

## Sistem Persamaan Linear Dua Variabel (SPLDV)

dengan Pendekatan Realistik

Oleh : Sumaritoyo Ryananda

2016

$$\begin{aligned}x^2 + 2y &= 6 ? \\ x + 6y &= 3 ?\end{aligned}$$

# KATA PENGANTAR

Penyusun memanjatkan puji dan syukur kehadirat Allah SWT, karena atas izin dan kuasa-Nyalah Modul matematika SMP dengan pendekatan Realistik ini dapat terselesaikan. Sholawat serta salam semoga selalu tercurah limpahkan kepada Nabi Muhammad SAW sebagai motivator sejati dalam menuntut ilmu.

Modul Matematika dengan pendekatan Realistik ini menyajikan materi tentang “Sistem Persamaan Linear Dua Variabel (SPLDV)”. Penyusunan modul ini dilakukan dengan harapan materi sistem linear dua variabel dapat dipahami dengan mudah oleh siswa sehingga siswa mampu memecahkan permasalahan-permasalahan matematika yang berkaitan dengan sistem persamaan linear dua variabel.

Penyajian modul ini mengaju pada prinsip belajar bermakna yang menekankan pada tiga hal berikut :

1. Pengenalan fakta dan pemahaman konsep.
2. Contoh soal dan penyelesaian.
3. Soal-soal latihan yang mengacu pada soal pemecahan masalah

Selain itu, disajikan pula tugas siswa yang memberi pengalaman siswa dalam menemukan atau memperoleh konsep-konsep dalam sistem persamaan linear dua variabel.

Penyusun menyadari modul ini masih belum sempurna. Oleh karena itu, kritik dan saran yang membangun dari para pembaca senantiasa penyusun harapkan. Atas perhatian dan kerjasamanya disampaikan terima kasih.

Purworejo, November 2016

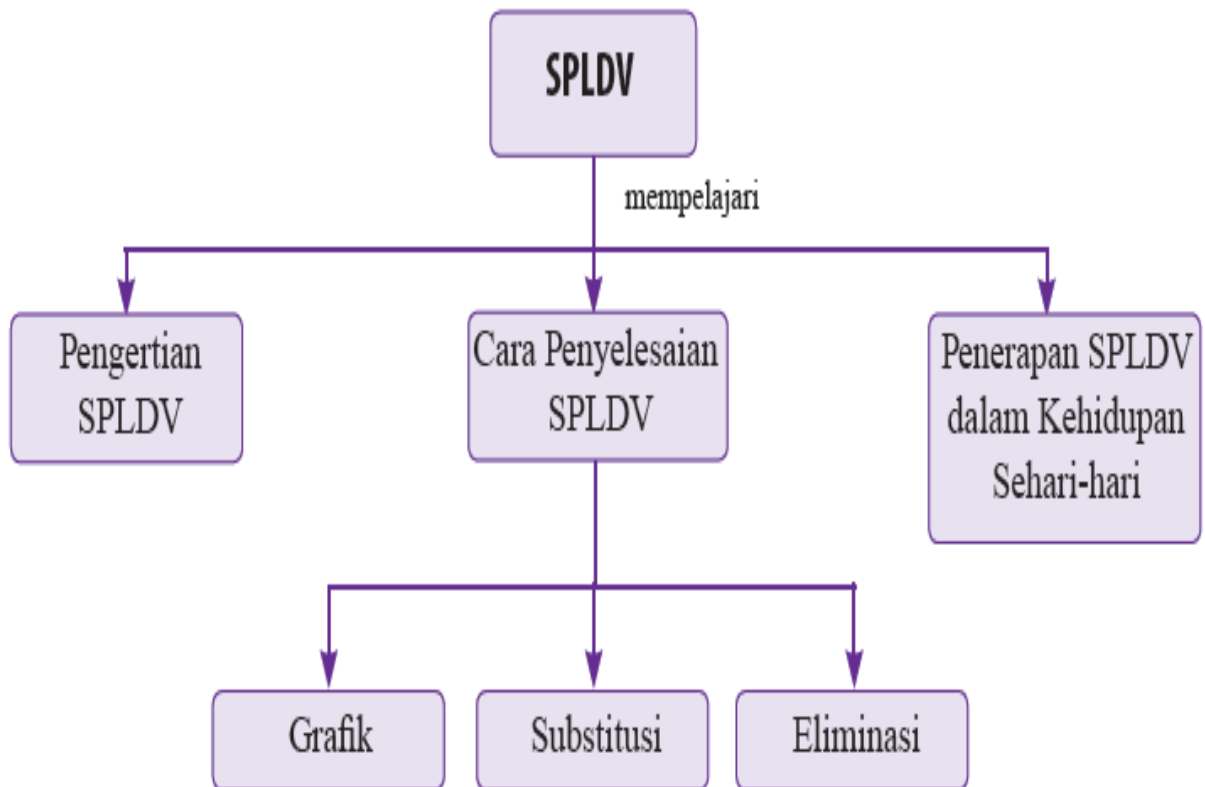
Sumaritoyo Ryananda

# DAFTAR ISI

HALAMAN JUDUL.....	i
KATA PENGANTAR .....	ii
DAFTAR ISI.....	iii
PETA KONSEP .....	iv
BAGAIMANA MEMPELAJARI MODUL INI?.....	v
STANDAR KOMPETENSI.....	vi
KOMPETENSI DASAR.....	vi
INDIKATOR.....	vi
BAB 4 SISTEM PERSAMAAN LINEAR DUA VARIABEL (SPLDV).....	1
Kompetensi Dasar .....	1
Pokok Bahasan .....	1
Persamaan Linear Satu Variabel.....	1
Aktifitas Siswa .....	5
Latihan 1 .....	7
Persamaan Linear Dua Variabel (PLDV) .....	8
Latihan 2 .....	11
Sistem Persamaan Linear Dua Variabel (SPLDV) .....	13
Aktifitas Kelompok.....	13
A. Metode Grafik.....	16
B. Metode Substitusi .....	21
Refleksi .....	28
Latihan 3 .....	29
C. Metode Eliminasi .....	29
Refleksi .....	34
Latihan 3 .....	35
D. Metode Eliminasi – substitusi .....	36
Refleksi .....	37
Latihan 5 .....	38
E. Menyelesaikan SPLDV yang Mengandung Bilangan Pecahan ...	40
UJIAN KETUNTASAN BELAJAR.....	42
RANGKUMAN .....	43



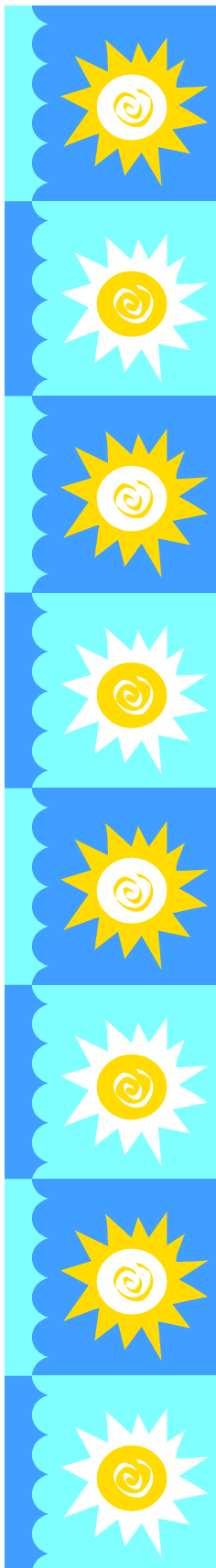
## PETA KONSEP



# *Bagaimana Mempelajari Modul ini?*

Berikut ini diberikan beberapa cara mempelajari modul ini, yaitu :

- 1) Baca dan pahami tujuan dari kompetensi dasar materi-materi yang terdapat dalam modul
- 2) Setelah mengetahui tujuan tersebut, mulailah membaca dan mempelajari konsep dasar yang ada pada sub bab atau bab. Ikutilah petunjuk yang terdapat dalam modul tersebut.
- 3) Modul ini disusun dengan pendekatan realistik. Inti dari penyajian materi dalam modul ini lebih kepada proses pemahaman terhadap suatu materi. Oleh karena itu, bertanyalah tentang hal-hal yang belum dimengerti kepada guru
- 4) Setelah kamu bisa/mengerti tentang materi yang telah kamu pelajari, cobalah soal yang terdapat dalam bagian “Refleksi”. Dan jika kamu telah menguasainya, cobalah latihan-latihan soal yang berkaitan dengan materi yang telah kamu pelajari.
- 5) Berusaha untuk biasa memecahkan setiap permasalahan yang terdapat dalam modul ini. Setiap usaha yang kamu lakukan akan membuatmu semakin memahami materi-materi dalam modul ini.



