

MATEMATIKA KELAS VIII
BAB V – SISTEM PERSAMAAN LINEAR DUA VARIABEL (SPLDV)
KD 3.5 dan 4.5

Ringkasan Materi mengenai SPLDV – Bagian I

MENGENAL SPLDV

A. Pengertian Persamaan Linear Dua Variabel

Persamaan Linear Dua Variabel (PLDV) adalah persamaan yang memiliki dua variabel dan masing-masing variabel tersebut berpangkat satu. *catatan : contoh variabel adalah x, y, m, n , dst.

Contoh :

- ✓ $4x + 2y = 8$
- ✓ $4x - y + 9 = 0$
- ✓ $2x = 3y - 7$
- ✓ $3x + \frac{1}{4}y = 12$
- ✓ $7m - 3n + 21 = 0$

B. Pengertian Sistem Persamaan Linear Dua Variabel

Sistem Persamaan Linear Dua Variabel (SPLDV) adalah dua buah Persamaan Linear Dua Variabel (PLDV) yang memiliki penyelesaian sama.

Contoh :

$$\begin{cases} 3x + 5y = 7 \\ 2x - 3y = 11 \end{cases}$$

SPLDV di atas memiliki himpunan penyelesaian = $\{(x, y)\} = \{(4, -1)\}$.

Kenapa? Mari kita cek!

Untuk $x = 4$ dan $y = -1$, diperoleh $3x + 5y = 3(4) + 5(-1) = 12 + (-5) = 12 - 5 = 7$ (benar)

Untuk $x = 4$ dan $y = -1$, diperoleh $2x - 3y = 2(4) - 3(-1) = 8 - (-3) = 8 + 3 = 11$ (benar)

Analisislah bentuk-bentuk berikut, manakah yang merupakan SPLDV ?

$$\begin{cases} x + 2y = 10 \\ 2x - y = 5 \end{cases} \quad \checkmark$$

$$\begin{cases} 3x - y + 10 = 0 \\ 2x + y - 15 = 0 \end{cases} \quad \checkmark$$

$$\begin{cases} \frac{1}{2}x + \frac{1}{4}y = 4 \\ \frac{1}{3}x + \frac{3}{4}y = -1 \end{cases} \quad \checkmark$$

$$\begin{cases} xy - 2y = 2 \\ \frac{1}{2}x + y = 4 \end{cases} \quad \times \quad \text{Terdapat perkalian antar variabel}$$

$$\begin{cases} \frac{7}{2}x = \frac{4}{3}y - 10 \\ \frac{2x - y}{4x} = 3 \end{cases} \quad \times \quad \text{Terdapat variabel yang menjadi pembilang sekaligus penyebut}$$

C. Memodelkan Masalah Sehari-hari ke Bentuk SPLDV

Contoh :

1. Berikut ini adalah catatan pembelian di koperasi sekolah.

Pembeli	Buku	Pensil	Harga
Anna	4	2	Rp17.000,00
Beni	2	1	Rp13.500,00

Buatlah model matematika dari permasalahan di atas.

Penyelesaian :

- Misalkan harga satu buah buku = x rupiah
 harga satu buah pensil = y rupiah
 - Dari permasalahan di atas, diketahui bahwa :
Anna membeli 4 buku dan 2 pensil seharga Rp17.000, artinya
$$4x + 2y = 17.000$$
 - Beni membeli 2 buku dan 1 pensil seharga Rp13.500, artinya
$$2x + y = 13.500$$
 - Model matematikanya adalah sebagai berikut :
- $$\begin{cases} 4x + 2y = 17.000 \\ 2x + y = 13.500 \end{cases}$$

2. Pada sebuah tempat parkir, terdapat mobil dan sepeda motor sebanyak 220 buah. Tarif tiket parkir untuk setiap mobil adalah Rp2.000, dan untuk sebuah sepeda motor adalah Rp1.000. Hasil pungutan parkir seluruhnya adalah Rp290.000

