



中国科学院大学  
University of Chinese Academy of Sciences

# 博士学位论文

基于导航信号的低轨卫星高精度姿态测量及校正技术研究

作者姓名: \_\_\_\_\_ 侯绩玲

指导教师: \_\_\_\_\_ 梁旭文 研究员

\_\_\_\_\_ 中国科学院微小卫星创新研究院

学位类别: \_\_\_\_\_ 工学博士

学科专业: \_\_\_\_\_ 通信与信息系统

培养单位: \_\_\_\_\_ 中国科学院上海微系统与信息技术研究所

2018 年 6 月

**Research on High Precision Attitude Measurement and  
Calibration Techniques for LEO Satellite Based on GNSS Signal**

**A dissertation submitted to  
University of Chinese Academy of Sciences  
in partial fulfillment of the requirement  
for the degree of  
Doctor of Philosophy  
in Communication and Information System**

**By**

**Huiling Hou**

**Supervisor: Professor Xuwen Liang**

**Shanghai Institute of Microsystem and Information Technology,  
Chinese Academy of Sciences**

**June 2018**

# 中国科学院大学

## 研究生学位论文原创性声明

本人郑重声明：所呈交的学位论文是本人在导师的指导下独立进行研究工作所取得的成果。尽我所知，除文中已经注明引用的内容外，本论文不包含任何其他个人或集体已经发表或撰写过的研究成果。对论文所涉及的研究工作做出贡献的其他个人和集体，均已在文中以明确方式标明或致谢。

作者签名：

日 期：

# 中国科学院大学

## 学位论文授权使用声明

本人完全了解并同意遵守中国科学院有关保存和使用学位论文的规定，即中国科学院有权保留送交学位论文的副本，允许该论文被查阅，可以按照学术研究公开原则和保护知识产权的原则公布该论文的全部或部分内容，可以采用影印、缩印或其他复制手段保存、汇编本学位论文。

涉密及延迟公开的学位论文在解密或延迟期后适用本声明。

作者签名：

日 期：

导师签名：

日 期：



## 摘 要

GNSS 信号具有全天候、覆盖范围广、稳定性高、成本低廉等特点, 基于多个 GNSS 天线对各类载体进行姿态确定系统也逐渐被应用到陆海空天等领域。LEO 卫星基于 GNSS 信号能够实现自主导航、定姿、定轨的一体化设计, 在电子侦察卫星、气象卫星、低成本的通信卫星等对姿态要求不严苛的卫星系统中, 可替代结构复杂、质量及体积大、高成本的光学器件和有误差累积的惯导系统, 是一种理想的星载测姿设备。因此, 对于 LEO 卫星高精度的姿态测量和误差校正技术的研究具有重要的理论意义和工程应用价值。

论文以基于 LEO 卫星的信号处理为应用背景, 围绕基于 GNSS 信号的姿态确定的关键技术展开研究, 以高精度原始观测量、姿态测量误差模型校正为出发点, 旨在提高姿态信息的解算精度, 其主要研究内容如下:

1、GPS 接收机载波相位误差分析及同步方案设计: 理论分析了 GPS 接收机载波相位的测量误差, 给出了不同环路带宽参数、不同时钟参数等情况下的环路误差分析, 在此基础上, 从减小环路带宽的角度出发, 旨在提高载波相位的测量精度, 首先, 基于高性能的 PMF-FFT 捕获算法提出了一种多普勒频移的精确估计算法, 理论推导了该算法的计算公式和噪声统计特性, 该算法结构简单, 复杂度低, 并能够得到接近于 MCRB 的频率精确估计; 然后, 基于所提出的多普勒频移的精确估计算法, 提出一种接收机同步方案, 该方案模型简单, 能够实现快速同步, 并能有效降低对跟踪环的要求, 能减小环路带宽, 进而降低噪声的影响, 提高接收机载波相位的收敛精度, 又不增加复杂度, 同时适用于高动态终端中的 GPS 接收机。

2、天线几何矩阵偏差的实时在轨估计和校正技术研究: 针对天线几何矩阵存在偏差时对姿态角解算精度的影响, 基于姿态角解算的系统模型, 提出了一种新颖的在轨估计和校正天线几何矩阵偏差的方法, 给出了该算法的理论模型与具体实现公式, 该算法能够得到高精度的天线几何矩阵偏差的估计值, 经过对天线几何矩阵偏差的估计和校正, 能够实时获得高精度、有效的姿态角及变化率信息。

3、星载小型化 BD2/GPS 双基线定姿定轨接收机系统方案设计: 首先给出了一种星载小型化 BD2/GPS 双基线定姿定轨接收机设计方案, 并给出了系统设计验证结果; 其次, 针对 LEO 卫星姿态角速度动态较大、卫星分布 DOP 值不理想、

载波相位测量精度下降时,提出一种基线矢量的反向滤波方式,给出了算法的理论模型与具体实现公式,并通过仿真验证了该算法的性能。该算法能够有效改善测姿系统中基线矢量的求解精度,进而改善姿态信息的解算精度。

**关键词:** 低轨卫星, 导航信号, 姿态, 测量, 校正

## Abstract

GNSS signals have many advantages such as all-weather, wide coverage, high stability, low cost, and so on. Attitude determination system based on GNSS signals for various types of terminals is gradually employed in land, ocean, air, space, and other fields. Based on GNSS signals, LEO satellites can achieve integrated design of autonomous navigation, attitude determination and orbit determination. In the electronic reconnaissance satellites, meteorological satellites, low-cost communication satellites, and other satellite systems, in which the attitude accuracy requirements are not so strict, GNSS-based attitude determination can replace structurally complex, mass and bulky, high-cost optics and error-accumulating inertial navigation systems, thus being an ideal spaceborne device for attitude determination.

On the background of LEO satellites signal processing, the thesis focus on the key technologies of attitude determination based on GNSS signals, starting with high precision pseudorange and carrier phase and the calibration model of attitude measurement error, for the purpose of improving attitude resolution accuracy. The main research contents are as follows:

1. Carrier phase error analysis and synchronization scheme design of GPS receiver. Theoretical analysis of carrier phase error of GPS receiver, the tracking loop's error analysis under different loop bandwidths and lock parameters are first presented. On this basis, from the perspective of reducing the loop bandwidth, for the purpose of high precision pseudorange and carrier phase, a fine Doppler estimation algorithm based on PMF-FFT is first proposed. The algorithm has advantages of simple structure and low complexity, furthermore, it can achieve accurate fine Doppler estimation close to MCRB. Then, a rapid and accurate synchronization scheme is proposed, whose structure is simple. The scheme can effectively reduce the requirements of the tracking loop, can reduce the loop bandwidth, and then reduce the impact of noise, improve the convergence accuracy of carrier phase, without increasing the complexity, and is suitable for high dynamic terminal.

2. Research on on-orbit estimation and calibration of GPS antenna geometry offsets. Aiming at the influence of the GPS antenna geometry offsets on attitude resolution accuracy, based on the system model, a novel on-orbit estimation and calibration method of GPS antenna geometry offsets is proposed. The theoretical

model and realization formula of the algorithm are given. The algorithm can obtain high precision estimation of the GPS antenna geometry offsets. After estimating and calibrating the offsets, instantaneous and effective attitude with high precision can be achieved.

3. Design of spaceborne miniature attitude determination and orbit determination system utilizing dual baselines based on BD2/GPS. The design scheme of the system and the relative test results are first shown. Then, for the case in which the LEO satellites' attitude angle velocity is large, the GNSS satellites' distribution is not ideal, and the carrier phase has poor accuracy, a baselines' vectors inverse filtering method is proposed. The theoretical model and realization formula of the algorithm are given. Simulation results show that the algorithm can effectively improve the accuracy of the baseline vectors' resolution results, and then improve the accuracy of the attitude information.

**Key Words:** LEO Satellites, GNSS signals, Attitude, Measurement, Calibration



## 目 录

第 1 章 绪论	1
1.1 引言	1
1.2 高精度姿态测量的需求分析	2
1.2.1 导航卫星可视情况	2
1.2.2 载波相位误差分析	4
1.2.3 天线几何矩阵	5
1.2.4 姿态信息的稳定性	6
1.3 国内外研究现状及存在的问题	6
1.3.1 扩频接收机同步技术	7
1.3.2 天线相位中心的在轨估计和校正	8
1.3.3 天线几何矩阵偏差的估计和校正	9
1.3.4 基于星载 GNSS 接收机定姿方案设计及姿态精度保持	10
1.4 论文主要研究内容和创新点	13
1.5 本章小结	16
第 2 章 基于导航信号确定低轨卫星姿态的理论模型	17
2.1 引言	17
2.2 导航信号原始观测量	17
2.2.1 伪距	17
2.2.2 载波相位	18
2.3 原始观测量的差分模型	19
2.3.1 单差模型	19
2.3.2 双差模型	20
2.4 基线矢量解算模型	21
2.4.1 基于 GPS 单模单频的基线矢量解算模型	21
2.4.2 基于 GPS 单模多频的基线矢量解算模型	25
2.4.3 基于 BD/GPS 双模单频的基线矢量解算模型	27
2.4.4 基于 BD/GPS 双模多频的基线矢量解算模型	31
2.4.5 基线矢量和载波相位整周模糊度的浮点解	34
2.4.6 基线矢量和载波相位整周模糊度的整数解	35

2.5 姿态角解算模型 .....	37
2.5.1 坐标系定义及转换关系 .....	37
2.5.2 姿态角的描述 .....	39
2.5.3 姿态角的解算方法 .....	40
2.6 本章小结 .....	42
第 3 章 GPS接收机载波相位误差分析及同步方案设计 .....	43
3.1 引言 .....	43
3.2 GPS接收机载波相位测量误差分析 .....	43
3.2.1 各项误差分析 .....	43
3.2.2 二阶环路误差( $\sigma_A(\tau) = 1 \times 10^{-10}$ ) .....	47
3.2.3 三阶环路误差( $\sigma_A(\tau) = 1 \times 10^{-10}$ ) .....	50
3.2.4 二阶环路误差( $\sigma_A(\tau) = 1 \times 10^{-9}$ ) .....	54
3.2.5 三阶环路误差( $\sigma_A(\tau) = 1 \times 10^{-9}$ ) .....	57
3.2.6 小结 .....	61
3.3 基于 PMF-FFT 的快速且精确的同步方案 .....	61
3.3.1 PMF-FFT 算法简介 .....	61
3.3.2 基于 PMF-FFT 的频率精估计算法 .....	64
3.3.3 噪声统计特征分析 .....	66
3.3.4 快速且精确的接收机同步架构 .....	73
3.3.5 仿真验证 .....	76
3.4 本章小结 .....	81
第 4 章 天线几何矩阵偏差的实时在轨估计和校正方法研究 .....	83
4.1 引言 .....	83
4.2 天线几何矩阵存在偏差时的姿态角解算方法 .....	83
4.2.1 基于天线相对杠杆坐标的姿态校正迭代方法 .....	83
4.2.2 基于 LS 的几何矩阵偏差与姿态角联合实时解算方法 .....	88
4.3 天线几何矩阵偏差的在轨估计和校正方法 .....	92
4.3.1 系统模型 .....	92
4.3.2 算法推导 .....	93
4.3.3 实现流程与结构 .....	96
4.3.4 仿真验证 .....	98

---

4.4 本章小结 .....	105
第 5 章 星载小型化 BD2/GPS 双基线定姿定轨接收机系统方案设计 .....	107
5.1 引言 .....	107
5.2 接收机总体方案 .....	107
5.3 接收机软件设计 .....	112
5.3.1 主份软件总体信息流 .....	112
5.3.2 备份软件总体信息流 .....	119
5.4 接收机技术验证情况 .....	119
5.5 姿态测量精度保持 .....	124
5.5.1 算法推导 .....	125
5.5.2 仿真验证 .....	127
5.6 本章小结 .....	130
第 6 章 总结与展望 .....	133
6.1 全文总结 .....	133
6.2 研究展望 .....	134
参考文献 .....	135
致 谢 .....	143
作者简历及攻读学位期间发表的学术论文及研究成果 .....	147



## 插图

图 1.2-1 GPS 导航卫星可视情况.....	3
图 1.2-2 BD 导航卫星可视情况.....	3
图 1.2-3 BD+GPS 导航卫星可视情况 .....	3
图 1.3-1 天线布局 .....	11
图 2.2-1 伪距的概念 .....	18
图 2.2-2 载波相位测量值的概念 .....	18
图 2.3-1 单差、双差示意图 .....	19
图 2.5-1 坐标系示意图 .....	37
图 2.5-2 姿态旋转轴说明 .....	39
图 3.2-1 LEO 卫星与 GPS 卫星之间的多普勒频移 .....	46
图 3.2-2 LEO 卫星与 GPS 卫星之间的多普勒频移的一阶变化率 .....	46
图 3.2-3 LEO 卫星与 GPS 卫星之间的多普勒频移的二阶变化率 .....	46
图 3.2-4 二阶环路的动态误差、总均方误差 $(\sigma_A(\tau)=1\times 10^{-10}, B_n=10Hz)$ . .....	47
图 3.2-5 二阶环路的动态误差、总均方误差 $(\sigma_A(\tau)=1\times 10^{-10}, B_n=18Hz)$ .....	48
图 3.2-6 二阶环路的动态误差、总均方误差 $(\sigma_A(\tau)=1\times 10^{-10}, B_n=50Hz)$ . .....	49
图 3.2-7 二阶环路的动态误差、总均方误差 $(\sigma_A(\tau)=1\times 10^{-10}, B_n=100Hz)$ .....	49
图 3.2-8 二阶环路的动态误差、总均方误差 $(\sigma_A(\tau)=1\times 10^{-10}, B_n=200Hz)$ .....	50
图 3.2-9 三阶环路的动态误差、总均方误差 $(\sigma_A(\tau)=1\times 10^{-10}, B_n=10Hz)$ . .....	51
图 3.2-10 三阶环路的动态误差、总均方误差 $(\sigma_A(\tau)=1\times 10^{-10}, B_n=18Hz)$ . .....	52

图 3.2-11 三阶环路的动态误差、总均方误差( $\sigma_A(\tau)=1\times 10^{-10}, B_n=50Hz$ ) .	52
图 3.2-12 三阶环路的动态误差、总均方误差( $\sigma_A(\tau)=1\times 10^{-10}, B_n=100Hz$ )	53
图 3.2-13 三阶环路的动态误差、总均方误差( $\sigma_A(\tau)=1\times 10^{-10}, B_n=200Hz$ )	53
图 3.2-14 二阶环路的动态误差、总均方误差( $\sigma_A(\tau)=1\times 10^{-9}, B_n=10Hz$ ) ..	54
图 3.2-15 二阶环路的动态误差、总均方误差( $\sigma_A(\tau)=1\times 10^{-9}, B_n=18Hz$ ) ..	55
图 3.2-16 二阶环路的动态误差、总均方误差( $\sigma_A(\tau)=1\times 10^{-9}, B_n=50Hz$ ) ..	56
图 3.2-17 二阶环路的动态误差、总均方误差( $\sigma_A(\tau)=1\times 10^{-9}, B_n=100Hz$ )	56
图 3.2-18 二阶环路的动态误差、总均方误差( $\sigma_A(\tau)=1\times 10^{-9}, B_n=200Hz$ )	57
图 3.2-19 三阶环路的动态误差、总均方误差( $\sigma_A(\tau)=1\times 10^{-9}, B_n=10Hz$ ) ..	58
图 3.2-20 三阶环路的动态误差、总均方误差( $\sigma_A(\tau)=1\times 10^{-9}, B_n=18Hz$ ) ..	58
图 3.2-21 三阶环路的动态误差、总均方误差( $\sigma_A(\tau)=1\times 10^{-9}, B_n=50Hz$ ) ..	59
图 3.2-22 三阶环路的动态误差、总均方误差( $\sigma_A(\tau)=1\times 10^{-9}, B_n=100Hz$ )	60
图 3.2-23 三阶环路的动态误差、总均方误差( $\sigma_A(\tau)=1\times 10^{-9}, B_n=200Hz$ )	60
图 3.3-1 PMF-FFT 捕获算法结构 .....	62
图 3.3-2 归一化幅度谱 .....	63

图 3.3-3	PMF-FFT 输出幅度谱的最大值与 $\delta$ 之间的关系 ( $\delta \neq 0$ )	65
图 3.3-4	PMF-FFT 输出幅度谱的最大值与 $\delta$ 之间的关系 ( $\delta = 0$ )	65
图 3.3-5	$R_f$ 与 $\delta$ 的关系	73
图 3.3-6	接收机同步方案结构框图	74
图 3.3-7	$\hat{f}_d T_c$ 的估计期望与 $\delta$ 的关系曲线	77
图 3.3-8	不同 $L$ 和 $SNR$ 情况下 $R_f$ 与 $\delta$ 的关系曲线	78
图 3.3-9	$NMSE$ 与 $f_d T_c$ 的关系曲线	78
图 3.3-10	跟踪性能对比(相同的 $Q$ 和 $R$ )	79
图 3.3-11	跟踪性能对比(不同的 $Q$ 和 $R$ )	80
图 4.2-1	坐标系定义及天线配置	84
图 4.2-2	算法流程图	87
图 4.2-3	GPS 天线位置及机翼变形定义	88
图 4.2-4	GPS 天线位置、机翼变形及侧向变形定义	90
图 4.3-1	所提算法的流程图	97
图 4.3-2	$\xi_t$ 的估计误差曲线	99
图 4.3-3	$\dot{\xi}$ 的估计误差曲线	99
图 4.3-4	基线 $b_1$ 三轴几何偏差的估计误差曲线	100
图 4.3-5	基线 $b_2$ 三轴几何偏差的估计误差曲线	101
图 4.3-6	基线几何偏差变化率 ( $\dot{\Delta}$ ) 的估计曲线	102
图 4.3-7	$\xi$ 的估计误差曲线 (under $B_0$ )	103
图 4.3-8	$\dot{\xi}$ 的估计误差曲线 (under $B_0$ )	103
图 4.3-9	$\xi$ 的估计误差曲线 (under $B'_0$ )	104
图 4.3-10	$\dot{\xi}$ 的估计误差曲线 (under $B'_0$ )	104
图 5.2-1	整机总体功能结构	109
图 5.3-1	主份软件总体信息流	113
图 5.3-2	基带导航信号处理 SOC 软件数据流图	114
图 5.3-3	双模冗余定轨及定姿软件总体信息流图	115

图 5.3-4	星载多模自主定轨软件的主要模块 .....	116
图 5.3-5	星载多模自主定轨软件的结构设计 .....	117
图 5.3-6	ARM 定姿软件结构图 .....	118
图 5.3-7	备份软件总体信息流 .....	119
图 5.4-1	GPS L1 伪距和载波相位测量精度 .....	120
图 5.4-2	BD B1 伪距和载波相位测量精度 .....	121
图 5.4-3	姿态角及变化率信息的理论曲线 .....	121
图 5.4-4	ECEF 坐标系下基线矢量误差曲线 .....	122
图 5.4-5	NED 坐标系下基线矢量误差曲线 .....	122
图 5.4-6	姿态角的估计误差曲线 .....	123
图 5.5-1	姿态角及变化率信息的理论曲线 .....	127
图 5.5-2	ECEF 坐标系下基线矢量误差曲线(LS) .....	128
图 5.5-3	ECEF 坐标系下基线矢量误差曲线(Proposed) .....	128
图 5.5-4	姿态角及变化率的估计误差曲线(LS) .....	129
图 5.5-5	姿态角及变化率的估计误差曲线(Proposed) .....	130



# 表 格

表 1.2-1	LEO 卫星轨道参数 .....	2
表 1.2-2	不同 $\sigma_\phi$ 条件下的姿态角精度统计 .....	4
表 1.2-3	天线几何矩阵偏差对姿态角的影响 .....	6
表 3.2-1	LEO 卫星轨道参数 .....	45
表 3.3-1	瞬时载波相位的收敛精度 .....	80
表 3.3-2	多普勒频偏的收敛精度 .....	81
表 4.3-1	LEO 卫星轨道参数 .....	98
表 4.3-2	$\xi_i$ 的估计误差统计信息 .....	100
表 4.3-3	$\dot{\xi}$ 的估计误差统计信息 .....	100
表 4.3-4	几何矩阵偏差值的估计误差统计信息 .....	101
表 4.3-5	姿态角 $\xi$ 的估计误差统计信息对比(under $B_0$ or $B'_0$ ) .....	104
表 4.3-6	姿态角变化率 $\dot{\xi}$ 的估计误差统计信息对比(under $B_0$ or $B'_0$ ) .....	105
表 5.4-1	LEO 卫星轨道参数 .....	120
表 5.4-2	伪距和载波相位测量精度的统计信息 .....	121
表 5.4-3	ECEF 坐标系下基线矢量误差统计量 .....	123
表 5.4-4	NED 坐标系下基线矢量误差统计量 .....	123
表 5.4-5	姿态角的估计误差统计量 .....	124
表 5.5-1	ECEF 坐标系下基线矢量误差统计量(LS) .....	128
表 5.5-2	ECEF 坐标系下基线矢量误差统计量(Proposed) .....	129
表 5.5-3	姿态角的估计误差统计量(LS) .....	130
表 5.5-4	姿态角的估计误差统计量(Proposed) .....	130



## 第1章 绪论

### 1.1 引言

自1957年10月4日前苏联成功发射第一颗人造地球卫星以来,人造卫星在通信、遥感、空间探测等领域极大地推动了人类社会的进步与发展,也由此开启了利用人造卫星来开发导航和定位系统的新纪元<sup>[1-3]</sup>。全球导航卫星系统(GNSS: Global Navigation Satellite System)是所有卫星导航定位系统的统称,包括中国的北斗(BDS: BeiDou Navigation Satellite System)、美国的GPS(Global Positioning System)、欧洲的Galileo、俄罗斯的GLONASS、日本的QZSS、印度的IRNSS等系统<sup>[4]</sup>。GNSS信号能够为全球陆、海、空、天各类载体提供高精度的PNT服务,即定位(Positioning)、导航(Navigation)和授时(Timing)服务<sup>[5]</sup>,同时由于其全天候、覆盖范围广、稳定性高、成本低廉等特点,GNSS信号在陆地、海洋、空间各领域被广泛应用<sup>[6]</sup>。

利用多个GNSS天线对各类载体进行姿态确定系统也逐渐被应用到各种挑战性环境中,即陆地<sup>[7-10]</sup>、海洋<sup>[11-14]</sup>、航空<sup>[15-19]</sup>等领域,虽然在航天领域也有应用<sup>[20-32]</sup>,但航天器中单独应用GNSS信号而不依赖于其它定姿手段的应用还不成熟。具体而言,GNSS定姿是指使用三个及以上数目的GNSS天线,在固定基线长度的前提下,利用多天线之间原始观测量(伪距和载波相位)的差分,求解出天线之间的绝对指向,进而联合各基线矢量而求得载体的方位角、俯仰角及横滚角。GNSS信号的载波相位测量精度能达到毫米级,且原始观测量的差分能够消除空间相关误差源及接收机误差源,因此,利用GNSS信号能够获得载体高精度的姿态角,且精度不会随时间下降。

对于低轨道(LEO: Low Earth Orbit)卫星,利用GNSS信号能够同时获得高精度的位置、速度、加速度、姿态和时间共13个状态信息,能够实现自主导航、定姿、定轨的一体化设计,并且GNSS信号本身精度高、实时性好、长期稳定性高、成本低廉,基于GNSS信号的定姿系统体积小、重量轻、设计复杂度低、需要星上资源少。但是基于GNSS测姿系统姿态更新率低,难以达到高频输出的要求,不能和传统的惯导姿态测量系统相比,对具有特殊大机动任务的航天器,

GNSS 定姿无法满足其要求；另外，受到卫星尺寸的限制，基线长度不会太长，这也限制了姿态角精度的提高，因此在要求定姿精度为  $0.01^\circ$  甚至  $0.001^\circ$  的光学成像卫星系统中不适用，而在电子侦察卫星、气象卫星、低成本的通信卫星等对姿态要求不严苛的卫星系统中，GNSS 定姿以其独特的优点可替代结构复杂、质量及体积大、高成本的光学器件和有误差累积的惯导系统，是一种理想的星载测姿设备。

## 1.2 高精度姿态测量的需求分析

### 1.2.1 导航卫星可视情况

足够的 GNSS 卫星个数及良好的卫星分布是多天线定姿系统获得高精度姿态测量结果的前提条件。以轨道参数如表 1.2-1 所示的 LEO 作为仿真的载体，设 GNSS 接收天线的可视角度为轴向  $\pm 80^\circ$ ，仿真 BD/GPS 接收机对导航卫星的可视情况，仿真时间为 24 小时。

BD/GPS 接收机对 GPS 导航卫星、BD 导航卫星的可视情况分别如图 1.2-1、图 1.2-2、图 1.2-3 所示。由仿真结果可知，单 GPS 导航卫星星座最大可用星数为 16 颗，最小为 3 颗，平均为 9 颗，单 GPS 星座能够满足 LEO 定位、定轨及定姿的需求；单 BD 导航卫星星座最大可用星数为 16 颗，最小为 5 颗，平均为 9 颗，单 BD 星座能够满足 LEO 定位、定轨及定姿的需求；GPS 和 BD 组合星座最大可用星数为 30 颗，最小为 8 颗，平均为 18 颗。因此，基于单模 GPS 星座、单模 BD 星座、或基于 BD/GPS 双模星座，均能满足 LEO 定位、定轨及定姿的需求。

表 1.2-1 LEO 卫星轨道参数

Tabel 1.2-1 Orbital specification for LEO satellite

半长轴	6971.593Km
轨道倾角	$34.911^\circ$
升交点赤经	$-78.005^\circ$
离心率	0.000846
平近点角	$351.636^\circ$
近地点幅角	$47.757^\circ$

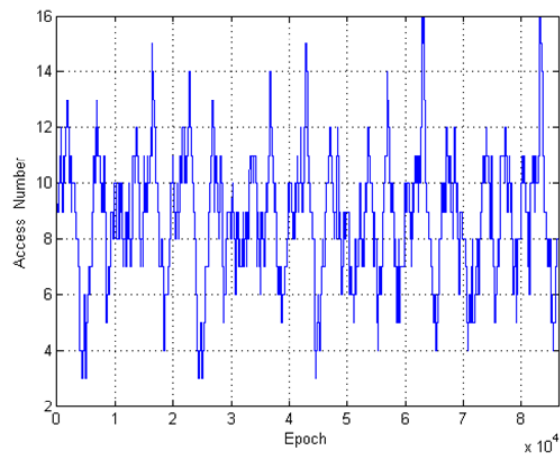


图 1.2-1 GPS 导航卫星可视情况

Figure 1.2-1 GPS satellites visibility

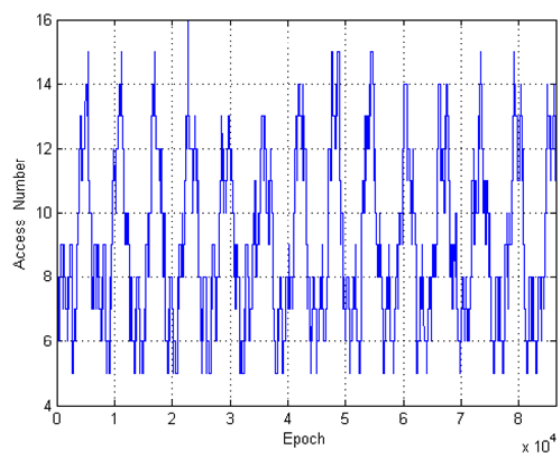


图 1.2-2 BD 导航卫星可视情况

Figure 1.2-2 BD satellites visibility

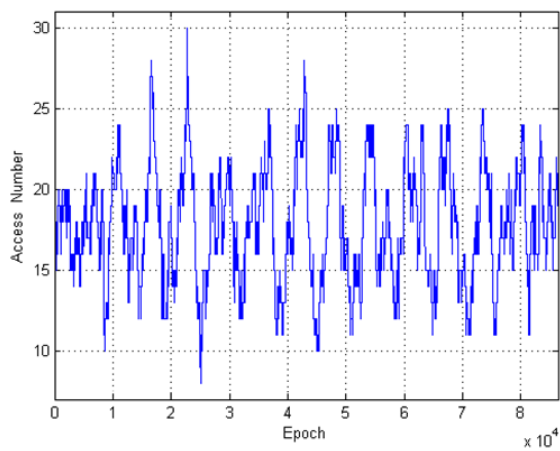


图 1.2-3 BD+GPS 导航卫星可视情况

Figure 1.2-3 BD+GPS satellites visibility

### 1.2.2 载波相位误差分析

接收机输出的原始观测量(伪距和载波相位)误差包含接收机测量误差、天线相位中心造成的偏差两部分。

当不考虑天线相位中心引起的伪距和载波相位的偏差时,接收机的测量误差是测姿系统的关键指标。伪距和载波相位的测量精度越高,姿态系统解算出的姿态角信息越精确。对于单频、短基线的GNSS定姿系统,精度较差的伪距和载波相位会造成解算基线矢量的过程中不能正确解算模型的载波相位双差整周模糊度<sup>[33]</sup>,导致无法获得较准确的测姿系统基线矢量,进而使得姿态角信息的解算含有很大的不确定性。假设测姿系统含有三个GPS天线,组成两个独立的基线矢量,基线长度均为1m,根据三GPS天线接收到的原始观测量组成双基线矢量解算模型<sup>[34][35]</sup>,然后计算姿态角信息,表1.2-2给出了在不同的接收机载波相位测量精度的条件下解算出的姿态角信息统计量,由该表可看出姿态角的精度对载波相位的敏感性,载波相位测量精度越高,获得的姿态角信息越接近其真实值。因此,接收机采用合理的捕获策略、合理的调整跟踪环的参数、合理的设计接收机的同步结构,是获得高精度载波相位和伪距的关键步骤。

表 1.2-2 不同  $\sigma_\phi$  条件下的姿态角精度统计

Tabel 1.2-2 Statistical information for attitude under different  $\sigma_\phi$

$\sigma_\phi$	误差项	标准差(°)
1mm	方位角误差	0.0660
	俯仰角误差	0.1155
	横滚角误差	0.1047
3mm	方位角误差	0.1947
	俯仰角误差	0.3019
	横滚角误差	0.1461
5mm	方位角误差	0.3098
	俯仰角误差	0.3205
	横滚角误差	0.2343

天线相位中心的偏差包括天线相位中心的偏移(PCO: Phase Center Offset)和天线相位中心的变化(PCV: Phase Center Variations)<sup>[36][37]</sup>, PCO是一个固定不变的矢量, 而PCV会随着GNSS信号的入射方向的改变而改变, 是关于信号入射的方位角和俯仰角的三维曲线。PCO、PCV的存在会直接导致GNSS信号的测量值上存在一个偏差值 $dr$ , 进而导致载体的定位、定轨和定姿结果存在误差。

在卫星发射之前, 会对LEO上装载的GNSS天线进行天线相位特性的测试, PCO、PCV的值可通过实际测量数据给出, 星载接收机进行数据处理时便可通过地面测试数据对伪距和载波相位进行校正。常用的天线相位特性测试方法有微波暗室法、野外检测法、机器人自动检测法<sup>[38-40]</sup>等。然而, 由于地面测试数据可能存在误差、天线变形、燃料消耗、卫星在轨环境的不同等原因<sup>[41][42]</sup>, 地面测试给出的PCO、PCV模型可能不再适用于在轨原始观测量的校正, 这也是在精密定轨应用中天线相位中心是限制定轨精度的重要因素的原因<sup>[42][43]</sup>, 同理, 由于姿态角信息对载波相位的敏感性, PCO、PCV的存在是限制其解算精度的关键因素。因此, 对LEO上装载的GNSS天线的PCO、PCV的在轨估计和校正<sup>[43]</sup>, 是实现高精度姿态测量的必要前提。

### 1.2.3 天线几何矩阵

在基于GNSS信号进行LEO卫星的姿态测量系统中, 若所有天线固连在载体上的位置固定不变且精确已知, 则所有天线形成的几何矩阵信息及基线长度信息便可作为姿态角解算的限制条件<sup>[44][45]</sup>, 当测姿系统解算得到所有基线矢量信息后, 便可根据天线几何矩阵直接进行姿态角信息的解算。对LEO小卫星载体, 由于卫星的体积限制, GNSS天线组成的基线均为短基线, 因此GNSS天线几何矩阵的偏差便是姿态角信息解算过程中最重要的系统误差之一<sup>[7]</sup>。对双基线组成的测姿系统, 两独立基线长度均为 $1m$ , 对表 1.2-2 中 $\sigma_\phi = 1mm$ 时的基线矢量, 当本体坐标系下天线几何矩阵没有偏差且精确已知情况下、天线几何矩阵三轴偏差均为 $5mm$ 的情况下, 解算出的姿态角信息统计量如表 1.2-3 所示, 由该表可知,  $5mm$ 的偏差能引起的姿态角精度下降最多 $0.32(deg)$ 。

各天线的相对位置偏差可归咎于由人为因素和工具精度限制导致的地面校正误差、由卫星发射过程引起的机械冲击引起的结构变形、在轨温度场的变化、

卫星在轨环境的不同<sup>[20][46]</sup>等, 因此, 为了防止在 LEO 小卫星的姿态信息的计算过程中, 将含有偏差值的本体坐标系下 GNSS 天线几何矩阵作为计算的前提条件, 针对天线几何矩阵偏差进行在轨估计和校正, 是获得高精度载体姿态测量的关键步骤。

表 1.2-3 天线几何矩阵偏差对姿态角的影响

Tabel 1.2-3 The effect on attitude caused by antenna geometry offsets

天线几何矩阵偏差	误差项	标准差(°)
0	方位角误差	0.0660
	俯仰角误差	0.1155
	横滚角误差	0.1047
5mm	方位角误差	0.3849
	俯仰角误差	0.3164
	横滚角误差	0.1981

#### 1.2.4 姿态信息的稳定性

当 LEO 卫星进行姿态机动时, 尤其是姿态角速度动态较大时, 载体视野中的导航卫星不断地上升下降, 为了实现不间断的天线之间相对位置的解算或姿态确定, 要不断地切换所跟踪的卫星, 这样势必会引起其可见导航卫星数目、可见导航卫星分布和 DOP(Dilution Of Precision) 值、及导航信号强度的不断快速变化。可见卫星数目及其分布的变化可能造成姿态测量精度突降甚至无法测姿, 导航信号强度的变化(信号信噪比的变化)可造成导航信号的原始观测量存在较高的误差, 甚至接收机的失锁。为了使定姿模块能够得到平滑且稳定的姿态测量结果, 应充分利用测姿系统的先验信息, 维持这些情况发生时的姿态测量精度。

### 1.3 国内外研究现状及存在的问题

1.3.1 和 1.3.2 节将介绍关于原始观测量(伪距和载波相位)的现有技术的研究现状, 1.3.3 节介绍关于天线几何矩阵偏差的研究现状, 1.3.4 节将介绍基于 GNSS 定姿的空间应用、姿态精度保持方面的研究现状。



### 1.3.1 扩频接收机同步技术

接收机的捕获算法中, 基于对载波和伪码的二维搜索, Spangenberg 等人分析了匹配滤波器 (PMF: Partial Matched Filtering) [47-49] 和快速傅里叶变换 (FFT: Fast Fourier Transform) [50][51] 相结合的实现方案 [52-55], 并分析了其在 LEO CDMA 系统中的应用, Sun 给出了更详细的实现方案 [56], PMF-FFT 捕获算法对数据进行了低通滤波和降速处理, 减少了参与 FFT 的点数, 极大程度地降低了计算量, 并且能够实现信号的快速捕获, 从而被广泛使用。

接收机捕获方法能够获得载波频偏和伪码相位的粗略估计值, 然后由跟踪环路获得其精确估计值。捕获阶段获得的载波频偏和伪码相位估计值的精度高低对跟踪环收敛速度和精度有直接的影响 [57], 尤其对于高动态接收机 [58], 载波频偏和伪码的精度太低可能会导致跟踪环难以锁定。基于现有的捕获算法, 两种策略常用来处理这种情况, 第一种便是在跟踪环中采用宽带宽的处理方式, 锁频环 (FLL: Frequency Locked Loop) 辅助锁相环 (PLL: Phase Locked Loop) 的结构便是其中一种 [58], 但是 FLL 采用的带宽大, 势必会引入更多的噪声, 导致较差的收敛结果, 另外 FLL 在转换到 PLL 之前需要一定的时间收敛。另外一种常用的策略是在捕获阶段输出的载波频偏和码相位粗略估计值的基础上, 采用一定的算法获得载波频偏和码相位更精确的估计值。这种策略中常用的方法有曲线拟合法、二次搜索法。由于捕获算法中同一载波频率对应的不同伪码相位搜索单元给出的检测量是对三角形的 C/A 码自相关函数的采样点、同一伪码相位对应的不同载波频带搜索单元给出的检测量为  $|sinc|$  函数的采样点 [1], 因此曲线拟合是采用三角形或  $|sinc|$  函数去逼近搜索结果。Feng 用一个频带处的三条非相干谱线实现了三角函数的近似, 并且将三角函数的顶点作为伪码相位的精确估计 [59]; Ma 则提出用三条相干积分谱线构造一个多项式表示捕获给出的载波频偏粗略估计值的误差, 然后再对该误差进行补偿并消除, 然而补偿的精度和所需计算量都与多项式的阶数密切相关, 并且文中只给出了多项式的表达式, 并没有给出多项式的构造方法 [60]; Tang 则直接基于 matlab, 利用最小二乘 (LS: Least Square) 去获得  $|sinc|$  函数的近似曲线 [61]。以载波频偏为例, 二次搜索法大都是基于频率或频谱的细化处理, 比捕获过程中采用更小的搜索范围和更精细的搜索步长。Wang 的方法中是基于

本地复制载波和去除 C/A 码的数据在时间域的相关<sup>[57]</sup>；Tamazin 则是采用 GramSchmidt orthogonalization 精细频率值<sup>[62]</sup>；但是[57]和[62]中的方法都是基于迭代法实现的，算法的频率分辨率、计算时间和计算量都随着迭代次数的增加而增大；Zhu 则通过 Zoom-FFT 方法实现频谱的细化，然而捕获之后额外的 FFT 计算需要大量的计算<sup>[63]</sup>。因此，考虑到接收机的同步效率，基于现有的捕获算法，设计精确、简单、高效的方法来获得载波频率和伪码相位的精确估计值，是非常关键的步骤。

若捕获算法是基于 FFT 相关的捕获算法，由于采用了 FFT 运算，则可以在此基础上进行频域内插处理<sup>[64-74]</sup>。本文第三章将基于 PMF-FFT 捕获算法，提出一种高精度、低复杂度的多普勒频移的精确估计算法。

为了提高星载接收机载波相位和伪距的测量精度，须合理的设计跟踪环的结构及调整其参数，并且须兼顾其动态特性和噪声性能。Mao 提出了一种可适应高动态的环路设计方法<sup>[75]</sup>；Lian 分析了环路参数的调整策略<sup>[76]</sup>；Legrand 提出了可以抑制热噪声的自适应环路带宽的 PLL<sup>[77]</sup>；而基于卡尔曼滤波 (KF:Kalman Filter) 的环路结构，KF 替代 PLL 中的环路滤波器，由于其运行过程中是自适应调整带宽<sup>[78][79]</sup>，因此能有效兼顾环路带宽和环路的性能，并适用于高动态和低信噪比 (SNR:Signal to Noise Ratio) 环境下的信号跟踪<sup>[80-84]</sup>；为了解决鉴相器的非线性和平方损耗，并为了适用于非线性观测系统，则可以采用扩展卡尔曼滤波 (EKF:Extended Kalman Filter)<sup>[85-87]</sup>；Julier 则分析了 EKF 在复杂非线性系统中的局限性，提出 UT 变换，更适用于复杂非线性系统<sup>[88]</sup>，基于 UT 变换的滤波器 UKF (Unscented Kalman Filter)<sup>[89-92]</sup>，以其独特的非线性处理能力，能有效改善高动态和弱信号的跟踪精度。