## **STANDAR KOMPETENSI**

2. Memahami sistem persamaan linear dua variabel dan menggunakannya dalam pemecahan masalah



## **KOMPETENSI DASAR**

- 2.1 Menyelesaikan sistem persamaan linear dua variabel
- 2.2 Membuat model matematika dari masalah yang berkaitan dengan sistem persamaan linear dua variabel

## **INDIKATOR**

- 2.1.1 Menyelesaikan sistem persamaan linear dua variabel dengan metode eliminasi
- 2.1.2 Menyelesaikan sistem persamaan linear dua variabel dengan metode substitusi
- 2.1.3 Menyelesaikan sistem persamaan linear dua variabel dengan metode eliminasi-substitusi (gabungan)
- 2.2.1 Membuat model matematika dari masalah yang berkaitan dengan sistem persamaan linear dua variabel



## SISTEM PERSAMAAN LINEAR DUA VARIABEL (SPLDV)

### Kompetensi Dasar:

Siswa dapat memahami, menentukan penyelesaian, hingga menerapkan SPLDV pada masalah sehari-hari



*Suatu permasalahan yang dihadapi pedagang pada umumnya adalah mengetahui jumlah barang yang dijual, sehingga pedagang tersebut memperoleh keuntungan maksimum. Ilustrasi di samping menunjukkan pedagang pakaian yang menjual 3 kemeja seharga Rp. 90.000 dan sebuah kaos seharga Rp. 20.000.*

*Apabila ia hanya menjual  $\frac{1}{2}$  dari jumlah kemeja dan  $\frac{2}{3}$  dari jumlah kaos maka ia dapat mengumpulkan uang Rp. 2.400.000. Sedangkan, jika ia menjual seluruh kemeja dan kaos maka ia mendapatkan uang Rp. 3.000.000. Untuk mengetahui jumlah kemeja dan kaos yang dijual pedagang tersebut, dapat diselesaikan dengan menggunakan sistem persamaan linear dua variabel.*

### Pokok Bahasan:

- Persamaan Linear Satu Variabel
- Persamaan Linear Dua Variabel (PLDV)
- Sistem Persamaan Linear Dua Variabel (SPLDV)

### Persamaan Linear Satu Variabel

Sebelum kita membahas tentang sistem persamaan linear dua variabel, kita perlu tahu tentang bagaimanakah persamaan linear sistem persamaan satu variabel serta penyelesaiannya. Untuk memahaminya, pamilah penjelasan berikut.



**Contoh soal**

Feby dan Amang pergi ke koperasi sekolah untuk membeli beberapa perlengkapan sekolah. Berikut ini adalah daftar belanja Feby dan Amang,

- Tiga buah pulpen seharga Rp 5.400,-
- Lima buah buku tulis seharga Rp 11.500,-
- Tiga buah pensil seharga Rp 6.900,-

Berdasarkan permasalahan belanja Feby dan Amang di atas, kerjakanlah soal-soal berikut ini.

- a. Informasi apa yang anda peroleh? Apa yang dapat anda tanyakan dari informasi tersebut?

Jawab:

.....  
.....

- b. Buatlah model matematika dalam bentuk persamaan, dari informasi yang di dapatkan.

Jawab:

.....  
.....



- c. Jawablah pertanyaan yang telah anda buat pada soal a.

Jawab:

.....  
.....

- d. Cocokkan hasil jawabanmu dengan jawaban temanmu, samakah hasilnya?

Jawab:

.....  
.....

- e. Konsultasikan jawaban kamu dengan pak guru dan meminta penjelasan mengenai jawabanmu dan jawaban temanmu.

- f. Berdasarkan hasil penjelasan dari guru, informasi apa yang kamu dapatkan?

Jawab:

.....  
.....

- g. Ingatlah kembali saat kamu mencari penyelesaian soal tadi, kemudian jawablah pertanyaan di bawah ini:

- 1) Berapakah harga masing-masing barang yang di beli Feby dan Amang?

Jawab:

.....  
.....

- 2) Adakah jawaban temanmu yang berbeda dengan jawabanmu? Jika ada, berapa nilainya?

Jawab:

.....  
.....

- 3) Apa kesimpulan jawaban poin 1)?

Kesimpulan:

.....  
.....

Perhatikan bahwa:

- Tiga pulpen = 5.400
- Lima buku tulis = 11.500
- Tiga pensil = 6.900

Jika pulpen, buku tulis, dan pensil di ganti dengan suatu variabel semisal a, b, c atau lainnya, maka dapat di tuliskan:

- .....
- .....
- .....

Dari ketiga persamaan di atas, penyelesaiannya merupakan contoh dari “Persamaan Linear Satu Variabel”. Dan nilai yang menyatakan harga masing-masing pulpen, buku tulis dan pensil adalah penyelesaian dari persamaan linear satu variabel tersebut.

Apa kesimpulan tentang materi Persamaan Linear Satu Variabel?

Kesimpulan:

Persamaan linear Satu Variabel adalah .....

.....

Penyelesaian dari suatu Persamaan Linear Satu Variabel adalah

.....

.....

.....

.....



## Aktifitas Siswa

Ikuti kegiatan berikut ini, kerjakan dalam berkelompok

Perhatikan gambar berikut ini:



- Tuliskan apa saja yang terpikirkan olehmu setelah melihat gambar di atas.
- Belanjakanlah uang Rp 2.000,- untuk membeli sejumlah permen yang sudah di perlihatkan pada gambar tersebut. Kemudian, tuliskan berapa jumlah permen yang di beli dan berapa jumlah sisa uang yang di miliki setiap kelompokmu.
- Tuliskan kalimat matematika dalam bentuk persamaan linear dengan satu variabel dari pembelian sejumlah permen tadi.
- Hitung nilai variabel dari persamaan tersebut dan berikan penjelasannya.
- Berapakah harga lima buah permen dari sejumlah permen yang kamu beli?
- Tulislah hasil kerjamu pada bagian di papan tulis, perhatikan hasil jawaban teman-temanmu dari setiap kelompok. Apa yang dapat di simpulkan dari jawaban-jawaban tersebut?

Pada bab sistem persamaan linear dua variabel kita akan mengulanginya untuk mengingat kembali. Persamaan  $x + 7 = 10$  merupakan PLSV. Persamaan tersebut hanya mempunyai satu akar / jawaban / solusi.

Nilai  $x = 3$  adalah solusi dari  $x + 7 = 10$  karena hanya  $x = 3$  yang membuat kalimat terbuka  $x + 7 = 10$  menjadi pernyataan benar. Penentuan solusi dari persamaan  $x + 7 = 10$  dapat dilakukan dengan cara berikut:

## 1. Cara Substitusi

$$x + 7 = 10$$

Untuk  $x = 0$ , maka  $0 + 7 = 10 \leftrightarrow$  (merupakan kalimat yang salah)

Untuk  $x = 1$ , maka  $1 + 7 = 10 \leftrightarrow$  (merupakan kalimat yang salah)

Untuk  $x = 2$ , maka  $2 + 7 = 10 \leftrightarrow$  (merupakan kalimat yang salah)

Untuk  $x = 3$ , maka  $3 + 7 = 10 \leftrightarrow$  (merupakan kalimat yang salah)

Jadi,  $x = 3$  adalah solusi dari  $x + 7 = 10$  sehingga himpunan penyelesaian

$$HP = \{3\}$$

## 2. Dengan Sifat-sifat Kesamaan

$$x + 7 = 10 \Leftrightarrow 10 - 7 \quad (\text{kedua ruas dikurangi } 7)$$

$$\Leftrightarrow 3 \quad (\text{solusi})$$

$$\text{Jadi, } HP = \{3\}$$

### Contoh 1

Tentukan himpunan penyelesaian dari  $2a + 3 = 1$  untuk variabel pada himpunan bilangan cacah.

**Jawab:**

Untuk menentukan HP dari persamaan tersebut digunakan cara substitusi

$$2a + 3 = 1$$

$$a = 0, \text{ maka } 2.0 + 3 = 1 \quad \Leftrightarrow 3 = 1 \text{ (kalimat salah)}$$

$$a = 1, \text{ maka } 2.1 + 3 = 1 \quad \Leftrightarrow 5 = 1 \text{ (kalimat salah)}$$

Untuk semua  $a \in$  bilangan cacah, ruas kiri selalu lebih besar dari ruas kanan, sehingga akan selalu diperoleh kalimat yang salah.

$$\text{Jadi, } HP = \{ \}$$

**Contoh 2**

Dengan menggunakan sifat-sifat kesamaan, tentukan himpunan penyelesaian dari persamaan di bawah ini.

$$\frac{p+5}{2} + \frac{2p-1}{4} = 3$$

**Jawab :**

$$\frac{p+5}{2} + \frac{2p-1}{4} = 3$$

$$\Leftrightarrow 2(p+5) + (2p-1) = 3 \cdot 4 \quad (\text{kedua ruas dikalikan 4})$$

$$\Leftrightarrow 2p + 10 + 2p - 1 = 12 \quad (\text{kedua ruas diuraikan})$$

$$\Leftrightarrow 4p + 9 = 12$$

$$\Leftrightarrow 4p + 9 - 9 = 12 - 9 \quad (\text{kedua ruas dikurangi 9})$$

$$\Leftrightarrow 4p = 3$$

$$\Leftrightarrow p = \frac{3}{4} \quad (\text{kedua ruas dibagi 4})$$

$$\text{Jadi, HP} = \left\{ \frac{3}{4} \right\}$$

Untuk lebih meyakinkan pemahamanmu, kerjakan latihan berikut ini!

**LATIHAN 1**

1. Tiara membeli 5 butir telur. Tiara membayar dengan uang Rp 10.000,- dan mendapat uang kembalian Rp 5.500,-. Berapakah harga sebutir telur?

Jawab:

.....  
.....

2. Riki dan Reza menyimpan uangnya bersama. Uang Riki dua kali uang Reza. Uang Reza sebanyak 125.000,-. Karena suatu keperluan, Riki mengambil uang sebesar Rp 45.000,-. Berapakah uang Riki sekarang?

Jawab:

.....  
.....

