主要关注这篇论文里关于物理光学法，几何光学法和多次散射的计算方法的内容。即文章的第六章。

第六章 目标和海面的复合电磁散射研究

一、研究现状分析

研究目标和粗糙面的耦合散射是一项非常具有实际应用价值的研究课题。

由于数值计算方法所剖分的面元数量过多，对算力要求较高，因此只适合频率较低情况下简单目标与粗糙面的复合散射，对于高频大范围的海船复合散射并不适用。

常用的方法是高频的近似。方法的优势在于可以高效率地处理超电大复合电磁建模问题，难点在于保证散射贡献地计算精度，并且兼顾计算效率。有如下方法：

1. **传统四路径模型** 将目标下方的粗糙面简化为无限大平面，然后利用镜面散射原理计算耦合散射贡献。只适合目标和微粗糙表面的复合散射计算。
2. **迭代物理光学法（IPO）** 能够分析目标和下方粗糙面所组成的角反射器结构的多次散射的高频近似方法。方法在物理光学电流中增加了修正电流项以近似导体目标表面因多次散射导致的实际电流。为了保证耦合散射的计算精度，IPO方法要求一定的迭代次数，并且利用消隐技术判断各个面元之间可见性也相当耗时，故处理超电大场景时依然存在计算效率低，容易发散等问题。
3. **射线追踪理论（SBR）** 主要根据高频电磁波的光学特性提出，能够适用于任何形状的复杂目标的电磁散射计算，但其计算的准确性依赖于射线管的数量，对于超电大目标与海面的耦合散射，依然存在计算效率低的问题。

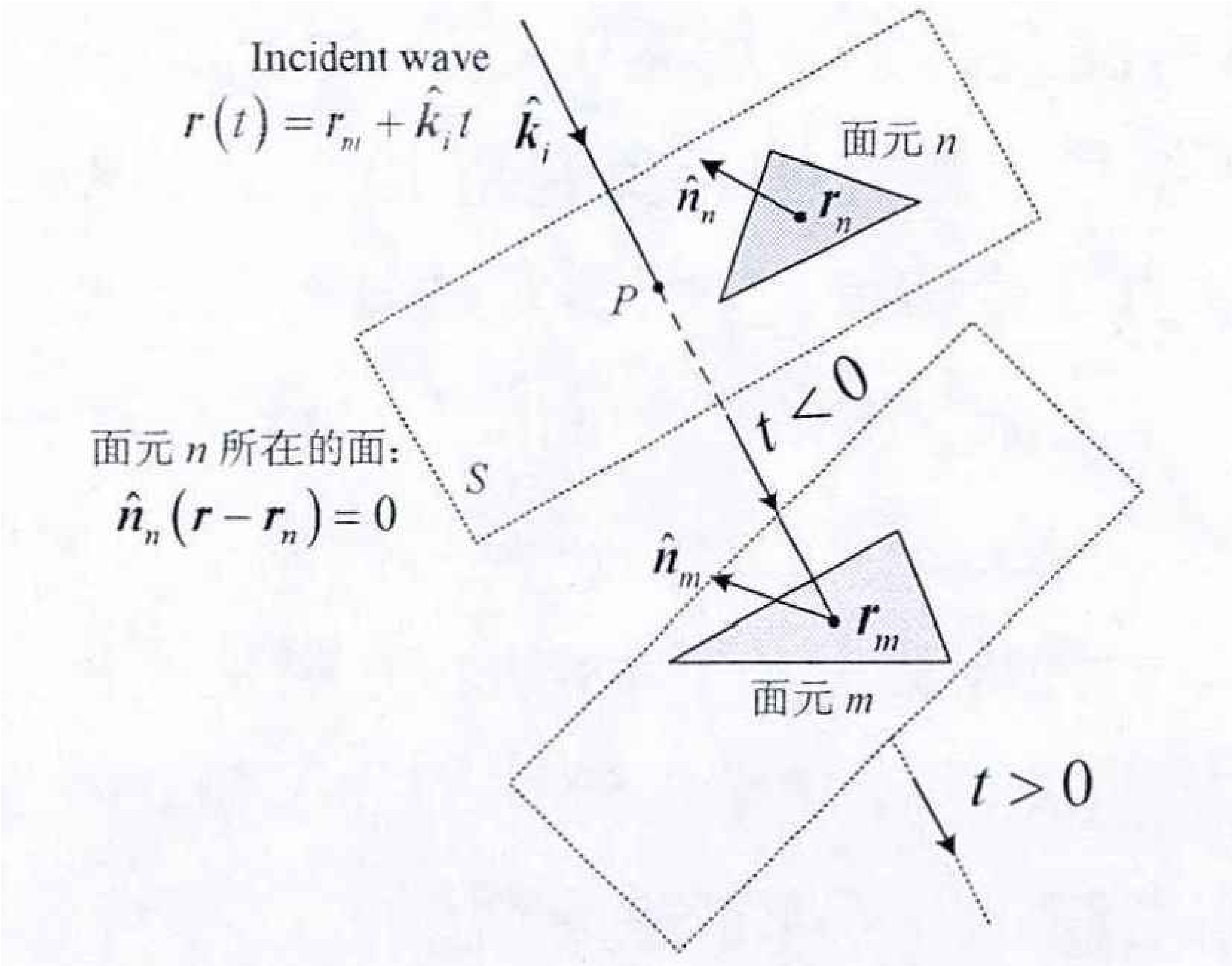
本文结合海面面元散射场模型，通过构建海面与舰船目标复合散射的几何光学与物理光学（GO-PO）相结合的混合模型。