本文第三章将基于所提出的多普勒频移的精确估计算法和 UKF 结构，提出一种模型简单、快速、精确的接收机同步方案，旨在提高星载接收机伪距和载波相位的测量精度。

### 1.3.2 天线相位中心的在轨估计和校正

天线的 PCO 和 PCV 是限制 LEO 卫星精密定轨精度的最重要的系统误差之一<sup>[42][43]</sup>，同样对 LEO 小卫星载体的定姿系统，由于其基线长度短，天线的 PCO 和

PCV 造成的伪距和载波相位的偏差必定使得姿态角解算存在较大误差,因此在轨校正天线的 PCO 和 PCV 是必不可少的步骤。首次对星载接收机天线的相位特性进行校正的卫星是 Jason-1<sup>[93][94]</sup>,校正后该卫星仅利用 GPS 信号获得了优于 1cm 的定轨精度;在轨校正的卫星还有 GRACE 卫星<sup>[95-98]</sup>,其定轨精度为 2~3cm; TerraSAR-X<sup>[95][99][100]</sup>; COSMIC<sup>[101][102]</sup>; GOCE<sup>[103]</sup>,其定轨精度优于 2cm; Haiyang-2A<sup>[104]</sup>,其天线相位中心的校正精度为 mm 级; Shiyang3<sup>[42]</sup>。这些案例也说明了在轨校正 PCO 和 PCV 的可行性,常用的在轨估计和校正的方法为直接法、残差法<sup>[43]</sup>,因此,定姿系统中的各天线可以直接用这些方法对其 PCO 和 PCV 进行在轨估计和校正。

### 1.3.3 天线几何矩阵偏差的估计和校正

文献[11]、[13]、[17]–[20]涉及到了天线几何矩阵存在偏差时的姿态角的解算。Ardalan 考虑对船等载体进行姿态测量情况下天线安装过程中存在不可避免的基线对齐误差,基于含有对齐偏差的船载 GNSS 基线(天线几何矩阵偏差),提出了一种高精度姿态角的迭代解算方法,该方法姿态角解算精度高,稳定性强,使得对船载 GNSS 天线之间的位置配置要求有更高的自由度<sup>[11]</sup>; Johnson 提出了一种关于船的基于余弦波的热膨胀模型,并且假设 GPS 天线组成的基线在三轴方向上每 100m 收缩或膨胀 2cm,并以此作为姿态角解算的限制条件<sup>[13]</sup>;然而,文献[11]和[13]中,都假设了本体坐标系下天线几何矩阵的偏差是已知的,在此前提下进行姿态角的解算,实际情况中天线几何矩阵的偏差往往是未知量。Cohen、Cannon 在利用机载 GPS 天线进行姿态测量时,将飞机飞行过程中机翼的变形考虑在内,提出在解算姿态角的模型中引入一个额外的参数表示偏差值的大小,解算姿态角的同时对偏差值进行估计,但假设天线矩阵偏差只在  $Z_b$  轴发生变化,并且不同基线上  $Z_b$  轴的变化都假设相等<sup>[17][18]</sup>;在此基础上, Tsujji 给出了同时考虑飞机机翼变形、机身侧向变形引起的本体坐标系下天线几何矩阵偏差模型,但同样假设所有基线在同轴上的偏差值相等;这种假设并不一定符合实际情况。基于“基线长度越长,姿态信息精度越高<sup>[7][14]</sup>”的原理, Ziebart 为了使用长基线,将 GPS 天线安装到一条杆上,并且用微型压力传感器记录基线矢量的变化<sup>[20]</sup>,但是在 GPS 天线安装到杠杆上的情况下,当载体需要测姿时,将杠杆打开的过程中,不能保证杠杆完全如预期的状态打开,此时天线几何矩阵的偏差可

能是恒定不变的,也可能是随时间一直变化。文献[29]中的测姿系统中指出,四个 GPS 天线的安装不在一个平面上,预期的天线本体系下的坐标分别为  $(0 \ \sqrt{2}/2 \ \sqrt{2}/2)$ 、 $(0 \ -\sqrt{2}/2 \ \sqrt{2}/2)$ 、 $(\sqrt{2}/2 \ 0 \ -\sqrt{2}/2)$ 、 $(-\sqrt{2}/2 \ 0 \ -\sqrt{2}/2)$ ,但安装难度高。

现有文献中暂时没有可直接应用于 LEO 测姿系统中的天线几何矩阵偏差的估计和校正方法,为了防止在 LEO 小卫星的高精度姿态信息的计算过程中,将含有偏差值的天线几何矩阵作为计算的前提条件,针对天线几何矩阵偏差进行在轨估计和校正,是获得高精度载体姿态测量的关键步骤。本文第四章将提出一种天线几何矩阵偏差的实时在轨估计和校正方法。

#### 1.3.4 基于星载 GNSS 接收机定姿方案设计及姿态精度保持

国外在 20 世纪 90 年代发射的一些卫星中,对基于 GPS 卫星信号的定姿系统在空间中的应用进行了试验。

1993 年,美国空军的 Radar Calibration(RADCAL)卫星利用 Trimble 公司的 Quadrex 接收机实现了 GPS 定姿飞行试验,是首次以“后处理”的方式利用 GPS 测量数据确定航天器姿态,虽然能在地面对 GPS 载波相位测量数据以“后处理”的方式进行卫星姿态的解算,但是 GPS 子系统参数在卫星发射之前没有完全校准,需要从轨道数据中估计校准参数,另外,除了 GPS 之外唯一的姿态敏感器是一个磁强计,并且在 GPS 接收机采集数据时磁强计数据无效,所以验证 GPS 姿态测量精度比较困难,通过事后动态滤波技术,估计出当基线长度  $L=0.67(m)$  时单轴姿态精度为  $2^\circ (3\sigma)^{[23]}$ 。

1994 年 11 月, The Cryogenic Infrared Spectrometers and Telescopes for the Atmosphere/Shuttle Pallet Satellite(CRISTA-SPAS) 利用 Lightsey 的算法进行 GPS 定姿,是空间载体进行实时定姿的首次应用, CRISTA-SPAS 是一个自由飞行卫星,轨道近似为圆形,轨道倾角  $57^\circ$ , 高度  $300Km$ , 采用 Trimble 公司的 TANS Vector 接收机。另外该卫星还包含一个精确陀螺,但是相对于 GPS 姿态参考系没有测量陀螺仪系坐标对准,由两个姿态系统解算出的姿态精度差在  $2^\circ$  以内,在两参考系的对准误差范围之内<sup>[24]</sup>。

1995 年,名字为 GADACS 的实验为航天器中使用 GPS 定姿做准备,在实验

的最后承担姿态控制，只用 GPS 闭环控制。其硬件包含两个现成的商业 GPS 接收机、两组 L 频段天线，一组四个共 8 个天线，两组天线分别装到航天器的两边，另外一组天线中至少有一个天线装在平面外，四个天线不在一个平面，最长的基线  $1.2m$ ，当更新频率为  $1Hz$  时，预期姿态角精度  $< 0.5^\circ (L = 1m)$  <sup>[25]</sup>。

REX-II 航天器是美国空军空间试验计划 (US Air Force Space Test Program) 资助的项目，1996 年 3 月 8 日被送入  $830Km$  的极轨道，其包含一个 Trimble 公司的 TANS Vector 接收机，这次飞行任务标志着基于 GPS 的扩展实时姿态确定在航天器中的首次成功应用，而 CRISTA-SPAS 虽也是实时姿态确定，但实验时间极短，REX-II 设计和 RADCAL 相似，天线布局如图 1.3-1 所示，但是 RADCAL 是在地面以后处理的方式进行 GPS 定姿数据的解算，结果表明，当基线长度  $L = 0.67m$  时，利用 GPS 定姿精度为三轴平均误差为  $2.66^\circ$ ，标准差为  $1.16^\circ$ ，达到了该航天器预期的单轴控制精度  $5^\circ$  的要求 <sup>[26]</sup>。

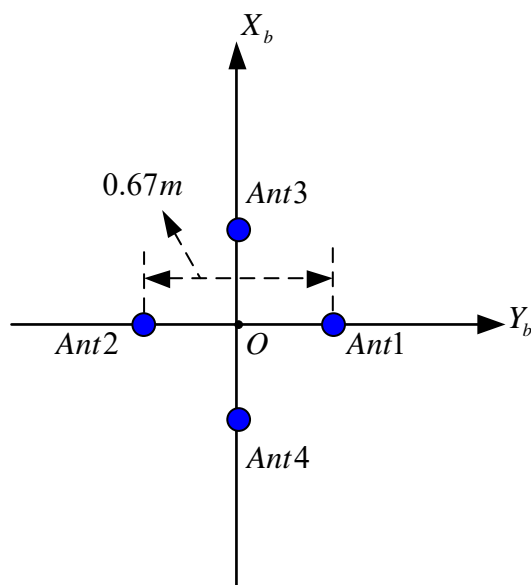


图 1.3-1 天线布局

Figure 1.3-1 The layout of four antennas

1996 年国际空间站 (ISS) 通过了 GPS Attitude and Navigation Experiment (GANE) 飞行试验。该试验作为 (ISS) 第一阶段工程中的首要风险项目，主要是论证定姿接收机在空间站上应用的可行性。仍然采用 TANS Vector 接收机，四个 GPS 天线构成一个矩形，对记录数据的事后分析表明试验获得了成功，其姿态精

度达到预期目标，即单轴  $0.1^\circ(1\sigma)$ 。

欧洲空间研究和技术中心(SETEC)无线电导航实验室为欧洲未来航天器空间导航和姿态确定而研制的GPS导航和姿态确定系统GINAS，它利用载波相位差分技术进行姿态测量，精度达  $0.1^\circ$  [27][28]。

Stanford 大学利用策略探测器 Gravity Probe B 进行一项科学实验以验证爱因斯坦的广义相对论，其中由 LABEN and Space System/Loral 联合研制的名为 TENSOR 的GPS接收机实现轨道调整、精确定轨、姿态确定功能，共有13个状态量输出，该接收机采用L1频点，包含9通道，能以1Hz的更新频率输出导航数据，以1-10Hz的更新频率输出姿态数据，在该时期伪距测量精度为0.15-0.5m，载波相位测量1-2mm，差分相位1-1.5mm，其标称姿态精度为  $0.3^\circ(1\sigma)$ 。该测姿系统包含四个天线，四个GPS天线的安装不在一个平面上，预期的天线本体系下的坐标分别为  $(0 \ \sqrt{2}/2 \ \sqrt{2}/2)$ 、 $(0 \ -\sqrt{2}/2 \ \sqrt{2}/2)$ 、 $(\sqrt{2}/2 \ 0 \ -\sqrt{2}/2)$ 、 $(-\sqrt{2}/2 \ 0 \ -\sqrt{2}/2)$  [28-30]。

NASA GADFLY 也是小卫星相关技术的试验项目，旨在验证航天器中应用GPS接收机的低成本系统的工程特征，其中GPS接收机主要用来定姿试验 [31]。

1999年4月发射的UOSAT-12卫星是一个用于验证各种新技术的平台，其中利用GPS进行姿态确定的实验同样取得了很好的效果。

Simplesat-1 是 NASA 于 2001 年发射，预期目标为利用 4 个 Trimble 公司的 TANS Vector 接收机获得  $1^\circ$  的姿态角精度，用 CCD 相机获得  $1''$  的姿态角精度 [32]。

而在我国已发射的各类卫星中，没有查到相关的应用案例，随着我国 BDS 星座的快速发展，该系统能实现全天候全球导航定位服务，并且 BDS 与 GPS 体制相近，可兼容互操作，完全可以单独使用 BDS 或联合 BDS 与 GPS 对 LEO 实现定姿定轨一体化设计，因此，在我国利用 GNSS 信号实现 LEO 的定姿定轨一体化设计，具有巨大的工程应用价值。本文第五章将给出一种星载小型化 BD2/GPS 双基线定姿定轨接收机设计方案。

当 LEO 卫星进行姿态机动时，尤其是姿态角速度动态较大时，会引起其可见导航卫星数目、可见导航卫星分布和 DOP 值、及导航信号强度的不断快速变化，此时，为保证姿态角的稳定性，提高原始数据的更新频率、改善卫星的可见

性、设法提高载波相位的测量精度是可行的方法。

2006年11月,在小型一次性运载火箭上使用廉价的GPS天线和接收器阵列来确定其姿态角及其变化率,作为传统惯性测量单元的替代。GPS定姿系统必须能够在高动态和不稳定飞行期间保持姿态输出,并且必须以不小于 $10\text{Hz}$ 的速率确定姿态。GPS接收机需满足以下要求:低功耗、质量/体积小、符合范围安全标准、跟踪环灵活可编程、可编程输出格式、高G环境中可操作性等。

2011年8月17日, NASA的约翰逊航天中心的一些人获得了利用分布式GPS天线系统进行精确位置和姿态解算的系统方法的专利权,该技术考虑了分布式天线系统中固有的非唯一的相位中心,可用于利用载波相位测量的多发射机系统。使用分布式天线系统可以实现 $360^\circ$ 全方位接收GPS信号,消除多个GPS天线和在这些天线之间射频切换的需求,对于航天器、飞船、卫星等高速运动的载体,该技术创新能提高姿态、位置、速度信息解算的精度,改善天线对GPS信号的可见性,并能降低天线系统的成本;易于适应小球形或圆柱形物体,如小卫星和火箭等;能够减小由环绕天线的非唯一相位中心引入的载波相位误差;消除多天线GPS接收机中切换天线时产生的滞后时间。

本文第五章将基于姿态角速度大、更新频率低、载波相位测量精度低的情况,提出一种姿态信息的改善方法。

#### 1.4 论文主要研究内容和创新点

论文以基于LEO卫星的信号处理为应用背景,围绕基于GNSS信号的姿态确定的关键技术展开研究,以高精度原始观测量、姿态测量误差模型校正为出发点,旨在提高姿态信息的解算精度。

全文的研究内容安排如下:

##### 第一章:绪论

介绍论文的研究背景和意义、相关技术的研究现状,以及本论文的主要研究工作和创新点。

##### 第二章:基于导航信号确定低轨卫星姿态的理论模型

从导航信号原始观测量的基本概念出发,主要介绍了基于导航信号确定LEO卫星姿态的基本理论。首先给出了伪距和载波相位的差分模型,然后理论推导了四种常用的定姿系统基线矢量的数学解算模型,在此基础上给出了基线矢

量和双差载波相位整周模糊度的浮点解、整数解的理论形式，最后给出了姿态角的定义及常用的解算方法。

### 第三章：GPS接收机载波相位误差分析及同步方案设计

首先理论分析了GPS接收机载波相位的测量误差，给出了不同环路带宽参数、不同时钟参数等情况下的环路误差分析，为GPS接收机的设计与实现提供了理论依据和参考。在此基础上，从减小环路带宽的角度出发，旨在提高载波相位的测量精度，首先，基于高性能的PMF-FFT捕获算法提出了一种高精度、低复杂度的多普勒频移的精确估计算法，理论推导了该算法的计算公式和噪声统计特性，通过仿真分析和验证了该算法的估计性能；然后，提出一种模型简单、快速、精确的接收机同步方案，并就同步结构中跟踪环的收敛速度、收敛精度两个方面，通过仿真分析与传统接收机同步结构进行了对比。

### 第四章：天线几何矩阵偏差的实时在轨估计和校正技术研究

首先给出了两种当本体坐标系下天线几何矩阵存在偏差时的姿态角解算方法，并从算法的基本理论出发分析了其优缺点，指出了在LEO小卫星的高精度姿态信息的解算过程中，在轨估计和校正天线几何矩阵偏差的必要性；在此基础上，基于姿态角解算的系统模型，提出了一种新颖的在轨估计和校正天线几何矩阵偏差的方法，给出了该算法的理论模型与具体实现公式，仿真分析了该算法对天线几何矩阵中各轴上偏差值的估计精度，给出了其统计信息，最后仿真分析了对天线几何偏差矩阵校正后实时解算的姿态角的精度，并与没有进行天线几何偏差矩阵的估计和校正时解算出来的姿态角信息精度进行了对比。

### 第五章：星载小型化BD2/GPS双基线定姿定轨接收机系统方案设计

首先给出了一种星载小型化BD2/GPS双基线定姿定轨接收机设计方案，并给出了系统设计验证结果；其次，针对LEO卫星姿态角速度动态较大、卫星分布DOP值不理想、载波相位测量精度下降时，提出一种基线矢量的反向滤波方式，给出了算法的理论模型与具体实现公式，并通过仿真验证了该算法的性能。仿真结果表明，该算法能够有效改善测姿系统中基线矢量的求解精度，进而改善姿态信息的解算精度。

### 第六章：总结与展望

对论文的研究内容和成果进行了归纳，并对下一步要开展的研究内容进行了规划和展望。



论文的第一章和第二章是全文的基础,介绍了论文的研究背景和意义、国内外研究现状及相关技术的理论依据,第三章、四章、五章分别针对具体的问题进行深入研究。其中,第三章主要针对接收机原始观测量的测量精度,研究了高精度、低复杂度的多普勒频移的精确估计算法和简单、快速、精确的接收机同步方案;第四章针对天线矩阵偏差对姿态信息的影响,研究了其实时在轨估计和校正方法;第五章主要针对实际空间应用,研究了星载小型化BD2/GPS双基线定姿定轨接收机系统设计和姿态精度保持方法;第六章对全文进行了归纳总结与展望。

论文的主要创新点包括:

1、基于高性能的PMF-FFT捕获算法提出了一种多普勒频移的精确估计算法,理论推导了该算法的计算公式和噪声统计特性,该算法结构简单,复杂度低,并能够得到接近于修正克拉美罗界(MCRB:Modified Cramer-Rao Bound)的频率精确估计。

2、理论分析了GPS接收机载波相位的测量误差,给出了不同环路带宽参数、不同时钟参数等情况下的环路误差分析,为GPS接收机的设计与实现提供了理论依据和参考。在此基础上,从减小环路带宽的角度出发,旨在提高载波相位的测量精度,基于所提出的多普勒频移的精确估计算法,提出一种接收机同步方案,仿真结果表明,该方案模型简单,能够实现快速同步,并能有效降低对跟踪环的要求,能减小环路带宽,进而降低噪声的影响,提高接收机载波相位的收敛精度,又不增加复杂度,同时适用于高动态终端中的GPS接收机。

3、针对天线几何矩阵存在偏差时对姿态角解算精度的影响,基于姿态角解算的系统模型,提出了一种新颖的在轨估计和校正天线几何矩阵偏差的方法,给出了该算法的理论模型与具体实现公式,仿真结果表明该算法能够得到高精度的天线几何矩阵偏差的估计值,经过对天线几何矩阵偏差的估计和校正,能够实时获得高精度、有效的姿态角及其变化率信息。

4、给出了一种星载小型化BD2/GPS双基线定姿定轨接收机设计方案,并给出了系统设计验证结果,实际系统验证结果表明,伪距和载波相位的测量精度、姿态角的解算精度很高;针对LEO卫星姿态角速度动态较大、卫星分布DOP值不理想、载波相位测量精度下降时,提出一种基线矢量的反向滤波方式,给出了算法的理论模型与具体实现公式,仿真结果表明,该算法能够有效改善测姿系统

中基线矢量的求解精度，进而改善姿态信息的解算精度。

## 1.5 本章小结

首先介绍了论文的研究背景，概述了高精度姿态测量的需求，阐述了扩频接收机同步技术、天线相位中心的在轨估计和校正技术、天线几何矩阵偏差的估计和校正技术、基于星载 GNSS 接收机的定姿方案及姿态精度保持方面的国内外研究现状，最后概括了论文的研究内容和创新点。

## 第2章 基于导航信号确定低轨卫星姿态的理论模型

### 2.1 引言

本章从导航信号原始观测量的基本概念出发,主要介绍了基于导航信号确定LEO卫星姿态的基本理论。首先给出了伪距和载波相位的差分模型,主要包括单差模型、双差模型,然后理论推导了四种常用的定姿系统基线矢量的数学解算模型,分别为基于GPS导航系统的单模单频的解算模型、基于GPS导航系统的单模多频的解算模型、基于BD/GPS导航系统的双模单频的解算模型和基于BD/GPS导航系统的双模多频的解算模型,在此基础上给出了基线矢量和双差载波相位整周模糊度的浮点解、整数解的理论形式,最后给出了姿态角的定义及常用的解算方法。本章是后面各章节的基础。

### 2.2 导航信号原始观测量

#### 2.2.1 伪距

以GPS信号为例进行说明。如图2.2-1所示,信号对应到GPS时间上的发送时间为 $t^{(s)}(t-\tau)$ ,接收时间为 $t_u(t)$ ,二者之间的时间差异为 $\Delta t = t_u(t) - t^{(s)}(t-\tau)$ ,则伪距定义为光速 $c$ 与 $\Delta t$ 的乘积,即

$$\rho(t) = c \cdot (t_u(t) - t^{(s)}(t-\tau)) \quad (2.2-1)$$

其中, $\tau$ 为GPS信号的实际传输所用时间,由信号以 $c$ 传播实际几何距离 $r$ 所用的时间、电离层延时 $I(t)$ 、对流层延时 $T(t)$ 组成。

根据GPS时间与接收机时钟及其钟差的关系 $t_u(t) = t + \delta t_u(t)$ ,GPS时间与卫星时钟及其钟差的关系 $t^{(s)}(t) = t + \delta t^{(s)}(t)$ ,伪距的观测模型可表示为<sup>[1]</sup>

$$\rho = r + c(\delta t_u - \delta t^{(s)}) + I + T + \varepsilon_\rho \quad (2.2-2)$$

其中, $r$ 为GPS卫星与接收机的实际距离; $\delta t_u$ 为接收机钟差,单位为 $s$ ;  $\delta t^{(s)}$ 为卫星钟差,单位为 $s$ ;  $\varepsilon_\rho$ 为 $\rho$ 的测量噪声,包含了未体现在式(2.2-2)中的所有误差,如多径效应引起的误差、天线相位中心引起的误差、接收机噪声等。

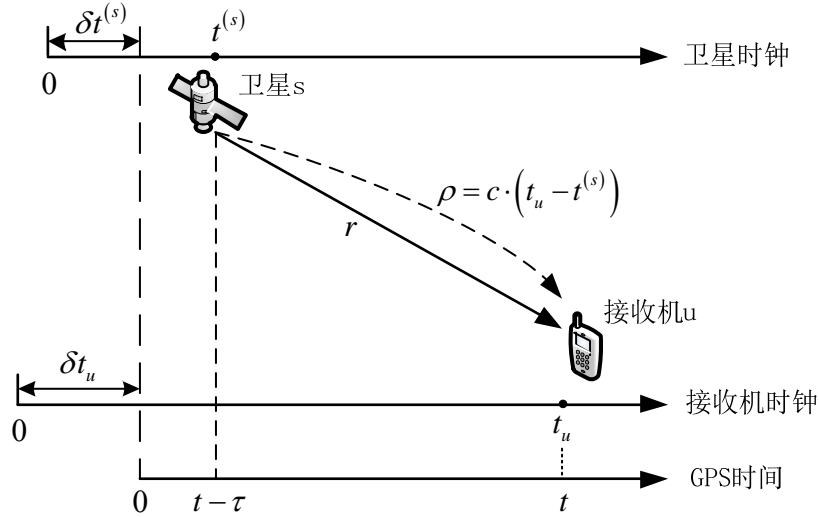


图 2.2-1 伪距的概念

Figure 2.2-1 The Defination of Pseudorange

### 2.2.2 载波相位

以 GPS 信号为例进行说明。记载波相位测量值为  $\phi$ ，则  $\phi$  的值相当于 GPS 信号从发送端到接收端的相位差异。如图 2.2-2 所示，在  $t_u$  时刻，接收机本地载波信号的相位为  $\phi_u$ ，收到下行 GPS 信号的载波相位为  $\phi^{(s)}$ ，则  $\phi = \phi_u - \phi^{(s)}$ ，可以周或者度为单位。根据  $\phi$  与距离  $r$  的关系，并考虑  $I$ 、 $T$ 、 $\delta t_u$ 、 $\delta t^{(s)}$  等误差的影响，可得  $\phi$  的观测模型如式 (2.2-3) [1]。

$$\lambda\phi = r + c(\delta t - \delta t^{(s)}) - I + T + \lambda N + \varepsilon_\phi \quad (2.2-3)$$

其中， $\lambda$  为信号波长， $N$  为  $\phi$  的整周模糊度， $N$  和  $\phi$  均是以周为单位， $\varepsilon_\phi$  为  $\phi$  的测量噪声。

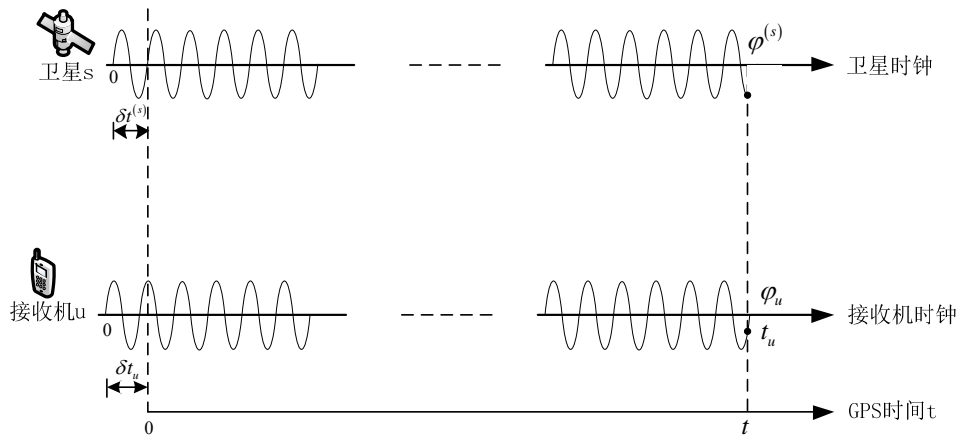


图 2.2-2 载波相位测量值的概念

Figure 2.2-2 The Definition of carrier phase measurement

### 2.3 原始观测量的差分模型

由式(2.2-2)、(2.2-3)可知,同一载体上的不同接收机接收相同的GPS信号且不同接收机相距不远时,测量量 $\rho$ 和 $\phi$ 中包含共同的误差项,即 $I$ 、 $T$ 和 $\delta t^{(s)}$ ;单一接收机接收不同的GPS信号, $\rho$ 和 $\phi$ 中的 $\delta t_u$ 属于共同的误差项。公共误差项可通过 $\rho$ 和 $\phi$ 的差分运算消除,常用的差分方式有单差和双差,其示意图如图2.3-1所示。

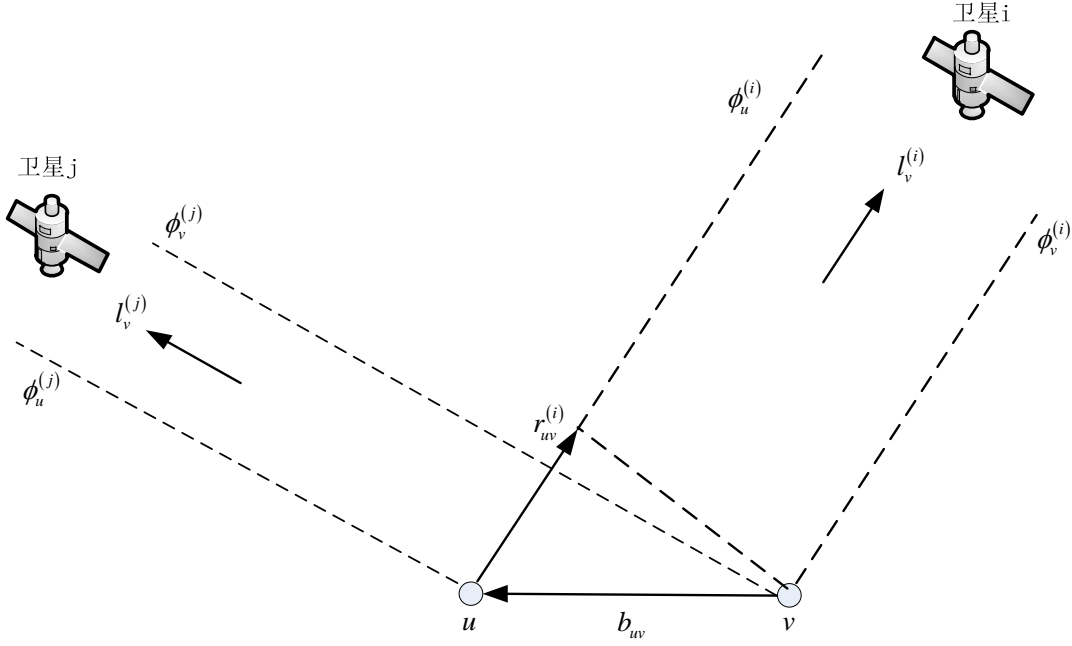


图 2.3-1 单差、双差示意图

Figure 2.3-1 The sketch of single-difference and double-difference

#### 2.3.1 单差模型

在固定时刻 $t$ ,接收机 $u$ 和接收机 $v$ 对GPS卫星 $i$ 的信号测量值之间的一次差分便构成单差量,假设 $v$ 为主接收机。

由式(2.2-3)可知, $\phi_u^{(i)}$ 和 $\phi_v^{(i)}$ 可分别表示为

$$\lambda\phi_u^{(i)} = r_u^{(i)} + c(\delta t_u - \delta t^{(i)}) - I_u^{(i)} + T_u^{(i)} + \lambda N_u^{(i)} + \varepsilon_{\phi,u}^{(i)} \quad (2.3-1)$$

$$\lambda\phi_v^{(i)} = r_v^{(i)} + c(\delta t_v - \delta t^{(i)}) - I_v^{(i)} + T_v^{(i)} + \lambda N_v^{(i)} + \varepsilon_{\phi,v}^{(i)} \quad (2.3-2)$$

则载波相位单差可表示为

$$\begin{aligned} \lambda\phi_{uv}^{(i)} &= \lambda\phi_u^{(i)} - \lambda\phi_v^{(i)} \\ &= r_{uv}^{(i)} + c\delta t_{uv} + \lambda N_{uv}^{(i)} + \varepsilon_{\phi,uv}^{(i)} \end{aligned} \quad (2.3-3)$$

其中,  $r_{uv}^{(i)} = r_u^{(i)} - r_v^{(i)}$ ,  $\delta t_{uv} = \delta t_u - \delta t_v$ ,  $N_{uv}^{(i)} = N_u^{(i)} - N_v^{(i)}$ ,  $\varepsilon_{\phi,uv}^{(i)} = \varepsilon_{\phi,u}^{(i)} - \varepsilon_{\phi,v}^{(i)}$ 。

如图 2.3-1,  $b_{uv}$  定义为接收机  $v$  到  $u$  的矢量,  $l_v^{(i)}$  为接收机  $v$  到卫星  $i$  的单位矢量。对于同一载体上的两个接收机组成的短基线, 由于基线长度远远小于接收机与 GPS 卫星的距离, 因此可以假设接收机  $u$  和接收机  $v$  收到同一颗 GPS 卫星的信号是相互平行的, 则由几何关系可得  $r_{uv}^{(i)}$  的表达式为

$$r_{uv}^{(i)} = -b_{uv} \cdot l_v^{(i)} \quad (2.3-4)$$

其中, “ $\cdot$ ” 表示内积运算。因此式 (2.3-3) 可表示为

$$\begin{aligned} \lambda \phi_{uv}^{(i)} &= -b_{uv} \cdot l_v^{(i)} + c \delta t_{uv} + \lambda N_{uv}^{(i)} + \varepsilon_{\phi,uv}^{(i)} \\ &= \begin{bmatrix} -(l_v^{(i)})^T & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} b_{uv} \\ c \delta t_{uv} \end{bmatrix} + \lambda N_{uv}^{(i)} + \varepsilon_{\phi,uv}^{(i)} \end{aligned} \quad (2.3-5)$$

假设接收机  $u$  和  $v$  有  $M$  个共同可见卫星, 则可组成一个载波相位单差方程矩阵, 表示为

$$\begin{bmatrix} \lambda \phi_{uv}^{(1)} \\ \lambda \phi_{uv}^{(2)} \\ \vdots \\ \lambda \phi_{uv}^{(M)} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -(l_v^{(1)})^T & 1 \\ -(l_v^{(2)})^T & 1 \\ \vdots & \vdots \\ -(l_v^{(M)})^T & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} b_{uv} \\ c \delta t_{uv} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \lambda N_{uv}^{(1)} \\ \lambda N_{uv}^{(2)} \\ \vdots \\ \lambda N_{uv}^{(M)} \end{bmatrix} \quad (2.3-6)$$

同理, 根据式 (2.2-2) 可得伪距单差方程矩阵可表示为

$$\begin{bmatrix} \rho_{uv}^{(1)} \\ \rho_{uv}^{(2)} \\ \vdots \\ \rho_{uv}^{(M)} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -(l_v^{(1)})^T & 1 \\ -(l_v^{(2)})^T & 1 \\ \vdots & \vdots \\ -(l_v^{(M)})^T & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} b_{uv} \\ c \delta t_{uv} \end{bmatrix} \quad (2.3-7)$$

由式 (2.3-6) 和 (2.3-7) 可知, 单差不仅消除了卫星钟差, 同时消除了大气层带来的延时。

### 2.3.2 双差模型

在固定时刻  $t$ , 接收机  $u$  和接收机  $v$  对 GPS 卫星  $i$  的单差量与对 GPS 卫星  $j$  的单差量之间的一次差分便构成双差量。

由式 (2.3-3) 可知接收机  $u$  和接收机  $v$  对 GPS 卫星  $j$  的单差量可表示为

$$\lambda\phi_{uv}^{(j)} = r_{uv}^{(j)} + c\delta t_{uv} + \lambda N_{uv}^{(j)} + \varepsilon_{\phi,uv}^{(j)} \quad (2.3-8)$$

因此，载波相位双差值可表示为

$$\begin{aligned} \lambda\phi_{uv}^{(ij)} &= \lambda\phi_{uv}^{(i)} - \lambda\phi_{uv}^{(j)} \\ &= r_{uv}^{(ij)} + \lambda N_{uv}^{(ij)} + \varepsilon_{\phi,uv}^{(ij)} \\ &= -b_{uv} \cdot (l_v^{(i)} - l_v^{(j)}) + \lambda N_{uv}^{(ij)} + \varepsilon_{\phi,uv}^{(ij)} \end{aligned} \quad (2.3-9)$$

其中， $r_{uv}^{(ij)} = r_{uv}^{(i)} - r_{uv}^{(j)}$ ， $N_{uv}^{(ij)} = N_{uv}^{(i)} - N_{uv}^{(j)}$ ， $\varepsilon_{\phi,uv}^{(ij)} = \varepsilon_{\phi,uv}^{(i)} - \varepsilon_{\phi,uv}^{(j)}$ 。

假设接收机 $u$ 和 $v$ 有 $M$ 个共同可见卫星，编号分别为 $1, 2, \dots, M$ ，双差的参考卫星编号为1，则可组成载波相位双差方程矩阵如下

$$\begin{bmatrix} \lambda\phi_{uv}^{(21)} \\ \lambda\phi_{uv}^{(31)} \\ \vdots \\ \lambda\phi_{uv}^{(M1)} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -(l_v^{(2)} - l_v^{(1)})^T \\ -(l_v^{(3)} - l_v^{(1)})^T \\ \vdots \\ -(l_v^{(M)} - l_v^{(1)})^T \end{bmatrix} b_{uv} + \begin{bmatrix} \lambda N_{uv}^{(21)} \\ \lambda N_{uv}^{(31)} \\ \vdots \\ \lambda N_{uv}^{(M1)} \end{bmatrix} \quad (2.3-10)$$

同理，可得伪距双差方程矩阵可表示为

$$\begin{bmatrix} \rho_{uv}^{(21)} \\ \rho_{uv}^{(31)} \\ \vdots \\ \rho_{uv}^{(M1)} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -(l_v^{(2)} - l_v^{(1)})^T \\ -(l_v^{(3)} - l_v^{(1)})^T \\ \vdots \\ -(l_v^{(M)} - l_v^{(1)})^T \end{bmatrix} b_{uv} \quad (2.3-11)$$

由式(2.3-10)和(2.3-11)可知，在式(2.3-6)和(2.3-7)的基础上，经过双差操作， $\delta t_{uv}$ 被消除。

## 2.4 基线矢量解算模型

### 2.4.1 基于GPS单模单频的基线矢量解算模型

#### 1、双差载波相位和双差伪距联合观测方程

假设 $(m+1)$ 个天线/接收机组成 $m$ 条基线，天线编号分别为 $1, 2, \dots, m, m+1$ ，假设每条基线均是以1号天线作为基准主天线。假设在时刻 $t$ ，所有天线共同可见GPS卫星个数为 $(n+1)$ ，编号分别为 $1, 2, \dots, n, n+1$ ，并且假设参考卫星为1号卫星。对于基线矢量 $b_1 = [x_1 \ y_1 \ z_1]^T$ ，其以 $m$ 为单位的双差观测方程可记为

$$\lambda\phi_{b1} = \begin{bmatrix} \lambda\phi_{b1}^{21} \\ \lambda\phi_{b1}^{31} \\ \vdots \\ \lambda\phi_{b1}^{(n+1)1} \end{bmatrix}_{n \times 1} = \begin{bmatrix} -\left(l_1^{(2)} - l_1^{(1)}\right)^T \\ -\left(l_1^{(3)} - l_1^{(1)}\right)^T \\ \vdots \\ -\left(l_1^{(n+1)} - l_1^{(1)}\right)^T \end{bmatrix}_{n \times 3} b_1 + \lambda \begin{bmatrix} N_{b1}^{21} \\ N_{b1}^{31} \\ \vdots \\ N_{b1}^{(n+1)1} \end{bmatrix}_{n \times 1} = gb_1 + \lambda N_{b1} \quad (2.4-1)$$

$$\rho_{b1} = \begin{bmatrix} \rho_{b1}^{21} \\ \rho_{b1}^{31} \\ \vdots \\ \rho_{b1}^{(n+1)1} \end{bmatrix}_{n \times 1} = \begin{bmatrix} -\left(l_1^{(2)} - l_1^{(1)}\right)^T \\ -\left(l_1^{(3)} - l_1^{(1)}\right)^T \\ \vdots \\ -\left(l_1^{(n+1)} - l_1^{(1)}\right)^T \end{bmatrix}_{n \times 3} b_1 = gb_1 \quad (2.4-2)$$

其中,  $g = \begin{bmatrix} -\left(l_1^{(2)} - l_1^{(1)}\right)^T \\ -\left(l_1^{(3)} - l_1^{(1)}\right)^T \\ \vdots \\ -\left(l_1^{(n+1)} - l_1^{(1)}\right)^T \end{bmatrix}_{n \times 3}$  为方向矩阵,  $N_{b1} = \begin{bmatrix} N_{b1}^{21} \\ N_{b1}^{31} \\ \vdots \\ N_{b1}^{(n+1)1} \end{bmatrix}_{n \times 1}$  为载波相位的双差整

周模糊度矩阵, 其每个元素都是一个整数。

记  $G = \begin{bmatrix} g \\ g \end{bmatrix}_{2n \times 3}$ ,  $A = \begin{bmatrix} \lambda I_{n \times n} \\ 0_{n \times n} \end{bmatrix}_{2n \times n}$ , 则对于基线  $b_1$ , 双差载波相位和双差伪距联