Penyelesaian :

- Misalkan banyak mobil parkir = x
banyak motor parkir = y
 - Dari permasalahan di atas, diketahui bahwa :
Terdapat mobil dan sepeda motor sebanyak 220 buah, artinya
$$x + y = 220$$

Tarif parkir setiap mobil adalah Rp2.000, tarif parkir setiap motor adalah Rp1.000, dan hasil parkir seluruhnya Rp290.000, artinya
$$2.000x + 1.000y = 290.000$$
 - Model matematikanya adalah sebagai berikut :
- $$\begin{cases} x + y = 220 \\ 2.000x + 1.000y = 290.000 \end{cases}$$

3. Ukuran panjang sebuah persegi panjang adalah 3 cm lebihnya dari lebarnya. Keliling persegi panjang tersebut adalah 22 cm.

Penyelesaian :

- Misalkan panjang persegi panjang = x cm
lebar persegi panjang = y cm

- Dari permasalahan di atas, diketahui bahwa :



$$x \text{ cm} = (y + 3) \text{ cm}$$



$$x = y + 3 \text{ cm}$$

$$x - y = 3 \text{ cm}$$

Keliling persegi panjang = 22 cm

$$(2 \times \text{panjang}) + (2 \times \text{lebar}) = 22$$

$$\frac{2x + 2y = 22}{x + y = 11} : 2 \quad (\text{kedua ruas dibagi } 2)$$

- Model matematikanya adalah sebagai berikut :

$$\begin{cases} x - y = 3 \\ x + y = 11 \end{cases}$$

4. Umur Pak Andi 5 kali lebih tua dari umur Bani. Sembilan tahun yang akan datang, umur Pak Andi 3 kali lebih tua dari umur Bani.

Penyelesaian :

- Misalkan umur Pak Andi sekarang = x tahun

umur Bani sekarang = y tahun

- Dari permasalahan di atas, diketahui bahwa :

Umur Pak Andi 5 kali lebih tua dari umur Bani, artinya

$$x = 5y \text{ atau } x - 5y = 0$$

Sembilan tahun yang akan datang, umur Pak Andi 3 kali lebih tua dari umur Bani, artinya

umur Pak Andi sembilan tahun yang akan datang = $x + 9$

umur Bani Sembilan tahun yang akan datang = $y + 9$

$$x + 9 = 3(y + 9)$$

$$x + 9 = 3y + 27$$

$$x - 3y = 27 - 9$$

$$x - 3y = 18$$

- Model matematikanya adalah sebagai berikut :

$$\begin{cases} x = 5y \\ x - 3y = 18 \end{cases} \text{ atau } \begin{cases} x - 5y = 0 \\ x - 3y = 18 \end{cases}$$

MATEMATIKA KELAS VIII
BAB V – SISTEM PERSAMAAN LINEAR DUA VARIABEL (SPLDV)
KD 3.5 dan 4.5

Ringkasan Materi mengenai SPLDV – Bagian II

MENYELESAIKAN SPLDV

D. Metode Substitusi

Menyelesaikan SPLDV menggunakan metode substitusi dilakukan dengan cara berikut.

- ✓ Ambil satu variabel pada salah satu persamaan. Selanjutnya, nyatakan variabel tersebut dalam variabel lain. Dengan begitu akan diperoleh persamaan dalam bentuk baru.
- ✓ Substitusikan persamaan baru tersebut ke persamaan yang lain. Kemudian, selesaikan persamaan tersebut.