3. Harga sepasang sepatu adalah empat kali harga sepasang sandal. Jika harga 2 pasang sepatu dan 3 pasang sandal adalah Rp 192.200,-. Tentukan harga masing-masing.

Jawab:

.....  
.....

### Persamaan Linear Dua Variabel (PLDV)



Pagi ini, pak Hasan pergi bersama istri dan paman ke warung makan untuk sarapan. Sesampainya disana, pak Hasan pun memesan makanan untuk tiga orang. Berikut ini adalah pesanan makanan pak Hasan.

- Tiga porsi makan nasi pecel dan tiga gelas es jeruk = 25.000 rupiah

Dari situasi pada masalah di atas, berapakah uang yang harus di keluarkan pak Hasan untuk satu porsi makan dan minum?

Perhatikanlah permasalahan di atas, dan jawablah soal-soal berikut!

- a. Dari situasi tersebut, informasi apa yang bisa kamu peroleh? Apa yang dapat kamu tanyakan?

Jawab:

.....  
.....

- b. Buatlah model matematika dalam bentuk persamaan, dari informasi yang kamu peroleh!

Jawab:

.....  
.....

- c. Berdasarkan hasil pada bagian a dan b, jawablah pertanyaan-pertanyaan yang telah kamu peroleh?

Jawab:

.....  
.....

- d. Cocokkan hasil jawabanmu dengan jawaban temanmu. Apakah hasilnya sama?

Jawab:

.....  
.....

- e. Konsultasikan jawaban kamu kepada Guru dan mintakan penjelasan mengenai jawabanmu.

- f. Berdasarkan hasil penelitian dari Guru, informasi apa yang kamu dapatkan?

Jawab:

.....  
.....

- g. Ingatlah kembali saat kamu mencari penyelesaian soal tadi, kemudian jawablah pertanyaan di bawah ini!

- 1) Berapakah harga satu porsi makan dan minum untuk masing-masing orang dari hasil jawabanmu?

Jawab:

.....  
.....

- 2) Adakah jawaban temanmu yang berbeda dengan jawabanmu? Jika ada, berapa nilainya?

Jawab:

.....  
.....

- 3) Apa kesimpulan yang dapat di ambil dari soal-soal di atas?

Kesimpulan:

.....  
.....

Permasalahan di atas, adalah salah satu contoh dari permasalahan dalam ‘Persamaan Linear Dua Variabel’. Apakah yang dapat kamu katakan tentang materi ini? Apa kesimpulanmu dari materi Persamaan Linear Dua Variabel?

Kesimpulan :

Persamaan linear Dua Variabel adalah

.....  
.....

Penyelesaian dari suatu Persamaan linear dua variabel adalah

.....  
.....

Untuk menyakinkan pemahamanmu tentang materi ini, kerjakanlah latihan berikut ini.



## **LATIHAN 2**

1. Fina membeli dua buah pensil dan tiga buah buku tulis seharga Rp 9.000,-. Sedangkan Ica membeli tiga buah bolpoin dan tiga buah spidol seharga Rp 10.000,-. Berapakah harga masing-masing barang?

Jawab:

.....  
.....

2. Ayah pergi ke bank untuk menukarkan selebar uang seratus ribuan dengan lembaran uang dua ribuan dan uang lima ribuan. Ada berapa lembarkah uang dua ribuan yang di terima Ayah?

Jawab:

.....  
.....

3. Pak Ardan memelihara kambing dan ayam. Jika jumlah kaki kambing dan ayam pak Ardan ada 60. Berapakah jumlah kambing dan ayam yang di miliki pak Ardan?

Jawab:

.....  
.....

Persamaan  $x + y = 20$  mempunyai dua variabel, yaitu  $x$  dan  $y$ . Menyelesaikan persamaan di atas berarti mencari nilai-nilai  $x$  dan  $y$  yang membuat persamaan itu menjadi benar. Nilai-nilai  $x$  dan  $y$  yang merupakan penyelesaian / solusi disebut *akar-akar PLDV* dan himpunan penyelesaiannya ditulis  $HP = \{(x, y)\}$ . Nilai-nilai  $x$  dan  $y$  yang bukan penyelesaian / solusi disebut *bukan akar-akar PLDV*. Berikut ini merupakan beberapa akar dari PLDV,  $x + y = 20$ .

$x = 1;$	$y = 19$	karena $1 + 19 = 20$
$x = 2;$	$y = 18$	karena $2 + 18 = 20$
$x = 3,5;$	$y = 16,5$	karena $3,5 + 16,5 = 20$
$x = 4,2;$	$y = 15,8$	karena $4,2 + 15,8 = 20$

Dengan memperhatikan penyelesaian di atas, kita dapat mengambil sembarang nilai  $x$  kemudian menentukan nilai  $y$  yang memenuhi persamaan. Atau sebaliknya,

kita dapat mengambil sembarang nilai  $y$  dan menentukan nilai  $x$  yang memenuhi persamaan tersebut.

Sebagai contoh:

Apabila diambil nilai  $x = 12$ , maka nilai  $y = 8$  karena  $12 + 8 = 20$

Apabila diambil nilai  $y = 4$ , maka nilai  $x = 16$  karena  $16 + 4 = 20$

Hal ini berarti penyelesaian PLDV tak hingga banyaknya. Akan tetapi jika variabelnya dibatasi, maka penyelesaiannya menjadi berhingga, seperti terlihat pada contoh di bawah ini.

### Contoh 3

Tentukan himpunan penyelesaian dari persamaan  $4x + 3y = 12$  untuk  $x, y \in \mathbb{C}$ .  $\mathbb{C} = \{\text{bilangan cacah}\}$

**Jawab:**

$$x = 0 \Rightarrow 0 + 3y = 12 \Rightarrow y = 4 \in \mathbb{C} \text{ (penyelesaian)}$$

$$x = 1 \Rightarrow 4 + 3y = 12 \Rightarrow y = \frac{8}{3} \notin \mathbb{C} \text{ (bukan penyelesaian)}$$

$$x = 2 \Rightarrow 8 + 3y = 12 \Rightarrow y = \frac{4}{3} \notin \mathbb{C} \text{ (bukan penyelesaian)}$$

$$x = 3 \Rightarrow 12 + 3y = 12 \Rightarrow y = 0 \in \mathbb{C} \text{ (penyelesaian)}$$

Jadi, himpunan penyelesaiannya adalah  $\{(0, 4), (3, 0)\}$

### Sistem Persamaan Linear Dua Variabel (SPLDV)

Untuk memahami materi ini, lakukan kegiatan berikut ini bersama kelompokmu!

#### Aktifitas Kelompok (Berjumlah anggota 4 – 6 anak)



Diketahui ada sebuah bolpoin berjumlah 6 dan sebuah pensil berjumlah 4

1. Tuliskan apa saja yang terpikir olehmu setelah melihat kedua gambar ini.

Jawab:

.....  
.....

2. Selanjutnya, perhatikan gambar berikut :



3. Tuliskan apa saja yang terpikir olehmu setelah melihat uang tersebut.

Jawab:

.....  
.....

4. Selanjutnya, masing-masing kelompok melakukan suatu kegiatan jual beli. Belanjakan uang Rp 5.000,- tersebut untuk membeli sejumlah pensil dan pulpen. Kemudian, tuliskan kalimat matematika yang menyatakan kegiatan pembelian barang tersebut.

Jawab:

.....  
.....

5. Berapakah harga satu pensil dan satu buah pulpen yang di beli?

Jawab:

.....  
.....

6. Tuliskan hasil kerja kelompokmu di papan di tulis. Perhatikan hasil jawaban kelompok lainnya. Apa kesimpulan yang bisa di peroleh dari jawaban-jawaban tersebut?

Kesimpulan:

.....  
.....

7. Selanjutnya, coba satukan persamaan matematika yang telah kamu buat dengan persamaan matematika yang telah di buat oleh kelompok lain.

Jawab:

.....  
.....

8. Tentukan harga pensil dan pulpen berdasarkan kedua persamaan baru yang di peroleh. Tulislah langkah-langkah penyelesaian dan berilah penjelasan.

Jawab:

.....  
.....

9. Perhatikan kembali hasil jawaban soal no 5 dan 8. Apa yang dapat kamu peroleh?

Jawab:

.....  
.....

10. Tanyakan hasil jawaban kelompokmu kepada guru dan mintakan penjelasan mengenai jawaban tersebut. Apa informasi yang kamu dapatkan dari penjelasan guru tersebut?

Jawab:

.....  
.....

11. Apa yang kamu katakan mengenai permasalahan tersebut?

Jawab:

.....  
.....

Permasalahan di atas, adalah salah satu contoh dari permasalahan dalam “sistem persamaan linear dua variabel”. Jika kamu bandingkan dengan materi sebelum persamaan linear dua variabel, apakah kesimpulan kamu mengenai materi ini?

### **Kesimpulan**

Sistem Persamaan Linear Dua Variabel adalah

.....  
.....  
.....

Setelah kamu mengerti apa “Sistem persamaan linear Dua Variabel” itu, bagaimanakah penyelesaian dari suatu sistem persamaan linear dua variabel?

Jika kamu membaca beberapa informasi mengenai sistem persamaan linear dua variabel dari buku-buku matematika sekolah ataupun melalui searching dan browsing di internet, maka kamu akan menemukan informasi bahwa suatu sistem persamaan linear dua variabel dapat di selesaikan dengan suatu metode yang di kenal dengan metode eliminasi. Selain itu, dapat pula di selesaikan dengan metode substitusi atau dengan metode eliminasi-substitusi. Untuk dapat memahami metode ini.