本文模型的优势在于GO-PO方法不仅可以用于计算复杂目标，还可以应用于目标和海面的耦合散射。方法首先将海面和舰船目标分别面元化，然后按照二次散射计算的过程，可以得到海面面元和目标上面元之间的耦合场。

二、三维目标电磁散射的GO-PO方法

1、面元对于入射波及一次反射波的可见度判断

（1）对于入射波



其中，r_n代表面元n的坐标中心，$\hat{n}_n$为面元法向矢量，面元m同理。则设经过面元m中心坐标的入射线为$r(t)=r_m+\hat{k}_i t$,设面元n所在平面表示$\hat{n}_n(r-r_n)=0$为该射线与面元n所在平面的交点记为$P(x_0,y_0,z_0)$,满足如下公式：

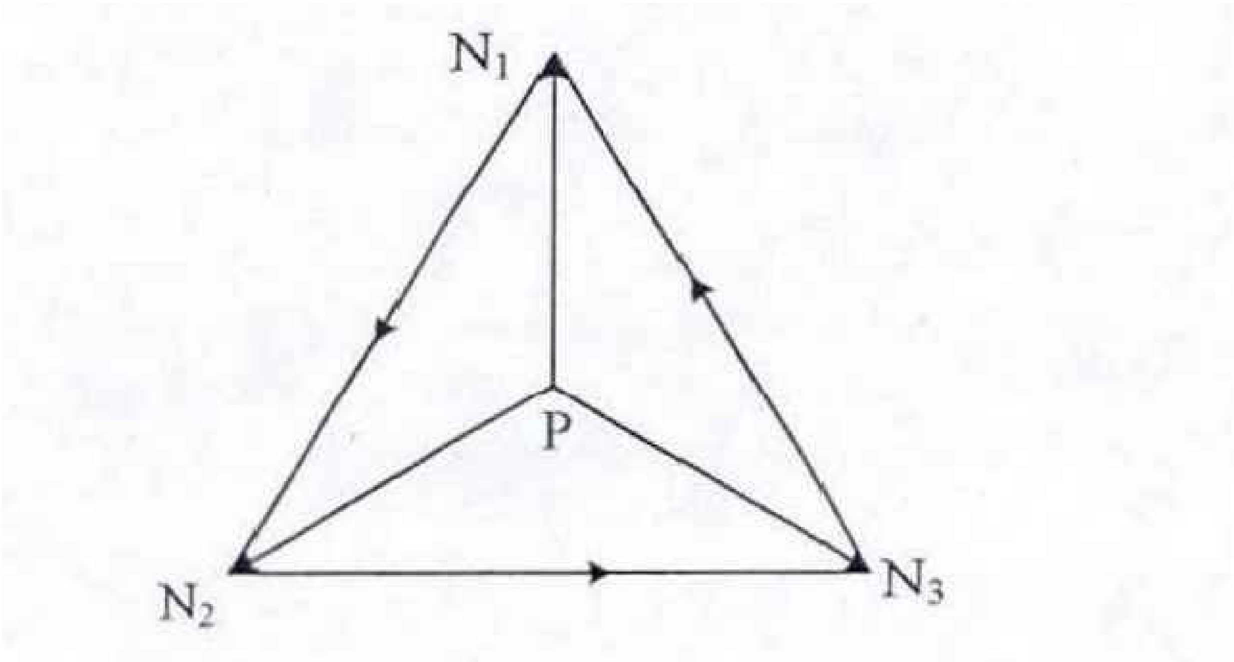
$$\left\{\begin{array}{l} x_0=x_m+k_i\cdot t_0 \\ y_0=y_m+k_i\cdot t_0 \\ z_0=z_m+k_i\cdot t_0 \end{array}\right.$$