合模型可表示为

$$y_1 = \begin{bmatrix} \lambda\phi_{b1} \\ \rho_{b1} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} g \\ g \end{bmatrix} b_1 + \lambda \begin{bmatrix} N_{b1} \\ 0_{n \times 1} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} g \\ g \end{bmatrix} b_1 + \begin{bmatrix} \lambda I_{n \times n} \\ 0_{n \times n} \end{bmatrix} N_{b1} = Gb_1 + AN_{b1} \quad (2.4-3)$$

对具有  $m$  条基线的定姿系统, 双差观测方程组可表示为

$$\begin{aligned} Y_{2n \times m} &= (y_1, y_2, \dots, y_m) \\ &= G(b_1, b_2, \dots, b_m) + A(N_{b1}, N_{b2}, \dots, N_{bm}) \\ &= A_{2n \times n} N_{n \times m} + G_{2n \times 3} B_{3 \times m} \end{aligned} \quad (2.4-4)$$

为了将双差观测方程组与未经差分的原始观测量建立直观的联系, 对式 (2.4-4) 进行矩阵的向量化操作, 则式 (2.4-4) 可表示为



$$\begin{aligned}
 \text{vec}(Y_{2n \times m}) &= \text{vec}(A_{2n \times n} N_{n \times m}) + \text{vec}(G_{2n \times 3} B_{3 \times m}) \\
 &= \text{vec}(A_{2n \times n} N_{n \times m} I_{m \times m}) + \text{vec}(G_{2n \times 3} B_{3 \times m} I_{m \times m}) \\
 &= (I_{m \times m} \otimes A_{2n \times n}) \text{vec}(N_{n \times m}) + (I_{m \times m} \otimes G_{2n \times 3}) \text{vec}(B_{3 \times m}) \quad (2.4-5) \\
 &= \begin{bmatrix} I_{m \times m} \otimes A_{2n \times n} & I_{m \times m} \otimes G_{2n \times 3} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \text{vec}(N_{n \times m}) \\ \text{vec}(B_{3 \times m}) \end{bmatrix}
 \end{aligned}$$

其中,  $\text{vec}(\cdot)$  为将矩阵向量化的操作符,  $\otimes$  为克罗内克积 (Kronecker product)<sup>[105]</sup>,

$I_{m \times m}$  为  $m$  维单位矩阵。为了书写简洁, 将式 (2.4-5) 改写为

$$\text{vec}(Y) = \begin{bmatrix} I_m \otimes A & I_m \otimes G \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \text{vec}(N) \\ \text{vec}(B) \end{bmatrix} \quad (2.4-6)$$

## 2、方差-协方差矩阵

假设第  $k$  个天线接收到  $(n+1)$  个 GPS 卫星信号的未经差分的原始观测量可表示为

$$\zeta_k = \begin{bmatrix} \lambda \phi_k \\ \rho_k \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \lambda \phi_k^{(1)} & \lambda \phi_k^{(2)} & \cdots & \lambda \phi_k^{(n+1)} & , & \rho_k^{(1)} & \rho_k^{(2)} & \cdots & \rho_k^{(n+1)} \end{bmatrix}^T \quad (2.4-7)$$

则对于  $(m+1)$  个天线组成的定姿系统, 其未经差分的原始观测量可表示为

$$\begin{aligned}
 \zeta &= \begin{bmatrix} \zeta_1^T & \zeta_2^T & \cdots & \zeta_{m+1}^T \end{bmatrix}^T \\
 &= \begin{bmatrix} \lambda \phi_1^{(1)} & \lambda \phi_1^{(2)} & \cdots & \lambda \phi_1^{(n+1)} & , & \rho_1^{(1)} & \rho_1^{(2)} & \cdots & \rho_1^{(n+1)} & , \\ \lambda \phi_2^{(1)} & \lambda \phi_2^{(2)} & \cdots & \lambda \phi_2^{(n+1)} & , & \rho_2^{(1)} & \rho_2^{(2)} & \cdots & \rho_2^{(n+1)} & , \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & , & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & , \\ \lambda \phi_{m+1}^{(1)} & \lambda \phi_{m+1}^{(2)} & \cdots & \lambda \phi_{m+1}^{(n+1)} & , & \rho_{m+1}^{(1)} & \rho_{m+1}^{(2)} & \cdots & \rho_{m+1}^{(n+1)} & \end{bmatrix}^T \quad (2.4-8)
 \end{aligned}$$

对于随机模型, 可假设接收机原始观测量具有依赖信号仰角的噪声特性<sup>[106]</sup>, 则未经差分的原始观测伪距和载波相位的观测噪声标准差可表示为

$$\sigma_{\rho_{m,f}^{(s)}} = \sigma_m \sigma_{,f} \sigma_{\rho_0} \left[ 1 + a_{\rho_0} \exp \left( -\frac{\varepsilon^{(s)}}{\varepsilon_{\rho_0}} \right) \right] \quad (2.4-9)$$

$$\sigma_{\phi_{m,f}^{(s)}} = \sigma_m \sigma_{,f} \sigma_{\phi_0} \left[ 1 + a_{\phi_0} \exp \left( -\frac{\varepsilon^{(s)}}{\varepsilon_{\phi_0}} \right) \right] \quad (2.4-10)$$

其中,  $\sigma_m$  (无单位) 和  $\sigma_{,f}$  (无单位) 分别是与天线、导航信号频率相关的权重,  $\sigma_{\phi_0}$  和  $\sigma_{\rho_0}$  分别是载波相位和伪距的测量精度指标 (单位为  $m$ ),  $\varepsilon^{(s)}$  是天线接收编号为  $s$  的卫星信号的仰角 (单位为  $^\circ$ ),  $a_{\phi_0}$  (无单位)、 $\varepsilon_{\phi_0}$  (单位为  $^\circ$ )、 $a_{\rho_0}$  (无单位)、

$\varepsilon_{\rho 0}$  (单位为 $^{\circ}$ ) 均为相应的模型参数, 这里取  $a_{\phi 0} = a_{\rho 0}$ ,  $\varepsilon_{\phi 0} = \varepsilon_{\rho 0}$ 。记

$$\nu^{(s)} = 1 + a_{\rho 0} \exp\left(-\frac{\varepsilon^{(s)}}{\varepsilon_{\rho 0}}\right) = 1 + a_{\phi 0} \exp\left(-\frac{\varepsilon^{(s)}}{\varepsilon_{\phi 0}}\right), \text{ 对于短基线定姿系统来说, 由图}$$

2.3-1 可知, GPS 信号为平行光束假设成立, 即所有天线对同一颗导航卫星信号的仰角相同, 因此, 有以下公式成立

$$Q_m = \begin{bmatrix} \sigma_1^2 & & & \\ & \sigma_2^2 & & \\ & & \ddots & \\ & & & \ddots & \\ & & & & \sigma_{m+1}^2 \end{bmatrix} \quad (2.4-11)$$

$$Q_{\phi} = \sigma_{\phi_0}^2 \cdot \begin{bmatrix} (\nu^{(1)})^2 & & & \\ & (\nu^{(2)})^2 & & \\ & & \ddots & \\ & & & \ddots & \\ & & & & (\nu^{(n+1)})^2 \end{bmatrix} = \sigma_{\phi_0}^2 \cdot Q_a \quad (2.4-12)$$

$$Q_{\rho} = \sigma_{\rho_0}^2 \cdot \begin{bmatrix} (\nu^{(1)})^2 & & & \\ & (\nu^{(2)})^2 & & \\ & & \ddots & \\ & & & \ddots & \\ & & & & (\nu^{(n+1)})^2 \end{bmatrix} = \sigma_{\rho_0}^2 \cdot Q_a \quad (2.4-13)$$

对于单频定姿系统, 可取  $\sigma_{,f} = 1$ 。记  $Q_t = \begin{bmatrix} \sigma_{\phi_0}^2 & 0 \\ 0 & \sigma_{\rho_0}^2 \end{bmatrix}$ , 故  $\zeta$  的方差-协方差

矩阵可表示为

$$D(\zeta) = D(\zeta \cdot \zeta^T) = \sigma_{,f}^2 \cdot Q_m \otimes \text{blockdiag}(Q_{\phi}, Q_{\rho}) = Q_m \otimes Q_t \otimes Q_a \quad (2.4-14)$$

未经差分的原始观测量  $\zeta$  可通过双差操作符  $D^T$  得到双差观测方程组  $\text{vec}(Y)$ , 即  $\text{vec}(Y) = D^T \zeta$ , 其中  $D^T = D_m^T \otimes I_2 \otimes D_n^T$ ,  $D_m^T = [-e_m \quad I_m]_{m \times (m+1)}$ ,  $e_m = [1 \quad 1 \quad \cdots \quad 1]_{m \times 1}^T$ 。则  $\text{vec}(Y)$  的方差-协方差矩阵可表示为

$$\begin{aligned}
 Q_{YY} &= D(\text{vec}(Y)) = D(D^T \zeta) = D^T \cdot D(\zeta) \cdot D \\
 &= [D_m^T \otimes I_2 \otimes D_n^T] \cdot [Q_m \otimes \text{blockdiag}(Q_\phi, Q_\rho)] \cdot [D_m \otimes I_2 \otimes D_n] \quad (2.4-15) \\
 &= [D_m^T \otimes I_2 \otimes D_n^T] \cdot [Q_m \otimes Q_t \otimes Q_a] \cdot [D_m \otimes I_2 \otimes D_n]
 \end{aligned}$$

综上，定姿系统的双差观测方程组  $\text{vec}(Y)$  及其方差-协方差矩阵  $Q_{YY}$  分别如式 (2.4-6)、(2.4-15) 所示。

### 2.4.2 基于GPS单模多频的基线矢量解算模型

#### 1、双差载波相位和双差伪距联合观测方程

假设共有  $f$  个频点的GPS信号，频点序号分别为  $1, 2, \dots, f$ ，天线个数、共同可见卫星数等条件同章节 2.4.1。则对于基线矢量  $b_1$ ，第  $f_i$  ( $f_i = 1, 2, \dots, f$ ) 个频点信号的载波相位和伪距双差观测方程分别可记为

$$\begin{aligned}
 \lambda_{f_i} \phi_{b1, f_i} &= \begin{bmatrix} \lambda_{f_i} \phi_{b1, f_i}^{21} \\ \lambda_{f_i} \phi_{b1, f_i}^{31} \\ \vdots \\ \lambda_{f_i} \phi_{b1, f_i}^{(n+1)1} \end{bmatrix}_{n \times 1} = \begin{bmatrix} -(l_1^{(2)} - l_1^{(1)})^T \\ -(l_1^{(3)} - l_1^{(1)})^T \\ \vdots \\ -(l_1^{(n+1)} - l_1^{(1)})^T \end{bmatrix}_{n \times 3} b_1 + \lambda_{f_i} \begin{bmatrix} N_{b1, f_i}^{21} \\ N_{b1, f_i}^{31} \\ \vdots \\ N_{b1, f_i}^{(n+1)1} \end{bmatrix}_{n \times 1} \quad (2.4-16) \\
 &= g b_1 + \lambda_{f_i} N_{b1, f_i}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \rho_{b1, f_i} &= \begin{bmatrix} \rho_{b1, f_i}^{21} \\ \rho_{b1, f_i}^{31} \\ \vdots \\ \rho_{b1, f_i}^{(n+1)1} \end{bmatrix}_{n \times 1} = \begin{bmatrix} -(l_1^{(2)} - l_1^{(1)})^T \\ -(l_1^{(3)} - l_1^{(1)})^T \\ \vdots \\ -(l_1^{(n+1)} - l_1^{(1)})^T \end{bmatrix}_{n \times 3} b_1 = g b_1 \quad (2.4-17)
 \end{aligned}$$

其中， $\lambda_{f_i}$  为第  $f_i$  个频点信号对应的波长， $g$  仍代表方向矩阵， $N_{b1, f_i} = \begin{bmatrix} N_{b1, f_i}^{21} \\ N_{b1, f_i}^{31} \\ \vdots \\ N_{b1, f_i}^{(n+1)1} \end{bmatrix}_{n \times 1}$

为第  $f_i$  个频点信号对应的载波相位双差整周模糊度矩阵，其每个元素都是一个整数。

以  $m$  为单位的  $\phi_{b1}$ 、 $\rho_{b1}$  可分别表示为

$$\phi_{b1} = \begin{bmatrix} \lambda_1 \phi_{b1,1} \\ \lambda_2 \phi_{b1,2} \\ \vdots \\ \lambda_f \phi_{b1,f} \end{bmatrix}_{fn \times 1} = \begin{bmatrix} g \\ g \\ \vdots \\ g \end{bmatrix}_{fn \times 3} b_1 + \begin{bmatrix} \lambda_1 I_{n \times n} & 0_{n \times n} & \cdots & 0_{n \times n} \\ 0_{n \times n} & \lambda_2 I_{n \times n} & \cdots & 0_{n \times n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0_{n \times n} & 0_{n \times n} & \cdots & \lambda_f I_{n \times n} \end{bmatrix}_{fn \times fn} \begin{bmatrix} N_{b1,1} \\ N_{b1,2} \\ \vdots \\ N_{b1,f} \end{bmatrix}_{fn \times 1} \quad (2.4-18)$$

$$\rho_{b1} = \begin{bmatrix} \rho_{b1,1} \\ \rho_{b1,2} \\ \vdots \\ \rho_{b1,f} \end{bmatrix}_{fn \times 1} = \begin{bmatrix} g \\ g \\ \vdots \\ g \end{bmatrix}_{fn \times 3} b_1 \quad (2.4-19)$$

$$\text{记 } G\_temp = \begin{bmatrix} g \\ g \\ \vdots \\ g \end{bmatrix}_{fn \times 3}, \quad A\_temp = \begin{bmatrix} \lambda_1 I_{n \times n} & 0_{n \times n} & \cdots & 0_{n \times n} \\ 0_{n \times n} & \lambda_2 I_{n \times n} & \cdots & 0_{n \times n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0_{n \times n} & 0_{n \times n} & \cdots & \lambda_f I_{n \times n} \end{bmatrix}_{fn \times fn},$$

$$N_{b1} = \begin{bmatrix} N_{b1,1} \\ N_{b1,2} \\ \vdots \\ N_{b1,f} \end{bmatrix}_{fn \times 1}, \quad G = \begin{bmatrix} G\_temp \\ G\_temp \end{bmatrix}_{2 \times fn \times 3}, \quad A = \begin{bmatrix} A\_temp \\ 0_{fn \times fn} \end{bmatrix}_{2 \times fn \times fn}, \quad \text{对于基线 } b_1, \text{ 双差载}$$

波相位和双差伪距联合模型可表示为

$$y_1 = \begin{bmatrix} \phi_{b1} \\ \rho_{b1} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} G\_temp \\ G\_temp \end{bmatrix} b_1 + \begin{bmatrix} A\_temp \\ 0_{fn \times fn} \end{bmatrix} N_{b1} = G b_1 + A N_{b1} \quad (2.4-20)$$

对具有  $m$  条基线的定姿系统，双差观测方程组可表示为

$$\begin{aligned} Y_{2 \times fn \times m} &= (y_1, y_2, \cdots y_m) \\ &= G(b_1, b_2, \cdots b_m) + A(N_{b1}, N_{b2}, \cdots N_{bm}) \\ &= A_{2 \times fn \times fn} N_{fn \times m} + G_{2 \times fn \times 3} B_{3 \times m} \end{aligned} \quad (2.4-21)$$

对  $Y_{2 \times fn \times m}$  进行矩阵的向量化操作，可得式 (2.4-22)。为了书写简洁，可改写为式 (2.4-23)。

$$\text{vec}(Y_{2 \times fn \times m}) = \begin{bmatrix} I_{m \times m} \otimes A_{2 \times fn \times fn} & I_{m \times m} \otimes G_{2 \times fn \times 3} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \text{vec}(N_{fn \times m}) \\ \text{vec}(B_{3 \times m}) \end{bmatrix} \quad (2.4-22)$$

$$\text{vec}(Y) = \begin{bmatrix} I_m \otimes A & I_m \otimes G \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \text{vec}(N) \\ \text{vec}(B) \end{bmatrix} \quad (2.4-23)$$

## 2、方差-协方差矩阵

第  $k$  个天线接收到频点为  $f_i$  的  $(n+1)$  个 GPS 卫星信号的未经差分的原始观

测量可表示为

$$\phi_{k,f_i} = [\lambda \phi_{k,f_i}^{(1)} \quad \lambda \phi_{k,f_i}^{(2)} \quad \cdots \quad \lambda \phi_{k,f_i}^{(n+1)}]^T \quad (2.4-24)$$

$$\rho_{k,f_i} = [\rho_{k,f_i}^{(1)} \quad \rho_{k,f_i}^{(2)} \quad \cdots \quad \rho_{k,f_i}^{(n+1)}]^T \quad (2.4-25)$$

第 $k$ 个天线接收到所有频点信号的未经差分的原始观测量可表示为

$$\phi_k = [\phi_{k,1}^T \quad \phi_{k,2}^T \quad \cdots \quad \phi_{k,f}^T]^T \quad (2.4-26)$$

$$\rho_k = [\rho_{k,1}^T \quad \rho_{k,2}^T \quad \cdots \quad \rho_{k,f}^T]^T \quad (2.4-27)$$

记  $\zeta_k = \begin{bmatrix} \phi_k \\ \rho_k \end{bmatrix}$ , 则对于  $(m+1)$  个天线组成的定姿系统, 其未经差分的原始观

测量可表示为

$$\begin{aligned} \zeta &= [\zeta_1^T \quad \zeta_2^T \quad \cdots \quad \zeta_{m+1}^T]^T \\ &= \begin{bmatrix} \phi_{1,1}^T & \phi_{1,2}^T & \cdots & \phi_{1,f}^T & , & \rho_{1,1}^T & \rho_{1,2}^T & \cdots & \rho_{1,f}^T & , \\ \phi_{2,1}^T & \phi_{2,2}^T & \cdots & \phi_{2,f}^T & , & \rho_{2,1}^T & \rho_{2,2}^T & \cdots & \rho_{2,f}^T & , \\ \vdots & \vdots & \cdots & \vdots & , & \vdots & \vdots & \cdots & \vdots & , \\ \phi_{m+1,1}^T & \phi_{m+1,2}^T & \cdots & \phi_{m+1,f}^T & , & \rho_{m+1,1}^T & \rho_{m+1,2}^T & \cdots & \rho_{m+1,f}^T & , \end{bmatrix}^T \end{aligned} \quad (2.4-28)$$

$\zeta$  的方差-协方差矩阵可表示为

$$D(\zeta) = Q_m \otimes Q_t \otimes Q_f \otimes Q_a \quad (2.4-29)$$

$$\text{其中, } Q_f = \begin{bmatrix} \sigma_{,1}^2 & & & \\ & \sigma_{,2}^2 & & \\ & & \ddots & \\ & & & \sigma_{,f}^2 \end{bmatrix}, \quad Q_m、Q_t、Q_a \text{ 的定义同章节 2.4.1。}$$

多频情况下的双差操作符为  $D^T = D_m^T \otimes I_2 \otimes I_f \otimes D_n^T$ , 则  $\text{vec}(Y)$  的方差-协方差矩阵可表示为

$$\begin{aligned} Q_{YY} &= D(\text{vec}(Y)) = D^T \cdot D(\zeta) \cdot D \\ &= [D_m^T \otimes I_2 \otimes I_f \otimes D_n^T] \cdot [Q_m \otimes Q_t \otimes Q_f \otimes Q_a] \cdot [D_m \otimes I_2 \otimes I_f \otimes D_n] \end{aligned} \quad (2.4-30)$$

综上, 多频情况下定姿系统的双差观测方程组  $\text{vec}(Y)$  及其方差-协方差矩阵  $Q_{YY}$  分别如式 (2.4-23)、(2.4-30) 所示。

### 2.4.3 基于BD/GPS双模单频的基线矢量解算模型

#### 1、双差载波相位和双差伪距联合观测方程

假设天线个数仍为 $(m+1)$ ，所有天线共同可见 GPS 卫星个数为 $(n_G+1)$ ，编号分别为 $1, 2, \dots, n_G, (n_G+1)$ ，共同可见 BD 卫星个数为 $(n_C+1)$ ，编号分别为 $1, 2, \dots, n_C, (n_C+1)$ 。

对于基线矢量 $b_1$ ，其收到 GPS 信号的双差载波相位和双差伪距可分别表示为式(2.4-31)、(2.4-32)，收到 BD 信号的双差载波相位和双差伪距可分别表示为式(2.4-33)、(2.4-34)。

$$\lambda^G \phi_{b1}^G = \begin{bmatrix} \lambda^G \phi_{b1}^{21,G} \\ \lambda^G \phi_{b1}^{31,G} \\ \vdots \\ \lambda^G \phi_{b1}^{(n_G+1)1,G} \end{bmatrix}_{n_G \times 1} = g^G b_1 + \lambda^G N_{b1}^G \quad (2.4-31)$$

$$\rho_{b1}^G = \begin{bmatrix} \rho_{b1}^{21,G} \\ \rho_{b1}^{31,G} \\ \vdots \\ \rho_{b1}^{(n_G+1)1,G} \end{bmatrix}_{n_G \times 1} = g^G b_1 \quad (2.4-32)$$

$$\lambda^C \phi_{b1}^C = \begin{bmatrix} \lambda^C \phi_{b1}^{21,C} \\ \lambda^C \phi_{b1}^{31,C} \\ \vdots \\ \lambda^C \phi_{b1}^{(n_C+1)1,C} \end{bmatrix}_{n_C \times 1} = g^C b_1 + \lambda^C N_{b1}^C \quad (2.4-33)$$

$$\rho_{b1}^C = \begin{bmatrix} \rho_{b1}^{21,C} \\ \rho_{b1}^{31,C} \\ \vdots \\ \rho_{b1}^{(n_C+1)1,C} \end{bmatrix}_{n_C \times 1} = g^C b_1 \quad (2.4-34)$$

其中， $\lambda^G$  为 GPS 信号对应的波长， $\lambda^C$  为 BD 信号对应的波长，可视 GPS 卫星的

$$\text{方向矩阵、可视 BD 卫星的方向矩阵分别为 } g^G = \begin{bmatrix} -(l_1^{(2),G} - l_1^{(1),G})^T \\ -(l_1^{(3),G} - l_1^{(1),G})^T \\ \vdots \\ -(l_1^{(n_G+1),G} - l_1^{(1),G})^T \end{bmatrix}_{n_G \times 3},$$

$$g^C = \begin{bmatrix} -\left(l_1^{(2),C} - l_1^{(1),C}\right)^T \\ -\left(l_1^{(3),C} - l_1^{(1),C}\right)^T \\ \vdots \\ -\left(l_1^{(n_C+1),C} - l_1^{(1),C}\right)^T \end{bmatrix}_{n_C \times 3}, \text{ 载波相位的双差整周模糊度矩阵分别为}$$

$$N_{b1}^G = \begin{bmatrix} N_{b1}^{21,G} \\ N_{b1}^{31,G} \\ \vdots \\ N_{b1}^{(n_G+1)1,G} \end{bmatrix}_{n_G \times 1}, \quad N_{b1}^C = \begin{bmatrix} N_{b1}^{21,C} \\ N_{b1}^{31,C} \\ \vdots \\ N_{b1}^{(n_C+1)1,C} \end{bmatrix}_{n_C \times 1}。$$

记  $n = n_G + n_C$ ，则对于基线  $b_1$ ，双差载波相位和双差伪距联合模型可表示为

$$y_1 = \begin{bmatrix} \lambda^G \phi_{b1}^G \\ \lambda^C \phi_{b1}^C \\ \rho_{b1}^G \\ \rho_{b1}^C \end{bmatrix}_{2n \times 1} = G b_1 + A N_{b1} \quad (2.4-35)$$

$$\text{其中, } G = \begin{bmatrix} g^G \\ g^C \\ g^G \\ g^C \end{bmatrix}_{2n \times 3}, \quad A = \begin{bmatrix} \lambda^G I_{n_G} & 0_{n_G \times n_C} \\ 0_{n_C \times n_G} & \lambda^C I_{n_C} \\ 0_{n_G \times n_G} & 0_{n_G \times n_C} \\ 0_{n_C \times n_G} & 0_{n_C \times n_C} \end{bmatrix}_{2n \times n}, \quad N_{b1} = \begin{bmatrix} N_{b1}^G \\ N_{b1}^C \end{bmatrix}_{n \times 1}。$$

对具有  $m$  条基线的定姿系统，双差观测方程组可表示为

$$\begin{aligned} Y_{2n \times m} &= (y_1, y_2, \dots, y_m) \\ &= G(b_1, b_2, \dots, b_m) + A(N_{b1}, N_{b2}, \dots, N_{bm}) \\ &= A_{2n \times n} N_{n \times m} + G_{2n \times 3} B_{3 \times m} \end{aligned} \quad (2.4-36)$$

对  $Y_{2n \times m}$  进行矩阵的向量化操作，可得

$$\text{vec}(Y) = [I_m \otimes A \quad I_m \otimes G] \begin{bmatrix} \text{vec}(N) \\ \text{vec}(B) \end{bmatrix} \quad (2.4-37)$$

## 2、方差-协方差矩阵

假设第  $k$  个天线接收到  $(n_G + 1)$  个 GPS 卫星信号、接收到  $(n_C + 1)$  个 BD 卫星信号的未经差分的原始观测量可表示为

$$\begin{aligned}\zeta_k &= \begin{bmatrix} \lambda \phi_k \\ \rho_k \end{bmatrix} \\ &= \begin{bmatrix} \lambda^G \phi_k^{(1),G} & \lambda^G \phi_k^{(2),G} & \dots & \lambda^G \phi_k^{(n_G+1),G} & \lambda^C \phi_k^{(1),C} & \lambda^C \phi_k^{(2),C} & \dots & \lambda^C \phi_k^{(n_C+1),C} \\ \rho_k^{(1),G} & \rho_k^{(2),G} & \dots & \rho_k^{(n_G+1),G} & \rho_k^{(1),C} & \rho_k^{(2),C} & \dots & \rho_k^{(n_C+1),C} \end{bmatrix}^T\end{aligned}\quad (2.4-38)$$

则对于  $(m+1)$  个天线组成的定姿系统，其未经差分的原始观测量可表示为

$$\begin{aligned}\zeta &= \begin{bmatrix} \zeta_1^T & \zeta_2^T & \dots & \zeta_{m+1}^T \end{bmatrix}^T \\ &= \begin{bmatrix} \lambda^G \phi_1^{(1),G} & \lambda^G \phi_1^{(2),G} & \dots & \lambda^G \phi_1^{(n_G+1),G} & \lambda^C \phi_1^{(1),C} & \lambda^C \phi_1^{(2),C} & \dots & \lambda^C \phi_1^{(n_C+1),C} \\ \rho_1^{(1),G} & \rho_1^{(2),G} & \dots & \rho_1^{(n_G+1),G} & \rho_1^{(1),C} & \rho_1^{(2),C} & \dots & \rho_1^{(n_C+1),C} \\ \lambda^G \phi_2^{(1),G} & \lambda^G \phi_2^{(2),G} & \dots & \lambda^G \phi_2^{(n_G+1),G} & \lambda^C \phi_2^{(1),C} & \lambda^C \phi_2^{(2),C} & \dots & \lambda^C \phi_2^{(n_C+1),C} \\ \rho_2^{(1),G} & \rho_2^{(2),G} & \dots & \rho_2^{(n_G+1),G} & \rho_2^{(1),C} & \rho_2^{(2),C} & \dots & \rho_2^{(n_C+1),C} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ \lambda^G \phi_{m+1}^{(1),G} & \lambda^G \phi_{m+1}^{(2),G} & \dots & \lambda^G \phi_{m+1}^{(n_G+1),G} & \lambda^C \phi_{m+1}^{(1),C} & \lambda^C \phi_{m+1}^{(2),C} & \dots & \lambda^C \phi_{m+1}^{(n_C+1),C} \\ \rho_{m+1}^{(1),G} & \rho_{m+1}^{(2),G} & \dots & \rho_{m+1}^{(n_G+1),G} & \rho_{m+1}^{(1),C} & \rho_{m+1}^{(2),C} & \dots & \rho_{m+1}^{(n_C+1),C} \end{bmatrix}^T\end{aligned}\quad (2.4-39)$$

基于 BD/GPS 的双模系统，若 BD 信号和 GPS 信号的载波相位、伪距的测量精度相同，可将原始观测量的噪声特性(即式(2.4-9)、(2.4-10))修正为

$$\sigma_{\rho_{m,f}^{(s)}}^{\Xi} = \sigma_m \sigma_{,f}^{\Xi} \sigma_{\rho_0}^{\Xi} \left[ 1 + a_{\rho_0}^{\Xi} \exp\left(-\frac{\mathcal{E}^{(s),\Xi}}{\mathcal{E}_{\rho_0}^{\Xi}}\right) \right] \quad (2.4-40)$$

$$\sigma_{\phi_{m,f}^{(s)}}^{\Xi} = \sigma_m \sigma_{,f}^{\Xi} \sigma_{\phi_0}^{\Xi} \left[ 1 + a_{\phi_0}^{\Xi} \exp\left(-\frac{\mathcal{E}^{(s),\Xi}}{\mathcal{E}_{\phi_0}^{\Xi}}\right) \right] \quad (2.4-41)$$

其中， $\Xi = G/C$ ， $G$  代表 GPS 导航系统， $C$  代表 BD 导航系统， $\sigma^{\Xi}$  是与导航系统相关的权重， $\sigma_{,f}^{\Xi}$  是与导航系统、频点信息都相关的权重，由于是单频系统，取

$\sigma_{,f}^G = \sigma_{,f}^C = 1$ 。假设对特定的导航系统，关系式

$\nu^{(s)} = 1 + a_{\rho_0}^{\Xi} \exp\left(-\frac{\mathcal{E}^{(s),\Xi}}{\mathcal{E}_{\rho_0}^{\Xi}}\right) = 1 + a_{\phi_0}^{\Xi} \exp\left(-\frac{\mathcal{E}^{(s),\Xi}}{\mathcal{E}_{\phi_0}^{\Xi}}\right)$  成立，则  $\zeta$  的方差-协方差矩阵可表示为

$$D(\zeta) = Q_m \otimes Q_t \otimes \text{blockdiag}(Q_a^G, Q_a^C) \quad (2.4-42)$$

其中， $Q_m$ 、 $Q_t$  的定义同章节 2.4.1， $Q_a^G$ 、 $Q_a^C$  的表达式分别为



$$Q_a^G = (\sigma^G)^2 \begin{bmatrix} (\nu^{(1),G})^2 & & & \\ & (\nu^{(2),G})^2 & & \\ & & \ddots & \\ & & & \ddots & \\ & & & & (\nu^{(n_G+1),G})^2 \end{bmatrix} \quad (2.4-43)$$

$$Q_a^C = (\sigma^C)^2 \begin{bmatrix} (\nu^{(1),C})^2 & & & \\ & (\nu^{(2),C})^2 & & \\ & & \ddots & \\ & & & \ddots & \\ & & & & (\nu^{(n_G+1),C})^2 \end{bmatrix} \quad (2.4-44)$$

双模单频情况下的双差操作符为  $D^T = D_m^T \otimes I_2 \otimes \text{blockdiag}(D_{n_G}^T, D_{n_C}^T)$ ，其转置矩阵为  $D = D_m \otimes I_2 \otimes (\text{blockdiag}(D_{n_G}^T, D_{n_C}^T))^T$ ，则  $\text{vec}(Y)$  的方差-协方差矩阵可表示为

$$\begin{aligned} Q_{YY} &= D(\text{vec}(Y)) = D^T \cdot D(\zeta) \cdot D \\ &= D^T \cdot [Q_m \otimes Q_t \otimes \text{blockdiag}(Q_a^G, Q_a^C)] \cdot D \end{aligned} \quad (2.4-45)$$

综上，基于BD/GPS的双模单频定姿系统的双差观测方程组  $\text{vec}(Y)$  及其方差-协方差矩阵  $Q_{YY}$  分别如式(2.4-37)、(2.4-45)所示。

#### 2.4.4 基于BD/GPS双模多频的基线矢量解算模型

##### 1、双差载波相位和双差伪距联合观测方程

假设共有  $f$  个频点的GPS信号、 $f$  个频点的BD信号，频点序号分别为  $1, 2, \dots, f$ ，天线个数、共同可见卫星数等条件同章节2.4.3。则对于基线矢量  $b_1$ ，第  $f_i$  ( $f_i = 1, 2, \dots, f$ ) 个频点信号的载波相位和伪距双差观测方程分别可记为

$$\lambda_{f_i}^\Xi \phi_{b1, f_i}^\Xi = \begin{bmatrix} \lambda_{f_i}^\Xi \phi_{b1, f_i}^{21, \Xi} \\ \lambda_{f_i}^\Xi \phi_{b1, f_i}^{31, \Xi} \\ \vdots \\ \lambda_{f_i}^\Xi \phi_{b1, f_i}^{(n_\Xi+1)1, \Xi} \end{bmatrix}_{n_\Xi \times 1} = g^\Xi b_1 + \lambda_{f_i}^\Xi N_{b1, f_i}^\Xi \quad (2.4-46)$$

$$\rho_{b1,f_i}^{\Xi} = \begin{bmatrix} \rho_{b1,f_i}^{21,\Xi} \\ \rho_{b1,f_i}^{31,\Xi} \\ \vdots \\ \rho_{b1,f_i}^{(n_{\Xi}+1)1,\Xi} \end{bmatrix}_{n_{\Xi} \times 1} = g^{\Xi} b_1 \quad (2.4-47)$$

其中,  $\lambda_{f_i}^{\Xi}$  为导航系统  $\Xi$  中第  $f_i$  个频点信号对应的信号波长,  $N_{b1,f_i}^{\Xi} = \begin{bmatrix} N_{b1,f_i}^{21,\Xi} \\ N_{b1,f_i}^{31,\Xi} \\ \vdots \\ N_{b1,f_i}^{(n_{\Xi}+1)1,\Xi} \end{bmatrix}_{n_{\Xi} \times 1}$

为对应的双差整周模糊度。则以  $m$  为单位的  $\phi_{b1}^{\Xi}$ 、 $\rho_{b1}^{\Xi}$  可分别表示为

$$\phi_{b1}^{\Xi} = \begin{bmatrix} \lambda_1^{\Xi} \phi_{b1,1}^{\Xi} \\ \lambda_2^{\Xi} \phi_{b1,2}^{\Xi} \\ \vdots \\ \lambda_f^{\Xi} \phi_{b1,f}^{\Xi} \end{bmatrix} = G_{temp}^{\Xi} b_1 + A_{temp}^{\Xi} N_{b1}^{\Xi} \quad (2.4-48)$$

$$\rho_{b1}^{\Xi} = \begin{bmatrix} \rho_{b1,1}^{\Xi} \\ \rho_{b1,2}^{\Xi} \\ \vdots \\ \rho_{b1,f}^{\Xi} \end{bmatrix} = G_{temp}^{\Xi} b_1 \quad (2.4-49)$$

其中,  $G_{temp}^{\Xi} = \begin{bmatrix} g^{\Xi} \\ g^{\Xi} \\ \vdots \\ g^{\Xi} \end{bmatrix}_{fn_{\Xi} \times 3}$ ,  $A_{temp}^{\Xi} = \begin{bmatrix} \lambda_1^{\Xi} I_{n_{\Xi} \times n_{\Xi}} & 0_{n_{\Xi} \times n_{\Xi}} & \cdots & 0_{n_{\Xi} \times n_{\Xi}} \\ 0_{n_{\Xi} \times n_{\Xi}} & \lambda_2^{\Xi} I_{n_{\Xi} \times n_{\Xi}} & \cdots & 0_{n_{\Xi} \times n_{\Xi}} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0_{n_{\Xi} \times n_{\Xi}} & 0_{n_{\Xi} \times n_{\Xi}} & \cdots & \lambda_f^{\Xi} I_{n_{\Xi} \times n_{\Xi}} \end{bmatrix}_{fn_{\Xi} \times fn_{\Xi}}$ ,

$$N_{b1}^{\Xi} = \begin{bmatrix} N_{b1,1}^{\Xi} \\ N_{b1,2}^{\Xi} \\ \vdots \\ N_{b1,f}^{\Xi} \end{bmatrix}_{fn_{\Xi} \times 1} \quad \circ$$

记  $G = \begin{bmatrix} G_{temp}^G \\ G_{temp}^C \\ G_{temp}^G \\ G_{temp}^C \end{bmatrix}_{2fn \times 3}$ ,  $N_{b1} = \begin{bmatrix} N_{b1}^G \\ N_{b1}^C \end{bmatrix}_{fn \times 1}$ ,  $A = \begin{bmatrix} A_{temp}^G & 0_{fn_G \times fn_C} \\ 0_{fn_C \times fn_G} & A_{temp}^C \\ 0_{fn_G \times fn_G} & 0_{fn_G \times fn_C} \\ 0_{fn_C \times fn_G} & 0_{fn_C \times fn_C} \end{bmatrix}_{2fn \times 2fn}$ , 则对于基线

$b_1$ , 双差载波相位和双差伪距联合模型可表示为

$$y_1 = \begin{bmatrix} \phi_{b1}^G \\ \phi_{b1}^C \\ \rho_{b1}^G \\ \rho_{b1}^C \end{bmatrix} = Gb_1 + AN_{b1} \quad (2.4-50)$$

对具有  $m$  条基线的定姿系统，双差观测方程组可表示为

$$\begin{aligned} Y_{2fn \times m} &= (y_1, y_2, \dots, y_m) \\ &= G(b_1, b_2, \dots, b_m) + A(N_{b1}, N_{b2}, \dots, N_{bm}) \\ &= A_{2fn \times fn} N_{fn \times m} + G_{2fn \times 3} B_{3 \times m} \end{aligned} \quad (2.4-51)$$

对  $Y_{2fn \times m}$  进行矩阵的向量化操作，可得式 (2.4-52)，为了书写简洁，可改写为式 (2.4-53)。

$$\text{vec}(Y_{2fn \times m}) = \begin{bmatrix} I_{m \times m} \otimes A_{2fn \times fn} & I_{m \times m} \otimes G_{2fn \times 3} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \text{vec}(N_{fn \times m}) \\ \text{vec}(B_{3 \times m}) \end{bmatrix} \quad (2.4-52)$$

$$\text{vec}(Y) = \begin{bmatrix} I_m \otimes A & I_m \otimes G \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \text{vec}(N) \\ \text{vec}(B) \end{bmatrix} \quad (2.4-53)$$

## 2、方差-协方差矩阵

假设第  $k$  个天线接收到导航系统  $\Xi$  中第  $f_i$  个频点信号的未经差分的原始观测测量可表示为

$$\phi_{k, f_i}^{\Xi} = \begin{bmatrix} \lambda^{\Xi} \phi_{k, f_i}^{(1), \Xi} & \lambda^{\Xi} \phi_{k, f_i}^{(2), \Xi} & \dots & \lambda^{\Xi} \phi_{k, f_i}^{(n_{\Xi}+1), \Xi} \end{bmatrix}^T \quad (2.4-54)$$

$$\rho_{k, f_i}^{\Xi} = \begin{bmatrix} \rho_{k, f_i}^{(1), \Xi} & \rho_{k, f_i}^{(2), \Xi} & \dots & \rho_{k, f_i}^{(n_{\Xi}+1), \Xi} \end{bmatrix}^T \quad (2.4-55)$$