Perhatikan dua PLDV di bawah ini.

$$x + y = 9$$

$$y = 2x$$

Masing-masing persamaan tersebut mempunyai dua variabel, yaitu  $x$  dan  $y$ . Masing-masing persamaan mempunyai penyelesaian tak terhingga banyaknya. Apabila kedua PLDV dihubungkan dengan kata “dan” berarti kita diharuskan

mencari *solusi yang sama* dari penyelesaian-penyelesaian kedua PLDV tersebut. Secara himpunan, kata “*dan*” berarti “*irisan*”. Berikut ini diberikan beberapa penyelesaian dari PLDV di atas, untuk  $x, y \in \{\text{bilangan asli}\}$ .

$x + y = 9$		$y = 2x$
$x = 1, y = 8$		$x = 1, y = 2$
$x = 2, y = 7$	solusi sama	$x = 2, y = 4$
$x = 3, y = 6$		$x = 3, y = 6$
$x = 4, y = 5$		$x = 4, y = 8$
$x = 5, y = 4$		$x = 5, y = 10$

Dari uraian di atas terlihat bahwa terdapat nilai  $x$  dan  $y$  yang akan membuat kedua persamaan bernilai benar pada saat bersamaan. Solusi kedua persamaan di atas adalah  $x = 3$  dan  $y = 6$ , himpunan penyelesaian kedua persamaan itu adalah  $\{(3, 6)\}$ . Hal ini menunjukkan bahwa PLDV :  $x + y = 9$  dan  $y = 2x$ , merupakan sistem persamaan linear dua variabel (SPLDV) dan sering disebut *persamaan simultan*. Penyelesaian atau akar-akar SPLDV berupa *pasangan berurutan* ( $x, y$ ) yang memenuhi kedua persamaan itu secara serentak.

Penentuan HP (Himpunan Penyelesaian) dari SPLDV dapat dilakukan dengan metode-metode berikut.

### A. Metode Grafik

PLDV secara grafik ditunjukkan oleh sebuah garis lurus. Hal ini berarti grafik SPLDV terdiri atas dua garis lurus. Penyelesaian (solusi) secara grafik dari SPLDV itu berupa sebuah titik potong kedua garis lurus tersebut yang akan terlihat pada kertas berpetak. Nilai *absis* ( $x$ ) dan *ordinat* ( $y$ ) titik potong itu secara serentak akan memenuhi kedua persamaan itu. Dalam metode grafik, untuk menentukan akar-akar SPLDV dapat dilakukan melalui langkah-langkah berikut ini.

- Siapkan sistem koordinat Cartesius lengkap dengan skalanya
- Lukiskan masing-masing PLDV pada sistem koordinat Cartesius dengan memperhatikan titik-titik potongnya dengan sumbu  $X$  dan sumbu  $Y$ .

Suatu garis memotong sumbu  $X$ , jika  $y = 0$

Suatu garis memotong sumbu  $Y$ , jika  $x = 0$

- c. Berdasarkan grafik, perhatikan titik potong antara kedua garis lurus. Titik potong dari kedua garis itu merupakan HP dari SPLDV tersebut.

**Sumber: Matematika untuk SMP pengarang Sukino.**

**Contoh 4**

Selesaikan sistem persamaan di bawah ini dengan metode grafik.

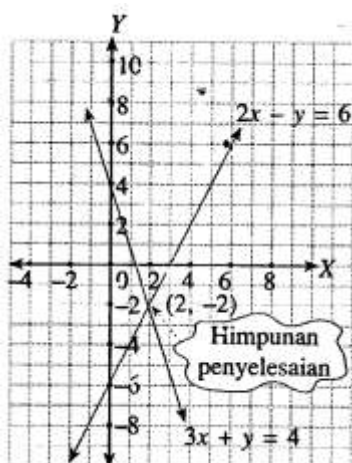
$$\begin{cases} 2x - y = 6 \\ 3x + y = 4 \end{cases}$$

**Jawab:**

Untuk melukiskan grafik dari masing-masing persamaan tersebut dapat dibuat tabel berikut ini.

$x + y = 80$		
$X$	$y$	$(x, y)$
-1	-8	$(-1, -8)$
0	-6	$(0, -6)$

$x - y = 20$		
$X$	$y$	$(x, y)$
-1	7	$(-1, 7)$
0	4	$(0, 4)$



Dari gambar di samping terlihat bahwa titik potong kedua garis adalah pasangan bilangan yang secara serentak memenuhi kedua persamaan linear, yaitu titik  $(2, -2)$ . Titik potong kedua garis tersebut merupakan penyelesaian system persamaan tersebut. Himpunan penyelesaiannya adalah  $\{(2, -2)\}$

**Contoh 5: (Periksa Penyelesaian)**

Untuk masing-masing system persamaan di bawah ini, periksa apakah pasangan berurutan yang ada merupakan solusi dari sistem persamaannya.

$$\begin{array}{l} \text{a. } \left. \begin{array}{l} 3x - y = 8 \\ x + 5y = 24 \end{array} \right\} (4, 4) \\ \text{b. } \left. \begin{array}{l} 4x - 3y = 10 \\ x + 2y = 0 \end{array} \right\} (2, -1) \end{array}$$

**Jawab:**

- a. Kita substitusikan pasangan berurutan (4, 4) ke dalam masing-masing persamaan

$$\begin{array}{ll} 3x - y = 8 & x + 5y = 24 \\ 3(4) - 4 = 8 & 4 + 5(4) = 24 \\ 8 = 8 & 24 = 24 \text{ (benar)} \\ & \text{(benar)} \end{array}$$

Karena kedua hasil substitusi merupakan pernyataan yang benar, maka pasangan berurutan itu merupakan solusi dari system persamaan tersebut.

- b. Substitusikan pasangan berurutan (2,-1) ke dalam masing-masing persamaan

$$\begin{array}{ll} 4x - 3y = 10 & x + 2y = 0 \\ 4(2) - 3(1) = 10 & 2 + 2(-1) = 0 \\ 8 + 3 = 10 & 0 = 0 \text{ (benar)} \\ 11 = 10 \text{ (salah)} & \end{array}$$

Karena (2, -1) tidak memenuhi persamaan  $4x - 3y = 10$ , maka (2, -1) bukan solusi sistem persamaan tersebut.



### Contoh 6: (Masalah Aplikasi)

Keliling sebuah persegi panjang adalah 160 cm, sedangkan panjangnya 20 cm lebih panjang dari lebarnya. Tentukan panjang dan lebar persegi panjang tersebut.

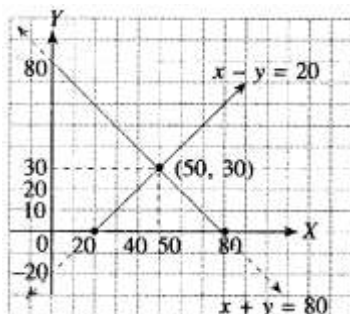
#### Jawab:

Misalkan panjangnya  $x$  cm dan lebarnya  $y$  cm, maka model matematika yang terbentuk adalah:

$$\begin{cases} 2x + 2y = 160 \\ x = y + 20 \end{cases} \quad \text{Atau} \quad \begin{cases} x + y = 80 \\ x - y = 20 \end{cases}$$

Untuk menentukan solusi sistem persamaan ini, kita akan melukiskan grafik dari masing-masing persamaan tersebut. Sebelumnya kita buat tabel seperti berikut.

$x + y = 80$				$x - y = 20$		
$x$	$y$	$(x, y)$		$x$	$y$	$(x, y)$
0	80	$(0, 80)$	← Memotong sumbu Y	0	-20	$(0, -20)$
80	0	$(80, 0)$	← Memotong sumbu X	20	0	$(20, 0)$



Berdasarkan gambar tersebut diperoleh titik potong kedua garis yang merupakan penyelesaian sistem persamaan tersebut.

Jadi, panjang = 50 cm dan lebar = 30 cm.

**Sumber: Matematika untuk SMP pengarang Sukino.**

### Ketidakkonsistenan dan Sistem yang Saling Tergantung

Sistem persamaan linear dengan dua variabel yang dapat diselesaikan disebut *sistem persamaan yang konsisten dan saling lepas*, karena grafik-grafiknya saling berpotongan di satu titik dan sistem persamanannya mempunyai satu solusi. Dalam prakteknya, tidak semua sistem persamaan linear mempunyai satu solusi, karena garis-garis yang sejajar tidak pernah berpotongan. Hal ini berarti sistem persamaan yang grafiknya terdiri atas garis-garis yang sejajar, tidak mempunyai solusi disebut *sistem yang tidak konsisten*.

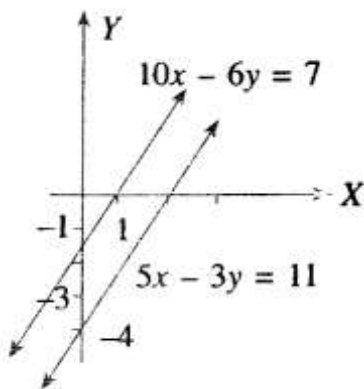
### Contoh 7

Selesaikan sistem persamaan di bawah ini secara grafik.