$$t_0=\hat{n}_n\cdot(r_n-r_m)/\left(\hat{n}_n\cdot\hat{k}_i\right)$$

t_0显然应该$t_0<0$，若交点P在面元n上，且入射射线和面元m有交点，则说明有所遮挡。判断后项条件成立需要：

$$\hat{\boldsymbol{k}}_{\boldsymbol{r}}\cdot\hat{n}_n\leqslant 0$$

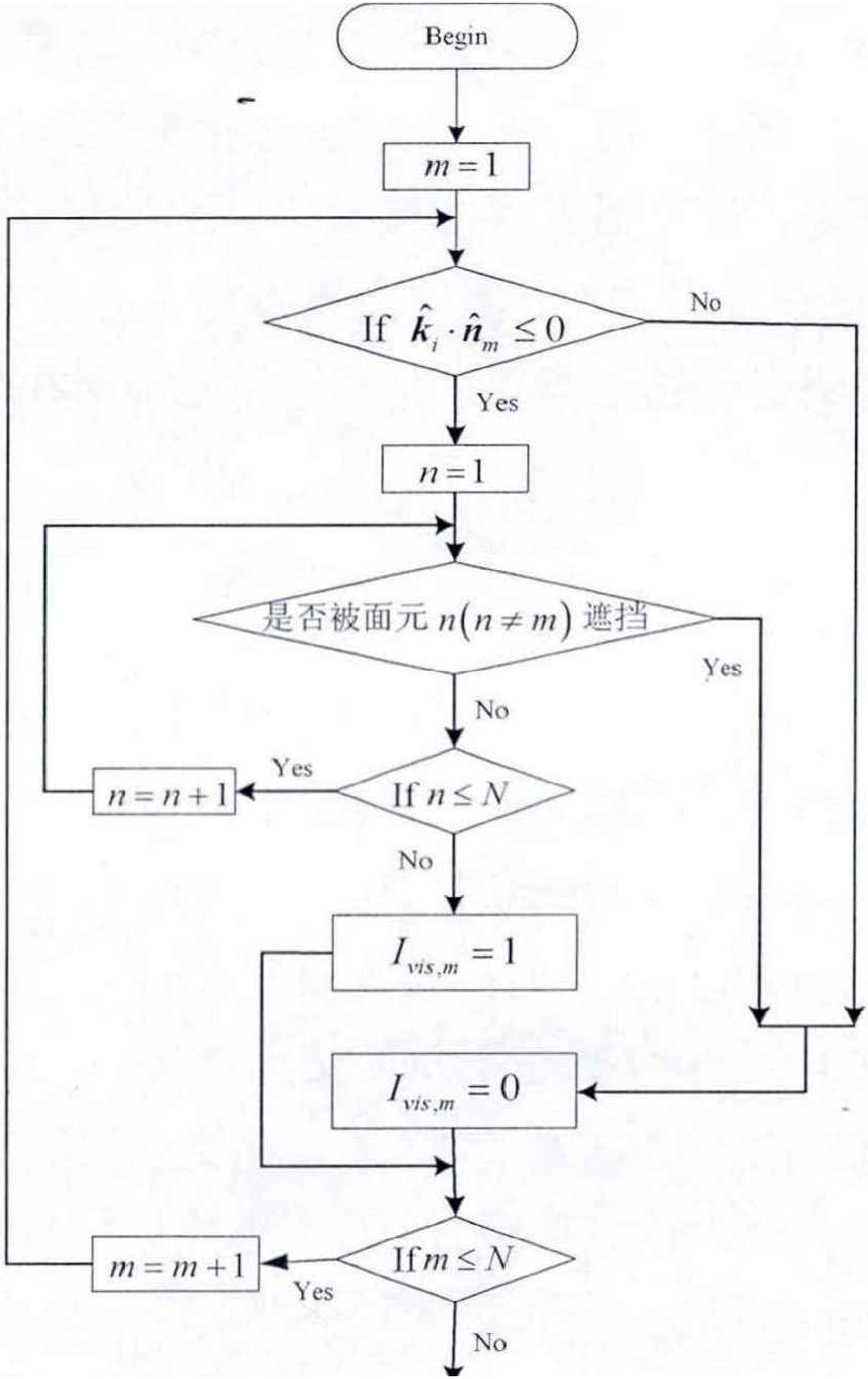
判断后项条件成立的方法是假设面元是如下三角型，并且赋予各顶点坐标：



则由几何知识可得，若P在其内部，必同时满足如下三式：

$$\left\{\begin{array}{l}(r_{PN_1}\times r_{N_1N_2})\cdot\hat{n}_n>0\\(r_{PN_2}\times r_{N_2N_3})\cdot\hat{n}_n>0\\(r_{PN_3}\times r_{N_3N_1})\cdot\hat{n}_n>0\end{array}\right.$$