第  $k$  个天线接收到导航系统  $\Xi$  中所有频点信号的未经差分的原始观测测量可表示为

$$\phi_k^{\Xi} = \begin{bmatrix} \phi_{k,1}^{\Xi T} & \phi_{k,2}^{\Xi T} & \dots & \phi_{k,f}^{\Xi T} \end{bmatrix}^T \quad (2.4-56)$$

$$\rho_k^{\Xi} = \begin{bmatrix} \rho_{k,1}^{\Xi T} & \rho_{k,2}^{\Xi T} & \dots & \rho_{k,f}^{\Xi T} \end{bmatrix}^T \quad (2.4-57)$$

记  $\zeta_k = \begin{bmatrix} \phi_k^G \\ \phi_k^C \\ \rho_k^G \\ \rho_k^C \end{bmatrix}$ ，则对于  $(m+1)$  个天线组成的定姿系统，其未经差分的原始观测测量可表示为

$$\zeta = \begin{bmatrix} \zeta_1^T & \zeta_2^T & \cdots & \zeta_{m+1}^T \end{bmatrix}^T$$

$$= \begin{bmatrix} \phi_{1,1}^{G^T} & \phi_{1,2}^{G^T} & \cdots & \phi_{1,f}^{G^T} & , & \phi_{1,1}^{C^T} & \phi_{1,2}^{C^T} & \cdots & \phi_{1,f}^{C^T} & , \\ \rho_{1,1}^{G^T} & \rho_{1,2}^{G^T} & \cdots & \rho_{1,f}^{G^T} & , & \rho_{1,1}^{C^T} & \rho_{1,2}^{C^T} & \cdots & \rho_{1,f}^{C^T} & , \\ \phi_{2,1}^{G^T} & \phi_{2,2}^{G^T} & \cdots & \phi_{2,f}^{G^T} & , & \phi_{2,1}^{C^T} & \phi_{2,2}^{C^T} & \cdots & \phi_{2,f}^{C^T} & , \\ \rho_{2,1}^{G^T} & \rho_{2,2}^{G^T} & \cdots & \rho_{2,f}^{G^T} & , & \rho_{2,1}^{C^T} & \rho_{2,2}^{C^T} & \cdots & \rho_{2,f}^{C^T} & , \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots , \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots , \\ \phi_{m+1,1}^{G^T} & \phi_{m+1,2}^{G^T} & \cdots & \phi_{m+1,f}^{G^T} & , & \phi_{m+1,1}^{C^T} & \phi_{m+1,2}^{C^T} & \cdots & \phi_{m+1,f}^{C^T} & , \\ \rho_{m+1,1}^{G^T} & \rho_{m+1,2}^{G^T} & \cdots & \rho_{m+1,f}^{G^T} & , & \rho_{m+1,1}^{C^T} & \rho_{m+1,2}^{C^T} & \cdots & \rho_{m+1,f}^{C^T} & \end{bmatrix}^T \quad (2.4-58)$$

基于BD/GPS的双模多频系统，若BD信号和GPS信号的载波相位、伪距的测量精度相同，且对特定的导航系统， $\nu^{(s)}$ 中的模型参数对不同频点信号都相同，则 $\zeta$ 的方差-协方差矩阵可表示为

$$D(\zeta) = Q_m \otimes Q_t \otimes \text{blockdiag}(Q_f^G \otimes Q_a^G, Q_f^C \otimes Q_a^C) \quad (2.4-59)$$

双差操作符为 $D^T = D_m^T \otimes I_2 \otimes \text{blockdiag}(I_f \otimes D_{n_G}^T, I_f \otimes D_{n_C}^T)$ ，其转置矩阵为 $D = D_m \otimes I_2 \otimes (\text{blockdiag}(I_f \otimes D_{n_G}^T, I_f \otimes D_{n_C}^T))^T$ ， $\text{vec}(Y)$ 的方差-协方差矩阵可表示为

$$\begin{aligned} Q_{YY} &= D(\text{vec}(Y)) = D^T \cdot D(\zeta) \cdot D \\ &= D^T \cdot [Q_m \otimes Q_t \otimes \text{blockdiag}(Q_f^G \otimes Q_a^G, Q_f^C \otimes Q_a^C)] \cdot D \end{aligned} \quad (2.4-60)$$

综上，基于BD/GPS的双模多频定姿系统的双差观测方程组 $\text{vec}(Y)$ 及其方差-协方差矩阵 $Q_{YY}$ 分别如式(2.4-53)、(2.4-60)所示。

#### 2.4.5 基线矢量和载波相位整周模糊度的浮点解

由式(2.4-6)、(2.4-23)、(2.4-37)、(2.4-53)可知，基线矢量的解算模型均可表示为

$$\text{vec}(Y) = [I_m \otimes A \quad I_m \otimes G] \begin{bmatrix} \text{vec}(N) \\ \text{vec}(B) \end{bmatrix} \quad (2.4-61)$$

观测量 $\text{vec}(Y)$ 的方差-协方差矩阵 $Q_{YY}$ 已知，因此可利用最小二乘(LS)方法求得双差整周模糊度 $\text{vec}(N)$ 、基线矢量 $\text{vec}(B)$ 的浮点解<sup>[7][44]</sup>，解的形式可表示为

$$\begin{aligned}
\begin{bmatrix} \text{vec}(\hat{N}) \\ \text{vec}(\hat{B}) \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} Q_{\hat{N}\hat{N}} & Q_{\hat{N}\hat{B}} \\ Q_{\hat{B}\hat{N}} & Q_{\hat{B}\hat{B}} \end{bmatrix} \cdot \left( \begin{bmatrix} I_m \otimes A & I_m \otimes G \end{bmatrix}^T Q_{YY}^{-1} \text{vec}(Y) \right) \\
&= \begin{bmatrix} Q_{\hat{N}\hat{N}} & Q_{\hat{N}\hat{B}} \\ Q_{\hat{B}\hat{N}} & Q_{\hat{B}\hat{B}} \end{bmatrix} \cdot \left( \begin{bmatrix} I_m \otimes A^T \\ I_m \otimes G^T \end{bmatrix} Q_{YY}^{-1} \text{vec}(Y) \right)
\end{aligned} \tag{2.4-62}$$

其中,  $Q_{\hat{N}\hat{N}}$  为双差整周模糊度浮点解  $\text{vec}(\hat{N})$  的方差-协方差矩阵,  $Q_{\hat{B}\hat{B}}$  为基线矢量浮点解  $\text{vec}(\hat{B})$  的方差-协方差矩阵,  $Q_{\hat{N}\hat{B}}$  为  $\text{vec}(\hat{N})$ 、 $\text{vec}(\hat{B})$  的互协方差矩阵,  $Q_{\hat{B}\hat{N}}$  为  $\text{vec}(\hat{B})$ 、 $\text{vec}(\hat{N})$  的互协方差矩阵, 并且有以下关系式成立

$$\begin{aligned}
\begin{bmatrix} Q_{\hat{N}\hat{N}} & Q_{\hat{N}\hat{B}} \\ Q_{\hat{B}\hat{N}} & Q_{\hat{B}\hat{B}} \end{bmatrix} &= \left( \begin{bmatrix} I_m \otimes A & I_m \otimes G \end{bmatrix}^T Q_{YY}^{-1} \begin{bmatrix} I_m \otimes A & I_m \otimes G \end{bmatrix} \right)^{-1} \\
&= \left( \begin{bmatrix} I_m \otimes A^T \\ I_m \otimes G^T \end{bmatrix} Q_{YY}^{-1} \begin{bmatrix} I_m \otimes A & I_m \otimes G \end{bmatrix} \right)^{-1} \\
&= \begin{pmatrix} (I_m \otimes A^T) Q_{YY}^{-1} (I_m \otimes A) & (I_m \otimes A^T) Q_{YY}^{-1} (I_m \otimes G) \\ (I_m \otimes G^T) Q_{YY}^{-1} (I_m \otimes A) & (I_m \otimes G^T) Q_{YY}^{-1} (I_m \otimes G) \end{pmatrix}^{-1}
\end{aligned} \tag{2.4-63}$$

#### 2.4.6 基线矢量和载波相位整周模糊度的整数解

基线矢量的解算模型 (2.4-61) 中,  $\text{vec}(N)$  的整数特性可以被用来提高  $\text{vec}(B)$  的解算精度<sup>[33]</sup>, 因此整周模糊度的解算 (IAR: Integer Ambiguity Resolution) 是实现精密定位和定姿的关键步骤。

最早用于定姿领域的 IAR 方法是基于运动的方法<sup>[107-109]</sup>, 这些方法利用了载体接收机和导航卫星之间几何形状的变化, 需要一段时间的数据才能进行解算, 因此不适用于 epoch-by-epoch 的情况。

另外一类解算方法是基于搜索的方法, 这类方法并不一定要依赖于载体和导航卫星的运动信息, 因此理论上可以应用于实时解算的模型中<sup>[33]</sup>。其中很多方法之间的区别主要在于所用搜索域和需要优化目标函数的不同。例如, Knight 的方法, 主要是为了搜索得到最佳相对天线位置, 但是搜索过程中需要载体姿态的初始信息, 如果不能提供载体姿态的初始信息, 这种方法就会出现<sup>[110]</sup>问题; Park 的方法中, 搜索目标仍是最佳相对天线位置, 由于  $n$  维整周模糊度矢量中只有 3 个整周模糊度是相互独立的, 因此搜索过程中将  $n$  维矢量分成 3 个相互独立的部分

和 $(n-3)$ 个非独立的部分, 然后只有这3个相互独立的整周模糊度才能用于基线矢量的搜索<sup>[111]</sup>。

Juang 的文章中用到了模糊度函数法<sup>[112]</sup>, 该方法由 Counselman 等人提出<sup>[113]</sup>, Mader 和 Remondi 等人在测绘应用方面对该方法进行了深入的研究<sup>[114][115]</sup>。该方法具有载波相位周跳恒定的性质, 但是其有着复杂的基于三角函数多变量求和的多峰搜索空间, 因此其整数搜索一直面临巨大的挑战。因此, 像测绘应用领域中一样, 模糊度函数法在定姿领域没有得到广泛的应用。

近年来常用的定姿方法中都是基于模糊度域的搜索, 较多文献中均采用了 LAMBDA (Least Squares Ambiguity Decorrelation Adjustment) 算法<sup>[116]</sup>。该算法是目前解决无约束 IAR 问题的标准方法, 其计算效率高, 在解决无约束或者线性约束 IAR 问题方面是最优的, 因为该方法能以尽可能高的成功率给出整周模糊度的解<sup>[117-119]</sup>。LAMBDA 算法不但性能较好, 而且有着完善的理论体系。

但是对于非线性限制的 GNSS 姿态确定模型, LAMBDA 算法并不一定是最优的。非线性限制条件可包括基线长度限制、多天线本体坐标系下安装矩阵的限制等, 为了充分利用这些先验信息, 首先需对 GNSS 定姿模型进行适当的修正, 然后利用 C-LAMBDA、MC-LAMBDA 等方法进行 IAR<sup>[120][121]</sup>。

该文中, 选择利用 LAMBDA 算法进行 IAR。该算法的输入是双差整周模糊度的浮点解  $vec(\hat{N})$ 、及相应的方差-协方差矩阵  $Q_{\hat{N}\hat{N}}$ , 其输出为  $vec(\hat{N})$  的整数解  $vec(\tilde{N})$ 。

得到整数解  $vec(\tilde{N})$  后, 利用式 (2.4-64)、(2.4-65) 便可求出基线矢量  $vec(\tilde{B})$  及其方差-协方差矩阵  $Q_{\tilde{B}\tilde{B}}$ 。

$$vec(\tilde{B}) = vec(\hat{B}) - Q_{\hat{B}\hat{N}} Q_{\hat{N}\hat{N}}^{-1} vec(\hat{N} - \tilde{N}) \quad (2.4-64)$$

$$Q_{\tilde{B}\tilde{B}} = Q_{\hat{B}\hat{B}} - Q_{\hat{B}\hat{N}} Q_{\hat{N}\hat{N}}^{-1} Q_{\hat{N}\hat{B}} \quad (2.4-65)$$

由接收机原始观测伪距  $\rho$ 、载波相位  $\phi$  及相应模型计算得到的基线矢量  $vec(\tilde{B})$  及相应的方差-协方差矩阵  $Q_{\tilde{B}\tilde{B}}$  是地心地固 (ECEF: Earth-Centered-Earth-Fixed) 坐标系下的相关变量, 而当讨论载体姿态时, 首先需选定一个参考坐标系, 然后以参考坐标系与载体本体坐标系三轴之间

的关系来描述载体的姿态角，因此需对 ECEF 坐标系下的  $vec(\tilde{B})$ 、 $Q_{\tilde{B}\tilde{B}}$  进行转换得到参考坐标系下相应的基线矢量  $vec(B\_Ref)$  及其方差-协方差矩阵  $Q_{BB\_Ref}$ 。假设 ECEF 坐标系到参考坐标系下的转换矩阵为  $F$ ，则  $vec(B\_Ref)$ 、 $Q_{BB\_Ref}$  可分别表示为

$$vec(B\_Ref) = vec(F \cdot \tilde{B} \cdot I_m) = (I_m \otimes F) vec(\tilde{B}) \quad (2.4-66)$$

$$Q_{BB\_Ref} = (I_m \otimes F) Q_{\tilde{B}\tilde{B}} (I_m \otimes F)^T = (I_m \otimes F) Q_{\tilde{B}\tilde{B}} (I_m \otimes F^T) \quad (2.4-67)$$

## 2.5 姿态角解算模型

### 2.5.1 坐标系定义及转换关系

#### 1、坐标系定义

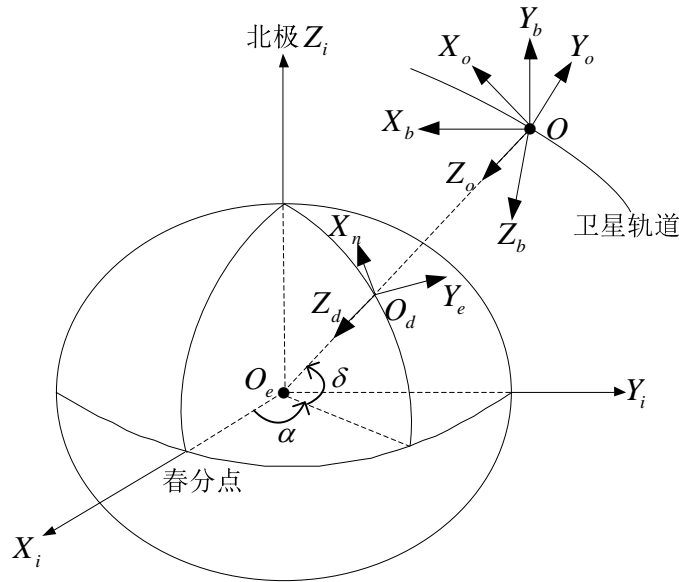


图 2.5-1 坐标系示意图

Figure 2.5-1 The sketch of coordinate system

如图 2.5-1 所示，以地心惯性 (ECI: Earth-Centered-Inertial) 坐标系为基准坐标系，北东地 (NED: North-East-Down) 坐标系、卫星轨道坐标系、卫星本体坐标系的描述分别为<sup>[122]</sup>：

#### (1) ECI 坐标系 $O_e X_i Y_i Z_i$

原点  $O_e$  为地球地心，地球自转轴为  $O_e Z_i$  轴，指向北极， $O_e X_i$  轴指向春分点，

$O_e Y_i$  轴与  $O_e X_i$  轴、 $O_e Z_i$  轴组成右手直角坐标系统。

(2) NED 坐标系  $O_d X_n Y_e Z_d$

$O_d X_n$  轴指向当地正北方向,  $O_d Y_e$  轴指向当地正东方向,  $O_d Z_d$  轴指向当地天底方向,  $O_d X_n$  轴、 $O_d Y_e$  轴、 $O_d Z_d$  轴满足右手螺旋准则。

(3) 卫星轨道坐标系  $O X_o Y_o Z_o$

由卫星的轨道平面确定, 原点  $O$  位于卫星的质心位置,  $O Z_o$  指向地心,  $O X_o$  在卫星轨道平面内, 指向飞行方向, 与  $O Z_o$  轴垂直,  $O Y_o$  轴与卫星轨道平面垂直, 且与  $O X_o$  轴、 $O Y_o$  轴、 $O Z_o$  轴满足右手螺旋准则。

(4) 卫星本体坐标系  $O X_b Y_b Z_b$

原点  $O$  位于卫星的质心位置,  $O X_b$ 、 $O Y_b$ 、 $O Z_b$  与卫星惯量主轴保持一致, 固连在卫星上。  $O Z_b$  指向地心,  $O X_b$  指向飞行方向, 与  $O Z_b$  轴垂直,  $O X_b$  轴、 $O Y_b$  轴、 $O Z_b$  轴满足右手螺旋准则。对于对地定向卫星, 当其无姿态的偏差时,  $O X_b Y_b Z_b$  的三轴与  $O X_o Y_o Z_o$  的三轴重合。

2、 $O_d X_n Y_e Z_d$  与  $O X_o Y_o Z_o$  的转换关系

从  $O_d X_n Y_e Z_d$  到  $O X_o Y_o Z_o$  的转换矩阵  $R_{oe}$  可以通过 ECI 坐标系间接求取, 即

$$R_{oe} = R_{oi} \cdot R_{ie}。$$

$R_{ie}$  为  $O_d X_n Y_e Z_d$  到 ECI 坐标系的转换矩阵, 如式 (2.5-1) 所示, 其中  $\alpha$  为卫星的赤经,  $\delta$  为卫星的赤纬,  $\theta = \frac{\pi}{2} - \delta$ 。

$$\begin{aligned} R_{ie} &= \begin{bmatrix} \cos(-\alpha) & \sin(-\alpha) & 0 \\ -\sin(-\alpha) & \cos(-\alpha) & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \cos(\pi-\theta) & 0 & -\sin(\pi-\theta) \\ 0 & 1 & 0 \\ \sin(\pi-\theta) & 0 & \cos(\pi-\theta) \end{bmatrix} \\ &= \begin{bmatrix} -\cos(\alpha)\cos(\theta) & -\sin(\alpha) & -\cos(\alpha)\sin(\theta) \\ -\sin(\alpha)\cos(\theta) & \cos(\alpha) & -\sin(\alpha)\sin(\theta) \\ -\sin(\theta) & 0 & -\cos(\theta) \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (2.5-1)$$

$R_{oi}$  为 ECI 坐标系到  $O X_o Y_o Z_o$  的转换矩阵, 可根据卫星的近地点幅角  $\omega$ 、真近点角  $\nu$ 、轨道倾角  $i$ 、升交点赤经  $\Omega$  等参数求得, 也可通过卫星相对于 ECI 坐标系中的位置矢量  $\vec{r}_s$ 、速度矢量  $\vec{v}_s$  求得, 将  $O X_o Y_o Z_o$  坐标系  $O X_o$  轴、 $O Y_o$  轴、 $O Z_o$



轴的单位矢量分别记为  $x = y \times z$ ,  $y = \frac{\vec{v}_s \times \vec{r}_s}{|\vec{v}_s \times \vec{r}_s|}$ ,  $z = -\frac{\vec{r}_s}{|\vec{r}_s|}$ , 则  $R_{oi}$  可表示为

$$R_{oi} = [x \quad y \quad z]^T \quad (2.5-2)$$

求得  $R_{ie}$ 、 $R_{oi}$  后, 便可求得转换矩阵  $R_{oe}$ 。

如果选取 NED 坐标系  $O_d X_n Y_e Z_d$  为参考坐标系, ECEF 坐标系到 NED 坐标系的转换矩阵记为  $F1$ , 则  $F = F1$ , 利用公式 (2.4-66)、(2.4-67) 可求出  $vec(B\_NED)$ 、 $Q_{BB\_NED}$ 。如果选取  $OX_o Y_o Z_o$  为参考坐标系, 则  $F = R_{oe} \cdot F1$ , 利用公式 (2.4-66)、(2.4-67) 可求出  $vec(B\_Orb)$ 、 $Q_{BB\_Orb}$ 。

### 2.5.2 姿态角的描述

如图 2.5-2 所示, 根据  $OX_b Y_b Z_b$  坐标系三轴的定义可知,  $OX_b$  轴为横滚轴, 卫星载体绕此轴转动的角度即为横滚角  $\psi_r$ ,  $OY_b$  轴为俯仰轴, 卫星载体绕此轴转动的角度即为俯仰角  $\theta_p$ ,  $OZ_b$  轴为偏航轴, 卫星载体绕此轴转动的角度即为方位角  $\phi_y$ ,  $\psi_r$ 、 $\theta_p$ 、 $\phi_y$  便为载体的姿态角。

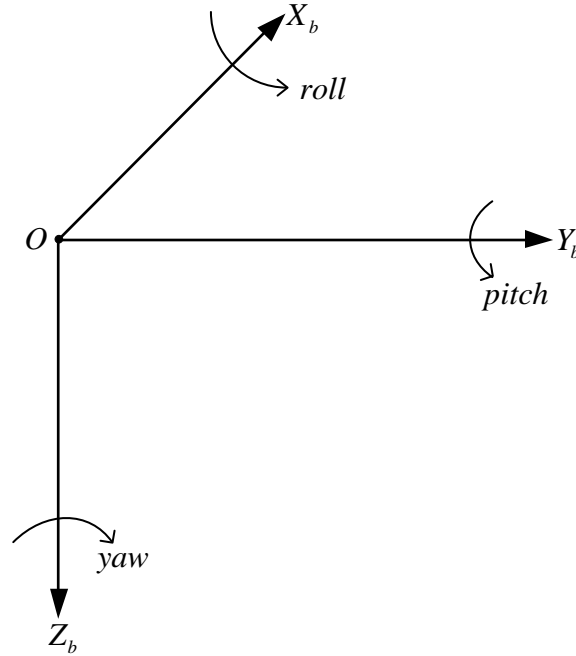


图 2.5-2 姿态旋转轴说明

Figure 2.5-2 Attitude rotation axis description

选取 NED 坐标系  $O_d X_n Y_e Z_d$  为参考坐标系进行说明。若卫星载体从 NED 坐

标系以3-2-1( $Z-Y-X$ )的旋转方式转化到 $OX_bY_bZ_b$ 坐标系, 每次转动角度分别为 $\phi_y$ 、 $\theta_p$ 、 $\psi_r$ , 转动矩阵分别为

$$R_Z(\phi_y) = \begin{bmatrix} c_{\phi_y} & s_{\phi_y} & 0 \\ -s_{\phi_y} & c_{\phi_y} & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (2.5-3)$$

$$R_Y(\theta_p) = \begin{bmatrix} c_{\theta_p} & 0 & -s_{\theta_p} \\ 0 & 1 & 0 \\ s_{\theta_p} & 0 & c_{\theta_p} \end{bmatrix} \quad (2.5-4)$$

$$R_X(\psi_r) = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & c_{\psi_r} & s_{\psi_r} \\ 0 & -s_{\psi_r} & c_{\psi_r} \end{bmatrix} \quad (2.5-5)$$

其中,  $c_x$  代表  $\cos(x)$ ,  $s_x$  代表  $\sin(x)$ 。

记  $\xi = [\phi_y \ \theta_p \ \psi_r]^T$  为载体的姿态角, 则由  $OX_bY_bZ_b$  坐标系到 NED 坐标系的姿态转换矩阵可表示为

$$\begin{aligned} R(\xi) &= R_z^T(\phi_y) \cdot R_y^T(\theta_p) \cdot R_x^T(\psi_r) \\ &= \begin{bmatrix} c_{\phi_y} c_{\theta_p} & c_{\phi_y} s_{\theta_p} s_{\psi_r} - s_{\phi_y} c_{\psi_r} & c_{\phi_y} s_{\theta_p} c_{\psi_r} + s_{\phi_y} s_{\psi_r} \\ s_{\phi_y} c_{\theta_p} & s_{\phi_y} s_{\theta_p} s_{\psi_r} + c_{\phi_y} c_{\psi_r} & s_{\phi_y} s_{\theta_p} c_{\psi_r} - c_{\phi_y} s_{\psi_r} \\ -s_{\theta_p} & c_{\theta_p} s_{\psi_r} & c_{\theta_p} c_{\psi_r} \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (2.5-6)$$

若  $OX_bY_bZ_b$  坐标系下基线矢量矩阵可表示为  $B_0$ , 则 NED 坐标系下基线矢量  $B\_NED$  与  $B_0$  之间的关系如下

$$B\_NED = R(\xi) \cdot B_0 \quad (2.5-7)$$

### 2.5.3 姿态角的解算方法

#### 1、LS 方法

根据式 (2.5-7) 可得其矩阵的向量化可表示为

$$\text{vec}(B\_NED) = [B_0^T \otimes I_3] \text{vec}(R(\xi)) \quad (2.5-8)$$

而  $\text{vec}(B\_NED)$ 、 $Q_{BB\_NED}$  可根据所有天线的原始观测量精确计算所得, 因此, 将式 (2.5-8) 对姿态角参数  $\xi$  进行 Talor 展开并取一阶近似, 则有以下公式成

立

$$\text{vec}(B\_NED) - [B_0^T \otimes I_3] \text{vec}(R(\xi_0)) = [B_0^T \otimes I_3] J(\xi_0)(\xi - \xi_0) \quad (2.5-9)$$

其中,  $\xi_0$  为迭代LS过程中的估计值,  $J(\xi)$  为  $\text{vec}(R(\xi))$  的雅克比矩阵, 可表示为

$$J(\xi) = \frac{\partial}{\partial \xi} \text{vec}(R(\xi)) = \begin{bmatrix} -s_{\phi_y} c_{\theta_p} & -c_{\phi_y} s_{\theta_p} & 0 \\ c_{\phi_y} c_{\theta_p} & -s_{\phi_y} s_{\theta_p} & 0 \\ 0 & -c_{\theta_p} & 0 \\ -s_{\phi_y} s_{\theta_p} s_{\psi_r} - c_{\phi_y} c_{\psi_r} & c_{\phi_y} c_{\theta_p} s_{\psi_r} & c_{\phi_y} s_{\theta_p} c_{\psi_r} + s_{\phi_y} s_{\psi_r} \\ c_{\phi_y} s_{\theta_p} s_{\psi_r} - s_{\phi_y} c_{\psi_r} & s_{\phi_y} c_{\theta_p} s_{\psi_r} & s_{\phi_y} s_{\theta_p} c_{\psi_r} - c_{\phi_y} s_{\psi_r} \\ 0 & -s_{\theta_p} s_{\psi_r} & c_{\theta_p} c_{\psi_r} \\ -s_{\phi_y} s_{\theta_p} c_{\psi_r} + c_{\phi_y} s_{\psi_r} & c_{\phi_y} c_{\theta_p} c_{\psi_r} & -c_{\phi_y} s_{\theta_p} s_{\psi_r} + s_{\phi_y} c_{\psi_r} \\ c_{\phi_y} s_{\theta_p} c_{\psi_r} + s_{\phi_y} s_{\psi_r} & s_{\phi_y} c_{\theta_p} c_{\psi_r} & -s_{\phi_y} s_{\theta_p} s_{\psi_r} - c_{\phi_y} c_{\psi_r} \\ 0 & -s_{\theta_p} c_{\psi_r} & -c_{\theta_p} s_{\psi_r} \end{bmatrix} \quad (2.5-10)$$

记  $h = [B_0^T \otimes I_3]$ ,  $H = [B_0^T \otimes I_3] J(\xi_0) = h \cdot J(\xi_0)$ , 则可得  $\xi$  的迭代公式为

$$\xi = \xi_0 + \delta\xi \quad (2.5-11)$$

$$\delta\xi = \begin{bmatrix} \delta\phi \\ \delta\theta \\ \delta\psi \end{bmatrix} = \left( H^T Q_{BB\_NED}^{-1} H \right)^{-1} H^T Q_{BB\_NED}^{-1} \left[ \text{vec}(B\_NED) - h \cdot \text{vec}(R(\xi_0)) \right] \quad (2.5-12)$$

若最终求得的姿态角为  $\hat{\xi}$ , 则在  $\hat{\xi}$  处的姿态角估计方差-协方差矩阵可表示为

$$Q_{\hat{\xi}\hat{\xi}} = \left( H(\hat{\xi})^T Q_{BB\_NED}^{-1} H(\hat{\xi}) \right)^{-1} \quad (2.5-13)$$

## 2、KF方法

LS方法求解出的  $\xi$  呈现噪声特性, 可通过滤波方式对  $\xi$  进行事后滤波平滑处理, 也可在基线矢量  $\text{vec}(B\_NED)$  及其方差-协方差矩阵  $Q_{BB\_NED}$  的基础上, 直接将  $\xi$  作为估计对象实时进行滤波求解。

当对LS方法求解出的  $\xi$  进行事后滤波平滑处理时, 可分别针对  $\phi_y$ 、 $\theta_p$ 、 $\psi_r$  分别进行滤波, 假设  $x = \phi_y / \theta_p / \psi_r$  代表方位角/俯仰角/横滚角, 状态矢量记为  $X_k = [x \quad \dot{x} \quad \ddot{x}]_k^T$ , 则状态方程可表示为式(2.5-14)、观测方程可表示为(2.5-15)。

$$X_k = \Phi X_{k-1} + \omega_{k-1} \quad (2.5-14)$$

$$Y_k = HX_k + v_k \quad (2.5-15)$$

其中,  $\Phi = \begin{bmatrix} 1 & T & T^2/2 \\ 0 & 1 & T \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$  为状态转移矩阵,  $T$  为  $x$  的更新周期,  $\omega_{k-1}$  为状态噪声,

LS 方法求解出  $k$  时刻的姿态角作为观测量  $Y_k$ , 观测关系矩阵  $H$  可取为  $H = [1 \ 0 \ 0]$ ,  $v_k$  为观测噪声。

当直接将  $\xi$  作为估计对象实时进行滤波求解时, 可对  $\phi_y$ 、 $\theta_p$ 、 $\psi_r$  一起进行滤波运算, 记状态矢量为  $X_k = [\phi_y \ \theta_p \ \psi_r \ \dot{\phi}_y \ \dot{\theta}_p \ \dot{\psi}_r]^T_k$ , 则状态方程可表示为式 (2.5-16)、观测方程可表示为式 (2.5-17)。

$$X_k = \Phi X_{k-1} + \omega_{k-1} \quad (2.5-16)$$

$$Y_k = h(X_k) + v_k \quad (2.5-17)$$

其中,  $\Phi = \begin{bmatrix} I_3 & T \cdot I_3 \\ 0_{3 \times 3} & I_3 \end{bmatrix}$  为状态转移矩阵,  $T$  为  $\xi$  的更新周期, 假设状态噪声  $\omega_{k-1}$  为

高斯白噪声, 其均值为 0, 协方差矩阵可表示为

$$Q = \begin{bmatrix} T^3/3 & T^2/2 \\ T^2/2 & T \end{bmatrix} \otimes \text{diag}(S_{\dot{\phi}_y}, S_{\dot{\theta}_p}, S_{\dot{\psi}_r}), \quad S_{\dot{\phi}_y}, S_{\dot{\theta}_p}, S_{\dot{\psi}_r} \text{ 分别为 } \dot{\phi}_y, \dot{\theta}_p, \dot{\psi}_r \text{ 的噪}$$

声功率谱密度。而  $k$  时刻的基线矢量  $\text{vec}(B\_NED)$  作为观测量  $Y_k$ , 观测噪声  $v_k$  也可视为高斯白噪声, 其均值为 0, 协方差矩阵则由  $Q_{BB\_NED}$  给出。

## 2.6 本章小结

本章理论推导了基于导航信号确定 LEO 卫星姿态的基本模型, 为后面各章节提供了理论基础。

首先给出了伪距和载波相位的差分模型; 然后理论推导了四种常用的定姿系统基线矢量的数学解算模型, 在此基础上给出了基线矢量和双差载波相位整周模糊度的浮点解、整数解的理论形式; 最后给出了姿态角的定义, 推导了常用的 LS、KF 姿态角解算方法。

### 第3章 GPS接收机载波相位误差分析及同步方案设计

#### 3.1 引言

在基于导航信号的低轨卫星姿态测量系统中,高精度的载波相位测量量是实现多天线精密相对定位、获得高精度姿态信息的关键,接收机载波相位测量误差与接收机同步结构中跟踪环路的参数配置密切相关,因此,合理的设计接收机的同步方案、获得高精度的原始观测量(主要为载波相位),是高精度姿态测量系统的重要前提。

本章首先理论分析了GPS接收机载波相位的测量误差,给出了不同环路带宽参数、不同时钟参数等情况下的环路误差分析,为GPS接收机的设计与实现提供了理论依据和参考。在此基础上,从减小环路带宽 $B_n$ 的角度出发,旨在提高载波相位的测量精度,首先,基于高性能的PMF-FFT捕获算法提出了一种高精度、低复杂度的多普勒频移的精确估计算法,理论推导了该算法的计算公式和噪声统计特性(包括估计期望和估计方差),通过仿真分析和验证了该算法的估计性能;然后,提出一种模型简单、快速、精确的接收机同步方案,即将所提出的多普勒频移精估计模块插入到接收机捕获、跟踪模块之间,并就同步结构中跟踪环的收敛速度、收敛精度两个方面,通过仿真分析与传统接收机同步结构进行了对比。

#### 3.2 GPS接收机载波相位测量误差分析

接收机载波相位测量精度决定了定姿的精度,因此,理论分析接收机载波相位测量误差是接收机设计过程中不可缺少的部分。

接收机载波相位测量误差主要包括LEO卫星运动引起的动态应力误差 $\theta_e(3\sigma)$ 、PLL热噪声颤动 $\sigma_{iPLL}(1\sigma)$ 、阿伦偏差相位噪声 $\theta_A(1\sigma)$ 、振动引起的振荡器相位噪声 $\sigma_v(1\sigma)$ 。 $\theta_e$ 、 $\sigma_{iPLL}$ 、 $\theta_A$ 、 $\sigma_v$ 的单位均为度( $^\circ$ )<sup>[1]</sup>。

##### 3.2.1 各项误差分析

###### 1、 $\theta_e$

GPS接收机的载波相位动态测量误差,随着接收机跟踪环路结构的设计不同而不同。对于有最小均方误差(MMSE:Minimum Mean Square Error)的2阶环路,

$\theta_e$  可表示为式 (3.2-1)，对于有 MMSE 的 3 阶环路， $\theta_e$  可表示为式 (3.2-2)。

$$\theta_{e2} = \frac{dR^2/dt^2}{\omega_0^2} = \frac{dR^2/dt^2}{\left(\frac{B_n}{0.53}\right)^2} = 0.2809 \cdot \frac{dR^2/dt^2}{B_n^2} \quad (^\circ) \quad (3.2-1)$$

$$\theta_{e3} = \frac{dR^3/dt^3}{\omega_0^3} = \frac{dR^3/dt^3}{\left(\frac{B_n}{0.7845}\right)^3} = 0.4828 \cdot \frac{dR^3/dt^3}{B_n^3} \quad (^\circ) \quad (3.2-2)$$

其中， $B_n$  为环路带宽， $R$  为 LEO 卫星与 GPS 卫星之间的相对距离，单位为度( $^\circ$ )，需要以 GPS 信号频点进行折算，对于 GPS 的 L1 频点信号，米( $m$ )和度( $^\circ$ )的转换关系为  $m = \frac{360^\circ}{c/f_{L1}} = \frac{360^\circ}{\lambda_{L1}}$ ，其中  $c = 299792458(m/s)$  为光速， $f_{L1} = 1575.42(MHz)$  为 L1 信号频点， $\lambda_{L1}$  为相应的波长。另外， $dR^2/dt^2$  单位为  $^\circ/s^2$ ，表示 LEO 卫星与 GPS 卫星径向速度的一阶变化， $dR^3/dt^3$  单位为  $^\circ/s^3$ ，表示 LEO 卫星与 GPS 卫星径向速度的二阶变化。

## 2、 $\sigma_{iPLL}$

$\sigma_{iPLL}$  的估算公式可表示为

$$\sigma_{iPLL} = \frac{360}{2\pi} \sqrt{\frac{B_n}{C/N_0} \left(1 + \frac{1}{2T_{coh} \cdot C/N_0}\right)} \quad (^\circ) \quad (3.2-3)$$

其中， $B_n$  的定义同上， $C/N_0 = 10^{\frac{(C/N_0)_{dB}}{10}} (Hz)$  为信号载噪比 (CNR: Carrier to Noise Ratio)， $(C/N_0)_{dB}$  单位为  $dB \cdot Hz$ ， $T_{coh}$  为预检测积分时间。 $B_n$  的选择与接收机采用的跟踪环路、接收机收到导航信号的多普勒动态密切相关，因此  $B_n$  的选择必须能兼顾测量精度和动态误差。

## 3、 $\theta_A$

若阿伦标准差表示为  $\sigma_A(\tau)$ ，则 2 阶 PLL 环路的阿伦偏差引起的相位抖动可表示为式 (3.2-4)，3 阶 PLL 环路的阿伦偏差引起的相位抖动可表示为式 (3.2-5)，不同的阿伦标准差对应着不同的相位测量精度。

$$\theta_{A2} = 144 \frac{\sigma_A(\tau) f_{L1}}{B_n} \quad (^\circ) \quad (3.2-4)$$

$$\theta_{A3} = 160 \frac{\sigma_A(\tau) f_{L1}}{B_n} \quad (^\circ) \quad (3.2-5)$$

其中， $B_n$  和  $f_{L1}$  的定义同上。

#### 4、 $\sigma_v$

LEO卫星的运动和接收装置的机械抖动会引起振荡器相位噪声，其 $1\sigma$ 相位抖动均方差 $\sigma_v$ 大致在 $2^\circ$ 左右。接下来的仿真中皆取 $\sigma_v = 2^\circ$ 。

#### 5、 $\sigma_{PLL}$

PLL环路载波相位测量总均方误差 $\sigma_{PLL}(1\sigma)$ 可表示为式(3.2-6)，其 $1\sigma$ 经验门限可取为 $\sigma_{PLL} \leq 15^\circ$ 。

$$\sigma_{PLL} = \sqrt{\sigma_{iPLL}^2 + \theta_A^2 + \sigma_v^2} + \frac{\theta_e}{3} \quad (^\circ) \quad (3.2-6)$$

综上，可以计算出LEO卫星上装备的GPS接收机的载波相位测量精度。

假设LEO卫星的轨道参数(半长轴、轨道倾角、升交点赤经、离心率、平近点角、近地点幅角)如表 3.2-1 所示。

表 3.2-1 LEO 卫星轨道参数

Tabel 3.2-1 Orbital specification for LEO satellite

半长轴	6971.593Km
轨道倾角	34.911°
升交点赤经	-78.005°
离心率	0.000846
平近点角	351.636°
近地点幅角	47.757°

LEO卫星和GPS星座中其中一个卫星之间的多普勒频移 $f_d$ 、多普勒频移的一阶变化率 $f'_d$ 、多普勒频移的二阶变化率 $f''_d$ 分别如图 3.2-1、图 3.2-2、图 3.2-3 所示。