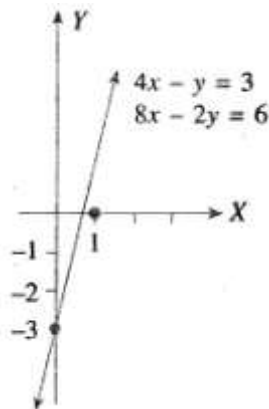
a. 
$$\begin{cases} 5x - 3y = 11 \\ 10x - 6y = 7 \end{cases}$$

b. 
$$\begin{cases} 4x - y = 3 \\ 8x - 2y = 6 \end{cases}$$

**Jawab:**



- a. Titik potong grafik  $5x - 3y = 11$  dengan sumbu  $X$  dan  $Y$  berturut-turut adalah  $(\frac{11}{5}, 0)$  dan  $(0, -\frac{11}{3})$ . Titik potong grafik  $10x - 6y = 7$  dengan sumbu  $X$  dan sumbu  $Y$  berturut-turut adalah  $(\frac{7}{10}, 0)$  dan  $(0, -\frac{7}{6})$ . Grafik sistem ini seperti terlihat pada gambar di samping, termasuk dalam persamaan yang tidak konsisten, karena garisnya saling sejajar. Hal ini berarti sistem persamaan tersebut tidak mempunyai solusi dan HP-nya =  $\emptyset$  atau  $\{ \}$ .



- b. Titik potong grafik  $4x - y = 3$  dan  $8x - 2y = 6$  dengan sumbu  $X$  dan sumbu  $Y$  berturut-turut adalah  $(\frac{3}{4}, 0)$  dan  $(0, -3)$ . Sistem ini merupakan sistem yang saling tergantung. Oleh karena itu, solusinya adalah semua titik pada garis tersebut, dan HP-nya adalah  $\{(x, y) | 4x - y = 3, x \in R \text{ dan } y \in R\}$

**Sumber: Matematika untuk SMP pengarang Sukino.**

## B. Metode Substitusi

Untuk memahami materi ini, perhatikanlah permasalahan berikut:



Pada hari minggu, Farah dan ibunya pergi ke pasar untuk membeli buah-buahan. Sesampainya di pasar, mereka pun menghampiri sebuah toko buah yang penuh dengan buah-buahan. Percakapan transaksi jual beli antara Farah dan penjual pun terjadi sebagai berikut.

- Dua mangga dan satu apel = 8.500
- Tiga mangga dan dua apel = 14.500

Berdasarkan permasalahan tersebut, informasi apa yang kamu peroleh? Apa yang dapat kamu tanyakan?

Jawab:

.....  
.....

Dari pertanyaan-pertanyaan yang kamu ajukan, bagaimanakah penyelesaiannya? jelaskan.

Jawab:

.....  
.....

Konsultasikan jawabanmu kepada guru dan mintakan penjelasan dan mintakan penjelasan mengenai jawaban tersebut.

Berdasarkan penjelasan dari guru, informasi apa yang kamu dapatkan?

Jawab:

.....  
.....

Perhatikan kembali permasalahan di atas, dengan cara yang sama, jawablah pertanyaan berikut.

Jika Farah membeli lima buah manga dan tiga buah apel, berapakah uang yang harus di keluarkan? Diskusikan permasalahan tersebut bersama teman sebangkumu.

Jawab:

.....  
.....

Jadi uang yang harus di keluarkan Farah untuk membeli lima buah manga dan tiga buah apel adalah .....

Perhatikan kembali jawabanmu bersama temanmu. Sekarang, lihatlah jawaban teman-temanmu mengenai masalah ini. Adakah jawaban yang berbeda dengan Jawabanmu? Jika tidak, bagaimanakah tanggapan Guru?

Jawab:

.....  
.....

Bukalah kembali penyelesaian yang telah kamu dan temanmu kerjakan dari kasus Farah. Adakah dari kalian yang menyelesaikan kasus farah dengan penyelesaian yang lain? Jika ada, apakah penyelesaian kalian menggunakan cara seperti ini?

Misalkan harga buah manga adalah x dan harga buah manga y, maka:

Dari percakapan 1 diperoleh ... + ... = ..... (1)

Dari percakapan 2 diperoleh ... + ... = .....(2)

Selanjutnya, persamaan (1) kita ubah bentuknya sehingga diperoleh nilai y seperti berikut.

$Y = \dots\dots\dots$  (3)

Selanjutnya, kita gantikan nilai  $y = \dots\dots\dots$  pada persamaan (3) ke dalam persamaan (2) sehingga di peroleh :

$$\begin{aligned}\dots\dots + \dots\dots &= \dots\dots\dots \\ \dots\dots + \dots\dots &= \dots\dots\dots \\ -x + \dots\dots &= \dots\dots\dots \\ -x &= \dots\dots\dots - \dots\dots\dots \\ -x &= \dots\dots\dots \\ x &= \dots\dots\dots\end{aligned}$$

Nilai  $X = \dots\dots\dots$  yang di peroleh di masukan ke persamaan (1) untuk mendapatkan nilai y. Dengan demikian, di peroleh:

$$\begin{aligned}\dots\dots + \dots\dots &= \dots\dots\dots \\ \dots\dots + \dots\dots &= \dots\dots\dots \\ Y &= 3.500\end{aligned}$$

Jadi didapatkan bahwa harga satu buah manga adalah Rp. .... dan harga satu buah apel adalah Rp. ....

Dengan demikian, uang yang harus di bayarkan Farah untuk membeli lima buah manga dan tiga buah Apel adalah Rp. ....

Jawaban dengan menggunakan cara seperti ini di atas dinamakan “metode Subtitusi”. Jika jawaban kamu sama dengan jawaban di atas, berarti kamu telah mampu menjawab suatu sistem persamaan linear dua variabel dengan menggunakan “ metode subtitusi “.

Berdiskusilah dengan teman sebangkumu. Perhatikan kembali penyelesaian dengan metode subtitusi di atas. Apa yang kamu pikirkan tentang metode subtitusi? Apakah kesimpulan kamu tentang penyelesaian suatu sistem persamaan linear dua variabel dengan metode subtitusi?

*Substitusi* berarti memasukkan atau menempatkan suatu variabel ke tempat lain. Hal ini berarti, metode substitusi merupakan cara untuk mengganti satu variabel ke variabel lainnya dengan cara mengubah variabel yang akan dimasukkan menjadi persamaan yang variabelnya berkoefisien satu.

Bandingkan dua persamaan simultan berikut ini.

$$\begin{cases} y = 4x - 1 \\ y = x + 5 \end{cases} \Rightarrow \begin{array}{|c|c|} \hline y & 4x - 1 \\ \hline \end{array} \quad \Delta \quad \begin{array}{|c|c|} \hline y & x + 5 \\ \hline \end{array}$$

Masing-masing persamaan ditulis sebagai:

$$y = \text{sesuatu}$$

Hal ini memudahkan kita menyelesaikan persamaan simultan tersebut. Apabila kita menyelesaikan sistem persamaan simultan itu,  $y$  mempunyai nilai yang sama dalam masing-masing persamaan linear. Hal ini mengakibatkan:

$$\begin{array}{c} 4x - 1 \\ \swarrow \text{dari} \\ \boxed{\text{dari } y = 4x - 1} \end{array} = \begin{array}{c} x + 5 \\ \swarrow \text{dari} \\ \boxed{\text{dari } y = x + 5} \end{array} \Leftrightarrow \begin{array}{|c|c|} \hline 4x - 1 & x + 5 \\ \hline \end{array} \quad \Delta$$

Diperoleh persamaan yang hanya memuat variabel  $x$  dan kita dapat menyelesaikannya sebagai berikut:

$$\begin{array}{rcl} \text{Kedua ruas ditambah 1} & \rightarrow & 4x - 1 = x + 5 \\ & & \underline{+ 1 \quad + 1} \end{array}$$

$$4x = x + 6$$

$$\begin{array}{rcl} \text{Kedua ruas dikurangi } x & \rightarrow & \underline{- x \quad - x} + \end{array}$$

$$3x = 6$$

$$\begin{array}{rcl} \text{Kedua ruas dibagi 3} & & x = 2 \end{array}$$

Untuk menentukan nilai  $y$ , kita harus mensubstitusikan nilai  $x = 2$  ke salah satu persamaan awal. Ambil  $x = 2$ , kemudian disubstitusikan ke persamaan  $y = x + 5$  diperoleh:

$$y = 2 + 5$$

$$y = 7$$

Jadi, solusi sistem persamaan itu adalah  $x = 2, y = 7$ .

$$\therefore \text{HP-nya} = \{(2, 7)\}$$

**Sumber: Matematika untuk SMP pengarang Sukino.**

**Contoh 8 :**

Selesaikanlah sistem persamaan di bawah ini dengan metode substitusi.

$$2x - y = 8$$

$$3x + 4y = 10$$

**Jawab:**

Mula-mula satu dari dua persamaan di atas diubah sebagai berikut:

$$2x - y = 8$$

$$\Leftrightarrow -y = 8 - 2x$$

$$\Leftrightarrow y = -8 + 2x \quad \dots\dots\dots (*)$$

Substitusikan nilai  $y = -8 + 2x$  ke persamaan yang lainnya

$$3x + 4y = 10$$

$$3x + 4(-8 + 2x) = 10$$

$$\Leftrightarrow 3x - 32 + 8x = 10 \quad (\text{uraikan yang ada di dalam kurung})$$

$$\Leftrightarrow 3x + 8x = 10 + 32 \quad (\text{kedua ruas ditambah 32})$$

$$\Leftrightarrow 11x = 42$$

$$\Leftrightarrow x = \frac{42}{11}$$

Untuk mencari nilai  $y$ , kita substitusikan nilai  $x = \frac{42}{11}$  ke persamaan (\*).

diperoleh:

$$y = -8 + 2x = -8 + 2\left(\frac{42}{11}\right) = -\frac{4}{11}$$

Jadi, solusinya adalah  $\left(\frac{42}{11}, -\frac{4}{11}\right)$ .