只需要遍历所有的面元n便能够判断面元m是否受到了遮挡。算法流程图如下：



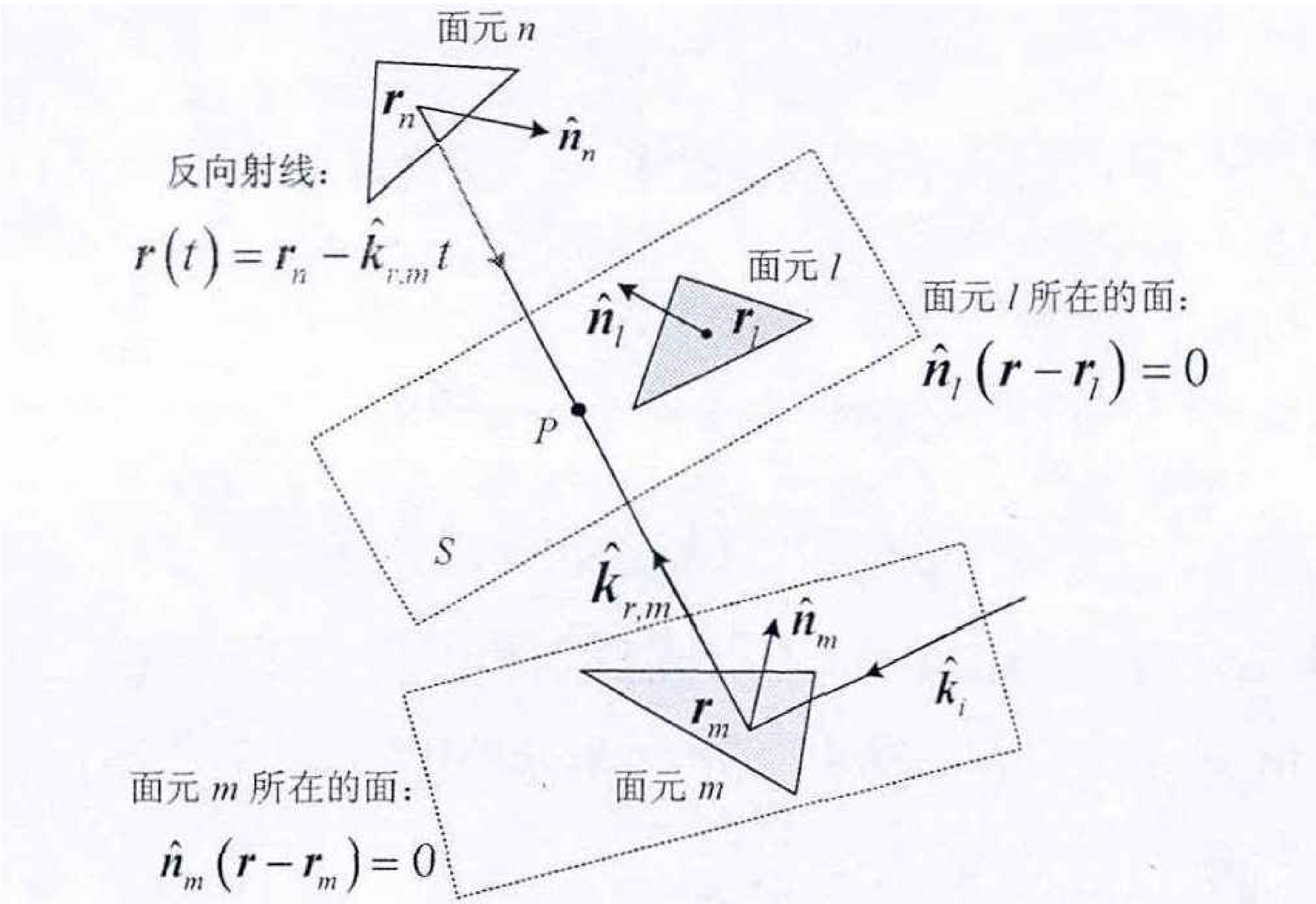
Begin
$m=1$
If $\hat{\boldsymbol{k}}_i \cdot \hat{\boldsymbol{n}}_m \le 0$
No
Yes
$n=1$
是否被面元$n(n \ne m)$遮挡
Yes
No
Yes
$n=n+1$
If $n \le N$
No
$I_{vis,m}=1$
$I_{vis,m}=0$
$m=m+1$
If $m \le N$
Yes
No

