

РЕШЕНИЯ МАТЕМАТИЧЕСКОЙ ЧАСТИ ОТБОРА

**Ивашкина Екатерина**

**Задача 1** В игре «Что? Где? Когда?» в каждом раунде волчок останавливается в секторе номер  $n$ , где  $n$  равновероятно принимает одно из значений  $0, 1, \dots, 13$ . При этом играет первый из секторов по часовой стрелке, который ранее не играл. Найдите вероятность того, что после шести раундов сыграют (в любом порядке) секторы  $1, 2, \dots, 6$ .

**Решение** Определим модель. Элементарным событием является один проведенный эксперимент или остановка волчка на секторе  $n$ . Так как вероятность всех элементарных событий одинаковая и равна  $\frac{1}{14}$  то мы работаем с классической моделью. В классической модели вероятность искомого события  $P(A) = \frac{|A|}{|\Omega|}$ , где  $\Omega$  - множество всех элементарных событий. В данном случае  $|\Omega| = 14^6$  - количество всевозможных упорядоченных выборок по 6 из 14 с повторениями. Чтобы найти  $P(A)$  легче рассмотреть задачу от обратного. Допустим у нас 7 секторов, тогда  $|A|$  - событие когда 1 не выпадает, а вероятность этого события  $1/7$ . Тогда  $|A| = P(A) \cdot |\Omega| = 1/7 \cdot 7^6 = 7^5$ . А вероятность нашего исходного события с 14 секторами равна  $7^5/14^6 = 1/448$ .

Ответ:  $1/448$

**Задача 2** Аналитик рынка ценных бумаг оценивает среднюю доходность определенного вида акций. Случайная выборка из 16 дней показала, что средняя доходность по акциям данного типа составляет 8% с выборочным средним квадратическим отклонением в 4%. Предполагая, что доходность акции подчиняется нормальному закону распределения, определите 99% -ый доверительный интервал для средней доходности интересующего аналитика вида акций.

**Решение** В данной задаче доходность акции это случайная величина, средняя доходность - выборочное среднее. Так как нам неизвестна дисперсия генеральной выборки и объем выборки мал ( $n = 16 < 30$ ), то нужно использовать t-распределение Стьюдента. Границы доверительного интервала для средней доходности тогда будут задаваться формулой  $(\bar{x} - t_{\alpha, n-1} \cdot \frac{s}{\sqrt{n}}; \bar{x} + t_{\alpha, n-1} \cdot \frac{s}{\sqrt{n}})$ . Где  $t_{\alpha, n-1}$  - квантиль распределения Стьюдента уровня  $1 - \frac{\alpha}{2}$  с  $n - 1$  степенью свободы. Так как уровень доверия  $\beta = 1 - \alpha = 0.99$ , то  $\alpha = 0.01$ . Следовательно, можно найти значения квантиля в таблице t-распределения, оно будет равно 3.29. Доверительным интервалом будет являться интервал  $(0.08 - 3.29 \cdot \frac{0.04}{\sqrt{16}}; 0.08 + 3.29 \cdot \frac{0.04}{\sqrt{16}}) = (0.08 - 0.0329; 0.08 + 0.0329) = (0.0471; 0.1129)$  или (4, 71%; 11, 29%). Ответ: Доверительный интервал для средней доходности акции (4, 71%; 11, 29%).

**Задача 3** Мужчины и женщины по-разному оценивают положительные человеческие качества. Предложили мужчинам и женщинам на основе десятибалльной шкалы (10 баллов – это максимум) оценить важность следующих пяти качеств в представителях противоположного пола:

Качества	Ум	Доброта	Красота	Юмор	Работоспособность
Мужчины	7	8	8	5	7
Женщины	10	5	3	8	10

Найдите тесноту связи между этими данными, рассматривая данные, как выборочные наблюдения случайных величин. Сделайте вывод о том, насколько близки или далеки мужчины и женщины в оценках качеств партнеров.

**Решение** Теснота связи характеризуется с помощью коэффициента корреляции:

$$r(X, Y) = \frac{\text{cov}(X, Y)}{\sigma_X \sigma_Y} = \frac{\overline{XY} - \bar{X} \cdot \bar{Y}}{\sqrt{\overline{X^2} - \bar{X}^2} \cdot \sqrt{\overline{Y^2} - \bar{Y}^2}}. \text{ Где } \bar{X} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n X_i, \bar{Y} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n Y_i - \text{выборочные средние.}$$

Составим расчетную таблицу:

						Выб. среднее
X	7	8	8	5	7	7
Y	10	5	3	8	10	7,2
$X^2$	49	64	64	25	49	50,2
$Y^2$	100	25	9	64	100	59,6
$X \cdot Y$	70	40	24	40	70	48,8

Подставим значения в формулу:  $r(X, Y) = \frac{48,8 - 50,4}{\sqrt{50,2 - 49} \sqrt{59,6 - 51,84}} = \frac{-1,6}{1,095 \cdot 2,786} = -0,524$ . По шкале Чеддока качественной оценки тесноты связи коэффициенту корреляции  $-0,524$  сопоставляется категория тесноты - "Заметная".

Ответ: количественная оценка тесноты связи -  $-0,524$ , качественная - Заметная. А значит мужчины и женщины, ожидаемо, имеют общие приоритеты в качествах партнера, но все таки у каждого пола есть свои особенно выраженные предпочтения, например ум в мужчинах для женщин. Средняя категория тесноты связи "Заметная" хорошо описывает эту ситуацию.