**Contoh 9 :**

Selesaikanlah sistem persamaan berikut ini dengan metode substitusi.

$$\begin{cases} 7x = 3y + 9 \\ 2x + 5y = 12 \end{cases}$$

**Jawab:**

Koefisien pada persamaan di atas tidak ada yang bernilai 1. Kita diharuskan mengubah salah satu persamaan ke dalam variabel  $x$ , misalkan dipilih persamaan kedua.

$$2x + 5y = 12$$

$$\Leftrightarrow 2x = 12 - 5y$$

$$\Leftrightarrow x = \frac{12-5y}{2} \quad \dots\dots\dots (*)$$

Substitusikan nilai  $x$  ke persaman pertama

$$7x = 3y + 9$$

$$7\left(\frac{12-5y}{2}\right) = 3y + 9$$

Persamaan di atas diselesaikan sehingga diperoleh:

$$2\left[7\left(\frac{12-5y}{2}\right)\right] = 2(3y) + 2(9) \quad (\text{kalikan kedua ruas dengan 2})$$

$$84 - 35y = 6y + 18 \quad (\text{penguraian kedua ruas})$$

$$84 - 18 = 6y + 35y \quad (\text{pemindahan antar ruas})$$

$$66 = 41y$$

$$\frac{66}{41} = y \quad (\text{kedua ruas dibagi 4})$$

Selanjutnya untuk mendapatkan nilai  $x$ , kita substitusikan nilai  $y = \frac{66}{41}$  ke persamaan (\*)

$$x = \frac{12-5\left(\frac{66}{41}\right)}{2} = \frac{12-\frac{330}{41}}{2} = \frac{162}{82} = \frac{81}{41}$$

Jadi, solusi dari persamaan tersebut adalah  $\left(\frac{81}{41}, \frac{66}{41}\right)$ .



**Contoh 10 : (Masalah Aplikasi)**

Dalam  $\triangle ABC$ , besar sudut  $A = 42^\circ$ , sudut  $B = 30^\circ$  lebih besar dari sudut  $C$ .  
Hitunglah besar sudut  $B$  dan sudut  $C$ .

**Jawab:**

- Mula-mula kita buat sketsa gambar segitiga  $ABC$
- Gunakan huruf-huruf untuk menyatakan sudut. Misalkan  $b^\circ = \text{besar } \angle B$  dan  $c^\circ = \text{besar } \angle C$ .

- Dari informasi pada soal, kita bentuk dua persamaan.

Data yang diberikan: sudut  $B = 30^\circ$  lebih besar dari sudut  $C$ .

Persamaan yang dibentuk  $b = c + 30$ .

Fakta yang ada: jumlah semua sudut sebuah segitiga  $= 180^\circ$

Persamaan:  $42 + b + c = 180 \Leftrightarrow b + c = 138$

- Menyelesaikan persamaan

$$b = c + 30$$

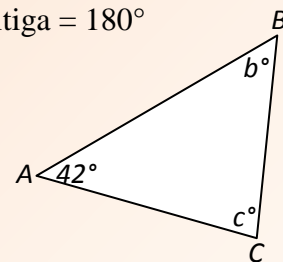
$$b + c = 138$$

Dengan substitusi:  $(c + 30) + c = 138 \Leftrightarrow 2c = 108 \Leftrightarrow c = 54$

Substitusikan nilai  $c = 54$  ke persamaan  $b = c + 30$ ,

diperoleh  $b = 54 + 30 = 84$

Jadi, besar sudut  $B$  adalah  $84^\circ$  dan besar sudut  $C$  adalah  $54^\circ$ .

**Kesimpulan**

Metode Substitusi adalah

.....  
.....  
.....

Kesimpulan:

Untuk menyelesaikan sistem persamaan linear dua variabel dengan metode substitusi, terlebih dahulu kita nyatakan variabel ke satu ke dalam variabel yang lain dari suatu persamaan, kemudian menyubstitusikan (menggantikan) variabel itu dalam persamaan yang lainnya.

### **Refleksi**

Selesaikanlah permasalahan berikut ini:

Wewen dan reza bermain kelereng. Pada permainan pertama wewen kehilangan setengah dari kelereng-kelerengnya. Pada permainan kedua Reza kehilangan seperempat dari kelerengnya. Dan pada permainan terakhir, Wewen kehilangan 10 dari kelereng-kelerengnya. Sekarang Wewen hanya mempunyai 105 kelereng dan Reza mempunyai 75 kelereng. Berapakah kelereng yang mereka miliki sebelum bermain?

Penyelesaian:

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Untuk lebih menyakinkan pemahamanmu tentang materi ini, kerjakanlah latihan berikut!

### **LATIHAN 3**

1. Ada 50 keping uang yang terdiri dari Rp 500 dan Rp 1000. Nilai total dari semua uang adalah Rp 36.500. Tentukan banyak masing-masing keping.

Jawab:.....  
.....

2. Harga satu sikat gigi dan satu pasta gigi adalah Rp. 26.500. Harga pasta gigi Rp 1.500 lebih mahal dari sikat gigi. Hitunglah harga masing-masing barang.

Jawab:.....  
.....

3. Tiga tahun mendatang umur ibu Dian adalah tiga kali umur Dian. Tiga tahun yang lalu, umur ibu dian lima kali umur Dian. Berapakah umur dian dan ibunya?

Jawab:.....  
.....

### **C. Metode Eliminasi**

Selain dengan menggunakan metode substitusi, ada cara penyelesaian lain untuk permasalahan di atas. Permasalahan di atas dapat diselesaikan dengan menggunakan menggunakan metode eliminasi. Bagaimana penyelesaian untuk permasalahan di atas dengan menggunakan metode eliminasi?

Bukalah kembali penyelesaian yang telah kamu dan temanmu kerjakan dari kasus Farah. Bagaimanakah hasil jawaban dari kegiatan berdiskusi kalian? Bagaimana kalian mengerjakannya ? Apakah cara yang kalian gunakan? Mungkin salah satu dari kalian menjawab dengan cara seperti berikut :

Misalkan harga buah mangga adalah x dan harga buah mangga adalah y maka :


➤ Dari percakapan 1 diperoleh ..... + ..... = ..... (1)

➤ Dari percakapan 1 diperoleh ..... + ..... = ..... (2)

Dua persamaan di atas sama-sama memiliki 2 variabel, yaitu  $x$  dan  $y$ . Dengan demikian, kita dapat mencari nilai dari masing-masing variabel  $x$  dan  $y$  dengan menghilangkan salah satu variabel  $x$  atau  $y$  terlebih dahulu.

Dari dua persamaan yang diperoleh, variabel  $x$  atau  $y$  dapat dihilangkan dari persamaan tersebut dengan mengoperasikan kedua persamaan tersebut (biasa menjumlah atau mengurangi kedua persamaan)


Untuk memperoleh variabel  $x$  berarti variabel  $y$  harus dihilangkan. Dan untuk memperoleh variabel  $y$ , berarti variabel  $x$  harus dihilangkan.

 Variabel  $x$  yang dihilangkan.

Persamaan (1) dan (2) diperoleh bahwa:

.....  
.....  
.....  
.....  
.....

Didapat nilai  $y =$  .....

 Variabel  $y$  yang dihilangkan.

Dari persamaan (1) dan (2) diperoleh bahwa :

.....  
.....  
.....  
.....  
.....

Didapatkan nilai  $x =$  .....

Jadi, didapatkan bahwa harga satu buah mangga adalah Rp. ....

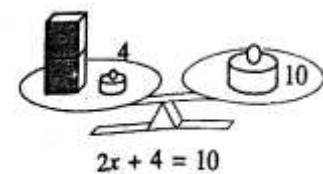
dan harga satu buah apel adalah Rp. ....

Dengan demikian, harga buah yang akan dikatakan pembeli pada percakapan ketiga adalah sebesar .....

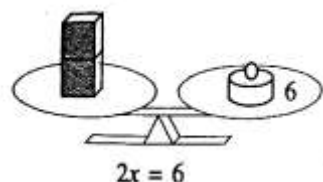
Dan uang yang harus dibayarkan untuk membeli masing-masing buah adalah sebesar .....

Jawaban dengan menggunakan cara seperti di atas dinamakan “Metode eliminasi”. Jika jawaban kamu sama dengan jawaban di atas, berarti kamu telah mampu menjawab suatu sistem persamaan linear dua variabel dengan menggunakan “Metode eliminasi”

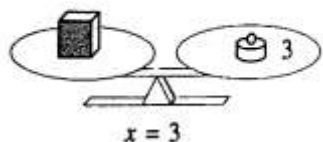
Berdiskusilah dengan temanmu sebangkumu. Perhatikan kembali penyelesaian dengan metode eliminasi di atas. Bandingkan metode tersebut dengan metode substitusi. Apa yang kamu pikirkan tentang metode eliminasi? Apa yang kamu dapat katakan tentang metode tersebut? Apakah kesimpulan kamu tentang penyelesaian suatu sistem persamaan linear dua variabel dengan metode eliminasi?