（2）对于一次反射波的可见度判断

分析方法与入射波类似。如果面元m的一次反射波会被面元n所遮挡，则需要满足如下条件：

（1）$\hat{\boldsymbol{k}}_{\boldsymbol{r},\boldsymbol{m}} \cdot \hat{n}_n \leqslant 0$,即面元$m$的反射射线能照射到面元$n$所在的平面，同时，射线与面元$n$有交点。

（2）反射波射线在到达面元n之前不会受到其他面元的遮挡。其中条件（2）的判断方法如图所示：



在判断面元m的反射波射线与面元n是否有交点时，采用反向射线追踪法。即判断以面元n的中心点r_n为起点，以$-\hat{\boldsymbol{k}}_{\boldsymbol{r},\boldsymbol{m}}$为方向的射线，是否与面元$n$有交点。则若有交点，就保证了面元$n$能被$m$的反射波所照亮。将上述假设代入方程中，可以解得面元n的反射射线与面元m所在平面的交点P_1

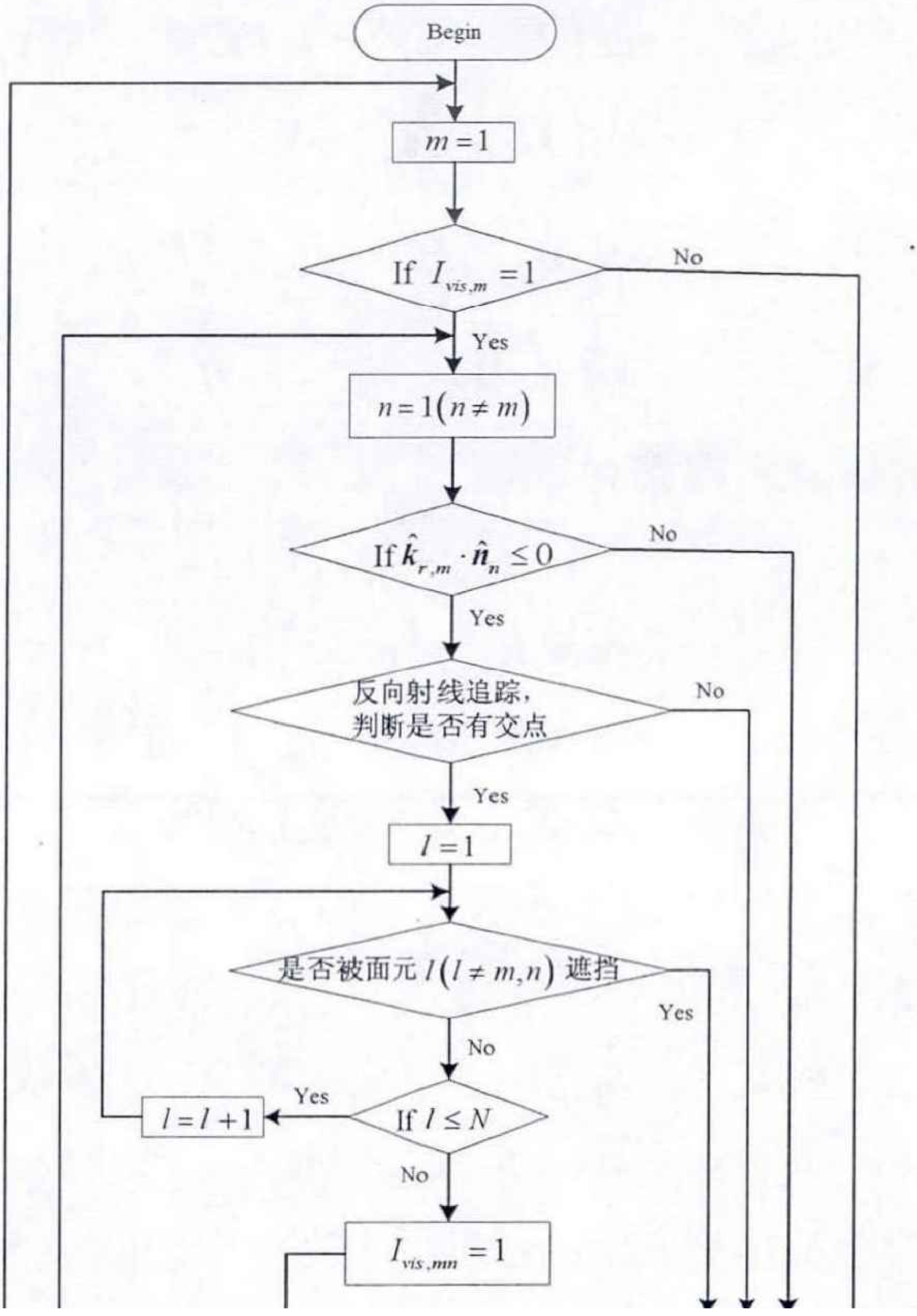
$$
\left\{\begin{array}{c}
x_1=x_m-k_{\boldsymbol{rx},\boldsymbol{m}} \cdot t_1 \\
y_1=y_m-k_{\boldsymbol{ry},\boldsymbol{m}} \cdot t_1 \\
z_1=z_m-k_{\boldsymbol{rz},\boldsymbol{m}} \cdot t_1
\end{array}\right.
$$

