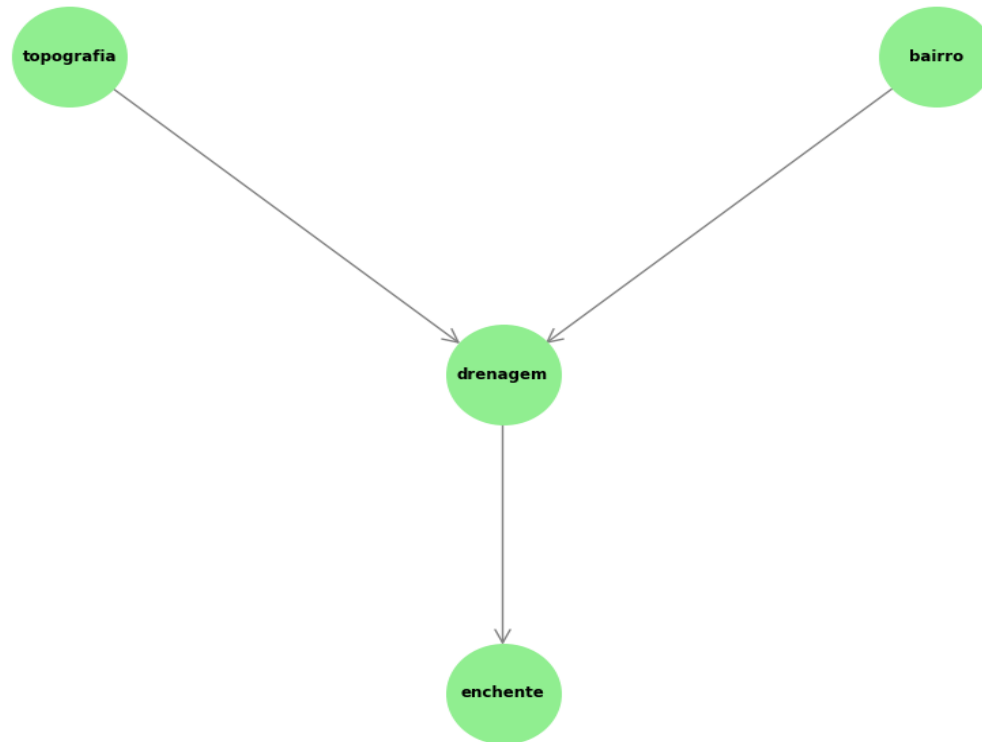


## - Tabela para pré-visualização

Essa tabela mostra alguns dados retirados dos Datasets

	precipitacao_mm	intensidade_chuva	duracao_chuva	mare	bairro	topografia	drenagem	enchente
0	85.2	intensa	6h+	alta	Centro	baixa	inadequada	True
1	45.1	moderada	2-6h	média	Vinhais	média	adequada	False
2	92.7	intensa	6h+	alta	João Paulo	baixa	inadequada	True
3	23.5	fraca	<2h	baixa	Renascença	alta	adequada	False
4	67.8	intensa	2-6h	média	Cohama	baixa	regular	True
5	15.2	fraca	<2h	baixa	Alemanha	média	regular	False
6	76.3	intensa	6h+	alta	São Francisco	baixa	inadequada	True
7	38.9	moderada	2-6h	baixa	Calhau	baixa	regular	False
8	55.1	intensa	2-6h	alta	Centro	baixa	inadequada	True
9	29.7	fraca	2-6h	média	Vinhais	média	adequada	False

### Rede Bayesiana: Fatores Geográficos que Afetam Enchentes em São Luís/MA



*Estrutura descoberta automaticamente dos dados*

# Estimação das Tabelas de Probabilidades Condicionais (CPDs)

CPD para a variável: drenagem

-----		
bairro	...	bairro(Vinhais)
+-----+-----+		
topografia	...	topografia(média)
+-----+-----+		
drenagem(adequada)	...	1.0
+-----+-----+		
drenagem(inadequada)	...	0.0
+-----+-----+		
drenagem(regular)	...	0.0
+-----+-----+		

CPD para a variável: enchente

-----		
drenagem	...	drenagem(regular)
+-----+-----+		
enchente(False)	...	0.7222222222222222
+-----+-----+		
enchente(True)	...	0.2777777777777778
+-----+-----+		