Contoh :

1. Tentukanlah penyelesaian sistem persamaan berikut dengan metode substitusi.

$$\begin{cases} y = x + 7 \\ 4x + 3y = -7 \end{cases}$$

Penyelesaian :

- Dari SPLDV di atas, diketahui salah satu persamaannya adalah $y = x + 7$
- Pada persamaan $4x + 3y = -7$, gantilah nilai y dengan $y = x + 7$, diperoleh :

$$4x + 3y = -7$$

$$4x + 3(x + 7) = -7$$

$$4x + 3x + 21 = -7$$

$$7x + 21 = -7$$

$$7x = -7 - 21$$

$$7x = -28$$

$$x = -\frac{28}{7}$$

$$x = -4$$

- Kemudian, kembali lagi ke persamaan $y = x + 7$, dan gantilah nilai x dengan $x = -4$

$$y = x + 7$$

$$y = -4 + 7$$

$$y = 3$$

- Jadi, himpunan penyelesaiannya adalah $\{(x, y)\} = \{(-4, 3)\}$

2. Tentukanlah penyelesaian SPLDV berikut dengan metode substitusi.

$$\begin{cases} x - 3y = 5 \\ 2x + y = 3 \end{cases}$$

Penyelesaian :

- Dari SPLDV di atas, diketahui salah satu persamaannya adalah $x - 3y = 5$. Nyatakanlah persamaan tersebut menjadi :

$$x - 3y = 5$$

$$x = 3y + 5$$

- Pada persamaan $2x + y = 3$, gantilah nilai x dengan $x = 3y + 5$, diperoleh :

$$\begin{aligned} 2x + y &= 3 \\ 2(3y + 5) + y &= 3 \\ 6y + 10 + y &= 3 \\ 7y + 10 &= 3 \\ 7y &= 3 - 10 \\ 7y &= -7 \\ y &= -\frac{7}{7} \\ y &= -1 \end{aligned}$$

- Kemudian, kembali lagi ke persamaan $x = 3y + 5$, dan gantilah nilai y dengan $y = -1$

$$\begin{aligned} x &= 3y + 5 \\ x &= 3(-1) + 5 \\ x &= -3 + 5 \\ x &= 2 \end{aligned}$$

- Jadi, himpunan penyelesaiannya adalah $\{(x, y)\} = \{(2, -1)\}$

E. Metode Eliminasi – Substitusi (Campuran)

Menyelesaikan SPLDV menggunakan metode campuran dilakukan dengan cara berikut.

- ✓ Metode eliminasi dilakukan dengan cara menghilangkan salah satu variabelnya. Kemudian, selesaikan persamaan yang diperoleh hingga mendapatkan nilai salah satu variabelnya.
- ✓ Jika nilai salah satu variabel telah diperoleh, substitusikan nilai salah satu variabel tersebut ke salah satu persamaan yang dipilih. Lalu, selesaikan persamaan tersebut hingga mendapatkan nilai dari variabel lainnya.

Contoh :

1. Tentukanlah penyelesaian sistem persamaan berikut dengan metode eliminasi – substitusi.

$$\begin{cases} x + y = 5 \\ 2x + 3y = 7 \end{cases}$$

Penyelesaian :

- Hilangkan salah satu variabel, misal menghilangkan x

$$\begin{array}{rcl} x + y = 5 & | \times 2 | & \Leftrightarrow 2x + 2y = 10 \\ 2x + 3y = 7 & | \times 1 | & \Leftrightarrow 2x + 3y = 7 \\ \hline & & 0 - 1y = 3 \quad - \\ & & -1y = 3 \\ & & y = \frac{3}{-1} \\ & & y = -3 \end{array}$$

- Pilihlah salah satu persamaan, misalkan $x + y = 5$, dan gantilah nilai y dengan $y = -3$

$$\begin{aligned} x + y &= 5 \\ x + (-3) &= 5 \\ x - 3 &= 5 \\ x &= 5 + 3 = 8 \end{aligned}$$

- Jadi, himpunan penyelesaiannya adalah $\{(x, y)\} = \{(8, -3)\}$

2. Tentukanlah penyelesaian sistem persamaan berikut dengan metode eliminasi – substitusi.

$$\begin{cases} 3x - 2y = -7 \\ 2x + y = 7 \end{cases}$$

Penyelesaian :