$$
t_1=\hat{n}_m \cdot\left(r_n-r_m\right) /\left(\hat{n}_m \cdot \hat{k}_{\boldsymbol{r},\boldsymbol{m}}\right)
$$

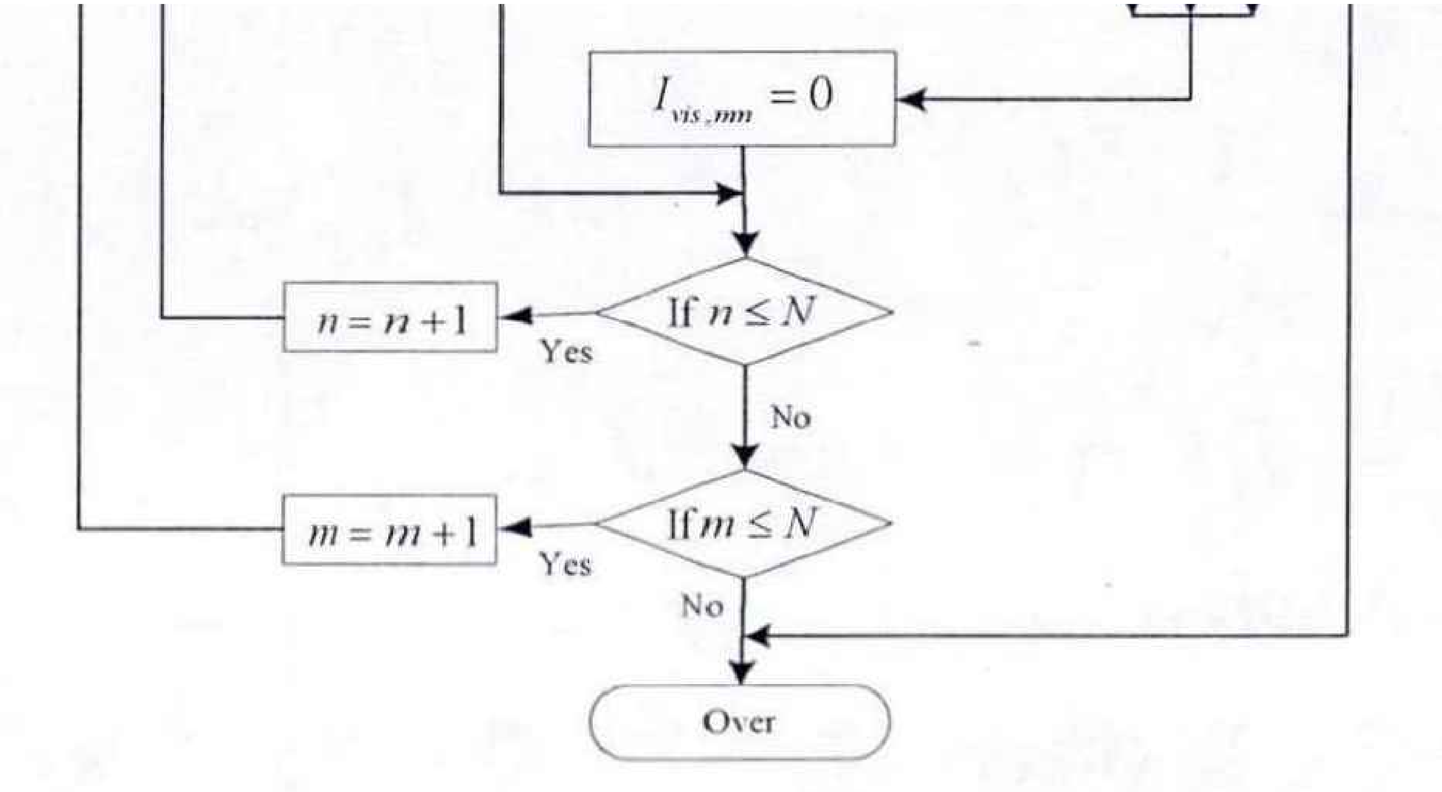
显然$t_1>0$，然后和入射波的方法类似可以判断点P_1是否在面元m内。若满足之前所说的条件（1），下面对条件(2)进行判断。