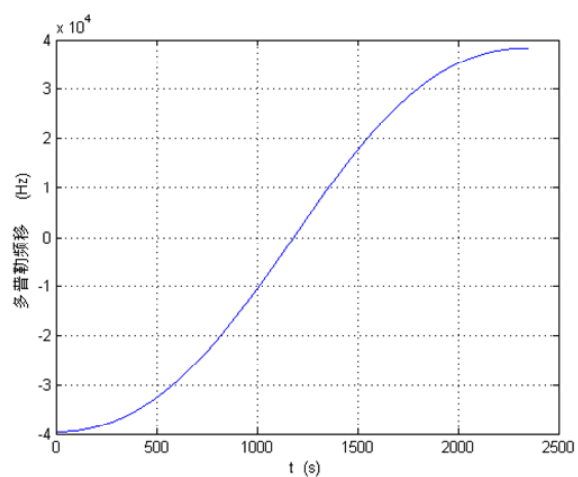


图 3.2-1 LEO 卫星与 GPS 卫星之间的多普勒频移

Figure 3.2-1 The Doppler shift between LEO and GPS

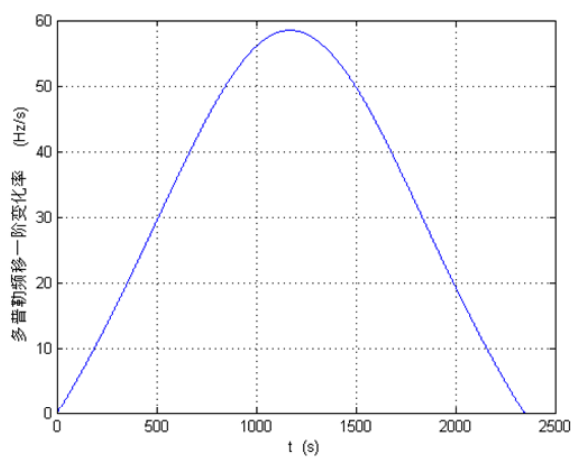


图 3.2-2 LEO 卫星与 GPS 卫星之间的多普勒频移的一阶变化率

Figure 3.2-2 The first order variation rate of Doppler shift between LEO and GPS

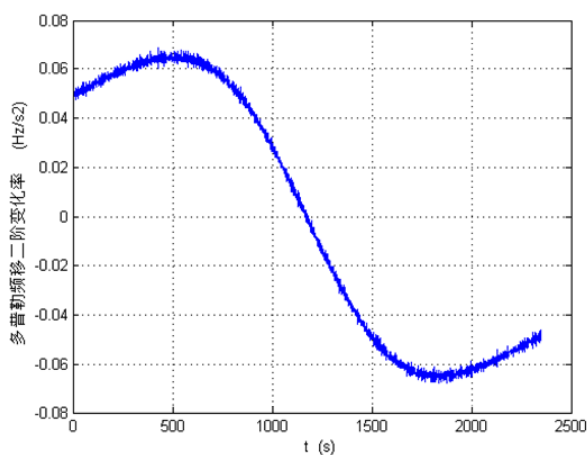


图 3.2-3 LEO 卫星与 GPS 卫星之间的多普勒频移的二阶变化率

Figure 3.2-3 The second order variation rate of Doppler shift between LEO and GPS



假设 GPS 信号载噪比  $(C/N_0)_{dB} = 39 \text{ dB} \cdot \text{Hz}$ ，即  $C/N_0 = 10^{3.9} = 7943.28 (\text{Hz})$ ，以上述 LEO 卫星与 GPS 卫星之间的多普勒动态作为计算条件来分析载波相位测量误差。首先假设  $\sigma_A(\tau) = 1 \times 10^{-10}$ ，分别分析二阶环路、三阶环路的测量误差。

### 3.2.2 二阶环路误差 ( $\sigma_A(\tau) = 1 \times 10^{-10}$ )

1、环路带宽为  $B_n = 10 (\text{Hz})$

$$\text{此时 } \sigma_v = 2^\circ, \quad \sigma_{iPLL} = \frac{360}{2\pi} \times \sqrt{\frac{B_n}{10^{3.9}} \times \left(1 + \frac{1}{2 \times 0.001 \times 10^{3.9}}\right)} = 2.0959^\circ,$$

$$\theta_{A2} = 144 \times \frac{10^{-10} \cdot 1575.42 \cdot 10^6}{B_n} = 2.2686^\circ, \quad \theta_{e2} = 0.2809 \cdot \frac{dR^2}{dt^2} \cdot \frac{360^\circ}{B_n^2} \cdot \frac{c}{f_{L1}} = \frac{0.2809 \cdot 360^\circ \cdot f'_d}{B_n^2},$$

根据式(3.2-6)和图 3.2-2 可得，此时环路的动态误差、总均方误差如图 3.2-4 所示。此时，环路带宽  $B_n$  比较小，但是二阶环路的动态应力比较大，已经超过  $15^\circ$  的失锁门限，环路根本无法锁定，因此，当  $B_n = 10 (\text{Hz})$  时，环路无法正常工作。

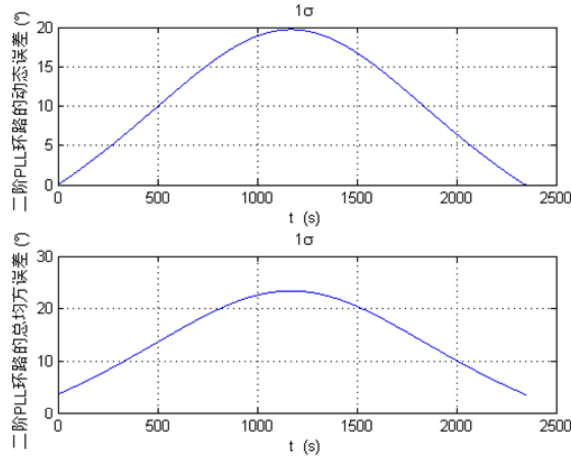


图 3.2-4 二阶环路的动态误差、总均方误差 ( $\sigma_A(\tau) = 1 \times 10^{-10}$ ,  $B_n = 10 \text{ Hz}$ )

Figure 3.2-4 The dynamic error and total mean square error of 2-order loop

2、环路带宽为  $B_n = 18 (\text{Hz})$

$$\text{此时 } \sigma_v = 2^\circ, \quad \sigma_{iPLL} = \frac{360}{2\pi} \times \sqrt{\frac{B_n}{10^{3.9}} \times \left(1 + \frac{1}{2 \times 0.001 \times 10^{3.9}}\right)} = 2.8120^\circ,$$

$$\theta_{A2} = \frac{22.6860}{B_n} = 1.2603^\circ, \quad \theta_{e2} = 0.3121 \times f'_d(^{\circ}), \quad \text{根据式 (3.2-6) 和图 3.2-2 可得,}$$

此时环路的动态误差、总均方误差如图 3.2-5 所示。 $B_n = 18(\text{Hz})$  是比较常规的 GPS 接收机带宽, 此时, 动态误差较  $B_n = 10(\text{Hz})$  时小了很多, 总均方误差最大值为  $9.76^\circ$ , 虽然没有超过  $15^\circ$  的失锁门限, 但是接近失锁并且如此大的载波相位测量误差会导致基线长度为  $L = 1.0(\text{m})$  的测向误差为

$$\frac{2 \times 9.76^\circ}{360^\circ} \times \frac{\lambda_{L1}}{1.0} \times \frac{180^\circ}{\pi} = 0.5912^\circ, \quad \text{无法满足定姿的需求。}$$

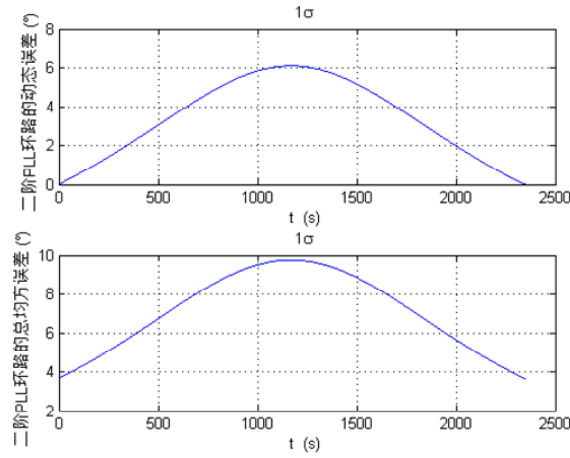


图 3.2-5 二阶环路的动态误差、总均方误差 ( $\sigma_A(\tau) = 1 \times 10^{-10}$ ,  $B_n = 18\text{Hz}$ )

Figure 3.2-5 The dynamic error and total mean square error of 2-order loop

3、环路带宽为  $B_n = 50(\text{Hz})$

$$\text{此 时 } \sigma_v = 2^\circ, \quad \sigma_{iPLL} = \frac{360}{2\pi} \times \sqrt{\frac{B_n}{10^{3.9}} \times \left(1 + \frac{1}{2 \times 0.001 \times 10^{3.9}}\right)} = 4.6867^\circ,$$

$$\theta_{A2} = \frac{22.6860}{B_n} = 0.4537^\circ, \quad \theta_{e2} = 0.0404 \times f'_d(^{\circ}), \quad \text{根据式 (3.2-6) 和图 3.2-2 可得,}$$

此时环路的动态误差、总均方误差如图 3.2-6 所示。 $B_n = 50(\text{Hz})$  也是比较常规的 GPS 接收机带宽, 随着  $B_n$  的增大, 动态误差、总均方误差均有所下降, 虽然动态误差已经降得比较低了, 但同时热噪声也相应的有所增大, 总均方误差最大值为  $5.91^\circ$ , 虽然没有超过  $15^\circ$  的失锁门限, 但此测量误差会导致基线长度为

$$L = 1.0(\text{m}) \text{ 的测向误差为 } \frac{2 \times 5.91^\circ}{360^\circ} \times \frac{\lambda_{L1}}{1.0} \times \frac{180^\circ}{\pi} = 0.3580^\circ, \quad \text{不是定姿的理想选择。}$$

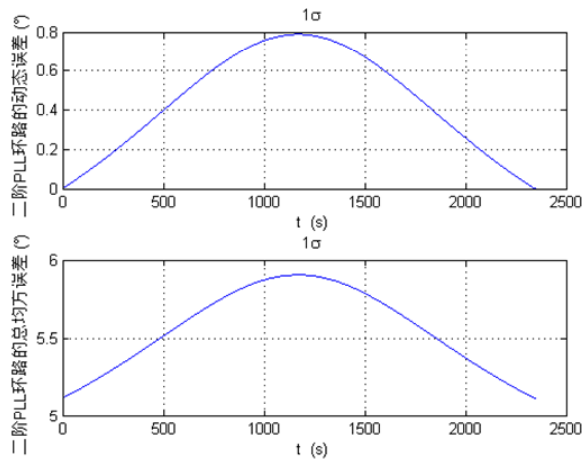

 图 3.2-6 二阶环路的动态误差、总均方误差 ( $\sigma_A(\tau)=1\times 10^{-10}$ ,  $B_n=50\text{Hz}$ )

Figure 3.2-6 The dynamic error and total mean square error of 2-order loop

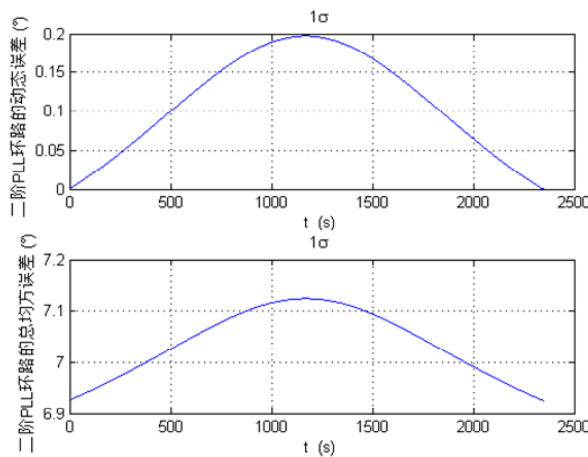

 图 3.2-7 二阶环路的动态误差、总均方误差 ( $\sigma_A(\tau)=1\times 10^{-10}$ ,  $B_n=100\text{Hz}$ )

Figure 3.2-7 The dynamic error and total mean square error of 2-order loop

4、环路带宽为  $B_n=100(\text{Hz})$

$$\text{此 时 } \sigma_v = 2^\circ, \quad \sigma_{iPLL} = \frac{360}{2\pi} \times \sqrt{\frac{B_n}{10^{3.9}} \times \left(1 + \frac{1}{2 \times 0.001 \times 10^{3.9}}\right)} = 6.6279^\circ,$$

$$\theta_{A2} = \frac{22.6860}{B_n} = 0.2269^\circ, \quad \theta_{e2} = 0.0101 \times f'_d (^\circ), \quad \text{根据式 (3.2-6) 和图 3.2-2 可得,}$$

此时环路的动态误差、总均方误差如图 3.2-7 所示。 $B_n=100(\text{Hz})$  也是比较常规的 GPS 接收机带宽, 随着  $B_n$  的增大, 动态误差已经降得比较低了, 但同时热噪声明显有所增大, 使得总均方误差相对于图 3.2-6 明显增大, 最大值为  $7.13^\circ$ ,

会导致基线长度为  $L=1.0(m)$  的测向误差为  $\frac{2 \times 7.13^\circ}{360^\circ} \times \frac{\lambda_{L1}}{1.0} \times \frac{180^\circ}{\pi} = 0.4319^\circ$ ，不是定姿的理想选择。

5、环路带宽为  $B_n = 200(Hz)$

此 时  $\sigma_v = 2^\circ$ ， $\sigma_{iPLL} = \frac{360}{2\pi} \times \sqrt{\frac{B_n}{10^{3.9}} \times \left(1 + \frac{1}{2 \times 0.001 \times 10^{3.9}}\right)} = 9.3733^\circ$ ， $\theta_{A2} = \frac{22.6860}{B_n} = 0.1134^\circ$ ， $\theta_{e2} = 0.0025 \times f'_d(^\circ)$ ，根据式(3.2-6)和图 3.2-2 可得，此时环路的动态误差、总均方误差如图 3.2-8 所示。随着  $B_n$  的增大，动态误差已经进一步较低，但同时热噪声明显有所增大，总均方误差最大值为  $9.635^\circ$ ，会导致基线长度为  $L=1.0(m)$  的测向误差为  $\frac{2 \times 9.635^\circ}{360^\circ} \times \frac{\lambda_{L1}}{1.0} \times \frac{180^\circ}{\pi} = 0.5836^\circ$ ，满足不了定姿需求。

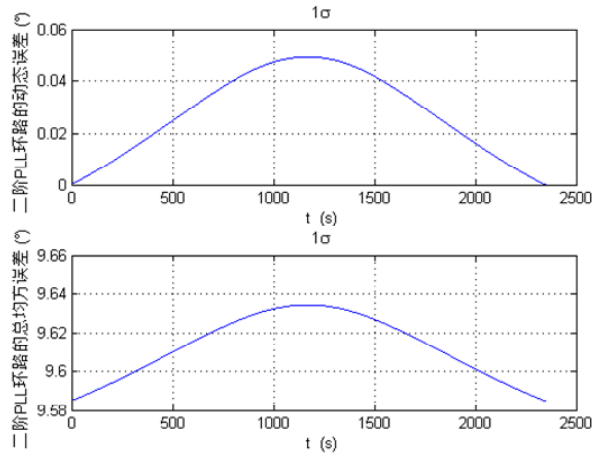


图 3.2-8 二阶环路的动态误差、总均方误差 ( $\sigma_A(\tau) = 1 \times 10^{-10}$ ,  $B_n = 200Hz$ )

Figure 3.2-8 The dynamic error and total mean square error of 2-order loop

6、结论

当  $(C/N_0)_{dB} = 39dB \cdot Hz$ ， $\sigma_A(\tau) = 1 \times 10^{-10}$  时，无论采用多大的带宽，均无法满足定姿的需求，因此，需要考虑采用三阶环路。

### 3.2.3 三阶环路误差 ( $\sigma_A(\tau) = 1 \times 10^{-10}$ )

1、环路带宽为  $B_n = 10(Hz)$

$$\text{此时 } \sigma_v = 2^\circ, \quad \sigma_{iPLL} = \frac{360}{2\pi} \times \sqrt{\frac{B_n}{10^{3.9}} \times \left(1 + \frac{1}{2 \times 0.001 \times 10^{3.9}}\right)} = 2.0959^\circ,$$

$$\theta_{A3} = 160 \times \frac{10^{-10} \cdot 1575.42 \cdot 10^6}{B_n} = 2.5207^\circ, \quad \theta_{e3} = 0.4828 \cdot \frac{dR^3}{B_n^3} \cdot \frac{360^\circ}{\frac{c}{f_{L1}}} = \frac{0.4828 \cdot 360^\circ \cdot f_d''}{B_n^3},$$

根据式(3.2-6)和图 3.2-3 可得, 环路的动态误差、总均方误差如图 3.2-9 所示。此时带宽比较小, 三阶环路动态应力很小, 环路可以很快锁定并收敛, 总均方误差最大值在  $3.844^\circ$  左右, 是比较好的效果。

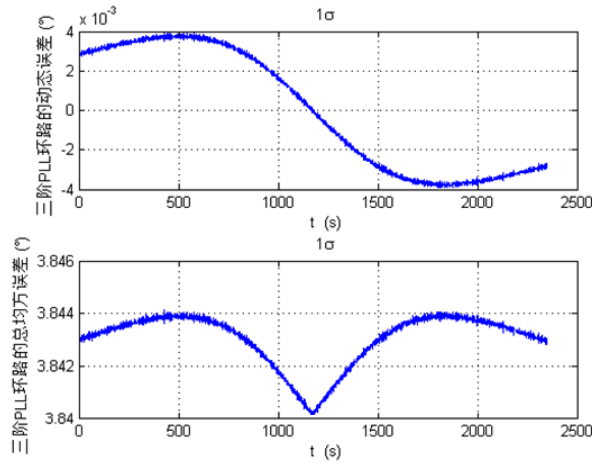


图 3.2-9 三阶环路的动态误差、总均方误差 ( $\sigma_A(\tau) = 1 \times 10^{-10}$ ,  $B_n = 10\text{Hz}$ )

Figure 3.2-9 The dynamic error and total mean square error of 3-order loop

2、环路带宽为  $B_n = 18(\text{Hz})$

$$\text{此时 } \sigma_v = 2^\circ, \quad \sigma_{iPLL} = \frac{360}{2\pi} \times \sqrt{\frac{B_n}{10^{3.9}} \times \left(1 + \frac{1}{2 \times 0.001 \times 10^{3.9}}\right)} = 2.8120^\circ,$$

$$\theta_{A3} = \frac{25.2067}{B_n} = 1.4004^\circ, \quad \theta_{e3} = 0.0298 \times f_d'', \quad \text{根据式(3.2-6)和图 3.2-3 可得, 环}$$

路的动态误差、总均方误差如图 3.2-10 所示。此时带宽比较小, 三阶环路动态应力很小, 环路可以很快锁定并收敛, 主要是热误差, 总均方误差最大值在  $3.7247^\circ$  左右, 是比较理想的效果。

3、环路带宽为  $B_n = 50(\text{Hz})$

$$\text{此时 } \sigma_v = 2^\circ, \quad \sigma_{iPLL} = \frac{360}{2\pi} \times \sqrt{\frac{B_n}{10^{3.9}} \times \left(1 + \frac{1}{2 \times 0.001 \times 10^{3.9}}\right)} = 4.6867^\circ,$$

$\theta_{A3} = \frac{25.2067}{B_n} = 0.5041^\circ$  ,  $\theta_{e3} = 0.0014 \times f_d''$  , 根据式(3.2-6)和图 3.2-3 可得, 环路的动态误差、总均方误差如图 3.2-11 所示。随着  $B_n$  的增大, 三阶环路动态误差进一步减小, 但  $\sigma_{iPLL}$  明显增大, 使得总均方误差最大值在  $5.1205^\circ$  左右, 相比较图 3.2-9 和图 3.2-10, 已经不是好的效果。

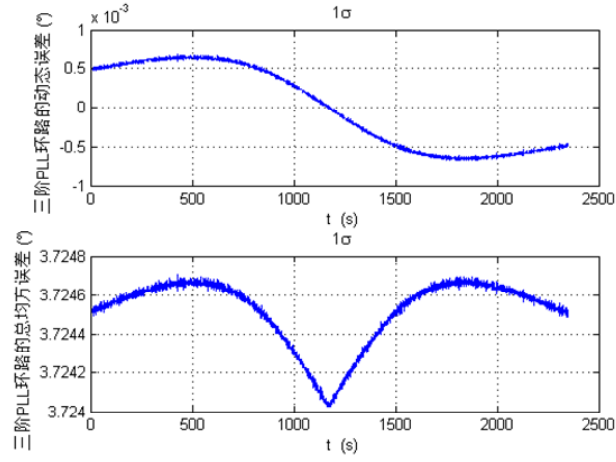


图 3.2-10 三阶环路的动态误差、总均方误差 ( $\sigma_A(\tau) = 1 \times 10^{-10}$ ,  $B_n = 18 \text{ Hz}$ )

Figure 3.2-10 The dynamic error and total mean square error of 3-order loop

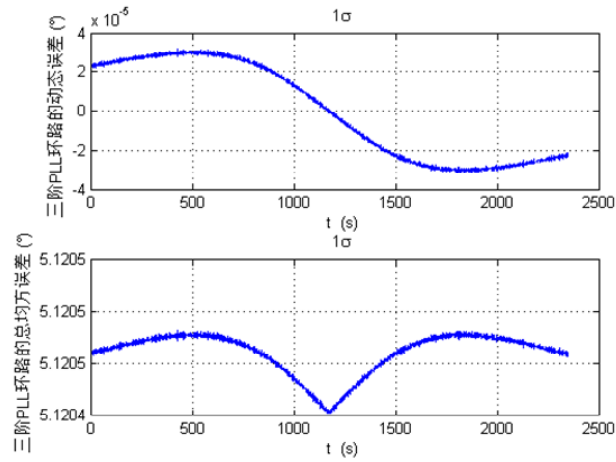


图 3.2-11 三阶环路的动态误差、总均方误差 ( $\sigma_A(\tau) = 1 \times 10^{-10}$ ,  $B_n = 50 \text{ Hz}$ )

Figure 3.2-11 The dynamic error and total mean square error of 3-order loop

4、环路带宽为  $B_n = 100 (\text{Hz})$

$$\text{此 时 } \sigma_v = 2^\circ, \quad \sigma_{iPLL} = \frac{360}{2\pi} \times \sqrt{\frac{B_n}{10^{3.9}} \times \left(1 + \frac{1}{2 \times 0.001 \times 10^{3.9}}\right)} = 6.6279^\circ,$$

$$\theta_{A3} = \frac{25.2067}{B_n} = 0.2521^\circ, \theta_{e3} = 1.7381 \times 10^{-4} \times f_d'', \text{ 根据式 (3.2-6) 和图 3.2-3 可得,}$$

环路的动态误差、总均方误差如图 3.2-12 所示。随着  $B_n$  的增大, 三阶环路动态误差进一步减小, 但  $\sigma_{iPLL}$  增大很多, 使得总均方误差最大值在  $6.9277^\circ$  左右, 不是理想的效果。

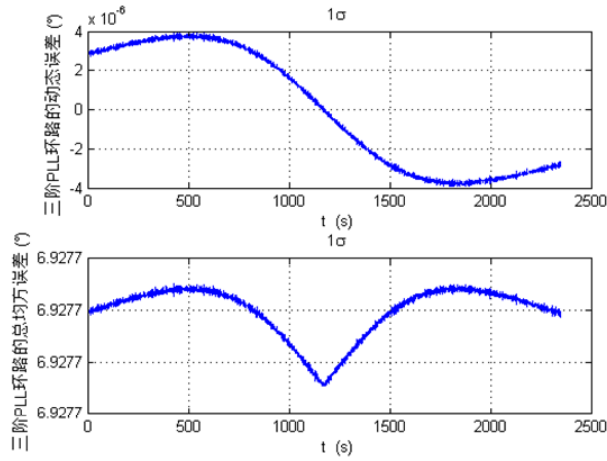


图 3.2-12 三阶环路的动态误差、总均方误差 ( $\sigma_A(\tau) = 1 \times 10^{-10}$ ,  $B_n = 100 \text{ Hz}$ )

Figure 3.2-12 The dynamic error and total mean square error of 3-order loop

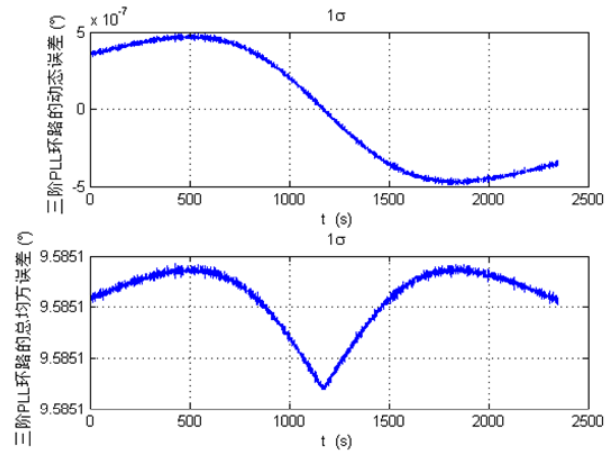


图 3.2-13 三阶环路的动态误差、总均方误差 ( $\sigma_A(\tau) = 1 \times 10^{-10}$ ,  $B_n = 200 \text{ Hz}$ )

Figure 3.2-13 The dynamic error and total mean square error of 3-order loop

5、环路带宽为  $B_n = 200 (\text{Hz})$

$$\text{此 时 } \sigma_v = 2^\circ, \quad \sigma_{iPLL} = \frac{360}{2\pi} \times \sqrt{\frac{B_n}{10^{3.9}} \times \left(1 + \frac{1}{2 \times 0.001 \times 10^{3.9}}\right)} = 9.3733^\circ,$$

$$\theta_{A3} = \frac{25.2067}{B_n} = 0.1260^\circ, \quad \theta_{e3} = 2.1726 \times 10^{-5} \times f_d'', \quad \text{根据式 (3.2-6) 和图 3.2-3 可得,}$$

环路的动态误差、总均方误差如图 3.2-13 所示。随着  $B_n$  的增大, 三阶环路动态误差进一步减小, 但  $\sigma_{iPLL}$  增大很多, 使得总均方误差最大值在  $9.5851^\circ$  左右, 不是理想的效果, 如此大的载波相位测量误差会导致基线长度为  $L=1.0(m)$  的测向误差为  $(2 \times 9.5851^\circ / 360^\circ) \times (\lambda_{L1} / 1.0) \times (180^\circ / \pi) = 0.5806^\circ$ , 无法满足定姿的需求。

## 6、结论

当  $(C/N_0)_{dB} = 39dB \cdot Hz$ ,  $\sigma_A(\tau) = 1 \times 10^{-10}$  时, 采用  $B_n = 18(Hz)$  左右的带宽, 三阶环路可以正常锁定 GPS 信号, 并能给出误差较小的载波相位, 测量误差在  $3.72^\circ$  左右, 需要精心的在  $18(Hz)$  左右调整  $B_n$  的取值。

以上分析中都是假设  $\sigma_A(\tau) = 1 \times 10^{-10}$ , 事实证明, PLL 环路对阿伦标准差的性能变化非常敏感, 当  $\sigma_A(\tau)$  增大时, 接收机可能完全无法正常锁定信号, 下面就  $\sigma_A(\tau)$  对接收机测量误差的影响进行分析, 仿真条件中其它变量均保持不变, 只有  $\sigma_A(\tau)$  变为  $\sigma_A(\tau) = 1 \times 10^{-9}$ 。

### 3.2.4 二阶环路误差 ( $\sigma_A(\tau) = 1 \times 10^{-9}$ )

#### 1、环路带宽为 $B_n = 10(Hz)$

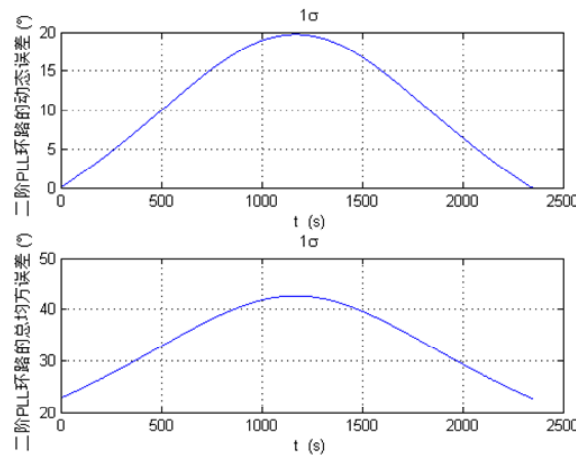


图 3.2-14 二阶环路的动态误差、总均方误差 ( $\sigma_A(\tau) = 1 \times 10^{-9}$ ,  $B_n = 10Hz$ )

Figure 3.2-14 The dynamic error and total mean square error of 2-order loop



$$\theta_{A2} = 144 \times \frac{10^{-9} \times 1575.42 \times 10^6}{B_n} = \frac{226.8605}{B_n} = 22.686^\circ, \sigma_v = 2^\circ, \sigma_{iPLL} = 2.0959^\circ,$$

$\theta_{e2} = 1.0112 \times f'_d$ , 环路的动态误差、总均方误差如图 3.2-14 所示。由该图可知,  $\theta_{A2}$  占据了误差的主导地位, 并且二阶环路的动态应力比较大, 使得总均方误差已经超过  $15^\circ$  的失锁门限, 环路根本无法锁定, 因此, 当  $B_n = 10(\text{Hz})$  时, 环路无法正常工作。

2、环路带宽为  $B_n = 18(\text{Hz})$

$$\theta_{A2} = 226.8605/B_n = 12.6034^\circ, \sigma_v = 2^\circ, \sigma_{iPLL} = 2.8120^\circ, \theta_{e2} = 0.3121 \times f'_d(^\circ),$$

环路的动态误差、总均方误差如图 3.2-15 所示。由该图可知,  $\theta_{A2}$  占据了误差的主导地位, 使得总均方误差最大值为  $19.2^\circ$ , 已经超过  $15^\circ$  的失锁门限, 环路根本无法锁定, 因此, 当  $B_n = 18(\text{Hz})$  时, 环路无法正常工作。

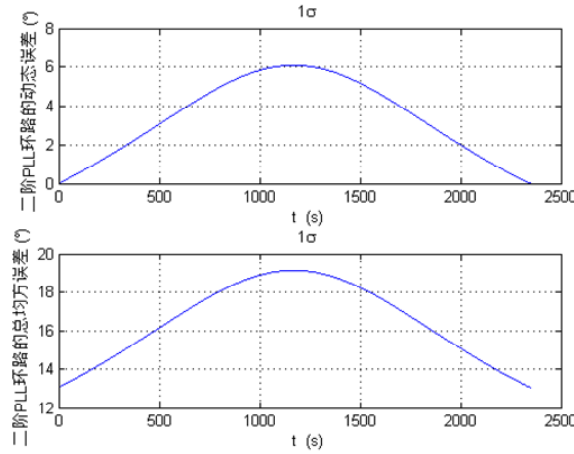


图 3.2-15 二阶环路的动态误差、总均方误差 ( $\sigma_A(\tau) = 1 \times 10^{-9}$ ,  $B_n = 18\text{Hz}$ )

Figure 3.2-15 The dynamic error and total mean square error of 2-order loop

3、环路带宽为  $B_n = 50(\text{Hz})$

$$\theta_{A2} = \frac{226.8605}{B_n} = 4.5372^\circ, \sigma_v = 2^\circ, \sigma_{iPLL} = 4.6867^\circ, \theta_{e2} = 0.0404 \times f'_d(^\circ),$$

环路的动态误差、总均方误差如图 3.2-16 所示。随着  $B_n$  的增大,  $\sigma_{iPLL}$  会有所增大, 此时  $\theta_{A2}$  对总均方误差的影响与  $\sigma_{iPLL}$  对总均方误差的影响几乎相同, 总均方误差最大值为  $7.62^\circ$ , 虽然没有超过  $15^\circ$  的失锁门限, 但此测量误差会导致基线长

度为  $L=1.0(m)$  的测向误差为  $\frac{2 \times 7.62^\circ}{360^\circ} \times \frac{\lambda_{L1}}{1.0} \times \frac{180^\circ}{\pi} = 0.4616^\circ$ ，不是理想的选择。

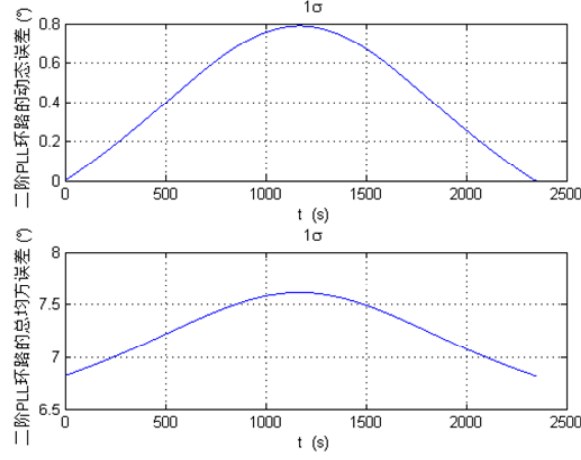


图 3.2-16 二阶环路的动态误差、总均方误差 ( $\sigma_A(\tau)=1 \times 10^{-9}$ ,  $B_n=50Hz$ )

Figure 3.2-16 The dynamic error and total mean square error of 2-order loop

4、环路带宽为  $B_n=100(Hz)$

$$\theta_{A2} = \frac{226.8605}{B_n} = 2.2686^\circ, \quad \sigma_v = 2^\circ, \quad \sigma_{iPLL} = 6.6279^\circ, \quad \theta_{e2} = 0.0101 \times f'_d (^\circ),$$

环路的动态误差、总均方误差如图 3.2-17 所示。随着  $B_n$  的增大,  $\sigma_{iPLL}$  会进一步增大,  $\sigma_{iPLL}$  对总均方误差的影响占主导地位, 总均方误差最大值为  $7.49^\circ$ , 虽然没有超过  $15^\circ$  的失锁门限, 但此测量误差会导致基线长度为  $L=1.0(m)$  的测向误

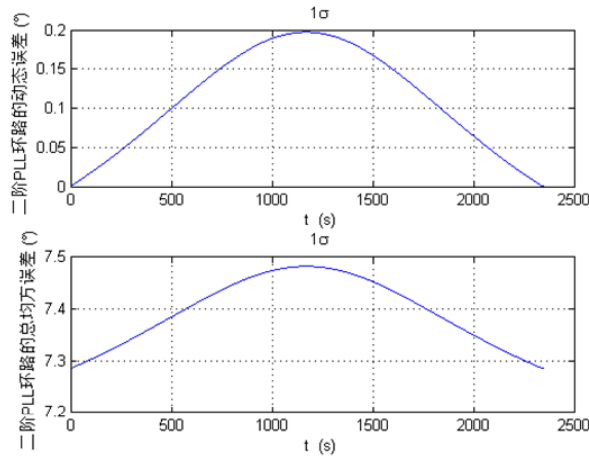


图 3.2-17 二阶环路的动态误差、总均方误差 ( $\sigma_A(\tau)=1 \times 10^{-9}$ ,  $B_n=100Hz$ )

Figure 3.2-17 The dynamic error and total mean square error of 2-order loop

差为  $\frac{2 \times 7.49^\circ}{360^\circ} \times \frac{\lambda_{L1}}{1.0} \times \frac{180^\circ}{\pi} = 0.4537^\circ$ ，不是定姿的理想选择。

5、环路带宽为  $B_n = 200(Hz)$

$$\theta_{A2} = \frac{226.8605}{B_n} = 1.1343^\circ, \quad \sigma_v = 2^\circ, \quad \sigma_{iPLL} = 9.3733^\circ, \quad \theta_{e2} = 0.0025 \times f'_d(^\circ),$$

环路的动态误差、总均方误差如图 3.2-18 所示。随着  $B_n$  的增大，热噪声进一步增大， $\sigma_{iPLL}$  对总均方误差的影响仍占主导地位，总均方误差最大值为  $9.7^\circ$ ，虽然没有超过  $15^\circ$  的失锁门限，但此测量误差会导致基线长度为  $L=1.0(m)$  的测向误差为

差为  $\frac{2 \times 9.7^\circ}{360^\circ} \times \frac{\lambda_{L1}}{1.0} \times \frac{180^\circ}{\pi} = 0.5876^\circ$ ，满足不了定姿需求。

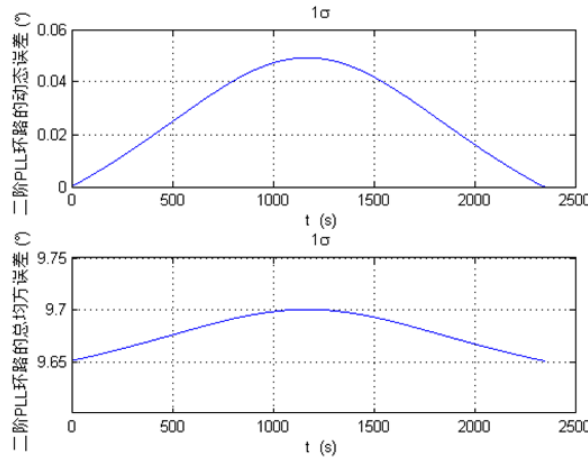


图 3.2-18 二阶环路的动态误差、总均方误差 ( $\sigma_A(\tau) = 1 \times 10^{-9}$ ,  $B_n = 200Hz$ )

Figure 3.2-18 The dynamic error and total mean square error of 2-order loop

6、结论

当  $(C/N_0)_{dB} = 39dB \cdot Hz$ ， $\sigma_A(\tau) = 1 \times 10^{-9}$  时，无论采用多大的带宽，由  $\sigma_A(\tau)$  的变化引起的 PLL 环路的总均方误差都有所增大，并且，环路带宽  $B_n$  越小， $\sigma_A(\tau)$  的影响越明显。因此，此时二阶环路的测量精度均无法满足定姿的需求。

### 3.2.5 三阶环路误差 ( $\sigma_A(\tau) = 1 \times 10^{-9}$ )

1、环路带宽为  $B_n = 10(Hz)$

$$\theta_{A3} = 160 \times \frac{10^{-9} \times 1575.42 \times 10^6}{B_n} = \frac{252.0672}{B_n} = 25.207^\circ, \quad \sigma_v = 2^\circ, \quad \sigma_{iPLL} = 2.0959^\circ,$$

$\theta_{e3} = 0.1738 \times f_d''$ ，环路的动态误差、总均方误差如图 3.2-19 所示。由该图可知， $\theta_{A3}$  对总均方误差的影响占据了主导地位，与图 3.2-9 相比，由  $\sigma_A(\tau)$  引起的相位噪声明显地显现了出来，使得总均方误差最大值由  $3.844^\circ$  左右增大为  $25.736^\circ$ ，环路已经无法锁定，由此可见 PLL 环路对晶振质量的敏感程度。

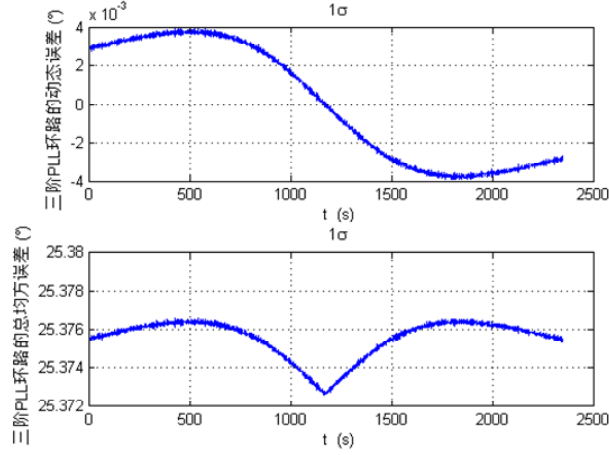


图 3.2-19 三阶环路的动态误差、总均方误差 ( $\sigma_A(\tau) = 1 \times 10^{-9}$ ,  $B_n = 10\text{Hz}$ )