Sebuah persamaan dapat dianalogikan sebagai kesetimbangan dari dua panci timbangan. Gambar di samping dikatakan setimbang apabila kedua ruas mempunyai nilai yang sama.



Ambil 4 dari kedua panci timbangan. Kita masih mendapatkan keadaan yang setimbang.

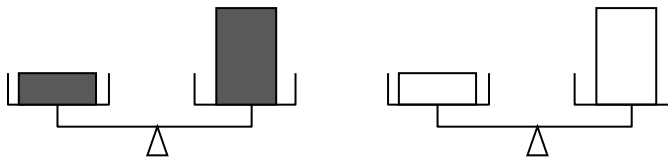


Bagilah kedua ruas dengan 2. Kita pun masih mendapatkan kesetimbangan.

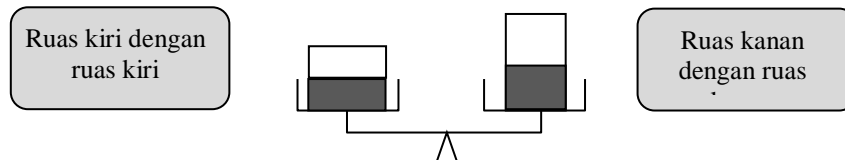
Ide kesetimbangan ini sangat membantu kita menyelesaikan persamaan linear satu variabel. Dengan ide kesetimbangan pula kita dapat menyelesaikan sistem persamaan dua variabel. Dalam hal ini kita menggunakan penghilangan satu variabel dari kedua persamaan tersebut. Metode penyelesaian sistem persamaan linear dengan cara di atas dikenal dengan *metode eliminasi*. *Eliminasi* berarti *diambil* atau *dihilangkan*.

Perhatikan dua kesetimbangan berikut ini.

Ruas kiri setimbang dengan ruas kanan dalam masing-masing keadaan.

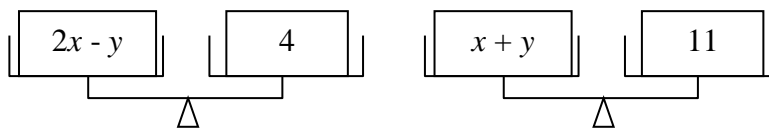


Apabila keadaan ini kita gabungkan, diperoleh :

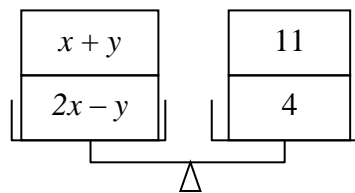


Gabungan ruas kiri = gabungan ruas kanan

Sekarang perhatikan kesetimbangan dari dua persamaan berikut ini.



Gabungan ruas kiri dan ruas kanan dapat dilihat pada skema berikut ini.



Untuk menyesuaikan masing-masing ruas kita dapat melakukan operasi penjumlahan untuk menghilangkan variabel  $y$ .

$$\begin{aligned} x + y &= 11 \\ \underline{2x - y} &= \underline{4} \quad + \\ \hline 3x &= 15 \Leftrightarrow x = \frac{15}{3} = 5 \end{aligned}$$

Untuk memperoleh nilai  $y$ , kita harus mengeliminasi variabel  $x$ .

$$\begin{aligned} x + y &= 11 \times 2 & \rightarrow & 2x + 2y = 22 \\ \underline{2x - y} &= \underline{4 \times 1} & \rightarrow & \underline{2x - y} = \underline{4} \quad - \\ \hline & & & 3y = 18 \\ & & & y = \frac{18}{3} = 6 \end{aligned}$$

Jadi, himpunan penyelesaian dari SPLDV di atas adalah  $\{(5, 6)\}$

**Sumber: Matematika untuk SMP pengarang Sukino.**

**Contoh 11:**

Carilah himpunan penyelesaian dari sistem persamaan berikut ini.

$$\begin{cases} 3x - 2y = 8 \\ 4x + y = 7 \end{cases}$$

**Jawab:**

a. Mengeliminasi variabel  $x$ , diperoleh:

$$\begin{array}{rclcl} 3x - 2y = 8 & \times 4 & \rightarrow & 12x - 8y = 32 \\ 4x + y = 7 & \times 3 & \rightarrow & 12x + 3y = 21 & - \\ & & & -11y = 11 \\ & & & y = -1 \end{array}$$

b. Mengeliminasi variabel  $y$ , diperoleh:

$$\begin{array}{rclcl} 3x - 2y = 8 & \times 1 & \rightarrow & 3x - 2y = 8 \\ 4x + y = 7 & \times 2 & \rightarrow & 8x + 2y = 14 & + \\ & & & 11x = 22 \\ & & & x = 2 \end{array}$$

Jadi, himpunan penyelesaiannya adalah  $\{(2, -1)\}$

**Kesimpulan**

Metode eliminasi adalah

.....

.....

.....

.....



## Refleksi

Selesaikanlah permasalahan berikut ini:

Seseorang tukang parkir mengenakan tariff Rp 2.000 untuk mobil dan Rp 1.000 untuk sepeda montor. Jumlah sepeda montor dan mobil yang parkir ada 110 dan pendapatan penjualan tiket Rp 220.000. Berapakah banyak mobil dan sepeda montor yang parkir?

**Penyelesaian:**

[illegible]



Untuk lebih menyakinkan pemahamanmu tentang materi ini, kerjakanlah latihan berikut ini.

### **LATIHAN 3**

1. Adik membeli dua jenis es dan harus membayar Rp 2.300, jumlah seluruh es adalah 10. Harga es jenis pertama adalah Rp 300 dan harga es kedua adalah Rp 200. Tentukan jumlah masing-masing es.

Jawab:

.....

.....

.....

.....

2. Suatu toko akan mencampur dua jenis kopi yang akan di jual dengan harga Rp 28.000 per kilogram. Kopi jenis pertama harganya adalah Rp 30.000 perkilogram dan harga kopi jenis kedua adalah Rp 25.000 per kilogram. Tentukan berat masing-masing kopi jika toko tersebut membuat 10kg kopi campuran.

Jawab:

.....

.....

.....

.....

3. Pada dua kesempatan yang berbeda, Ibu selalu berbelanja dua jenis roti. Untuk kesempatan pertama, ibu membeli 5 buah roti jenis A dan 6 buah jenis B seharga Rp 9800,-. Pada kesempatan kedua, ibu membeli 3 buah roti jenis A dan 4 buah roti jenis B seharga Rp 6.200,-. Tentukan harga masing-masing roti.

Jawab:

.....

.....

.....

.....

#### D. Metode Eliminasi – substitusi

Bukalah kembali penyelesaian yang telah kamu dan temanmu kerjakan dari kasus Farah. Dari kasus tersebut, kita dapat memahami bahwa suatu sistem persamaan linear dua variabel dapat diselesaikan dengan metode substitusi dan metode eliminasi. Setelah kita memahami kedua metode tersebut, menurut kalian adakah cara penyelesaian lainnya? Mungkinkah kita menggunakan kedua metode tersebut secara bersamaan? Bisakah kedua metode tersebut digabungkan? Bersama temanmu, berikan penjelasanmu tentang hal tersebut.

Jika kedua metode tersebut dapat digabungkan, bersama temanmu, coba selesaikanlah permasalahan berikut dengan menggabungkan kedua metode tersebut.



Pada hari minggu, Ibu bermaksud membelikan pakaian untuk 2 orang anaknya. Setelah menemui seorang penjual pakaian, terjadilah percakapan antara ibu dengan si penjual. Dari percakapan mereka, didapatkan harga pakaian, yakni harga 3 baju dan 2 kaos adalah Rp 280.000. Sedangkan harga 2 baju dan 3 kaos adalah Rp 260.000. Dari fakta tersebut, berapakah harga 1 kaos dan harga satu baju? Jika ibu bermaksud untuk membeli 3 kaos dan 3 baju, berapakah uang yang harus ibu bayarkan?

Penyelesaian:

.....  
.....  
.....  
.....

Perhatikan kembali jawaban kalian. Apa kesimpulan kalian tentang metode yang kalian gunakan?

Kesimpulan:

.....  
.....  
.....  
.....

Dari jawaban kalian tersebut, bandingkanlah dengan jawaban teman kalian. Samakah cara yang kalian gunakan? Samakah hasil akhirnya dari jawaban kalian dan jawaban teman kalian?

Mintalah penjelasan dari guru mengenai jawaban yang kalian dan teman kalian telah kerjakan. Apa yang dapat kamu simpulkan tentang penggabungan metode substitusi dan metode eliminasi?

### **Refleksi**

Selesaikanlah permasalahan berikut ini.

Sebuah toko menjual dua jenis majalah sebanyak 60 eksemplar. Harga per eksemplar majalah jenis I Rp 7.000 dan jenis II Rp 8.000. Jumlah harga majalah seluruhnya Rp 455.000

- Jika banyak majalah jenis I =  $x$  eksemplar dan banyak majalah jenis II =  $y$  eksemplar, susunlah sistem persamaan dalam  $x$  dan  $y$ .
- Tentukan nilai  $x$  dan  $y$ .
- Tentukan harga 5 majalah jenis I dan 10 majalah jenis II

Penyelesaian:

.....  
.....  
.....  
.....  
.....  
.....  
.....  
.....

Untuk lebih menyakinkan pemahamanmu tentang materi ini, kerjakanlah latihan berikut ini.