# Estimação das Tabelas de Probabilidades Condicionais (CPDs)

CPD para a variável: bairro

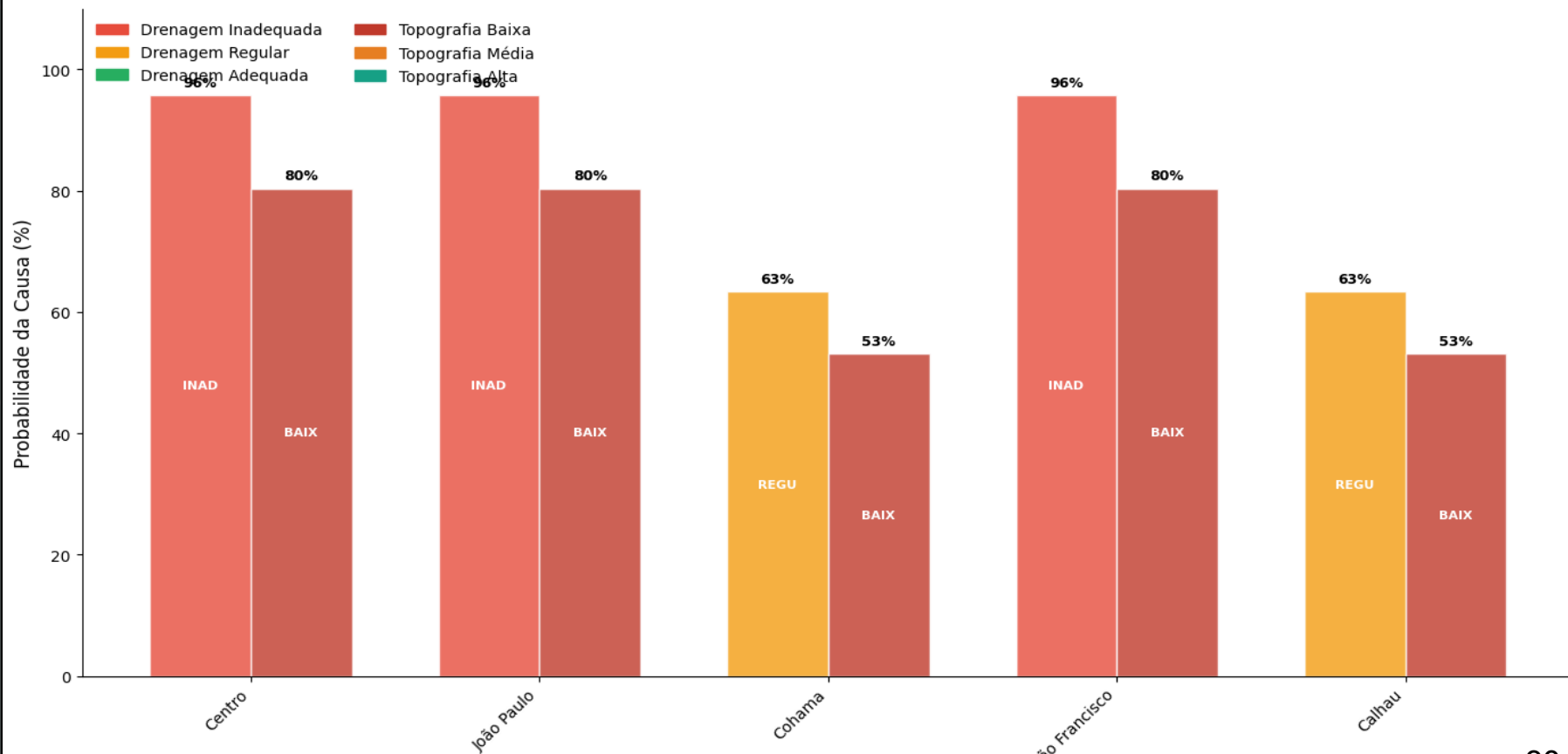
bairro(Alemanha)	0.115385
bairro(Calhau)	0.115385
bairro(Centro)	0.153846
bairro(Cohama)	0.115385
bairro(João Paulo)	0.134615
bairro(Renasença)	0.115385
bairro(São Francisco)	0.115385
bairro(Vinhais)	0.134615

CPD para a variável: topografia

topografia(alta)	0.115385
topografia(baixa)	0.634615
topografia(média)	0.25



## DIAGNÓSTICO: Por que houve enchente?



Bairros com Enchente Observada

# INFERÊNCIAS:

**Consulta 01:** Probabilidade de enchente dado bairro='Centro', topografia='baixa', e drenagem 'inadequada'

+-----+-----+	
enchente	phi(enchente)
+=====+	
enchente(False)	0.0000
+-----+-----+	
enchente(True)	1.0000
+-----+-----+	

# INFERÊNCIAS:

**Consulta 02:** Probabilidade dos estados de drenagem dado bairro='Vinhais', topografia='média', e enchente=False (não houve enchente).

+-----+	+-----+
drenagem	phi(drenagem)
+=====+	+=====+
drenagem(adequada)	1.0000
+-----+	+-----+
drenagem(inadequada)	0.0000
+-----+	+-----+
drenagem(regular)	0.0000
+-----+	+-----+

# INFERÊNCIAS:

**Consulta 03:** Probabilidade de enchente dado bairro='Calhau' e topografia='baixa' (o estado da drenagem não é fornecido como evidência e é inferido pelo modelo).

## Situação 1: Drenagem Inferida

+-----+	+-----+
enchente	phi(enchente)
+=====+	+=====+
enchente(False)	0.7222
+-----+	+-----+
enchente(True)	0.2778
+-----+	+-----+

# INFERÊNCIAS:

**Consulta 04:** Probabilidade de enchente dado bairro='Calhau', topografia='baixa', e drenagem='inadequada' (o estado da drenagem é fornecido diretamente).

Situação 2: Drenagem Observada como 'Inadequada'

+-----+-----+	
enchente	phi(enchente)
+=====+=====+	
enchente(False)	0.0000
+-----+-----+	
enchente(True)	1.0000
+-----+-----+	

## – Referências

"IA – Redes Baysianas", Site – YouTube. Disponível em:

<<https://www.youtube.com/watch?v=PGaxIKVP4ao&t=1155s>>. Acesso em 02 de jun de 2025.

MARQUES, Roberto Ligeiro; DUTRA, Inês. **Redes Bayesianas: o que são, para que servem, algoritmos e exemplos de aplicações**. Rio de Janeiro: COPPE/UFRJ, 2003. Disponível em: <https://www.cos.ufrj.br/~ines/courses/cos740/leila/cos740/Bayesianas.pdf>. Acesso em: 2 jun. 2025.

GONÇALVES, André Ricardo. **Redes Bayesianas**. Campinas: Universidade Estadual de Campinas, 2009. Disponível em: <https://andreric.github.io/files/pdfs/bayesianas.pdf>. Acesso em: 2 jun. 2025.

# Obrigado!



**CREDITS:** This presentation template was created by **Slidesgo**, and includes icons by **Flaticon**, and infographics & images by **Freepik**

Please keep this slide for attribution