Figure 3.2-19 The dynamic error and total mean square error of 3-order loop

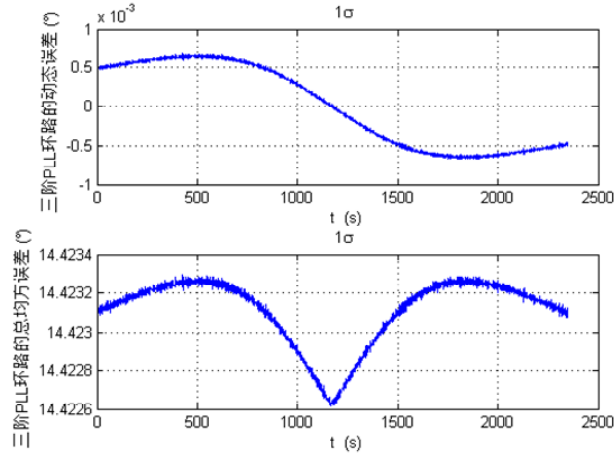


图 3.2-20 三阶环路的动态误差、总均方误差 ( $\sigma_A(\tau) = 1 \times 10^{-9}$ ,  $B_n = 18\text{Hz}$ )

Figure 3.2-20 The dynamic error and total mean square error of 3-order loop

2、环路带宽为  $B_n = 18(\text{Hz})$

$$\theta_{A3} = \frac{252.0672}{B_n} = 14.0037^\circ, \quad \sigma_v = 2^\circ, \quad \sigma_{iPLL} = 2.8120^\circ, \quad \theta_{e3} = 0.0298 \times f_d'',$$

环路的动态误差、总均方误差如图 3.2-20 所示。由该图可知， $\theta_{A3}$  对总均方误差

的影响仍然占据主导地位，与图 3.2-10 相比，总均方误差最大值由  $3.7247^\circ$  左右增大为  $14.4233^\circ$  左右，虽没有超过  $15^\circ$  的失锁门限，但环路接近失锁，并且如此大的载波相位测量误差已不能用于定姿。

3、环路带宽为  $B_n = 50(\text{Hz})$

$$\theta_{A3} = \frac{252.0672}{B_n} = 5.0413^\circ, \quad \sigma_v = 2^\circ, \quad \sigma_{iPLL} = 4.6867^\circ, \quad \theta_{e3} = 0.0014 \times f_d'', \quad \text{环路}$$

的动态误差、总均方误差如图 3.2-21 所示。随着  $B_n$  的增大， $\sigma_{iPLL}$  逐渐增大， $\theta_{A3}$  对总均方误差的影响也有所下降，与图 3.2-11 相比，总均方误差最大值由  $5.1205^\circ$  增大为  $7.168^\circ$ ，如此大的载波相位测量误差不是用于定姿系统的优先选择。

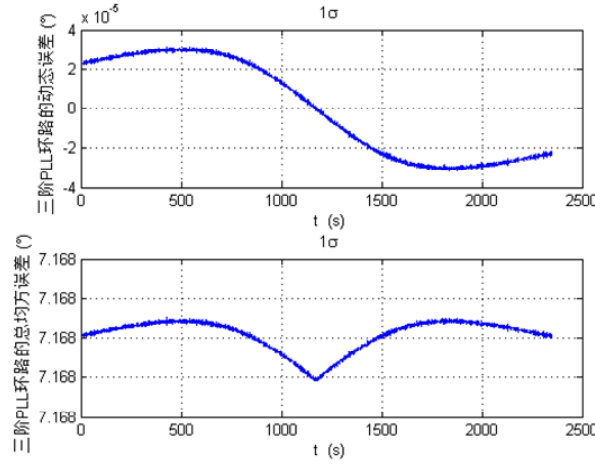


图 3.2-21 三阶环路的动态误差、总均方误差 ( $\sigma_A(\tau) = 1 \times 10^{-9}$ ,  $B_n = 50\text{Hz}$ )

Figure 3.2-21 The dynamic error and total mean square error of 3-order loop

4、环路带宽为  $B_n = 100(\text{Hz})$

$$\theta_{A3} = \frac{252.0672}{B_n} = 2.5207^\circ, \quad \sigma_v = 2^\circ, \quad \sigma_{iPLL} = 6.6279^\circ, \quad \theta_{e3} = 1.7381 \times 10^{-4} \times f_d'',$$

环路的动态误差、总均方误差如图 3.2-22 所示。随着  $B_n$  的增大，热噪声  $\sigma_{iPLL}$  会进一步增大， $\sigma_{iPLL}$  对总均方误差的影响占主导地位，总均方误差最大值为  $7.3677^\circ$ ，大于图 3.2-21 中总均方误差的最大值，因此  $B_n = 100(\text{Hz})$  时同样不能满足定姿需求。

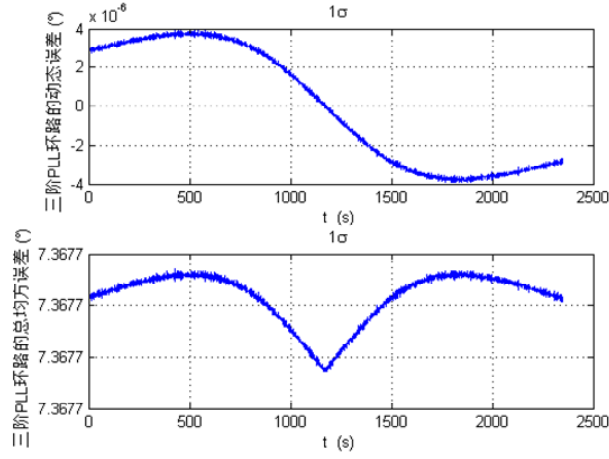

 图 3.2-22 三阶环路的动态误差、总均方误差 ( $\sigma_A(\tau)=1\times 10^{-9}$ ,  $B_n=100\text{Hz}$ )

Figure 3.2-22 The dynamic error and total mean square error of 3-order loop

 5、环路带宽为  $B_n=200(\text{Hz})$ 

$$\theta_{A3} = \frac{252.0672}{B_n} = 1.2603^\circ, \quad \sigma_v = 2^\circ, \quad \sigma_{iPLL} = 9.3733^\circ, \quad \theta_{e3} = 2.1726 \times 10^{-5} \times f_d'',$$

环路的动态误差、总均方误差如图 3.2-23 所示。随着  $B_n$  的增大,  $\sigma_{iPLL}$  进一步增大,  $\sigma_{iPLL}$  对总均方误差的影响占主导地位, 总均方误差最大值为  $9.6668^\circ$ , 大于图 3.2-21、图 3.2-22 中总均方误差的最大值, 如此大的测量误差更不能满足定姿需求。

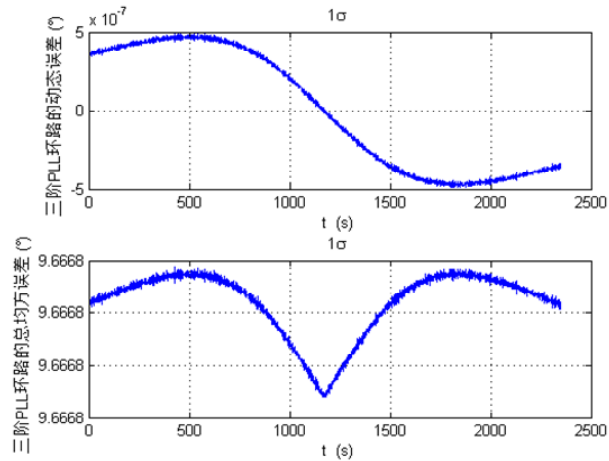

 图 3.2-23 三阶环路的动态误差、总均方误差 ( $\sigma_A(\tau)=1\times 10^{-9}$ ,  $B_n=200\text{Hz}$ )

Figure 3.2-23 The dynamic error and total mean square error of 3-order loop

6、结论

当  $(C/N_0)_{dB} = 39dB \cdot Hz$ ， $\sigma_A(\tau) = 1 \times 10^{-9}$  时，无论采用多大的带宽， $\sigma_A(\tau)$  的变化使 PLL 环路的总均方误差均有所增大，并且  $B_n$  越小， $\sigma_A(\tau)$  的影响越明显， $B_n$  越大， $\sigma_A(\tau)$  的影响越小。采用  $B_n = 10 \sim 18Hz$  的带宽，三阶 PLL 环路不再能锁定信号或环路接近失锁，但将环路带宽调整到  $B_n = 50Hz$  左右，环路的总均方误差为  $7.168^\circ$  左右，虽然没有超过  $15^\circ$  的失锁门限，但如此大的测量误差已不是定姿系统的理想选择，由此可见，采用  $\sigma_A(\tau)$  小的晶振的重要性。

### 3.2.6 小结

综上所述，选择  $\sigma_A(\tau) = 1 \times 10^{-10}$  或更好的晶振，采用  $B_n = 18Hz$  左右的带宽，三阶 PLL 环路可以正常锁定信号，并能给出较好的载波相位测量量，测量误差为  $3.7247^\circ$  左右，此测量误差会导致基线长度为  $L = 1.0(m)$  的测向误差为  $\frac{2 \times 3.7247^\circ}{360^\circ} \times \frac{\lambda_{L1}}{1.0} \times \frac{180^\circ}{\pi} = 0.2256^\circ$ 。为了得到更高精度的载波相位，需要在兼顾测量精度和动态误差的前提下精细的调整环路带宽  $B_n$ 。另外可知最主要的误差源为热噪声  $\sigma_{iPLL}$ ，可以通过提高信号 CNR 来降低  $\sigma_{iPLL}$  的影响，若采用信号 CNR 高的导航卫星参与解算，则可提高定姿精度。

## 3.3 基于 PMF-FFT 的快速且精确的同步方案

在 3.2 节对接收机载波相位测量误差理论分析的基础上，本小节内容从减小环路带宽  $B_n$  的角度出发，旨在提高载波相位的测量精度。首先，基于高性能的 PMF-FFT 捕获算法提出了一种高精度、低复杂度的多普勒频移的精确估计算法，利用该算法能够得到接近于 MCRB 的频率精确估计；其次，提出一种快速、精确的接收机同步方案，即将所提出的多普勒频移精估计模块插入到接收机捕获、跟踪模块之间，该同步方案模型简单，能够实现快速同步，并能有效降低对跟踪环的要求，能减小环路带宽，进而降低噪声的影响，提高接收机载波相位的收敛精度；另外，该接收机同步方案是基于 UKF 实现的，实现过程中考虑了多普勒频移的二阶变化率，因此能适用于高动态、低动态载体中的 GPS 接收机。

### 3.3.1 PMF-FFT 算法简介

PMF-FFT 捕获算法是基于 FFT 的频域捕获算法，FFT 计算能够实现搜索

特定码相位的同时得到载波多普勒频移的估计值，适用于高动态 LEO 卫星通信系统快速捕获的需求。

假设 GPS 的 L1 频点信号调制方式为 BPSK(Binary Phase Shift Keying) 调制，则接收信号离散时间表达式可表示为<sup>[62]</sup>

$$r[n] = Ac[n - \tau] \cos[2\pi(f_0 + f_d)nT_c + \varphi] + w[n] \quad (3.3-1)$$

其中， $n = 0, 1, \dots, X - 1$ ， $X = 1023$  为 C/A 码周期， $A$  是信号幅度， $c[n]$  为扩频码， $T_c$  为 C/A 码片宽度， $\tau$  为信号传输时延， $f_0$  为载波中心频率， $f_d$  为未知的多普勒频移， $\varphi$  为随机相位， $w[n]$  为均值为零、方差为  $\sigma_w^2$  的加性高斯白噪声 (AWGN: Additive White Gaussian Noise)。

PMF-FFT 捕获算法的检测结构如图 3.3-1 所示。假设  $A = 2$ ，不考虑噪声影响，则接收信号序列  $r[n]$  经下变频滤波后可得到 I、Q 两路信号：

$$y_I[n] = c[n - \tau] \cos[2\pi f_d nT_c + \varphi] \quad (3.3-2)$$

$$y_Q[n] = c[n - \tau] \sin[2\pi f_d nT_c + \varphi] \quad (3.3-3)$$

当考虑噪声影响时， $r[n]$  经下变频滤波后可表示为

$$x[n] = c[n - \tau] e^{j(2\pi f_d nT_c + \varphi)} + v[n] \quad (3.3-4)$$

其中， $v[n]$  为均值为零、方差为  $\sigma_v^2$  的 AWGN。

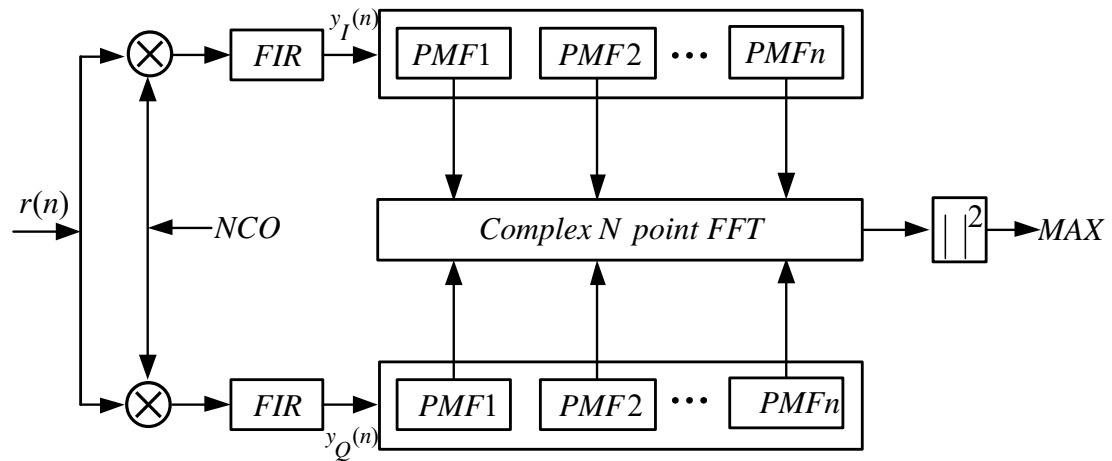


图 3.3-1 PMF-FFT 捕获算法结构

Figure 3.3-1 The structure of PMF-FFT algorithm

假设共有  $P$  个 PMF，一个  $PMFi$  对应  $L$  个码片，码片总个数为  $M = X + 1$  (在



$x[n]$ 后补一个0)，则  $L = M/P$ 。  $x[n]$ 进入  $P$  个 PMF，部分相关值送入  $N$  点复数 FFT 计算离散傅里叶变换值 ( $N \geq P$ )，计算结果取模值平方后的最大值与检测门限对比分析，大于门限则认为捕获完成，否则继续搜索新的码相位。

假设 C/A 码已经精确同步，则 PMF 能够完全剥离 C/A 码，故  $N$  点复数 FFT 输出可表示为<sup>[52]</sup>

$$\begin{aligned} Y[k] &= \frac{1}{P} \sum_{i=0}^{P-1} \left( \frac{1}{L} \sum_{n=iL}^{(i+1)L-1} e^{j(2\pi f_d n T_c + \varphi)} \right) e^{-j \frac{2\pi k}{N} i} \\ &= \frac{e^{j\psi}}{M} \cdot \frac{\sin(\pi f_d T_c L)}{\sin(\pi f_d T_c)} \cdot \frac{\sin \left[ \pi \left( f_d T_c M - \frac{Pk}{N} \right) \right]}{\sin \left[ \pi \left( f_d T_c L - \frac{k}{N} \right) \right]} \end{aligned} \quad (3.3-5)$$

其中，  $k = 0, 1, \dots, N-1$ ，  $\psi = \varphi + \pi f_d T_c (L-1) + \pi (P-1) \left( f_d T_c L - \frac{k}{N} \right)$ 。

$N$  点复数 FFT 输出的幅度谱可表示为

$$|Y[k]| = \frac{1}{M} \left| \frac{\sin(\pi f_d T_c L)}{\sin(\pi f_d T_c)} \cdot \frac{\sin \left[ \pi \left( f_d T_c M - \frac{Pk}{N} \right) \right]}{\sin \left[ \pi \left( f_d T_c L - \frac{k}{N} \right) \right]} \right| \quad (3.3-6)$$

多普勒频移的估计范围  $|\hat{f}_d| \leq \frac{1}{2LT_c}$ ，频率分辨率  $\Delta f = \frac{1}{NLT_c}$ ，多普勒估计值

为  $\hat{f}_d = \frac{k}{NLT_c}$ 。

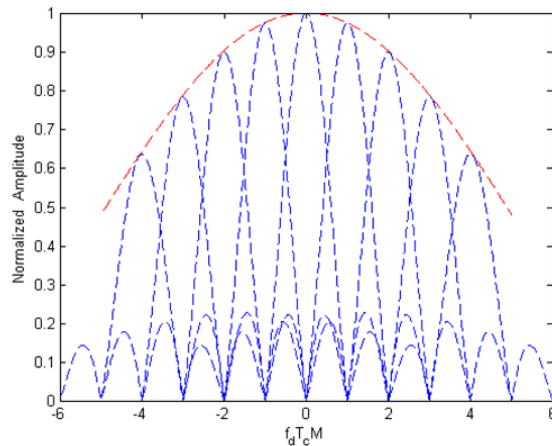


图 3.3-2 归一化幅度谱

Figure 3.3-2 Normalized amplitude spectrum

不考虑噪声的影响，假设  $L=128$ ，FFT 点数  $N=P$ ，PMF-FFT 输出幅度谱如图 3.3-2 所示。由该图可知，多普勒频移  $f_d$  对 PMF-FFT 输出幅度谱有很大影响，随着  $f_d$  的增大，PMF-FFT 输出幅度逐渐下降，即存在扇贝损失。为了补偿扇贝损失，常用的方法有补零、加窗两种方法。补零方法中，补零个数越多，FFT 运算后的频率分辨率越高，扇贝损失补偿越多，但是会增加 FFT 点数，即增加运算量和硬件复杂度，因此需要合理的选择补零个数。

为了提高频率分辨率又不增加太大计算量，取  $N=2P$ ，则式(3.3-6)可改写为

$$|Y[k]| = \frac{1}{M} \left| \frac{\sin(\pi f_d T_c L)}{\sin(\pi f_d T_c)} \cdot \frac{\sin\left[\pi\left(f_d T_c M - \frac{k}{2}\right)\right]}{\sin\left[\pi\left(f_d T_c L - \frac{k}{2P}\right)\right]} \right| \quad (3.3-7)$$

此时，多普勒频移的估计范围  $|\hat{f}_d| \leq \frac{1}{2LT_c}$ ，频率分辨率  $\Delta f = \frac{1}{2MT_c}$ ，多普勒频移  $f_d$  的估计值为  $\hat{f}_d = \frac{k}{2MT_c}$ 。

### 3.3.2 基于 PMF-FFT 的频率精估算法

由 3.3.1 章节可知， $f_d$  的估计值为  $\hat{f}_d = \frac{k}{2MT_c}$ ，其中  $k$  为整数，但由于频率分辨率  $\Delta f$  的限制， $f_d$  可能并不恰好等于 FFT 的某一个 bin 对应的频点，实际的多普勒频移值应为

$$f_d = \frac{p + \delta}{2MT_c} \quad (3.3-8)$$

其中， $\delta$  为小数且  $|\delta| \leq 0.5$ 。

不考虑噪声的情况下，PMF-FFT 输出幅度谱的最大值与  $\delta$  之间的关系如图 3.3-3、图 3.3-4 所示。当  $\delta=0$  时， $|Y[k]|$  的最大值 ( $k=p$ ) 处对应的多普勒频移的估计值即为  $f_d$  的真实值，不存在估计误差；而当  $\delta \neq 0$  时，由于  $\Delta f$  的限制， $|Y[k]|$  的最大值 ( $k=p$ ) 处对应的  $\hat{f}_d$  与  $f_d$  有一定偏差。

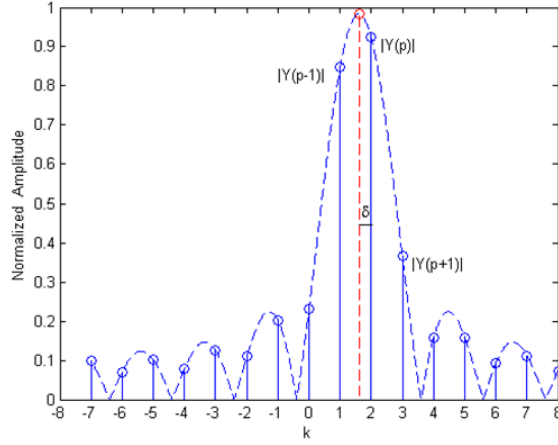

 图 3.3-3 PMF-FFT 输出幅度谱的最大值与  $\delta$  之间的关系 ( $\delta \neq 0$ )

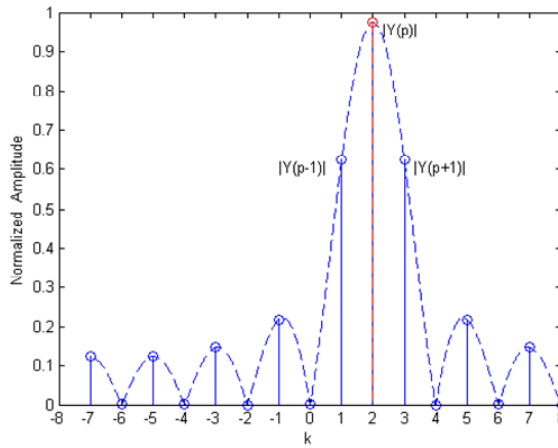
 Figure 3.3-3 The relation between the maximum normalized amplitude and  $\delta$  ( $\delta \neq 0$ )

 图 3.3-4 PMF-FFT 输出幅度谱的最大值与  $\delta$  之间的关系 ( $\delta = 0$ )

 Figure 3.3-4 The relation between the maximum normalized amplitude and  $\delta$  ( $\delta = 0$ )

为了提高  $\hat{f}_d$  的估计精度，需要对小数  $\delta$  进行估计。如图 3.3-3、图 3.3-4 所示，定义  $|Y[k]|$  的峰值  $|Y[p]|$  对应的  $k = p$ ， $|Y[k]|$  的左右邻居谱线分别记为  $|Y[p-1]|$ 、 $|Y[p+1]|$ ，其对应的  $k$  分别为  $k = p-1$ ， $k = p+1$ 。

将式 (3.3-8) 代入式 (3.3-7) 中，可得

$$|Y[k]| = \frac{1}{M} \left| \frac{\sin\left[\frac{\pi}{2P}(p+\delta)\right]}{\sin\left[\frac{\pi}{2M}(p+\delta)\right]} \cdot \frac{\sin\left[\frac{\pi}{2}(p+\delta-k)\right]}{\sin\left[\frac{\pi}{2P}(p+\delta-k)\right]} \right| \quad (3.3-9)$$

$|Y[p]|$ 、 $|Y[p-1]|$ 、 $|Y[p+1]|$  的能量谱可表示为

$$|Y[p+\Delta]|^2 = \lambda \cdot \frac{\sin^2\left[\frac{\pi}{2}(\delta-\Delta)\right]}{\sin^2\left[\frac{\pi}{2P}(\delta-\Delta)\right]} \quad (3.3-10)$$

$$\text{其中, } \lambda = \frac{\sin^2\left[\frac{\pi}{2P}(p+\delta)\right]}{M^2 \sin^2\left[\frac{\pi}{2M}(p+\delta)\right]} \approx \frac{\sin^2\left[\frac{\pi p}{2P}\right]}{M^2 \sin^2\left[\frac{\pi p}{2M}\right]}, \quad \Delta = 0, \pm 1。$$

对式 (3.3-10) 在  $\delta = 0$  处应用一阶 Talor 公式展开, 则有下列表达式成立

$$\begin{aligned} |Y[p+\Delta]|^2 &\approx |Y[p+\Delta]|^2|_{\delta=0} + \delta \frac{\partial |Y[p+\Delta]|^2}{\partial \delta} \Big|_{\delta=0} \\ &= \lambda(E_{\Delta} + \delta F_{\Delta}) \end{aligned} \quad (3.3-11)$$

$$\text{其中, } E_{\Delta} = \frac{\sin^2(\pi\Delta/2)}{\sin^2(\pi\Delta/2P)}, \quad F_{\Delta} = \frac{\pi \sin^2(\pi\Delta/2) \cos(\pi\Delta/2P)}{P \sin^3(\pi\Delta/2P)} - \frac{\pi \sin(\pi\Delta)}{2 \sin^2(\pi\Delta/2P)}。$$

公式 (3.3-11) 的平方误差可表示为

$$J = \sum_{\Delta=-1}^1 \left[ |Y[p+\Delta]|^2 - \lambda(E_{\Delta} + \delta F_{\Delta}) \right]^2 \quad (3.3-12)$$

可通过最小化  $J$  获得多普勒频移  $f_d$  的精确估计值。应用最小平方误差 (LSE: Least Square Error) 准则, 通过  $\partial J / \partial \lambda = 0$  和  $\partial J / \partial \delta = 0$ <sup>[61]</sup>, 便可得  $\delta$  和  $f_d$  的估计值, 分别可表示为

$$\hat{\delta} = \frac{(\pi^4 + 32) \left[ |Y[p+1]|^2 - |Y[p-1]|^2 \right]}{64 \left[ |Y[p+1]|^2 + |Y[p-1]|^2 \right] + 16\pi^2 |Y[p]|^2} \quad (3.3-13)$$

$$\hat{f}_d = \frac{p + \hat{\delta}}{2MT_c} \quad (3.3-14)$$

式 (3.3-13)、式 (3.3-14) 便构成了  $f_d$  的精确估计模块, 由此可以看出, 所提出的多普勒频移的精确估计模块计算简单, 设计复杂度低, 仅需要 PMF-FFT 输出幅度谱的最大值及其左右两个谱线。

### 3.3.3 噪声统计特征分析

从 3.3.1 节和 3.3.2 节可知, 基于 PMF-FFT 算法的频率精估计算法是在理想

条件下进行推导的(即无 AWGN 时),而在实际的系统中 AWGN 是不可避免的,因此,本节将理论分析该频率估计算法在 AWGN 下的统计特征,包括估计值  $\hat{f}_d$  的期望及方差。

首先分析  $\hat{f}_d$  的估计期望。

在 AWGN 下,式(3.3-4)可等效表示为

$$x'[n] = e^{j(2\pi f_d n T_c + \varphi)} + z[n] \quad (3.3-15)$$

其中,  $z[n]$  为均值为零、方差为  $\sigma_z^2$  的 AWGN。

则式(3.3-5)可重新表示为

$$\begin{aligned} Y[k] &= \frac{1}{P} \sum_{i=0}^{P-1} \left( \frac{1}{L} \sum_{n=iL}^{(i+1)L-1} \left( e^{j(2\pi f_d n T_c + \varphi)} + z[n] \right) \right) e^{-j \frac{2\pi k}{N} i} \\ &= \frac{1}{P} \sum_{i=0}^{P-1} \left( \frac{1}{L} \sum_{n=iL}^{(i+1)L-1} e^{j(2\pi f_d n T_c + \varphi)} \right) e^{-j \frac{2\pi k}{N} i} + \frac{1}{P} \sum_{i=0}^{P-1} \left( \frac{1}{L} \sum_{n=iL}^{(i+1)L-1} z[n] \right) e^{-j \frac{2\pi k}{N} i} \quad (3.3-16) \\ &= \frac{e^{j\psi'}}{M} \cdot \frac{\sin(\pi f_d T_c L)}{\sin(\pi f_d T_c)} \cdot \frac{1 - e^{j2\pi \left( f_d T_c M - \frac{Pk}{N} \right)}}{1 - e^{j2\pi \left( f_d T_c L - \frac{k}{N} \right)}} + Z_k \end{aligned}$$

其中,  $\psi' = \varphi + \pi f_d T_c (L-1)$ ,  $Z_k = \frac{1}{P} \sum_{i=0}^{P-1} \left( \frac{1}{L} \sum_{n=iL}^{(i+1)L-1} z[n] \right) e^{-j \frac{2\pi k}{N} i}$  为噪声项,根据中心

极限定理,  $\{Z_k\}_{k=0}^{N-1}$  为零均值独立同分布的复高斯变量,其实部与虚部的方差相等,其表达式为

$$\begin{aligned} \sigma_{Z_k}^2 &= D[Re(Z_k)] = D[Im(Z_k)] \\ &= \frac{1}{P^2 L^2} D \left[ \sum_{i=0}^{P-1} \left( \sum_{n=iL}^{(i+1)L-1} z[n] \right) \cos \left( -\frac{2\pi k}{N} i \right) \right] \\ &= \frac{\sigma_z^2}{2PL} = \frac{\sigma_z^2}{2M} \end{aligned} \quad (3.3-17)$$

由于 3.3.2 节中频率精估计算法推导是在  $N = 2P$  的基础上,所以这里仍然取  $N = 2P$ ,将式(3.3-8)代入式(3.3-16),则可表示为

$$Y[k] = \frac{e^{j\psi'}}{M} \cdot \frac{\sin \left[ \frac{\pi}{2P} (p + \delta) \right]}{\sin \left[ \frac{\pi}{2M} (p + \delta) \right]} \cdot \frac{1 - e^{j\pi(p + \delta - k)}}{1 - e^{j\frac{\pi}{P}(p + \delta - k)}} + Z_k \quad (3.3-18)$$

将  $k = p + \Delta (\Delta = 0, \pm 1)$  分别代入式(3.3-18)中得

$$Y[p+\Delta] = \frac{e^{j\psi'}}{M} \cdot \frac{\sin\left[\frac{\pi}{2P}(p+\delta)\right]}{\sin\left[\frac{\pi}{2M}(p+\delta)\right]} \cdot \frac{1-e^{j\pi(\delta-\Delta)}}{1-e^{j\frac{\pi}{P}(\delta-\Delta)}} + Z_{p+\Delta} \quad (3.3-19)$$

当  $M$  趋于无穷大时,  $P$  也趋于无穷大, 对  $e^{j\frac{\pi}{P}(\delta-\Delta)}$  进行一阶 Talor 展开可得

$$e^{j\frac{\pi}{P}(\delta-\Delta)} = 1 + j\frac{\pi}{P}(\delta-\Delta) + O(P^{-2}) \quad (3.3-20)$$

忽略式 (3.3-20) 中的高阶项并代入式 (3.3-19), 可得

$$Y[p+\Delta] = \frac{je^{j\psi'}}{\pi L} \cdot \frac{\sin\left[\frac{\pi}{2P}(p+\delta)\right]}{\sin\left[\frac{\pi}{2M}(p+\delta)\right]} \cdot \frac{1-e^{j\pi(\delta-\Delta)}}{\delta} \cdot \frac{\delta}{\delta-\Delta} + Z_{p+\Delta} \quad (3.3-21)$$

$$\text{记 } \lambda_0 = \frac{1}{\pi L} \cdot \frac{\sin\left[\frac{\pi}{2P}(p+\delta)\right]}{\sin\left[\frac{\pi}{2M}(p+\delta)\right]}, \quad \lambda_1 = \lambda_0 \cdot je^{j\psi'} \cdot \frac{1-e^{j\pi(\delta-\Delta)}}{\delta} \Big|_{\Delta=0},$$

$\lambda_2 = \lambda_0 \cdot je^{j\psi'} \cdot \frac{1-e^{j\pi(\delta-\Delta)}}{\delta} \Big|_{\Delta=\pm 1}$ , 则复变量  $\lambda_1$ 、 $\lambda_2$  可表示为

$$\begin{aligned} \lambda_1 &= \lambda_0 \cdot je^{j\psi'} \cdot \frac{1-e^{j\pi\delta}}{\delta} \\ &= \lambda_0 \cdot \frac{2\sin\left(\frac{\pi\delta}{2}\right)}{\delta} \cdot e^{j\left(\psi'+\frac{\pi\delta}{2}\right)} \end{aligned} \quad (3.3-22)$$

$$\begin{aligned} \lambda_2 &= \lambda_0 \cdot je^{j\psi'} \cdot \frac{1+e^{j\pi\delta}}{\delta} \\ &= \lambda_0 \cdot \frac{2\cos\left(\frac{\pi\delta}{2}\right)}{\delta} \cdot e^{j\left(\psi'+\frac{\pi\delta}{2}+\frac{\pi}{2}\right)} \end{aligned} \quad (3.3-23)$$

复变量  $\lambda_1$ 、 $\lambda_2$  的幅值可表示为

$$|\lambda_1| = |\lambda_0| \left| \frac{2\sin\left(\frac{\pi\delta}{2}\right)}{\delta} \right| \quad (3.3-24)$$

$$|\lambda_2| = |\lambda_0| \left| \frac{2\cos\left(\frac{\pi\delta}{2}\right)}{\delta} \right| \quad (3.3-25)$$

将  $Z_{p+\Delta}$  简写为  $Z_\Delta$ ，则  $Y[p]$ 、 $Y[p-1]$ 、 $Y[p+1]$  可表示为

$$Y[p] = \lambda_1 \cdot \frac{\delta}{\delta - \Delta} + Z_\Delta \Big|_{\Delta=0} \quad (3.3-26)$$

$$Y[p+\Delta] = \lambda_2 \frac{\delta}{\delta - \Delta} + Z_\Delta \Big|_{\Delta=\pm 1} \quad (3.3-27)$$

$Z_\Delta$  的阶数为  $O(M^{-1}\sqrt{P\ln N})$ ， $Re\left(\frac{Z_\Delta}{\lambda_1}\right)$  或  $Re\left(\frac{Z_\Delta}{\lambda_2}\right)$  的阶数为  $O(P^{-1/2}\sqrt{\ln N})$ ，

$\left|\frac{Z_\Delta}{\lambda_1}\right|^2$  或  $\left|\frac{Z_\Delta}{\lambda_2}\right|^2$  的阶数为  $O(P^{-1}\ln N)$  <sup>[123][124]</sup>，因此，当  $\Delta=0$  时， $Y[p+\Delta]$  的幅度可表示为

$$\begin{aligned} |Y[p]| &= \left| \lambda_1 \cdot \frac{\delta}{\delta - \Delta} + Z_\Delta \right| \\ &= \left| \lambda_1 \frac{\delta}{\delta - \Delta} \right| \left| 1 + \frac{\delta - \Delta}{\lambda_1 \delta} Z_\Delta \right| \\ &= \left| \lambda_1 \frac{\delta}{\delta - \Delta} \right| \sqrt{1 + 2 \frac{\delta - \Delta}{\delta} Re\left(\frac{Z_\Delta}{\lambda_1}\right) + \left(\frac{\delta - \Delta}{\delta}\right)^2 \left|\frac{Z_\Delta}{\lambda_1}\right|^2} \end{aligned} \quad (3.3-28)$$

忽略式 (3.3-28) 中的高阶项，可得

$$|Y[p]| = \left| \lambda_1 \frac{\delta}{\delta - \Delta} \right| \sqrt{1 + 2 \frac{\delta - \Delta}{\delta} Re\left(\frac{Z_\Delta}{\lambda_1}\right)} \quad (3.3-29)$$

同理可得，当  $\Delta=\pm 1$  时， $Y[p+\Delta]$  的幅度可表示为

$$\begin{aligned} |Y[p+\Delta]| &= \left| \lambda_2 \cdot \frac{\delta}{\delta - \Delta} + Z_\Delta \right| \\ &= \left| \lambda_2 \frac{\delta}{\delta - \Delta} \right| \sqrt{1 + 2 \frac{\delta - \Delta}{\delta} Re\left(\frac{Z_\Delta}{\lambda_2}\right)} \end{aligned} \quad (3.3-30)$$

因此， $|Y[p]|^2$ 、 $|Y[p-1]|^2$ 、 $|Y[p+1]|^2$  可分别表示为

$$|Y[p]|^2 = |\lambda_1|^2 \cdot \left[ 1 + 2 Re\left(\frac{Z_0}{\lambda_1}\right) \right] \quad (3.3-31)$$

$$|Y[p-1]|^2 = |\lambda_2|^2 \cdot \left(\frac{\delta}{\delta+1}\right)^2 \cdot \left[1 + 2\frac{\delta+1}{\delta} \operatorname{Re}\left(\frac{Z_{-1}}{\lambda_2}\right)\right] \quad (3.3-32)$$

$$|Y[p+1]|^2 = |\lambda_2|^2 \cdot \left(\frac{\delta}{\delta-1}\right)^2 \cdot \left[1 + 2\frac{\delta-1}{\delta} \operatorname{Re}\left(\frac{Z_1}{\lambda_2}\right)\right] \quad (3.3-33)$$

故  $\delta$  的估计值  $\hat{\delta}$  可表示为

$$\begin{aligned} \hat{\delta} &= \frac{(\pi^4 + 32) \left[ |Y[p+1]|^2 - |Y[p-1]|^2 \right]}{64 \left[ |Y[p+1]|^2 + |Y[p-1]|^2 \right] + 16\pi^2 |Y[p]|^2} \\ &= \frac{\frac{\pi^4 + 32}{16\pi^2} \cdot |\lambda_2|^2 \left[ \frac{\delta^2}{(\delta-1)^2} - \frac{\delta^2}{(\delta+1)^2} + \frac{2\delta}{\delta-1} \operatorname{Re}\left(\frac{Z_1}{\lambda_2}\right) - \frac{2\delta}{\delta+1} \operatorname{Re}\left(\frac{Z_{-1}}{\lambda_2}\right) \right]}{\frac{4}{\pi^2} \cdot |\lambda_2|^2 \left[ \frac{\delta^2}{(\delta-1)^2} + \frac{\delta^2}{(\delta+1)^2} + \frac{2\delta}{\delta-1} \operatorname{Re}\left(\frac{Z_1}{\lambda_2}\right) + \frac{2\delta}{\delta+1} \operatorname{Re}\left(\frac{Z_{-1}}{\lambda_2}\right) \right] + |\lambda_1|^2 \cdot \left[ 1 + 2\operatorname{Re}\left(\frac{Z_0}{\lambda_1}\right) \right]} \end{aligned} \quad (3.3-34)$$

定义  $y$ 、 $\mu_1$ 、 $\mu_2$ 、 $x$ 、 $\mu_3$ 、 $\mu_4$ 、 $\mu_5$  分别为

$$y = \frac{\pi^4 + 32}{16\pi^2} \cdot |\lambda_2|^2 \cdot \left[ \frac{\delta^2}{(\delta-1)^2} - \frac{\delta^2}{(\delta+1)^2} \right] \quad (3.3-35)$$

$$\mu_1 = \frac{\pi^4 + 32}{16\pi^2} \cdot |\lambda_2|^2 \cdot \frac{2\delta}{\delta-1} \quad (3.3-36)$$

$$\mu_2 = \frac{\pi^4 + 32}{16\pi^2} \cdot |\lambda_2|^2 \cdot \frac{2\delta}{\delta+1} \quad (3.3-37)$$

$$x = \frac{4}{\pi^2} \cdot |\lambda_2|^2 \cdot \left[ \frac{\delta^2}{(\delta-1)^2} + \frac{\delta^2}{(\delta+1)^2} \right] + |\lambda_1|^2 \quad (3.3-38)$$

$$\mu_3 = \frac{4}{\pi^2} \cdot |\lambda_2|^2 \cdot \frac{2\delta}{\delta-1} \quad (3.3-39)$$

$$\mu_4 = \frac{4}{\pi^2} \cdot |\lambda_2|^2 \cdot \frac{2\delta}{\delta+1} \quad (3.3-40)$$

$$\mu_5 = 2|\lambda_1|^2 \quad (3.3-41)$$

则  $\hat{\delta}$  可进一步表示为



$$\begin{aligned}
 \hat{\delta} &= \frac{y + \mu_1 \cdot \operatorname{Re}\left(\frac{Z_1}{\lambda_2}\right) - \mu_2 \cdot \operatorname{Re}\left(\frac{Z_{-1}}{\lambda_2}\right)}{x + \mu_3 \cdot \operatorname{Re}\left(\frac{Z_1}{\lambda_2}\right) + \mu_4 \cdot \operatorname{Re}\left(\frac{Z_{-1}}{\lambda_2}\right) + \mu_5 \cdot \operatorname{Re}\left(\frac{Z_0}{\lambda_1}\right)} \\
 &= \frac{y \left[ 1 + \frac{\mu_1}{y} \operatorname{Re}\left(\frac{Z_1}{\lambda_2}\right) - \frac{\mu_2}{y} \operatorname{Re}\left(\frac{Z_{-1}}{\lambda_2}\right) \right]}{x \left[ 1 + \frac{\mu_3}{x} \operatorname{Re}\left(\frac{Z_1}{\lambda_2}\right) + \frac{\mu_4}{x} \operatorname{Re}\left(\frac{Z_{-1}}{\lambda_2}\right) + \frac{\mu_5}{x} \operatorname{Re}\left(\frac{Z_0}{\lambda_1}\right) \right]}
 \end{aligned} \quad (3.3-42)$$