### **LATIHAN 5**

1. Harga 2 buah minuman kotak dan 4 buah susu adalah Rp 8.200. Sedangkan harga 3 buah indomilk kotak dan 3 buah susu adalah Rp 9.750. Tentukan harga 2 buah susu dan 2 buah minuman kotak berdasarkan keterangan tersebut. (misalkan harga 1 buah susu =  $x$  rupiah dan harga 1 minuman kotak =  $y$  rupiah)

Jawab:

.....  
.....  
.....

2. Dalam suatu pertunjukan ketoprak humor, terjual karcis I dan kelas II sebanyak 500 lembar. Harga karcis kelas I Rp 5.000 dan karcis kelas II Rp 3.000. Jika hasil penjualan seluruh karcis adalah Rp 1.900.000, tentukan banyak karcis masing-masing kelas yang terjual.

Jawab:

.....  
.....  
.....

3. Sedangkan uang Reza di tambah  $\frac{2}{3}$  uang Farel adalah Rp 30.000 sedangkan  $\frac{2}{5}$  uang Reza ditambah  $\frac{1}{2}$  uang Farel adalah Rp 23.000. Tentukan besar masing-masing uang Reza dan Farel.

Jawab:

.....  
.....  
.....

**Contoh 12:**

Selesaikan SPLDV berikut ini dengan metode eliminasi dan substitusi

$$\begin{cases} 4x - 2y = -4 \\ 2x + y = 10 \end{cases}$$

**Jawab:**

Mula-mula kedua persamaan diubah dalam bentuk  $ax + by = c$ .

Kedua persamaan terdiri dari koefisien yang berlawanan tanda pada variabel  $y$ . Dengan cara mengalikan persamaan kedua dengan 2, kita dapat mengeliminasi koefisien  $y$ .

$$\begin{array}{ll} 4x - 2y = -4 & \rightarrow 4x - 2y = -4 \\ 2(2x) + 2y = 2(10) & \rightarrow 4x + 2y = 20 \end{array}$$

Untuk menentukan nilai  $x$ , kedua persamaan tersebut dijumlahkan.

$$\begin{array}{r} 4x - 2y = -4 \\ \underline{4x + 2y = 20} \quad + \\ 8x = 16 \\ x = 2 \end{array}$$

Substitusikan  $x = 2$  ke salah satu persamaan awal untuk memperoleh nilai  $y$ .

$$\begin{array}{r} 2x + y = 10 \\ 2(2) + y = 10 \\ 4 + y = 10 \\ y = 6 \end{array}$$

Jadi, solusi SPLDV adalah  $(2, 6)$  dan himpunan penyelesaiannya  $= \{(2, 6)\}$

### E. Menyelesaikan SPLDV yang Mengandung Bilangan Pecahan

Jika pada suatu persamaan terdapat beberapa pecahan, untuk menyelesaikan sistem persamaan itu perhatikanlah langkah-langkah berikut ini.

#### *Langkah awal*

Ubahlah persamaan yang mengandung pecahan itu ke bentuk persamaan yang tidak mengandung pecahan dengan cara mengalikan kedua ruas persamaan yang mengandung pecahan dengan KPK dari penyebutnya.

#### *Langkah akhir*

Pasangkanlah persamaan yang ekuivalen itu dengan persamaan lainnya. Lalu gunakanlah metode sebelumnya untuk menyelesaikan sistem persamaan tersebut.

#### **Contoh 13:**

Selesaikanlah sistem persamaan berikut ini.

$$\begin{cases} x + y = 2 \\ \frac{x}{2} - \frac{y}{3} = 1 \end{cases}$$

#### **Jawab:**

Perhatikan persamaan  $\frac{x}{2} - \frac{y}{3} = 1$

$$\Leftrightarrow 6x \left( \frac{x}{2} - \frac{y}{3} \right) = 6 \times 1 \text{ (kedua ruas dikalikan 6, yaitu KPK dari 2 dan 3)}$$

$$\Leftrightarrow 3x - 2y = 6$$

Untuk menyelesaikan sistem persamaan di atas, kita gunakan metode eliminasi – substitusi.

$$\begin{array}{rclcl} x + y = 2 & \times 2 & \rightarrow & 2x + 2y & = 4 \\ 3x - 2y = 6 & \times 1 & \rightarrow & \underline{3x - 2y} & = \underline{6} \quad + \\ & & & 5x & = 10 \\ & & & x & = 2 \end{array}$$

Nilai  $x = 2$  kita substitusikan ke persamaan pertama sehingga diperoleh:

$$2 + y = 2$$

$$\Leftrightarrow y = 2 - 2 = 0$$

Jadi, himpunan penyelesaiannya adalah  $\{(2, 0)\}$

### *Ketidakkonsistenan dan Sistem yang Saling Tergantung*

Pada pembahasan pasal yang lalu kita telah membicarakan ketidakkonsistenan dan sistem yang saling tergantung melalui metode grafik. Sistem ini juga sering terjadi di dalam metode eliminasi dan sebagai pedoman dapat dilihat pada uraian berikut:

- Apabila kedua variabel dieliminasi dan diperoleh pernyataan yang benar, maka sistem dalam keadaan ketergantungan (garis yang sama)
- Apabila kedua variabel dieliminasi dan diperoleh pernyataan yang salah, maka sistem dalam keadaan tidak konsisten (garis-garis sejajar)

#### **Contoh 14:**

Selesaikanlah sistem persamaan berikut ini.

a. 
$$\begin{cases} 3x - 2y = 9 \\ -9x + 6y = 20 \end{cases}$$

b. 
$$\begin{cases} 4x - 5y = -10 \\ -8x + 10y = 20 \end{cases}$$

#### **Jawab:**

- a. Solusi dengan metode eliminasi memberikan hasil:

$$\begin{array}{rcl} 3(3x) - 3(2y) & = & 3(9) \quad \rightarrow 9x - 6y = 27 \\ -9x + 6y & = & 20 \quad \rightarrow \underline{-9x + 6y = 20} + \\ & & 0 = 44 \text{ (pernyataan salah)} \end{array}$$

Setelah kedua variabel dihilangkan diperoleh pernyataan yang salah, yaitu  $0 = 44$ . Pada keadaan ini dikatakan sistem persamaan tidak konsisten, sehingga solusinya tidak ada, maka  $HP = \{ \}$  atau  $HP = \emptyset$ .

- b. Solusi dengan metode eliminasi memberikan hasil:

$$\begin{array}{rcl} 2(4x) - 2(5y) & = & 2(-10) \quad \rightarrow 8x - 10y = -20 \\ -8x + 10y & = & 20 \quad \rightarrow \underline{8x + 10y = 20} + \\ & & 0 = 0 \text{ (pernyataan benar)} \end{array}$$

Setelah kedua variabel dihilangkan ternyata diperoleh pernyataan yang benar, yaitu  $0 = 0$ . Pada keadaan ini dikatakan sistem persamaan dalam keadaan ketergantungan. Solusinya adalah semua titik yang memenuhi persamaan garis tersebut. Dalam notasi pembentuk himpunan.

$$HP = \{(x, y) \mid 4x - 5y = -10, x \in \mathbb{R}\}$$

# Uji Ketuntasan Belajar

1. Harga 2kg bawang merah di tambahkan 3kg bawang putih adalah Rp 86.000,-. Jika harga harga 1kg bawang putih adalah Rp 12.000,-. Berapakah harga bawang merah perkilogramnya?

Jawab:

.....  
.....

2. Jika harga 12,5 meter bahan baju adalah Rp 187.500,-. Berapakah harga 7 meter bahan baju?

Jawab:

.....  
.....

3. Harga sebuah baju sama dengan harga 3 buah kaos. Jika harga 2 buah kaos dan 3 buah baju adalah Rp 226.000,- maka, berapakah harga 5 buah kaos?

Jawab:

.....  
.....

4. Sebuah mobil memerlukan 6,5 liter bensin untuk menempuh jarak 52 km. Jika mobil itu menempuh jarak 240km. Berapakah banyak bensin yang diperlukan?

Jawab:

.....  
.....

5. Untuk menempuh jarak kota A dan B yang menentukan 1 liter bensin setiap 12 km jarak tempuhnya. Wahyu harus mengeluarkan biaya sebesar Rp 78.000,-. Jika Wahyu menggunakan mobil yang memerlukan 1 liter bensin setiap 8 km jarak tempuhnya, berapakah besar pengeluaran biaya nya?

Jawab:

.....  
.....



## Rangkuman

---

- Penyelesaian sistem persamaan linear dua variabel (SPLDV)
  - (i) Metode grafik

SPLDV secara grafik ditunjukkan oleh dua garis lurus. Penyelesaiannya berupa sebuah titik potong kedua garis lurus tersebut

    - SPLDV yang dapat diselesaikan disebut sistem persamaan yang konsisten dan saling lepas
    - SPLDV yang grafiknya terdiri atas garis-garis yang sejajar, tidak mempunyai solusi disebut sistem yang tidak konsisten
  - (ii) Metode substitusi. Metode substitusi dilakukan dengan memasukkan atau menempatkan suatu variabel ke tempat lain.
  - (iii) Metode eliminasi. Metode eliminasi dilakukan dengan menghilangkan salah satu variabel.
  - (iv) Metode substitusi dan eliminasi. Metode ini dilakukan dengan memasukkan dan menghilangkan salah satu variabel.

**Refrensi:**

- **Matematika untuk SMP disusun oleh Dr.Sukino Wilson  
Simangunsong.**