- Hilangkan salah satu variabel, misal menghilangkan y

$$3x - 2y = -7 \quad | \times 1 | \quad \Leftrightarrow 3x - 2y = -7$$

$$2x + y = 7 \quad | \times 2 | \quad \Leftrightarrow 4x + 2y = 14$$

$$\begin{array}{r} 3x - 2y = -7 \\ 4x + 2y = 14 \\ \hline 7x + 0 = 7 \end{array} +$$

$$7x = 7$$

$$x = \frac{7}{7}$$

$$x = 1$$

- Pilihlah salah satu persamaan, misalkan $2x + y = 7$, dan gantilah nilai x dengan $x = 1$

$$2x + y = 7$$

$$2(1) + y = 7$$

$$2 + y = 7$$

$$y = 7 - 2 = 5$$

- Jadi, himpunan penyelesaiannya adalah $\{(x, y)\} = \{(1, 5)\}$

MATEMATIKA KELAS VIII
BAB V – SISTEM PERSAMAAN LINEAR DUA VARIABEL (SPLDV)
KD 3.5 dan 4.5

Ringkasan Materi mengenai SPLDV – Bagian III

MENYELESAIKAN SOAL CERITA SPLDV

Menyelesaikan soal cerita SPLDV dapat dilakukan dengan langkah-langkah berikut ini.

- ✓ Membuat model matematika dari soal cerita yang diberikan, sehingga diperoleh suatu SPLDV.
- ✓ Membuat model matematika dari apa yang ditanyakan pada soal cerita.
- ✓ Menyelesaikan SPLDV hingga diperoleh penyelesaiannya.
- ✓ Menghitung apa yang ditanyakan pada soal dan membuat kesimpulan.

Contoh 1

Seorang tukang parkir mendapat uang sebesar Rp17.000,00 dari 3 buah mobil dan 5 buah motor, sedangkan dari 4 buah mobil dan 2 buah motor ia mendapat Rp18.000,00. Jika terdapat 20 mobil dan 30 motor, banyak uang parkir yang ia peroleh adalah

Penyelesaian :

➤ Membuat model matematika :

- Misalkan biaya parkir sebuah mobil = x

biaya parkir sebuah motor = y

- Dari permasalahan di atas, diketahui bahwa :

Biaya parkir dari 3 buah mobil dan 5 buah motor adalah Rp17.000, artinya $3x + 5y = 17.000$

Biaya parkir dari 4 buah mobil dan 2 buah motor adalah Rp18.000, artinya $4x + 2y = 18.000$

- Model matematikanya adalah sebagai berikut :

$$\begin{cases} 3x + 5y = 17.000 \\ 4x + 2y = 18.000 \end{cases}$$

➤ Apa yang ditanyakan :

Jika terdapat 20 mobil dan 30 motor, banyak uang parkir yang ia peroleh adalah ?

artinya, $20x + 30y = \dots ?$

➤ Menyelesaikan SPLDV :

- Hilangkan salah satu variabel, misal menghilangkan x

$$3x + 5y = 17000 \quad | \times 4 | \quad \Leftrightarrow 12x + 20y = 68000$$

$$4x + 2y = 18000 \quad | \times 3 | \quad \Leftrightarrow 12x + 6y = 54000$$

$$\begin{array}{r} 12x + 20y = 68000 \\ - (12x + 6y = 54000) \\ \hline 0 + 14y = 14000 \end{array}$$

$$14y = 14000$$

$$y = \frac{14000}{14}$$

$$y = 1000$$

- Pilihlah salah satu persamaan, misalkan $4x + 2y = 18000$, dan gantilah nilai y dengan $y = 1000$

$$4x + 2y = 18000$$

$$4x + 2(1000) = 18000$$

$$\begin{aligned}
 4x + 2000 &= 18000 \\
 4x &= 18000 - 2000 \\
 4x &= 16000 \\
 x &= 4000
 \end{aligned}$$

➤ Membuat kesimpulan :

$$20x + 30y = 20(4000) + 30(1000) = 80000 + 30000 = 110000$$

Jadi, uang parkir yang diperoleh jika ada 20 mobil dan 30 motor adalah Rp 110.000,00.