相同的道理，对于面元m和面元l之间的关系，依然假设从面元n上有一个方向为$\hat{k}_{\boldsymbol{m},\boldsymbol{r}}$的射线，若该射线经过面元$l$所在的平面且交点$P_2$在面元$l$内部，则有所遮挡。

综上所述，得到判断面元对于一次反射波的可见度的流程图如下：



Begin
$m = 1$
If $I_{vis,m} = 1$
No
Yes
$n = 1(n \neq m)$
If $\hat{\boldsymbol{k}}_{r,m} \cdot \hat{\boldsymbol{n}}_n \leq 0$
No
Yes
反向射线追踪，
判断是否有交点
No
Yes
$l = 1$
是否被面元 $l(l \neq m, n)$ 遮挡
Yes
No
$l = l + 1$
Yes
If $l \leq N$
No
$I_{vis,mn} = 1$



2、入射波感应的电磁流和一次散射的计算

可设入射波的电场强度矢量为：$E^i=\hat{p}E_0\exp\left(ik\hat{k}_i\cdot r\right)$,其中$\hat{p}$为入射波单位极化矢量。可以将入射波的电磁场在本地坐标系中分解为水平和垂直两个分量，即：

$$\begin{aligned}E_h^i&=\hat{h}_i^{'}\left(\hat{p}\cdot\hat{h}_i^{'}\right)E_0\\ H_h^i&=\hat{k}_i\times\left[\hat{h}_i^{'}\left(\hat{p}\cdot\hat{h}_i^{'}\right)E_0\right]/\eta=-\hat{v}_i^{'}\left(\hat{p}\cdot\hat{h}_i^{'}\right)E_0/\eta\\ E_v^i&=\hat{v}_i^{'}\left(\hat{p}\cdot\hat{v}_i^{'}\right)E_0\\ H_v^i&=-\hat{h}_i^{'}\left(\hat{p}\cdot\hat{v}_i^{'}\right)E_0/\eta\end{aligned}$$

其中，$\hat{h}_i^{'}=\frac{\hat{k}_i\times\hat{n}}{\left|\hat{k}_i\times\hat{n}\right|},\hat{v}_i^{'}=\hat{h}_i^{'}\times\hat{k}_i$

因此，切向的水平极化场可以表示为：

$$\begin{aligned}\hat{n}\times E_h&=\hat{n}\times\left(E_h^i+E_h^r\right)=\hat{n}\times E_h^i\left(1+R_h\right)\\ \hat{n}\times H_h&=\hat{n}\times\left(H_h^i+H_h^r\right)=\hat{n}\times\left(\hat{k}_i\cdot E_h^i+\hat{k}_r\cdot E_h^rR_h\right)/\eta\\ &=-\left[\left(\hat{n}\cdot\hat{k}_i\right)E_h^i+\left(\hat{n}\cdot\hat{k}_r\right)E_h^rR_h\right]/\eta\\ &=-\left(\hat{n}\cdot\hat{k}_i\right)\left(1-R_h\right)E_h^i/\eta\end{aligned}$$

同理可以求得切向垂直极化场：

$$\hat{n}\times H_v=\hat{n}\times H_v^i\left(1+R_v\right)$$

$$\hat{n} \times E_v = \left(\hat{n} \cdot \hat{k}_i\right) \cdot \left(1 - R_h\right) H_v^i \eta$$

在上述式中，$\hat{n}$为面元单位法相矢量，$\hat{k}_r = \hat{k}_i - 2\hat{n}\left(\hat{k}_i \cdot \hat{n}\right)$为反射波的波矢量，$\eta$为波阻抗，$R_h, R_v$分别为水平和垂直极化的菲涅尔反射系数，对于理想导体，两者分别为$-1, 1.$

有了水平和垂直极化的电磁切向场，就可以得到总的切向电磁场，根据麦克斯韦方程组就可以得到感应电流和感应磁流：

$$\begin{aligned} M_0 \;&=\; \hat{n} \times E = \left(\hat{n} \times \hat{h}_i^{'}\right)\left(\hat{p} \cdot \hat{h}_i^{'}\right)\left(1 + R_h\right) E_0 + \hat{h}_i^{'}\left(\hat{p} \cdot \hat{v}_i^{'}\right)\left(\hat{n} \times \hat{k}_i^{'}\right)\left(1 - R_v\right) E_0 \\ J_0 = \hat{n} \times H &= \left[\left(\hat{n} \times \hat{h}_i^{'}\right)\left(\hat{p} \cdot \hat{v}_i^{'}\right)\left(1 + R_v\right) E_0 - \hat{h}_i^{'}\left(\hat{p} \cdot \hat{v}_i^{'}\right)\left(\hat{n} \times \hat{k}_i^{'}\right)\left(1 - R_h\right) E_0\right] / \eta \end{aligned}$$