由于  $\operatorname{Re}\left(\frac{Z_\Delta}{\lambda_1}\right)$  或  $\operatorname{Re}\left(\frac{Z_\Delta}{\lambda_2}\right)$  的阶数为  $O(P^{-1/2} \sqrt{\ln N})$ ，因此有下式成立

$$\begin{aligned}
 &1 / \left[ 1 + \frac{\mu_3}{x} \operatorname{Re}\left(\frac{Z_1}{\lambda_2}\right) + \frac{\mu_4}{x} \operatorname{Re}\left(\frac{Z_{-1}}{\lambda_2}\right) + \frac{\mu_5}{x} \operatorname{Re}\left(\frac{Z_0}{\lambda_1}\right) \right] \\
 &= 1 - \frac{\mu_3}{x} \operatorname{Re}\left(\frac{Z_1}{\lambda_2}\right) - \frac{\mu_4}{x} \operatorname{Re}\left(\frac{Z_{-1}}{\lambda_2}\right) - \frac{\mu_5}{x} \operatorname{Re}\left(\frac{Z_0}{\lambda_1}\right) + O(P^{-1} \ln N)
 \end{aligned} \quad (3.3-43)$$

忽略其高阶项并代入式(3.3-42)中，则有以下式成立

$$\begin{aligned}
 \hat{\delta} &= \frac{y}{x} \left[ 1 + \frac{\mu_1}{y} \operatorname{Re}\left(\frac{Z_1}{\lambda_2}\right) - \frac{\mu_2}{y} \operatorname{Re}\left(\frac{Z_{-1}}{\lambda_2}\right) \right] \left[ 1 - \frac{\mu_3}{x} \operatorname{Re}\left(\frac{Z_1}{\lambda_2}\right) - \frac{\mu_4}{x} \operatorname{Re}\left(\frac{Z_{-1}}{\lambda_2}\right) - \frac{\mu_5}{x} \operatorname{Re}\left(\frac{Z_0}{\lambda_1}\right) \right] \\
 &= \frac{y}{x} \left[ 1 + \left( \frac{\mu_1}{y} - \frac{\mu_3}{x} \right) \operatorname{Re}\left(\frac{Z_1}{\lambda_2}\right) - \left( \frac{\mu_2}{y} + \frac{\mu_4}{x} \right) \operatorname{Re}\left(\frac{Z_{-1}}{\lambda_2}\right) - \frac{\mu_5}{x} \operatorname{Re}\left(\frac{Z_0}{\lambda_1}\right) \right] + O(P^{-1} \ln N)
 \end{aligned} \quad (3.3-44)$$

由于复高斯变量  $\{Z_k\}_{k=0}^{N-1}$  为零均值独立同分布的，因此

$E[\operatorname{Re}(Z_k)] = E[\operatorname{Im}(Z_k)] = 0$ ，则  $\hat{\delta}$  的数学期望为

$$\begin{aligned}
 E(\hat{\delta}) &= \frac{y}{x} = \frac{\frac{\pi^4 + 32}{16\pi^2} \cdot |\lambda_2|^2 \cdot \frac{4\delta^3}{(\delta-1)^2(\delta+1)^2}}{\frac{4}{\pi^2} \cdot |\lambda_2|^2 \cdot \frac{2\delta^2(\delta^2+1)}{(\delta-1)^2(\delta+1)^2} + |\lambda_1|^2} \\
 &= \delta \cdot \frac{\left( \frac{\pi^2}{4} + \frac{8}{\pi^2} \right)}{\frac{8}{\pi^2} + \frac{8}{\pi^2} \delta^2 + \tan^2\left(\frac{\pi\delta}{2}\right) \cdot \frac{(\delta^2-1)^2}{\delta^2}}
 \end{aligned} \quad (3.3-45)$$

当  $\delta$  趋于零时， $\tan^2\left(\frac{\pi\delta}{2}\right) \approx \left(\frac{\pi\delta}{2}\right)^2 = \frac{\pi^2\delta^2}{4}$ ， $\delta^4 \approx 0$ ， $\delta^2 \approx 0$ ，则此时  $\hat{\delta}$  的数

学期望为

$$E(\hat{\delta}) \approx \delta \cdot \frac{\left(\frac{\pi^2}{4} + \frac{8}{\pi^2}\right)}{\frac{8}{\pi^2} + \frac{8}{\pi^2} \delta^2 + \frac{\pi^2 \delta^4}{4} - \frac{\pi^2 \delta^2}{2} + \frac{\pi^2}{4}} \approx \delta \quad (3.3-46)$$

则根据式(3.3-14)可得  $\hat{f}_d$  的数学期望为

$$E(\hat{f}_d) = E\left(\frac{p + \hat{\delta}}{2MT_c}\right) = \frac{p + E(\hat{\delta})}{2MT_c} \approx \frac{p + \delta}{2MT_c} = f_d \quad (3.3-47)$$

由式(3.3-46)、式(3.3-47)可知,多普勒频移的精确估计结果是渐近无偏的。

在此基础上,这里分析  $\hat{f}_d$  的估计方差。

由式(3.3-44)可得  $\hat{\delta}$  的方差可表示为

$$D(\hat{\delta}) = \{\mu_6 D[Re(Z_1)] + \mu_7 D[Re(Z_{-1})] + \mu_8 D[Re(Z_0)]\} \quad (3.3-48)$$

其中,  $\mu_6$ 、 $\mu_7$ 、 $\mu_8$  分别表示为

$$\mu_6 = \left(\frac{y}{x}\right)^2 \frac{\left(\frac{\mu_1}{y} - \frac{\mu_3}{x}\right)^2}{|\lambda_2|^2} \quad (3.3-49)$$

$$\mu_7 = \left(\frac{y}{x}\right)^2 \frac{\left(\frac{\mu_2}{y} + \frac{\mu_4}{x}\right)^2}{|\lambda_2|^2} \quad (3.3-50)$$

$$\mu_8 = \left(\frac{y}{x}\right)^2 \frac{\left(\frac{\mu_5}{x}\right)^2}{|\lambda_1|^2} \quad (3.3-51)$$

由于  $\sigma_{Z_k}^2 = D[Re(Z_k)] = D[Im(Z_k)] = \frac{\sigma_z^2}{2M}$ , 因此  $D(\hat{\delta})$  可进一步表示为

$$D(\hat{\delta}) = (\mu_6 + \mu_7 + \mu_8) \frac{\sigma_z^2}{2M} \quad (3.3-52)$$

$x'[n]$  的 SNR 为  $E_s/N_0 = \frac{1}{\sigma_z^2}$ , 其中  $E_s$  为每个符号的能量, 则根据式(3.3-14)可得

$\hat{f}_d$  的方差为

$$D(\hat{f}_d) = \frac{D(\hat{\delta})}{4M^2 T_c^2} = \frac{\mu_6 + \mu_7 + \mu_8}{8M^3 T_c^2} \cdot \frac{1}{E_s/N_0} \quad (3.3-53)$$

对  $x'[n]$  来说,  $f_d$  的 MCRB 可表示为<sup>[125]</sup>

$$MCRB(f_d) = \frac{3}{2\pi^2 M^3 T_c^2} \cdot \frac{1}{E_s/N_0} \quad (3.3-54)$$

定义  $D(\hat{f}_d)$ 、 $MCRB(f_d)$  之比为多普勒频偏的估计因子  $R_f$ , 即

$$R_f = \frac{D(\hat{f}_d)}{MCRB(f_d)} = \frac{\pi^2}{12} (\mu_6 + \mu_7 + \mu_8) \quad (3.3-55)$$

经推导可知,  $R_f$  的值与  $M$ 、 $P$ 、 $L$ 、 $\delta$  有关, 当  $M=1024$ 、 $L=64$  时,  $R_f$  与  $\delta$  的关系曲线如图 3.3-5 所示。当  $\delta=0$  时,  $R_f$  取得最小值  $R_f^{\min}=1.0147$ , 此时  $D(\hat{f}_d)$  与 MCRB 只相差  $0.0633dB$ ,  $R_f$  随着  $|\delta|$  的增大而增大, 当  $|\delta|=0.5$  时,  $R_f$  取得最大值  $R_f^{\max}=1.4444$ , 此时  $D(\hat{f}_d)$  与 MCRB 相差  $1.5967dB$ ,  $f_d$  估计性能最差。

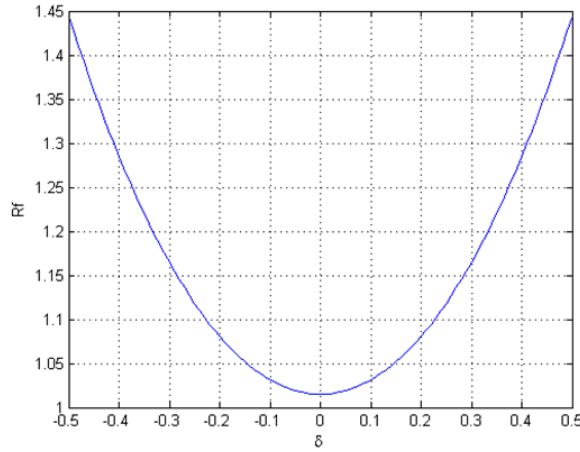


图 3.3-5  $R_f$  与  $\delta$  的关系

Figure 3.3-5 The relation between  $R_f$  and  $\delta$

### 3.3.4 快速且精确的接收机同步架构

图 3.3-6 给出了一种快速、精确的接收机同步方案的结构框图。首先接收序列  $r[n]$  作为 PMF-FFT 捕获算法的输入进行运算, 其次 PMF-FFT 算法的输出谱线  $|Y[p]|$ 、 $|Y[p-1]|$ 、 $|Y[p+1]|$  用来计算  $f_d$  的精确估计值  $\hat{f}_d$ , 最后  $\hat{f}_d$  作为跟踪环的一个输入条件进行处理。

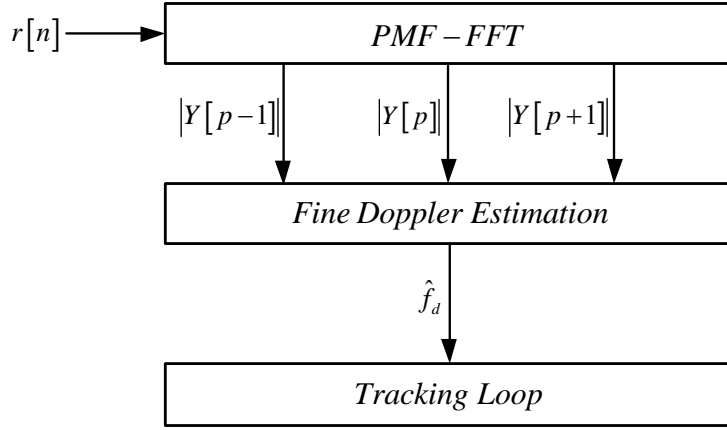


图 3.3-6 接收机同步方案结构框图

Figure 3.3-6 The block diagram of the receiver's synchronization scheme

该方案中跟踪环采用基于 UKF 的跟踪环实现结构，其中 UKF 取代了传统 PLL 环路中的鉴相器和环路滤波器。

假设 C/A 码已经精确同步，则跟踪环的输入序列可表示为

$$s[n] = D[n]c[n]\cos[2\pi(f_0 + f_i)nT_s + \theta_i] + u[n] \quad (3.3-56)$$

其中， $D[n]$  是值为  $\pm 1$  的数据比特流， $f_i$  为载波多普勒频移， $T_s$  为采样间隔， $\theta_i$  为随机相位， $u[n]$  是零均值、方差为  $\sigma_u^2$  的 AWGN。

定义 UKF 的状态矢量为  $X_k = [\theta \ \omega \ \alpha \ \alpha t]^T$ ，其中  $\theta$  为载波 NCO (Numerically Controlled Oscillator) 的瞬时相位， $\omega$  为载波 NCO 频率乘以  $2\pi$ ， $\alpha$ 、 $\alpha t$  分别为载波多普勒频移的一阶、二阶变化率乘以  $2\pi$ 。则 UKF 的离散状态模型可表示为

$$X_k = \Phi X_{k-1} + \eta \quad (3.3-57)$$

其中，状态转换矩阵  $\Phi$  可表示为

$$\Phi = \begin{bmatrix} 1 & T & T^2/2 & T^3/6 \\ 0 & 1 & T & T^2/2 \\ 0 & 0 & 1 & T \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (3.3-58)$$

其中， $T$  为  $X_k$  的更新周期。

另外，状态噪声矢量为  $\eta = [\eta_\theta \ \eta_\omega \ \eta_\alpha \ \eta_{\alpha t}]^T$ ， $Q_\theta$ 、 $Q_\omega$ 、 $Q_\alpha$ 、 $Q_{\alpha t}$  分别为  $\eta_\theta$ 、 $\eta_\omega$ 、 $\eta_\alpha$ 、 $\eta_{\alpha t}$  的功率谱密度，因此  $\eta$  的方差-协方差矩阵可表示为<sup>[126]</sup>

$$\begin{aligned}
 Q = & Q_{\theta} \begin{bmatrix} T & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} + Q_{\omega} \begin{bmatrix} T^3/3 & T^2/2 & 0 & 0 \\ T^2/2 & T & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \\
 & + Q_{\alpha} \begin{bmatrix} T^5/20 & T^4/8 & T^3/6 & 0 \\ T^4/8 & T^3/3 & T^2/2 & 0 \\ T^3/6 & T^2/2 & T & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} + Q_{\alpha\alpha} \begin{bmatrix} T^7/252 & T^6/72 & T^5/30 & T^4/24 \\ T^6/72 & T^5/20 & T^4/8 & T^3/6 \\ T^5/30 & T^4/8 & T^3/3 & T^2/2 \\ T^4/24 & T^3/6 & T^2/2 & T \end{bmatrix} \quad (3.3-59)
 \end{aligned}$$

至于 UKF 的观测矢量，可直接选择跟踪环路的积分清零输出，即

$$I_{P,k} = D_k \cdot \text{sinc}(f_{e,k} T_{coh}) \cdot \cos(\phi_{e,k}) + r_{I,k} \quad (3.3-60)$$

$$Q_{P,k} = -D_k \cdot \text{sinc}(f_{e,k} T_{coh}) \cdot \sin(\phi_{e,k}) + r_{Q,k} \quad (3.3-61)$$

其中， $\text{sinc}(x) = \sin(\pi x)/(\pi x)$ ， $f_{e,k}$  为多普勒跟踪误差， $\phi_{e,k}$  为瞬时载波相位跟踪误差， $T_{coh}$  为预检积分时间， $r_{I,k}$ 、 $r_{Q,k}$  分别为  $I$  路、 $Q$  路的 AWGN， $r_{I,k}$ 、 $r_{Q,k}$  都是零均值，方差分别为  $\sigma_{I,k}^2$ 、 $\sigma_{Q,k}^2$ 。定义  $r_k = [r_{I,k} \ r_{Q,k}]^T$ ，其方差-协方差矩阵

$$R = \begin{bmatrix} \sigma_{I,k}^2 & \\ & \sigma_{Q,k}^2 \end{bmatrix}。$$

因此，UKF 的观测模型可表示为

$$Z_k = \begin{bmatrix} I_{P,k} \\ Q_{P,k} \end{bmatrix} = h(X_k) + r_k \quad (3.3-62)$$

基于式 (3.3-57)、式 (3.3-62)，跟踪环的执行过程如下。

首先，由于  $X_k$  是  $X_{k-1}$  的线性函数，因此状态矢量的预测矩阵  $X_{k|k-1}$  及相应的方差-协方差矩阵  $P_{k|k-1}$  可表示为

$$X_{k|k-1} = \Phi X_{k-1} \quad (3.3-63)$$

$$P_{k|k-1} = \Phi P_{k-1} \Phi^T + Q \quad (3.3-64)$$

其次，均值为  $X_{k|k-1}$ 、协方差矩阵为  $P_{k|k-1}$  的  $2n+1$  个 sigma 点可以表示为

$$X^0 = X_{k|k-1} \quad w^0 = \frac{\kappa}{n + \kappa} \quad (3.3-65)$$

$$X^i = X_{k|k-1} + \left( \sqrt{(n + \kappa) P_{k|k-1}} \right)_i \quad w^i = \frac{1}{2(n + \kappa)} \quad (3.3-66)$$

$$X^{i+n} = X_{k|k-1} - \left( \sqrt{(n+\kappa)P_{k|k-1}} \right)_i \quad w^{i+n} = \frac{1}{2(n+\kappa)} \quad (3.3-67)$$

其中,  $n$  为  $X_k$  的维数,  $i=1,2,\dots,n$ ,  $\left( \sqrt{(n+\kappa)P_{k|k-1}} \right)_i$  是  $(n+\kappa)P_{k|k-1}$  的矩阵平方根的第  $i$  行或第  $i$  列,  $w^j$  是第  $j$  个 sigma 点的权重,  $j=0,1,\dots,2n$ ,  $\kappa \in \Re$ ,  $\kappa$  可以是满足  $n+\kappa \neq 0$  的任意数值, 本节中的仿真过程中取了  $\kappa=0.5$  [127]。

然后, 将式 (3.3-65)、式 (3.3-66)、式 (3.3-67) 代入非线性观测模型, 即代入式 (3.3-62), 可以得到

$$Y^j = h(X^j) \quad (3.3-68)$$

因此, 预测的观测矢量的均值和协方差矩阵可分别表示为

$$Y_{k|k-1} = \sum_{j=0}^{2n} w^j Y^j \quad (3.3-69)$$

$$P_{YY,k|k-1} = \sum_{j=0}^{2n} w^j (Y^j - Y_{k|k-1})(Y^j - Y_{k|k-1})^T \quad (3.3-70)$$

$$P_{XY,k|k-1} = \sum_{j=0}^{2n} w^j (X^j - X_{k|k-1})(Y^j - Y_{k|k-1})^T \quad (3.3-71)$$

最后, 在获得增益矩阵  $W_k = P_{XY,k|k-1} \cdot (P_{YY,k|k-1} + R)^{-1}$ 、更新矩阵  $V_k = Z_k - Y_{k|k-1}$  后, 状态矢量的更新矩阵  $X_k$  和相应的协方差矩阵  $P_k$  可分别表示为

$$X_k = X_{k|k-1} + W_k \cdot V_k \quad (3.3-72)$$

$$P_k = P_{k|k-1} - W_k \cdot (P_{YY,k|k-1} + R) \cdot W_k^T \quad (3.3-73)$$

### 3.3.5 仿真验证

本节通过仿真分析和验证所提出的多普勒频移的精确估计算法、及接收机同步架构的性能。

首先分析多普勒频移的精确估计算法的估计性能。仿真实验中, C/A 码片码速率为  $R_c = 1.023 \text{ MHz}$ , 码周期为  $T_c = 1/R_c$ , 通过  $U = 10^5$  次 Monte Carlo trials, 给出了  $\hat{f}_d T_c$  的估计期望及方差的仿真结果, 并且以 MCRB 为参考, 以归一化均方误差 (NMSE: Normalized mean square error) 为衡量指标给出  $\hat{f}_d T_c$  的估计性能。

多普勒频偏 NMSE 的表达式如式 (3.3-74), 由式 (3.3-54) 可知式 (3.3-75) 成立。

$$NMSE(\hat{f}_d T_c) = \frac{1}{U} \sum_{n=1}^U (\hat{f}_d T_c - f_d T_c)^2 \quad (3.3-74)$$

$$MCRB(f_d T_c) = \frac{3}{2\pi^2 M^3} \cdot \frac{1}{E_s/N_0} \quad (3.3-75)$$

图 3.3-7 给出了当  $M=1024$ 、 $L=64$ 、 $x'[n]$  信噪比  $SNR=0dB$  时  $\hat{f}_d T_c$  的估计期望与  $\delta$  的关系曲线，图中同时给出了  $\hat{f}_d T_c$  的理想估计曲线、理论推导的曲线。由该图可知， $\hat{f}_d T_c$  的实际估计期望曲线、理想估计曲线、理论推导曲线三条线几乎重合，当  $|\delta|$  逐渐增大时，实际估计期望曲线、理论推导曲线逐渐偏离理想曲线，当  $|\delta|$  趋于零时，能够完全重合，该仿真结果验证了 3.3.3 节对估计期望理论分析的结果，即  $\delta$  和  $f_d$  的估计结果是渐近无偏的。

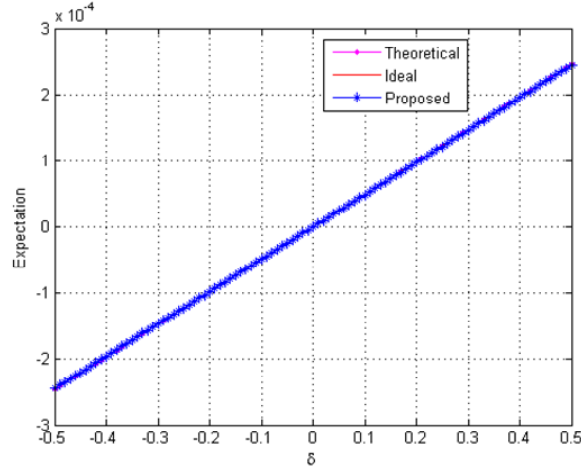


图 3.3-7  $\hat{f}_d T_c$  的估计期望与  $\delta$  的关系曲线

Figure 3.3-7 The relation between the expectation of  $\hat{f}_d T_c$  and  $\delta$

由 3.3.3 节中分析可知， $R_f$  的值不仅与  $\delta$  有关，还与  $M$ 、 $L$  有关 ( $P=M/L$ )， $M=1024$  为固定条件，图 3.3-8 分别给出了当  $L=64$ 、 $L=128$ 、 $L=256$ 、 $L=512$ 、 $x'[n]$  信噪比  $SNR=0dB$  时的  $R_f$  关于  $\delta$  的曲线，同时给出了相应的理论推导曲线作为参考。由该图可知， $\hat{f}_d T_c$  实际估计方差会出现优于理论推导方差的情况，这可能是因为理论推导过程中近似条件导致的；当  $L=64$  时， $\hat{f}_d T_c$  的实际估计方差最接近于 MCRB，实际多普勒频偏估计因子最大值为  $R_f^{max}=1.0902$ ，此时估计性能显然优于  $L=128$ 、 $L=256$ 、 $L=512$  的情况，这是因为  $L=64$  时对应的 PMF 的

个数  $P$  是四种情况中最大的, 此时 FFT 点数是最多的, 因此能获得最高精度的估计方差; 另外从(c)、(d)可以看出, 当  $|\delta|$  增大到 0.5 左右, 估计性能下降明显。

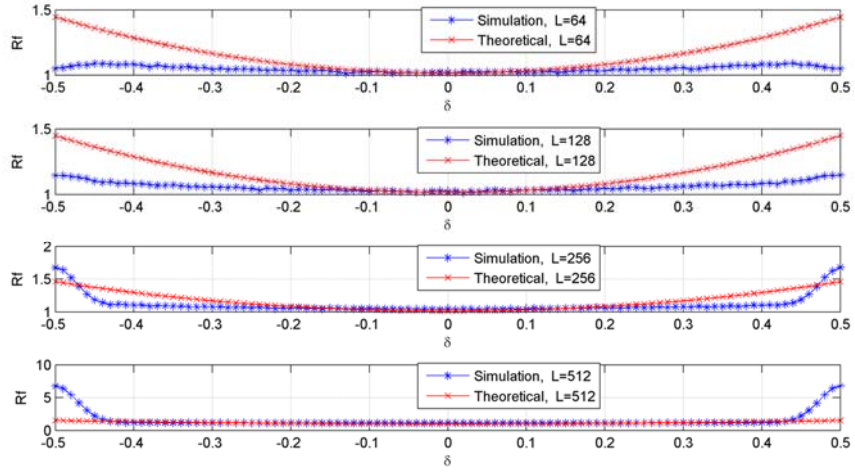


图 3.3-8 不同  $L$  和  $SNR$  情况下  $R_f$  与  $\delta$  的关系曲线

Figure 3.3-8 The relation between  $R_f$  and  $\delta$  under different  $L$  and  $SNR$

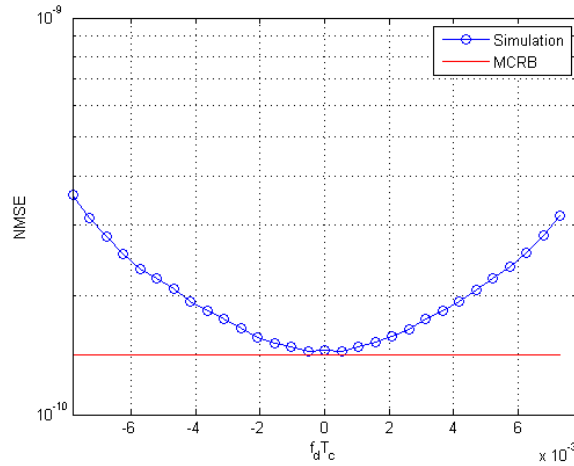


图 3.3-9  $NMSE$  与  $f_d T_c$  的关系曲线

Figure 3.3-9 The relation between  $NMSE$  and  $f_d T_c$

图 3.3-9 给出了当  $M = 1024$ 、 $L = 64$ 、 $x'[n]$  信噪比  $SNR = 0dB$  时的  $NMSE$  关于  $f_d T_c$  的曲线, 同时以  $MCRB$  为参照基准。由该图可知,  $NMSE$  非常接近  $MCRB$ , 当  $f_d T_c = 0$  时,  $NMSE$  取得最小值, 并随着  $|f_d T_c|$  的增大而增大, 在  $|f_d T_c| = \frac{1}{2L}$  处达到最大值, 但是该最大值量级为  $10^{-9}$ , 在可接受范围之内。该图



的变化趋势与式 (3.3-7) 相吻合, 该式中谱线幅度  $\frac{1}{M} \left| \frac{\sin(\pi f_d T_c L)}{\sin(\pi f_d T_c)} \right|$  在  $f_d T_c = 0$  时有最大值, 并随着  $|f_d T_c|$  的增大而增大。

综上所述, 基于 PMF-FFT 提出的多普勒频移的精确估计算法, 结构简单, 复杂度低, 并能够得到接近于 MCRB 的频率精确估计。

接下来分析所提出接收机同步架构的性能。

仿真实验中不但给出了提出的接收机同步结构的载波相位和多普勒频移的收敛误差曲线, 同时给出了传统接收机同步结构的载波相位和多普勒频移的收敛误差曲线以作对比。仿真条件分别为  $M = 1024$ ,  $L = 64$ ,  $T_{coh} = 1ms$ ,  $T = T_{coh}$ , 码速率  $R_c = 1.023MHz$ , 符号速率  $R_s = 1KHz$ , 初始多普勒频偏  $f_d = -3.73KHz$ , 初始多普勒频偏的一阶变化率为  $f_{d\alpha} = 2KHz/s$ , 多普勒频偏的二阶变化率为  $f_{d\alpha\alpha} = 500Hz/s^2$ , 初始载波瞬时相位为 0, 数字中频  $f_{IF} = 1MHz$ , 采样率  $f_s = 12R_c$ , 接收信号 CNR 为  $C/N_0 = 45dB \cdot Hz$ 。首先根据频率精确估计算法计算得到  $f_d$  的精确估计值为  $\hat{f}_{d\_fine} = f_d - 2.936$ , 粗略估计值为  $\hat{f}_{d\_coarse} = f_d + 233.1055$ , 分别作为送入跟踪环的初始多普勒频偏。

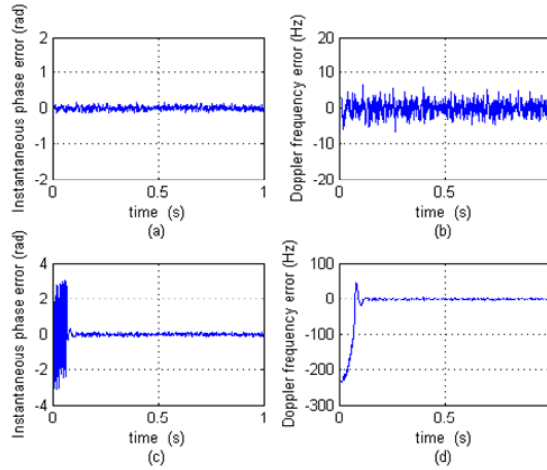


图 3.3-10 跟踪性能对比(相同的  $Q$  和  $R$ )

Figure 3.3-10 The tracking performance comparison (with same  $Q$  and  $R$ )

由于基于 UKF 的跟踪环是自适应调整带宽的环路结构, 最终收敛到一个恒定值, 并且该恒定值取决于  $Q$ 、 $R$  的相对权重<sup>[78]</sup>, 因此仿真过程中可通过调整  $Q$ 、 $R$  的值来调整环路带宽收敛值的大小。图 3.3-10 给出了两种接收机同步结构的

收敛误差曲线，环路参数均为  $Q_\theta = 10^{-5}$ 、 $Q_\theta = 10$ 、 $Q_\theta = 10^7$ 、 $Q_\theta = 10^{13}$ 、 $\sigma_{I,k}^2 = \sigma_{Q,k}^2 = 0.0158$ ，即此时两种同步架构中的跟踪环采用的环路带宽相同。图(a)、图(b)分别为所提同步结构的瞬时载波相位、多普勒频偏的误差收敛曲线，图(c)、图(d)分别为传统同步结构的瞬时载波相位、多普勒频偏的误差收敛曲线，由该图可知，所提同步结构能够得到较快的收敛，由于两种环路结构采用相同的  $Q$ 、 $R$ ，因此其收敛精度相同。

当  $Q_\theta = 10^{-10}$ 、 $Q_\theta = 10^{-4}$ 、 $Q_\theta = 10^2$ 、 $Q_\theta = 10^8$ 、其它仿真条件都不变时，所提出同步架构的瞬时载波相位、多普勒频偏的误差收敛曲线如图 3.3-11 中图(a)、图(b)所示，图 3.3-11 中图(c)、图(d)同图 3.3-10 中图(c)、图(d)，此时所提出的同步架构中跟踪环采用了较窄的环路带宽，由该图可知，此时收敛时间相同，但由于所提出的同步架构中跟踪环采用了较窄的环路带宽，因此其收敛精度要高于传统同步结构，如表 3.3-1、表 3.3-2 所示。

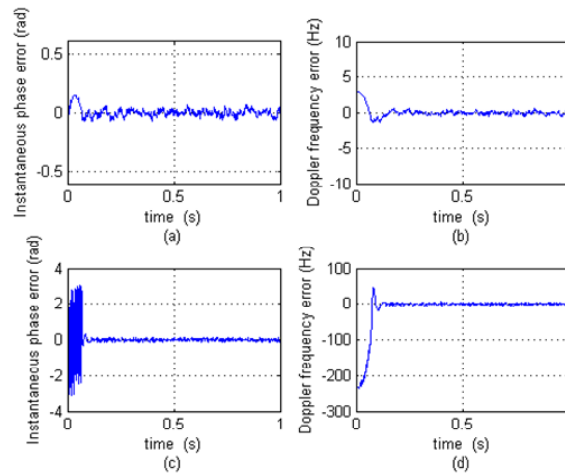


图 3.3-11 跟踪性能对比(不同的  $Q$  和  $R$ )

Figure 3.3-11 The tracking performance comparison (with different  $Q$  and  $R$ )

表 3.3-1 瞬时载波相位的收敛精度

Table 3.3-1 The convergence accuracy of instantaneous carrier phase

瞬时相位误差	均值(rad)	标准差(rad)
所提同步架构	0.0005	0.0254
传统同步架构	0.0016	0.0543

表 3.3-2 多普勒频偏的收敛精度( $\text{Hz}$ )

Table 3.3-2 The convergence accuracy of Doppler shift

多普勒频移误差	均值( $\text{Hz}$ )	标准差( $\text{Hz}$ )
所提同步架构	0.0039	0.2280
传统同步架构	0.0237	1.9401

仿真结果表明,当两种同步架构中的跟踪环采用相同的环路带宽时,所提同步结构的跟踪环路能够获得快速的收敛过程;当两种结构的跟踪环收敛时间相同时,所提同步结构能够获得较高精度的收敛结果,证明了所提同步结构的有效性,即:当所提的多普勒精确估计模块应用到接收机同步结构中,能够降低环路带宽,减小对跟踪环路的要求,提高载波相位和多普勒频率的收敛精度,又不增加复杂度,同时适用于高动态终端中的GPS接收机。

### 3.4 本章小结

本章首先理论分析了GPS接收机载波相位的测量误差,给出了不同环路带宽参数、不同时钟参数等情况下的环路误差分析,为GPS接收机的设计与实现提供了理论参考;然后基于高性能的PMF-FFT捕获算法,提出了一种高精度、低复杂度的多普勒频移的精确估计算法,理论推导了该算法的计算公式和噪声统计特性(包括估计期望和估计方差),通过仿真分析和验证了该算法的估计性能;最后提出一种模型简单、快速、精确的接收机同步方案,即将所提出的多普勒频移精确估计模块插入到接收机捕获、跟踪模块之间,并就同步结构中跟踪环的收敛速度、收敛精度两个方面,通过仿真分析与传统接收机同步结构进行了对比。

仿真结果表明,所提出的多普勒频移的精确估计算法结构简单,复杂度低,并能够得到接近于MCRB的频率精确估计;所提出的接收机同步方案模型简单,能够实现快速同步,并能有效降低对跟踪环的要求,能减小环路带宽,进而降低噪声的影响,提高接收机载波相位的收敛精度,又不增加复杂度,同时适用于高动态终端中的GPS接收机。



## 第4章 天线几何矩阵偏差的实时在轨估计和校正方法研究

### 4.1 引言

在基于导航信号进行LEO小卫星的姿态测量系统中,由于卫星的体积限制,GNSS天线组成的基线均为短基线,因此GNSS天线几何矩阵的偏差便是姿态角信息解算过程中最重要的系统误差之一。对于多个星载GNSS天线组成的测姿系统,其本体坐标系下的相对位置偏差可归咎于由人为因素和工具精度限制导致的地面校正误差、由卫星发射过程引起的机械冲击引起的结构变形、在轨温度场的变化、卫星在轨环境的不同等,因此,为了防止在LEO小卫星的高精度姿态信息的计算过程中,将含有偏差值的本体坐标系下GNSS天线几何矩阵作为计算的前提条件,针对天线几何矩阵偏差进行在轨估计和校正,是获得高精度载体姿态测量的关键步骤。

本章首先给出了两种当本体坐标系下天线几何矩阵存在偏差时的姿态角解算方法,并从算法的基本理论出发分析了其优缺点,指出了在LEO小卫星的高精度姿态信息的解算过程中,在轨估计和校正天线几何矩阵偏差的必要性;在此基础上,基于姿态角解算的系统模型,提出了一种新颖的在轨估计和校正天线几何矩阵偏差的方法,给出了该算法的理论模型与具体实现公式,仿真分析了该算法对天线几何矩阵中各轴上偏差值的估计精度,给出了其统计信息,最后仿真分析了对天线几何偏差矩阵校正后实时解算的姿态角的精度,并与没有进行天线几何偏差矩阵的估计和校正时解算出来的姿态角信息精度进行了对比。

### 4.2 天线几何矩阵存在偏差时的姿态角解算方法

当本体坐标系下天线几何矩阵存在偏差时,会使得姿态角解算结果有着较大的误差,因此学者们致力于研究这种情况下高精度姿态角的求解方法。本节主要介绍基于天线相对杠杆坐标的姿态校正迭代方法、基于LS的几何矩阵偏差与姿态角联合实时解算方法,并从算法的基本理论出发分析了其优缺点。

#### 4.2.1 基于天线相对杠杆坐标的姿态校正迭代方法

利用GNSS天线对船等载体进行姿态测量时,对于船载GNSS天线之间的位置关系有很高的要求,即天线组成的基线要沿着载体的主轴(纵轴和横轴)方向,

但是由于人为因素、工具的精度限制等原因,天线安装过程中存在不可避免的基线对齐误差,即实际本体坐标系下的天线几何矩阵  $B'_0$  与预设的  $B_0$  之间存在偏差。

Ardalan 基于含有对齐偏差的船载 GNSS 基线(天线几何矩阵偏差),提出了一种高精度姿态角的迭代解算方法,该方法姿态角解算精度高,稳定性强,使得对船载 GNSS 天线之间的位置配置要求有更高的自由度<sup>[11]</sup>。

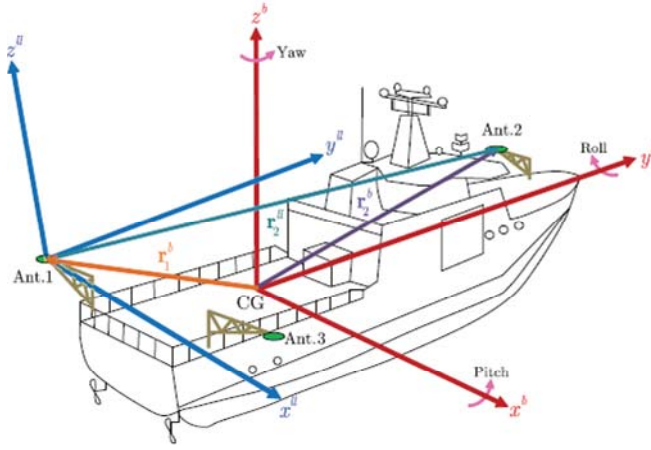


图 4.2-1 坐标系定义及天线配置

Figure 4.2-1 The definition of coordinate system and layout of antennas

图 4.2-1<sup>[11]</sup>给出了本体坐标系( $b$ -frame)、参考坐标系( $l$ -frame)的示意图。 $b$ -frame 中,质心(CG)为原点,  $x^b$  轴指向右舷方向,  $y^b$  轴指向船头方向,  $z^b$  轴向上,  $x^b$  轴、 $y^b$  轴、 $z^b$  轴三轴符合右手螺旋准则。 $l$ -frame 即为东北天坐标系,原点为天线 Ant.1 的相位中心,  $x^l$  轴指向当地地理东向,  $y^l$  轴指向地理北向,  $z^l$  轴指向天向,  $x^l$  轴、 $y^l$  轴、 $z^l$  轴三轴符合右手螺旋准则。Ant.1、Ant.2、Ant.3 组成的双基线理想位置为沿着载体的主轴方向,但实际安装过程中存在误差。定义 Ant.1、Ant.2、Ant.3 在  $b$ -frame 中的坐标分别为  $r_1^b = [x_1^b \ y_1^b \ z_1^b]^T$ 、 $r_2^b = [x_2^b \ y_2^b \ z_2^b]^T$ 、 $r_3^b = [x_3^b \ y_3^b \ z_3^b]^T$ , 在  $l$ -frame 中的坐标分别为  $r_1^l = [0 \ 0 \ 0]^T$ 、 $r_2^l = [x_2^l \ y_2^l \ z_2^l]^T$ 、 $r_3^l = [x_3^l \ y_3^l \ z_3^l]^T$ 。假设 Ant.1、Ant.2 组成基线  $\ell_{12}$ , Ant.1、Ant.3 组成基线  $\ell_{13}$ , 则  $b$ -frame 中  $\ell_{12}$ 、 $\ell_{13}$  的基线矢量分别为  $r_{12}^b = [x_{12}^b \ y_{12}^b \ z_{12}^b]^T = r_2^b - r_1^b$ ,  $r_{13}^b = [x_{13}^b \ y_{13}^b \ z_{13}^b]^T = r_3^b - r_1^b$ ,  $l$ -frame 中  $\ell_{12}$ 、 $\ell_{13}$  的基线矢量分别为  $r_{12}^l = [x_{12}^l \ y_{12}^l \ z_{12}^l]^T = r_2^l - r_1^l = r_2^l$ ,

$$r_{13}^l = [x_{13}^l \quad y_{13}^l \quad z_{13}^l]^T = r_3^l - r_1^l = r_3^l。$$