Contoh 2

Keliling sebuah persegi panjang adalah 54 cm, sedangkan panjangnya lebih 3 cm dari lebarnya. Luas persegi panjang itu adalah ...

Penyelesaian :

➤ Membuat model matematika :

- Misalkan panjang persegi panjang = p cm

lebar persegi panjang = l cm

- Dari permasalahan di atas, diketahui bahwa :



$$p \text{ cm} = (l + 3) \text{ cm}$$



$$p = l + 3 \text{ cm}$$

Keliling persegi panjang = 54 cm

$$(2 \times \text{panjang}) + (2 \times \text{lebar}) = 54$$

$$\begin{aligned}
 2p + 2l &= 54 \\
 \hline
 p + l &= 27 \quad (\text{kedua ruas dibagi } 2)
 \end{aligned}$$

- Model matematikanya adalah sebagai berikut :

$$\begin{cases} p = l + 3 \\ p + l = 27 \end{cases}$$

➤ Apa yang ditanyakan : Luas persegi panjang = $p \times l = \dots ?$

➤ Menyelesaikan SPLDV :

- Pada persamaan $p + l = 27$, gantilah nilai p dengan $p = l + 3$, diperoleh :

$$p + l = 27$$

$$(l + 3) + l = 27$$

$$2l + 3 = 27$$

$$2l = 27 - 3$$

$$2l = 24$$

$$l = \frac{24}{2}$$

$$l = 12$$

- Kemudian, kembali lagi ke persamaan $p = l + 3$, dan gantilah nilai l dengan $l = 12$

$$p = l + 3$$

$$p = 12 + 3 = 15$$

➤ Membuat kesimpulan :

Panjang persegi panjang adalah 15 cm dan lebarnya 12 cm. Jadi, luasnya adalah $p \times l = 15 \times 12 = 180 \text{ cm}^2$.

Latihan Mandiri

Kerjakanlah soal-soal berikut ini untuk mengetahui seberapa jauh kalian telah memahami materi. 😊