当面元m能够被入射波直接照射，可以写出其远区散射场：

$$\begin{aligned} E_{pq,m}\left(r\right) = \hat{q}\left\{\frac{jk\exp\left(jkR\right)}{4\pi R}\hat{k}_s \times \int\left(M_{0,m} - \eta\hat{k}_s \times J_{0,m}\right)\exp\left[jk\left(\hat{k}_i - \hat{k}_s\right) \cdot r_m^{'}\right] ds^{'}\right\} \\ = \frac{\exp\left(jkR\right)}{4\pi R}\left[\hat{q} \cdot \hat{k}_s \times \left(M_{0,m} - \eta\hat{k}_s \times J_{0,m}\right)\right] \cdot I_m \end{aligned}$$

其中，$\hat{q}$为散射波单位极化矢量，取$\hat{h}_s$或$\hat{v}_s$

对于相位积分项，根据Gordan方法，其具体的计算表达式为：

$$\begin{aligned} I = jk\int \exp\left[jk\left(\hat{k}_i - \hat{k}_s\right) \cdot r_m^{'}\right] ds^{'} \\ = \frac{\exp\left(jkr_0 \cdot \omega\right)}{T}\sum_{m=1}^{M}\left(\hat{p} \cdot a_m\right)\exp\left(jkb_m \cdot \omega\right)\frac{\sin\left(ka_m \cdot \omega/2\right)}{ka_m \cdot \omega/2} \end{aligned}$$

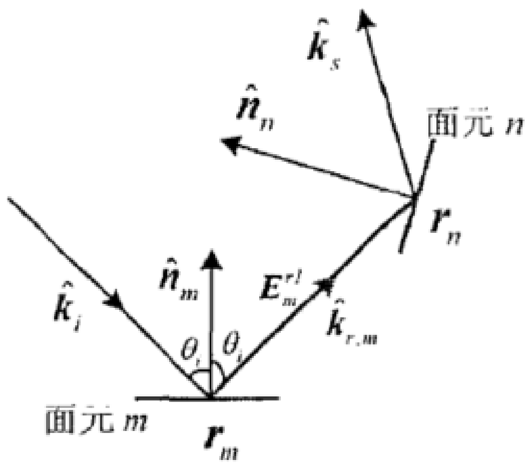
其中，M为面元的边长个数；r_0为面元的中心位置矢量，$\omega = \hat{k}_i - \hat{k}_s$,$\hat{p} = \hat{n} \times \omega / \left|\hat{n} \times \omega\right|$,$a_m = r_{m+1} - r_m, b_m = \left(r_{m+1} + r_m\right)/2$，$T$为$\omega$在面元上的投影长度。

综上所述，总的一次散射场可以表示为：

$$E_{pq}^1 = \sum_{m=1}^{N} E_{pq,m}\left(r_m\right) \cdot I_{vis,m}$$

其中，N表示目标上总的面元数，$I_{vis,m}$为面元m对于入射波的可见度因子，能够直射则为1，否则为0

3.一次反射波感应的电磁流和二次散射的计算



显然，采取的方法是将面元m的反射波作为入射波分析直射面元n时的产生的感应电磁流和二次散射电磁场。当然，要想产生二次散射波，必须$I_{vis,nm}$为1，这样可以得到总的二次散射场：

$$E_{pq}^{2} = \frac{\exp\left(jkR\right)}{4\pi R}\sum_{n=1}^{N}\left[\hat{q}\cdot\hat{k}_s\times\left(\sum_{m=1}^{N}I_{vis,m}\cdot M_{1,nm}\cdot I_{vis,nm}-\eta\hat{k}_s\times\sum_{m=1}^{N}I_{vis,m}\cdot M_{1,nm}\cdot I_{vis,nm}\right)\right]\cdot I_n$$

4. 目标总散射场方程

根据2，3，某个面元m上的感应电流和感应磁流既有来自入射波的直接影响，也有其他面元的二次反射波所导致。因此目标$Target$的总散射场可以写出如下形式：

$$E_{pq}^{target}\left(\hat{k}_i,\hat{k}_s\right)=\sum_{n=1}^{N}\frac{\exp\left(jkR\right)}{4\pi R}\left[\ \hat{q}\cdot\hat{k}_s\times\left(M_n-\eta\hat{k}_s\times J_n\right)\ \right]\cdot I_n$$