Pilihan Ganda

- Diketahui persamaan-persamaan berikut ini.
(i) $7x - 15 = 4y$
(ii) $4x + 8y = 12xy$
(iii) $6x - \frac{2}{3}y = 5$
(iv) $y = x^2 - 9$
Persamaan-persamaan di atas yang merupakan persamaan linear dua variabel (PLDV) adalah ...
A. (i) dan (ii)
B. (i) dan (iii)
C. (ii) dan (iii)
D. (ii) dan (iv)
- Dari persamaan-persamaan berikut :
(i) $2x + 4y = -2$
(ii) $y - 3x = -7$
(iii) $3x - 2y = 8$
(iv) $x + 3y = 4$
yang mempunyai penyelesaian $x = 2$ dan $y = -1$ adalah ...
A. (i) dan (ii)
B. (i) dan (iii)
C. (ii) dan (iii)
D. (ii) dan (iv)
- Himpunan penyelesaian dari $7x - 13 = 2x + 17$ adalah ...
A. $\{-6\}$
B. $\{6\}$
C. $\{5\}$
D. $\{4\}$
- Sistem persamaan berikut yang merupakan sistem persamaan linear dua variabel adalah ...
A. $\begin{cases} 2x + 3y = 8 \\ x - 2xy = -3 \end{cases}$
B. $\begin{cases} 4x + 5y = 13 \\ 2w + 3z = 7 \end{cases}$
C. $\begin{cases} \frac{1}{2}x + \frac{2}{3}y = 6 \\ \frac{1}{x} + \frac{2}{y} = \frac{7}{12} \end{cases}$
D. $\begin{cases} 3x + 2y = 5 \\ x - 3y = 4 \end{cases}$
- Harga 3 buah penghapus sama dengan harga 1 buku. Harga 4 buku dan 3 penghapus adalah Rp 12.000. Jika harga sebuah penghapus adalah x , dan harga sebuah buku adalah y , model matematika dari permasalahan tersebut adalah ...
A. $\begin{cases} x = 3y \\ 4x + 3y = 12.000 \end{cases}$
B. $\begin{cases} 3x = y \\ 4x + 3y = 12.000 \end{cases}$
C. $\begin{cases} x = 3y \\ 3x + 4y = 12.000 \end{cases}$
D. $\begin{cases} 3x = y \\ 3x + 4y = 12.000 \end{cases}$
- Keliling suatu persegi panjang adalah 70 cm. Lebarnya 5 cm kurang dari panjangnya. Model matematika untuk permasalahan tersebut adalah ...
A. $\begin{cases} p + l = 35 \\ l = p - 5 \end{cases}$
B. $\begin{cases} p + l = 35 \\ p = l - 5 \end{cases}$
C. $\begin{cases} p + l = 35 \\ l = 5 - p \end{cases}$
D. $\begin{cases} 2p + l = 35 \\ l = p - 5 \end{cases}$
- Himpunan penyelesaian dari $x = 5 - y$ dan $2x + 3y = 7$ adalah ...
A. $\{(3, 2)\}$
B. $\{(2, 3)\}$
C. $\{(8, -3)\}$
D. $\{(2, 1)\}$
- Himpunan penyelesaian dari $5x + 6y = 7$ dan $3x + 4y = 5$ adalah ...
A. $\{(-1, 2)\}$
B. $\{(-1, -2)\}$
C. $\{(1, 2)\}$
D. $\{(2, -1)\}$
- Himpunan penyelesaian dari $3x - 4y - 10 = 0$ dan $2x + y - 3 = 0$ adalah ...
A. $\{(6, 2)\}$
B. $\{(4, -5)\}$
C. $\{(2, -1)\}$
D. $\{(-10, -10)\}$

10. Penyelesaian dari SPLDV berikut adalah

(a, b)

$$\begin{cases} 3x + 5y = 7 \\ 2x - 3y = 11 \end{cases}$$
- Nilai dari $2a + 3b$ adalah ...

A. 8

B. 11

C. -3

D. 5

Uraian

1. Di sebuah bazar, harga 2 baju dan 3 kaos adalah Rp 85.000, sedangkan harga 3 baju dan 1 kaos dengan jenis yang sama adalah Rp 75.000. Berapakah harga 4 baju dan 2 kaos ?
2. Keliling sebuah persegi panjang adalah 64 cm. Sedangkan panjangnya 8 cm lebih dari lebarnya. Berapakah luas persegi panjang tersebut?
3. Di areal parkir terdapat 55 kendaraan yang terdiri dari sepeda motor dan mobil. Banyak roda atau ban seluruhnya 144 buah. Jika tarif parkir untuk sepeda motor Rp1.000 dan untuk mobil Rp2.000, hitunglah besar pendapatan yang diperoleh dari biaya parkir seluruhnya.

Sumber :

Adinawan, M. C. (2016). *Matematika untuk SMP/MTs Kelas VIII Semester I*. Jakarta: Erlangga.

As'ari, Abdur Rahman dkk. (2017). *Matematika SMP/ MTs Kelas VIII Semester 1*. Jakarta: Pusat Kurikulum dan Perbukuan, Balitbang, Kemendikbud.

Dris, J. dan Tasari. (2011). *Matematika Jilid 2 untuk SMP dan MTs Kelas VIII*. Jakarta: Pusat Kurikulum dan Perbukuan, Kementerian Pendidikan Nasional.

Ngapiningsih dkk. (2019). *Matematika SMP/ MTs Kelas VIII Semester 1*. Yogyakarta: Intan Pariwara.

Penyusun :

Ajeng Puspitasari, S.Pd

ajengpsarii@gmail.com

SMPN 1 Salam, Magelang