由图 4.2-1 可知,  $x^b$  轴为俯仰轴,  $y^b$  轴为横滚轴,  $z^b$  轴为偏航轴, 则如果按  $\phi_y$ 、 $\theta_p$ 、 $\psi_r$  的顺序旋转, 则  $l$ -frame 到  $b$ -frame 的旋转矩阵为

$$\begin{aligned} C_{ll}^b &= R_y(\psi_r) \cdot R_x(\theta_p) \cdot R_z(\phi_y) \\ &= \begin{bmatrix} c_{\psi_r} c_{\phi_y} - s_{\psi_r} s_{\theta_p} s_{\phi_y} & c_{\psi_r} s_{\phi_y} + s_{\psi_r} s_{\theta_p} c_{\phi_y} & -s_{\psi_r} c_{\theta_p} \\ -c_{\theta_p} s_{\phi_y} & c_{\theta_p} c_{\phi_y} & s_{\theta_p} \\ s_{\psi_r} c_{\phi_y} + c_{\psi_r} s_{\theta_p} s_{\phi_y} & s_{\psi_r} s_{\phi_y} - c_{\psi_r} s_{\theta_p} c_{\phi_y} & c_{\psi_r} c_{\theta_p} \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (4.2-1)$$

$b$ -frame 到  $l$ -frame 的旋转矩阵为

$$\begin{aligned} C_b^l &= R_z^T(\phi_y) \cdot R_x^T(\theta_p) \cdot R_y^T(\psi_r) \\ &= \begin{bmatrix} c_{\psi_r} c_{\phi_y} - s_{\psi_r} s_{\theta_p} s_{\phi_y} & -c_{\theta_p} s_{\phi_y} & s_{\psi_r} c_{\phi_y} + c_{\psi_r} s_{\theta_p} s_{\phi_y} \\ c_{\psi_r} s_{\phi_y} + s_{\psi_r} s_{\theta_p} c_{\phi_y} & c_{\theta_p} c_{\phi_y} & s_{\psi_r} s_{\phi_y} - c_{\psi_r} s_{\theta_p} c_{\phi_y} \\ -s_{\psi_r} c_{\theta_p} & s_{\theta_p} & c_{\psi_r} c_{\theta_p} \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (4.2-2)$$

基于天线相对杠杆坐标的姿态校正迭代求解方法步骤如下。

首先, 根据图 4.2-1 可知, 可计算出横滚角  $\psi_r$  可表示为

$$\psi_r = -\arcsin\left(\frac{z_{13}^l}{l_{13}}\right) - \alpha_{\psi_r} \quad (4.2-3)$$

其中,  $l_{13}$  为 Ant.1、Ant.3 之间的距离, 横滚角  $\psi_r$  的偏差  $\alpha_{\psi_r}$  可表示为

$$\alpha_{\psi_r} = -\arcsin\left(\frac{z_3^b - z_1^b}{l_{13}}\right) \quad (4.2-4)$$

$\alpha_{\psi_r}$  的表达式实际上就是用于从横向基线  $\ell_{13}$  中消除垂直不对齐误差的传统校准方式。

根据  $r_{12}^b = C_{ll}^b r_{12}^l$ 、 $r_{12}^l = C_b^l r_{12}^b$  可得, 基线  $\ell_{12}$ 、 $\ell_{13}$  的  $z$  轴方向的相对杠杆坐标可表示为

$$\begin{aligned} e_{z_{12}}^l &= (z_2^b - z_1^b) - z_{12}^l \\ &= (z_1^b - z_2^b)(c_{\psi_r} c_{\theta_p} - 1) + (y_1^b - y_2^b) s_{\theta_p} - (x_1^b - x_2^b) s_{\psi_r} c_{\theta_p} \end{aligned} \quad (4.2-5)$$

$$\begin{aligned} e_{z_{13}}^l &= (z_3^b - z_1^b) - z_{13}^l \\ &= (z_1^b - z_3^b)(c_{\psi_r} c_{\theta_p} - 1) + (y_1^b - y_3^b) s_{\theta_p} - (x_1^b - x_3^b) s_{\psi_r} c_{\theta_p} \end{aligned} \quad (4.2-6)$$

假设式(4.2-5)中  $\theta_p = 0$ ，可以得到校正公式

$$\begin{aligned} z_{12}'' &= z_{12}'' + e_{z_{12}}'' \\ &= z_{12}'' + \left\{ (z_1^b - z_2^b)(c_{\psi_r} - 1) - (x_1^b - x_2^b)s_{\psi_r} \right\} \end{aligned} \quad (4.2-7)$$

由式(4.2-7)可以看出，只要基线  $\ell_{12}$  没有严格沿着载体的纵轴，该校正流程便必不可少。

得到校正公式  $z_{12}''$  后，俯仰角  $\theta_p$  表达式为

$$\theta_p = \arcsin\left(\frac{z_{12}''}{l_{12}}\right) - \alpha_{\theta_p} \quad (4.2-8)$$

其中， $l_{12}$  为 Ant.1、Ant.2 之间的距离， $\theta_p$  的偏差  $\alpha_{\theta_p}$  可表示为

$$\alpha_{\theta_p} = \arcsin\left(\frac{z_2^b - z_1^b}{l_{12}}\right) \quad (4.2-9)$$

$\alpha_{\theta_p}$  的表达式实际上就是用于从纵向基线  $\ell_{12}$  中消除垂直不对齐误差的传统校准方式。

同理，假设(4.2-6)中  $\psi_r = 0$ ，可以得到校正公式

$$\begin{aligned} z_{13}'' &= z_{13}'' + e_{z_{13}}'' \\ &= z_{13}'' + \left\{ (z_1^b - z_3^b)(c_{\theta_p} - 1) + (y_1^b - y_3^b)s_{\theta_p} \right\} \end{aligned} \quad (4.2-10)$$

由式(4.2-10)可以看出，只要基线  $\ell_{13}$  没有严格沿着载体的横轴，该校正流程便必不可少。

然后将  $z_{13}''$  替代  $z_{12}''$  的值，重复(4.2-3)-(4.2-10)步骤，直到连续两个流程中计算出的  $\psi_r$ 、 $\theta_p$  的差别几乎可以忽略。

最后，在迭代得到  $\psi_r$ 、 $\theta_p$  的基础上，根据  $r_{12}^b = C_{12}^b r_{12}''$  便可计算得到偏航角  $\phi_y$ ，记  $a = s_{\phi_y}$ 、 $b = c_{\phi_y}$ ，则有

$$\begin{bmatrix} x_2^b - x_1^b + z_{12}'' s_{\psi_r} c_{\theta_p} \\ y_2^b - y_1^b - z_{12}'' s_{\theta_p} \\ z_2^b - z_1^b - z_{12}'' c_{\psi_r} c_{\theta_p} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -x_{12}'' s_{\psi_r} s_{\theta_p} + y_{12}'' c_{\psi_r} & x_{12}'' c_{\psi_r} + y_{12}'' s_{\psi_r} s_{\theta_p} \\ -x_{12}'' c_{\theta_p} & y_{12}'' c_{\theta_p} \\ x_{12}'' c_{\psi_r} s_{\theta_p} + y_{12}'' s_{\psi_r} & x_{12}'' s_{\psi_r} - y_{12}'' c_{\psi_r} s_{\theta_p} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a \\ b \end{bmatrix} \quad (4.2-11)$$

当计算得到  $a$ 、 $b$  的值后，可通过式(4.2-12)计算得到偏航角  $\phi_y$ 。



$$\phi_y = \arctan\left(\frac{a}{b}\right) \quad (4.2-12)$$

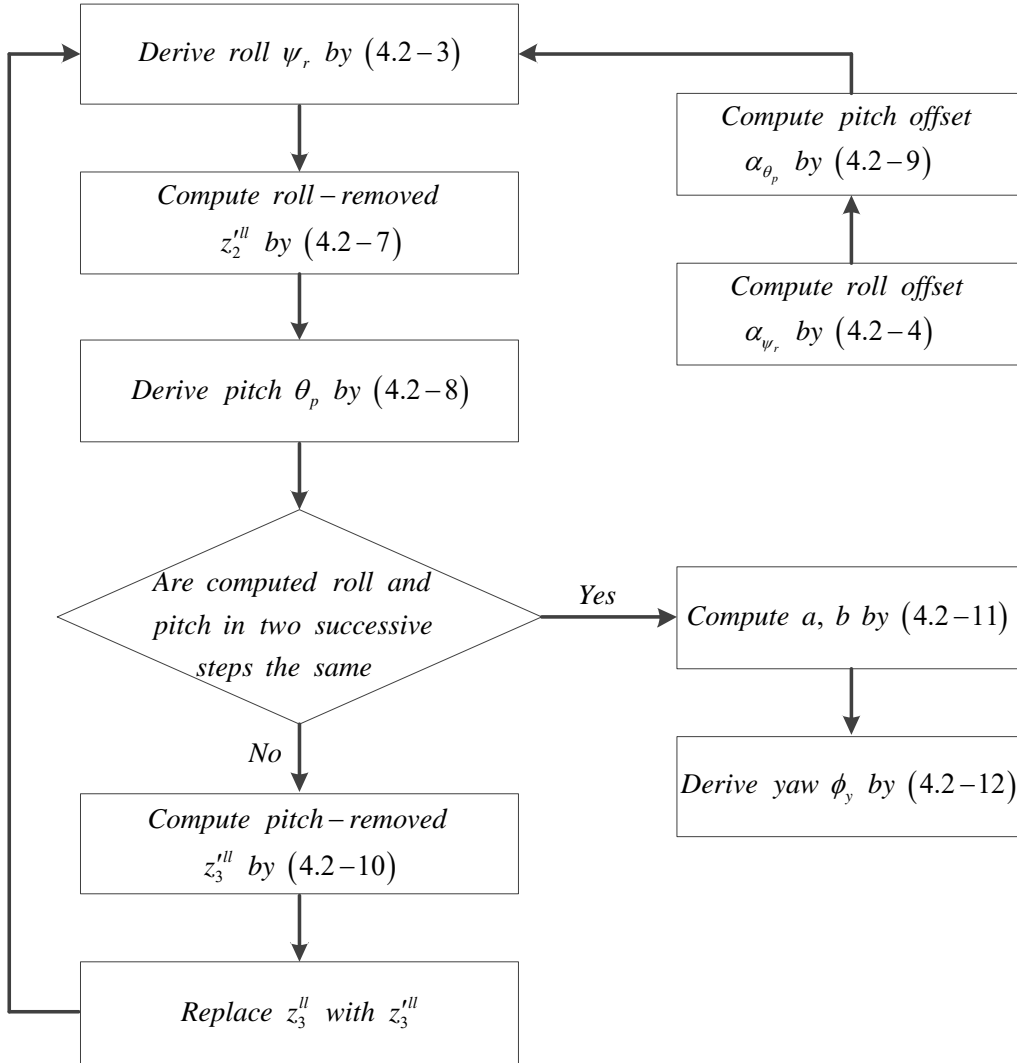


图 4.2-2 算法流程图

Figure 4.2-2 The flow diagram of the algorithm

至此便通过迭代方法实现了基于含有基线对齐偏差(天线几何矩阵偏差)的姿态角信息的解算。图 4.2-2 给出了整个迭代算法的流程框图。仿真结果与实际野外测试结果表明,该算法计算精度高,稳定性好,并且迭代流程收敛速度快,为基于含有对齐偏差的船载 GNSS 基线姿态角解算提供了一种新的思路,使得对船载 GNSS 天线之间的位置配置要求有更高的自由度。

但是在本质上,记参考坐标系下 GNSS 基线矢量矩阵为  $B\_Ref$ , 实际本体坐标系下的天线几何矩阵  $B'_0$ , 则根据  $B\_Ref = R(\xi) \cdot B'_0$  可知,只要  $B'_0$  精确已知,则利用  $B'_0$  而不是理想情况下的  $B_0$  就能够进行姿态角的精确解算,而 Ardalan 的算

法正是基于这点,该算法进行迭代的过程中,并没有对偏差值进行估计计算,基线偏差值其实是精确已知的,因此,该算法只适用于在偏差值精确已知时的姿态角的解算。

#### 4.2.2 基于LS的几何矩阵偏差与姿态角联合实时解算方法

Cohen、Cannon 在利用机载 GPS 天线进行姿态测量时,将飞机飞行过程中机翼的变形考虑在内(飞机发生变形时,本体坐标系下的天线几何矩阵  $B_0$  会发生相应的变化),提出将  $B_0$  中的偏差值与姿态角进行联合解算,即在利用 LS 解算姿态角的模型中引入一个额外的参数表示偏差值的大小<sup>[17][18]</sup>。

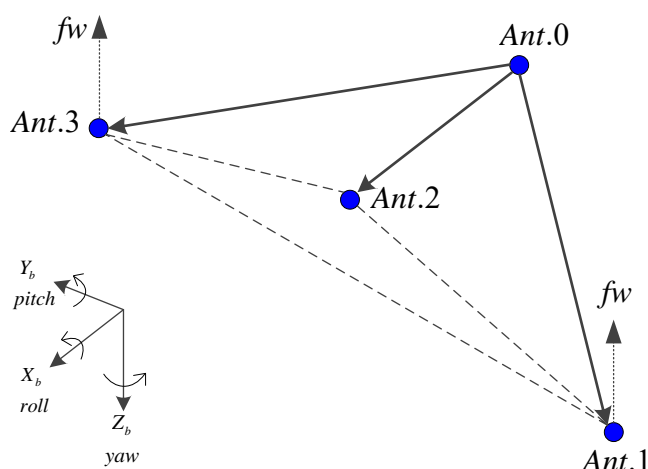


图 4.2-3 GPS 天线位置及机翼变形定义

Figure 4.2-3 The definition of layout of GPS antennas and the wing flexure

飞机上四个 GPS 天线的位置关系及两侧机翼变形的定义如图 4.2-3 所示。Ant.0 位于飞机的垂直尾翼, Ant.1 位于飞机的左侧机翼翼尖处, Ant.2 位于飞机的机身前部, Ant.3 位于飞机的右侧机翼翼尖处。假设 Ant.0、Ant.1 组成基线  $\ell_1$ , Ant.0、Ant.2 组成基线  $\ell_2$ , Ant.0、Ant.3 组成基线  $\ell_3$ 。

当考虑机翼的变形时,假设导致的本体坐标系下的基线矢量  $\ell_1$ 、 $\ell_3$  只在  $Z_b$  轴发生变化,并且这两个基线矢量发生的变化量相同,均为  $fw$ ,即:本体坐标系下天线几何矩阵偏差矩阵为

$$\Delta B_0 = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ -fw & 0 & -fw \end{bmatrix} \quad (4.2-13)$$

记实际本体坐标系下的天线几何矩阵为  $B'_0$ ，则  $B'_0 = B_0 + \Delta B_0$ ，记参考坐标系下 GPS 基线矢量矩阵为  $B\_Ref$ ，则根据  $B\_Ref = R(\xi) \cdot B'_0$  可同时解算姿态角  $\xi$  和

$$\text{偏差值 } fw。记未知量为 } X = \begin{bmatrix} \phi_y \\ \theta_p \\ \psi_r \\ fw \end{bmatrix}, \quad F(X) = R(\xi) \cdot B'_0 = \begin{bmatrix} f_{11} & f_{12} & f_{13} \\ f_{21} & f_{22} & f_{23} \\ f_{31} & f_{32} & f_{33} \end{bmatrix}, \text{ 则 } F(X)$$

的雅克比矩阵可表示为

$$J(X) = \frac{\partial}{\partial X} F(X) = \begin{bmatrix} \frac{\partial f_{11}}{\partial \phi_y} & \frac{\partial f_{11}}{\partial \theta_p} & \frac{\partial f_{11}}{\partial \psi_r} & \frac{\partial f_{11}}{\partial fw} \\ \frac{\partial f_{21}}{\partial \phi_y} & \frac{\partial f_{21}}{\partial \theta_p} & \frac{\partial f_{21}}{\partial \psi_r} & \frac{\partial f_{21}}{\partial fw} \\ \frac{\partial f_{31}}{\partial \phi_y} & \frac{\partial f_{31}}{\partial \theta_p} & \frac{\partial f_{31}}{\partial \psi_r} & \frac{\partial f_{31}}{\partial fw} \\ \frac{\partial f_{12}}{\partial \phi_y} & \frac{\partial f_{12}}{\partial \theta_p} & \frac{\partial f_{12}}{\partial \psi_r} & \frac{\partial f_{12}}{\partial fw} \\ \frac{\partial f_{22}}{\partial \phi_y} & \frac{\partial f_{22}}{\partial \theta_p} & \frac{\partial f_{22}}{\partial \psi_r} & \frac{\partial f_{22}}{\partial fw} \\ \frac{\partial f_{32}}{\partial \phi_y} & \frac{\partial f_{32}}{\partial \theta_p} & \frac{\partial f_{32}}{\partial \psi_r} & \frac{\partial f_{32}}{\partial fw} \\ \frac{\partial f_{13}}{\partial \phi_y} & \frac{\partial f_{13}}{\partial \theta_p} & \frac{\partial f_{13}}{\partial \psi_r} & \frac{\partial f_{13}}{\partial fw} \\ \frac{\partial f_{23}}{\partial \phi_y} & \frac{\partial f_{23}}{\partial \theta_p} & \frac{\partial f_{23}}{\partial \psi_r} & \frac{\partial f_{23}}{\partial fw} \\ \frac{\partial f_{33}}{\partial \phi_y} & \frac{\partial f_{33}}{\partial \theta_p} & \frac{\partial f_{33}}{\partial \psi_r} & \frac{\partial f_{33}}{\partial fw} \end{bmatrix} \quad (4.2-14)$$

将式  $B\_Ref = F(X)$  对  $X$  进行 Talor 展开并取一阶近似，则有以下公式成立

$$B\_Ref - F(X_0) = J(X_0)(X - X_0) \quad (4.2-15)$$

记  $H = J(X_0)$ ，则可得  $X$  的迭代公式为

$$X = X_0 + \delta X \quad (4.2-16)$$

$$\delta X = \begin{bmatrix} \delta \phi_y \\ \delta \theta_p \\ \delta \psi_r \\ \delta fw \end{bmatrix} = \left( H^T Q_{BB\_Ref}^{-1} H \right)^{-1} H^T Q_{BB\_Ref}^{-1} [B\_Ref - F(X_0)] \quad (4.2-17)$$

在此基础之上，Tsujji 给出了同时考虑飞机机翼变形、机身侧向变形引起的本体坐标系下天线几何矩阵偏差模型<sup>[19]</sup>，此时四个 GPS 天线的位置关系及两侧机翼变形和侧向变形的定义如图 4.2-4 所示。

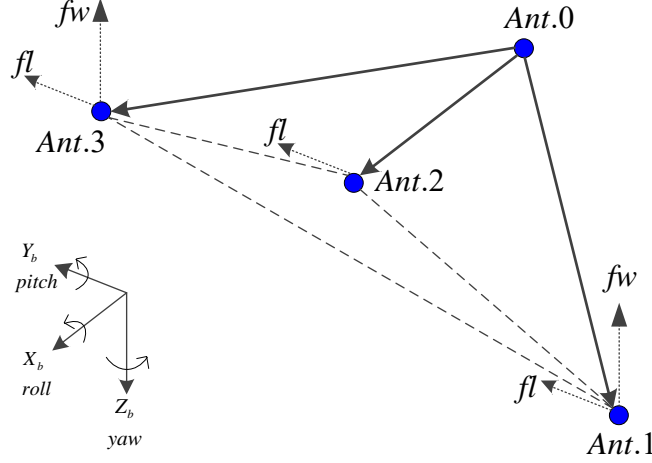


图 4.2-4 GPS 天线位置、机翼变形及侧向变形定义

Figure 4.2-4 The definition of layout of GPS antennas, the wing and the lateral flexture

假设机翼变形导致的本体坐标系下的基线矢量  $l_1$ 、 $l_3$  只在  $Z_b$  轴发生变化，并且这两个基线矢量发生的变化量相同，均为  $fw$ ，侧向变形导致的本体坐标系下的基线矢量  $l_1$ 、 $l_2$ 、 $l_3$  在  $Y_b$  轴发生变化，并且这三个基线矢量发生的变化量相同，均为  $fl$ 。

此时，本体坐标系下天线几何矩阵偏差矩阵为偏差矩阵可表示为

$$\Delta B_0 = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ fl & fl & fl \\ -fw & 0 & -fw \end{bmatrix} \quad (4.2-18)$$

实际本体坐标系下的天线几何矩阵为  $B'_0 = B_0 + \Delta B_0$ ，记参考坐标系下 GPS 基线矢量矩阵为  $B\_Ref$ ，则根据  $B\_Ref = R(\xi) \cdot B'_0$  可同时解算姿态角  $\xi$  和偏差值

$$fw、fl。记未知量为 X = \begin{bmatrix} \phi_y \\ \theta_p \\ \psi_r \\ fw \\ fl \end{bmatrix}, 记 F(X) = R(\xi) \cdot B'_0 = \begin{bmatrix} f_{11} & f_{12} & f_{13} \\ f_{21} & f_{22} & f_{23} \\ f_{31} & f_{32} & f_{33} \end{bmatrix}, 则 F(X)$$

的雅克比矩阵可表示为

$$J(X) = \frac{\partial}{\partial X} F(X) = \begin{bmatrix} \frac{\partial f_{11}}{\partial \phi_y} & \frac{\partial f_{11}}{\partial \theta_p} & \frac{\partial f_{11}}{\partial \psi_r} & \frac{\partial f_{11}}{\partial fw} & \frac{\partial f_{11}}{\partial fl} \\ \frac{\partial f_{21}}{\partial \phi_y} & \frac{\partial f_{21}}{\partial \theta_p} & \frac{\partial f_{21}}{\partial \psi_r} & \frac{\partial f_{21}}{\partial fw} & \frac{\partial f_{21}}{\partial fl} \\ \frac{\partial f_{31}}{\partial \phi_y} & \frac{\partial f_{31}}{\partial \theta_p} & \frac{\partial f_{31}}{\partial \psi_r} & \frac{\partial f_{31}}{\partial fw} & \frac{\partial f_{31}}{\partial fl} \\ \frac{\partial f_{12}}{\partial \phi_y} & \frac{\partial f_{12}}{\partial \theta_p} & \frac{\partial f_{12}}{\partial \psi_r} & \frac{\partial f_{12}}{\partial fw} & \frac{\partial f_{12}}{\partial fl} \\ \frac{\partial f_{22}}{\partial \phi_y} & \frac{\partial f_{22}}{\partial \theta_p} & \frac{\partial f_{22}}{\partial \psi_r} & \frac{\partial f_{22}}{\partial fw} & \frac{\partial f_{22}}{\partial fl} \\ \frac{\partial f_{32}}{\partial \phi_y} & \frac{\partial f_{32}}{\partial \theta_p} & \frac{\partial f_{32}}{\partial \psi_r} & \frac{\partial f_{32}}{\partial fw} & \frac{\partial f_{32}}{\partial fl} \\ \frac{\partial f_{13}}{\partial \phi_y} & \frac{\partial f_{13}}{\partial \theta_p} & \frac{\partial f_{13}}{\partial \psi_r} & \frac{\partial f_{13}}{\partial fw} & \frac{\partial f_{13}}{\partial fl} \\ \frac{\partial f_{23}}{\partial \phi_y} & \frac{\partial f_{23}}{\partial \theta_p} & \frac{\partial f_{23}}{\partial \psi_r} & \frac{\partial f_{23}}{\partial fw} & \frac{\partial f_{23}}{\partial fl} \\ \frac{\partial f_{33}}{\partial \phi_y} & \frac{\partial f_{33}}{\partial \theta_p} & \frac{\partial f_{33}}{\partial \psi_r} & \frac{\partial f_{33}}{\partial fw} & \frac{\partial f_{33}}{\partial fl} \end{bmatrix} \quad (4.2-19)$$

将式  $B\_Ref = F(X)$  对  $X$  进行 Talor 展开并取一阶近似，则有以下公式成立

$$B\_Ref - F(X_0) = J(X_0)(X - X_0) \quad (4.2-20)$$

记  $H = J(X_0)$ ，则可得  $X$  的迭代公式为

$$X = X_0 + \delta X \quad (4.2-21)$$

$$\delta X = \begin{bmatrix} \delta \phi_y \\ \delta \theta_p \\ \delta \psi_r \\ \delta fw \\ \delta fl \end{bmatrix} = \left( H^T Q_{BB\_Ref}^{-1} H \right)^{-1} H^T Q_{BB\_Ref}^{-1} [B\_Ref - F(X_0)] \quad (4.2-22)$$

以上给出了 Cohen、Cannon、Tsujji 联合解算几何矩阵偏差参数和姿态角的模型，虽然 Cohen、Cannon、Tsujji 在解算姿态角的时候同时考虑了天线几何矩阵偏差带来的影响，但是对天线几何矩阵偏差建模的时候，都假设在某一确定轴方向的基线偏差量大小相同、方向相同，这种假设并不一定符合实际情况，是理想的情况，另外， $X_b$  方向有可能也会有变形导致的偏差。

### 4.3 天线几何矩阵偏差的在轨估计和校正方法

在 LEO 小卫星的姿态测量系统中, 由于卫星的体积限制, GNSS 天线组成的基线均为短基线, 因此 GNSS 天线几何矩阵的偏差便是姿态角信息解算过程中最重要的系统误差之一。由 4.2 节分析可知, 实际测姿系统中, 本体坐标系下的天线几何矩阵偏差涉及到每条基线的每个方向, 基于此, 本节首先根据系统模型, 提出并推导了一种新颖的在轨估计和校正天线几何矩阵偏差的方法, 然后仿真分析了该算法的性能, 并与忽略几何偏差矩阵的测姿系统进行了对比。

#### 4.3.1 系统模型

根据 2.4 节推导可知, 多天线收到的多个导航卫星信号的原始观测量可构成基线矢量解算模型, 即

$$\text{vec}(Y) = (I_m \otimes A) \text{vec}(N) + (I_m \otimes G) \text{vec}(X) \quad (4.3-1)$$

根据该模型可求得 ECEF 坐标系下的基线矢量  $\text{vec}(\tilde{X})$  及相应的方差-协方差矩阵  $Q_{\tilde{X}\tilde{X}}$ , 进而通过坐标系的转换得到参考坐标系下 (假设为 NED 坐标系) 相应的基线矢量  $\text{vec}(B\_NED)$  及其方差-协方差矩阵  $Q_{BB\_NED}$ 。

为了表达简洁, 将  $B\_NED$  简写为  $B$ , 记姿态角为  $\xi = [\phi_y \quad \theta_p \quad \psi_r]^T$ , 则式 (2.5-6)、式 (2.5-7) 可重新表示为

$$B = R(\xi) \cdot B_0 \quad (4.3-2)$$

$$R(\xi) = \begin{bmatrix} c_{\phi_y} c_{\theta_p} & c_{\phi_y} s_{\theta_p} s_{\psi_r} - s_{\phi_y} c_{\psi_r} & c_{\phi_y} s_{\theta_p} c_{\psi_r} + s_{\phi_y} s_{\psi_r} \\ s_{\phi_y} c_{\theta_p} & s_{\phi_y} s_{\theta_p} s_{\psi_r} + c_{\phi_y} c_{\psi_r} & s_{\phi_y} s_{\theta_p} c_{\psi_r} - c_{\phi_y} s_{\psi_r} \\ -s_{\theta_p} & c_{\theta_p} s_{\psi_r} & c_{\theta_p} c_{\psi_r} \end{bmatrix} \quad (4.3-3)$$

若  $B_0$  是固定不变且精确已知, 通过多天线的原始观测量计算得到  $\text{vec}(B)$ 、 $Q_{BB}$  后, 便可通过 2.5.2 节介绍的 LS 方法或者 KF 方法进行姿态角的解算。

考虑  $m+1=3$  个天线构成  $m=2$  条独立基线的情况, 记  $B_0 = [b_1 \quad b_2]$ , 其中  $b_i = [x_i \quad y_i \quad z_i]^T$  为  $OX_b Y_b Z_b$  坐标系下预设的第  $i$  ( $i=1$  or  $i=2$ ) 条基线的基线矢量。假设每条基线的每个方向的偏差是恒定的, 则式 (4.3-2) 可表示为

$$\text{vec}(B) = \begin{bmatrix} R \cdot b'_1 \\ R \cdot b'_2 \end{bmatrix} \quad (4.3-4)$$

其中,  $i=1$  or  $i=2$ ,  $b'_i = [x_i + \Delta x_i \quad y_i + \Delta y_i \quad z_i + \Delta z_i]^T$ ,  $B'_0 = [b'_1 \quad b'_2]$  为  $OX_b Y_b Z_b$  坐标系下实际的天线几何矩阵,  $\Delta x_i$ 、 $\Delta y_i$ 、 $\Delta z_i$  为  $B_0$  上未知的偏差值, 构成偏差矩

$$\text{阵 } \Delta B_0 = \begin{bmatrix} \Delta x_1 & \Delta x_2 \\ \Delta y_1 & \Delta y_2 \\ \Delta z_1 & \Delta z_2 \end{bmatrix}。$$

#### 4.3.2 算法推导

由式(4.3-4)可知, 一个时刻的解算模型中有6个独立的方程, 但包含9个未知数, 由于缺乏冗余信息, 式(4.3-4)有无数组解。为了增加冗余信息, 可首先以 epoch-by-epoch 的方式获得多个时刻的  $\text{vec}(B)$  信息, 然后联立多个时刻的  $\text{vec}(B)$  信息, 再利用相邻时刻姿态角之间的关系、基线偏差值之间的关系等进行姿态角、基线偏差值的解算。基于 UKF、联立四个时刻的数据进行姿态角、基线偏差值的解算模型介绍如下。

首先定义状态矢量模型为

$$X_k = [\xi_{t+3}^T \quad \xi_{t+2}^T \quad \xi_{t+1}^T \quad \xi_t^T \quad \dot{\xi}^T \quad \Delta x_1 \quad \Delta y_1 \quad \Delta z_1 \quad \Delta x_2 \quad \Delta y_2 \quad \Delta z_2 \quad \dot{\Delta}]^T \quad (4.3-5)$$

其中,  $\xi_t = [\phi_{y,t} \quad \theta_{p,t} \quad \psi_{r,t}]^T$  为开始时刻  $t$  的姿态角,  $\xi_{t+1} = [\phi_{y,t+1} \quad \theta_{p,t+1} \quad \psi_{r,t+1}]^T$ 、 $\xi_{t+2} = [\phi_{y,t+2} \quad \theta_{p,t+2} \quad \psi_{r,t+2}]^T$ 、 $\xi_{t+3} = [\phi_{y,t+3} \quad \theta_{p,t+3} \quad \psi_{r,t+3}]^T$  分别为接下来三个时刻  $t+1$ 、 $t+2$ 、 $t+3$  的姿态角参数,  $\dot{\xi} = [\dot{\phi}_y \quad \dot{\theta}_p \quad \dot{\psi}_r]^T$  为姿态角的变化率, 当姿态角的更新频率较高时, 可假设  $\dot{\xi}$  是恒定不变的,  $\dot{\Delta}$  是考虑到过程噪声的影响而加入到状态矢量中的一个小量, 表示各个基线偏差值的变化率。

该系统的离散时间动态模型可表示为

$$X_k = \Phi X_{k-1} + \eta \quad (4.3-6)$$

状态转换矩阵  $\Phi$  可表示为

$$\Phi = \begin{bmatrix} I_{12} & e_4 \otimes (T \cdot I_3) & & \\ & I_3 & & \\ & & I_6 & T \cdot e_6 \\ & & & 1 \end{bmatrix}_{22 \times 22} \quad (4.3-7)$$

其中,  $e_x = [1 \quad 1 \quad \cdots \quad 1]^T$  为  $x \times 1$  维列向量,  $I_x$  为  $x \times x$  维单位矩阵,  $T$  为  $X_k$  的更新

周期，数值上等于时刻 $t$ 、 $(t+1)$ 的时间间隔。

状态噪声矢量可表示为

$$\eta = \begin{bmatrix} 0_{1 \times 12} & \eta_{\dot{\phi}_y} & \eta_{\dot{\theta}_p} & \eta_{\dot{\psi}_r} & 0_{1 \times 6} & \eta_{\dot{\Delta}} \end{bmatrix}^T \quad (4.3-8)$$

$\eta$  的均值为0，其方差-协方差矩阵可表示为<sup>[126]</sup>

$$Q = \text{blockdiag}(c, d) \quad (4.3-9)$$

其中 $c$ 、 $d$ 可分别表示为

$$c = \begin{bmatrix} e_4 \otimes e_4^T \cdot T^3/3 & e_4 \cdot T^2/2 \\ e_4^T \cdot T^2/2 & T \end{bmatrix} \otimes a \quad (4.3-10)$$

$$d = \begin{bmatrix} e_6 \otimes e_6^T \cdot T^3/3 & e_6 \cdot T^2/2 \\ e_6^T \cdot T^2/2 & T \end{bmatrix} \otimes b \quad (4.3-11)$$

其中， $a = \begin{bmatrix} S_{\dot{\phi}_y} \\ S_{\dot{\theta}_p} \\ S_{\dot{\psi}_r} \end{bmatrix}$ ， $b = S_{\dot{\Delta}}$ ， $S_{\dot{\phi}_y}$ 、 $S_{\dot{\theta}_p}$ 、 $S_{\dot{\psi}_r}$ 、 $S_{\dot{\Delta}}$ 分别表示 $\eta_{\dot{\phi}_y}$ 、 $\eta_{\dot{\theta}_p}$ 、 $\eta_{\dot{\psi}_r}$ 、 $\eta_{\dot{\Delta}}$ 的功率谱密度。

该滤波模型中，非线性观测方程可表示为

$$Z_k = h(X_k) + r_k \quad (4.3-12)$$

其中， $r_k$ 为观测噪声，均值为0，其方差-协方差矩阵可表示为

$$R = \begin{bmatrix} Q_{BB_{t+3}} & & & \\ & Q_{BB_{t+2}} & & \\ & & Q_{BB_{t+1}} & \\ & & & Q_{BB_t} \end{bmatrix} \quad (4.3-13)$$

观测量 $Z_k$ 由四个时刻参考坐标系下的基线矢量联合给出，可表示为

$$Z_k = \begin{bmatrix} \text{vec}(B_{t+3}) \\ \text{vec}(B_{t+2}) \\ \text{vec}(B_{t+1}) \\ \text{vec}(B_t) \end{bmatrix} \quad (4.3-14)$$

非线性观测模型 $h(X_k)$ 可表示为



$$h(X_k) = \begin{bmatrix} R(\xi_{t+3}) \cdot b'_1 \\ R(\xi_{t+3}) \cdot b'_2 \\ R(\xi_{t+2}) \cdot b'_1 \\ R(\xi_{t+2}) \cdot b'_2 \\ R(\xi_{t+1}) \cdot b'_1 \\ R(\xi_{t+1}) \cdot b'_2 \\ R(\xi_t) \cdot b'_1 \\ R(\xi_t) \cdot b'_2 \end{bmatrix} \quad (4.3-15)$$

根据公式(4.3-6)、(4.3-12)，姿态角、天线几何矩阵偏差的解算过程如下。

首先，由于  $X_k$  是  $X_{k-1}$  的线性函数，因此状态矢量的预测矩阵  $X_{k|k-1}$  及相应的方差-协方差矩阵  $P_{k|k-1}$  可表示为

$$X_{k|k-1} = \Phi X_{k-1} \quad (4.3-16)$$

$$P_{k|k-1} = \Phi P_{k-1} \Phi^T + Q \quad (4.3-17)$$

其次，均值为  $X_{k|k-1}$ 、协方差矩阵为  $P_{k|k-1}$  的  $2n+1$  个 sigma 点可以表示为

$$X^0 = X_{k|k-1} \quad w^0 = \frac{\kappa}{n + \kappa} \quad (4.3-18)$$

$$X^i = X_{k|k-1} + \left( \sqrt{(n + \kappa) P_{k|k-1}} \right)_i \quad w^i = \frac{1}{2(n + \kappa)} \quad (4.3-19)$$

$$X^{i+n} = X_{k|k-1} - \left( \sqrt{(n + \kappa) P_{k|k-1}} \right)_i \quad w^{i+n} = \frac{1}{2(n + \kappa)} \quad (4.3-20)$$

其中， $n$  为  $X_k$  的维数， $i=1,2,\dots,n$ ， $\left( \sqrt{(n + \kappa) P_{k|k-1}} \right)_i$  是  $(n + \kappa) P_{k|k-1}$  的矩阵平方根的第  $i$  行或第  $i$  列， $w^j$  是第  $j$  个 sigma 点的权重， $j=0,1,\dots,2n$ ， $\kappa \in \mathfrak{R}$ ， $\kappa$  可以是满足  $n + \kappa \neq 0$  的任意数值，本节中的仿真过程中取了  $\kappa = 0.5$  <sup>[127]</sup>。

然后，将式(4.3-18)、式(4.3-19)、式(4.3-20)代入非线性观测模型，可得

$$Y^j = h(X^j) \quad (4.3-21)$$

因此，预测的观测矢量的均值和协方差矩阵可分别表示为

$$Y_{k|k-1} = \sum_{j=0}^{2n} w^j Y^j \quad (4.3-22)$$

$$P_{YY,k|k-1} = \sum_{j=0}^{2n} w^j (Y^j - Y_{k|k-1})(Y^j - Y_{k|k-1})^T \quad (4.3-23)$$

$$P_{XY,k|k-1} = \sum_{j=0}^{2n} w^j (X^j - X_{k|k-1})(Y^j - Y_{k|k-1})^T \quad (4.3-24)$$

最后, 在获得增益矩阵  $W_k = P_{XY,k|k-1} \cdot (P_{YY,k|k-1} + R)^{-1}$ 、更新矩阵  $V_k = Z_k - Y_{k|k-1}$  后, 状态矢量的更新矩阵  $X_k$  和相应的协方差矩阵  $P_k$  可分别表示为

$$X_k = X_{k|k-1} + W_k \cdot V_k \quad (4.3-25)$$

$$P_k = P_{k|k-1} - W_k \cdot (P_{YY,k|k-1} + R) \cdot W_k^T \quad (4.3-26)$$

通过一段时间的滤波过程, 便可以获得几何矩阵中每个偏差值的均值和标准差, 即  $\Delta B_0$  便为已知量, 然后就可对  $B_0$  进行校正, 校正后的天线几何偏差矩阵可表示为  $B'_0 = \Delta B_0 + B_0$ , 然后便可以进行实时姿态角及姿态变化率参数的解算。此时, UKF 的状态矢量可表示为

$$X_k = [\phi_y \quad \theta_p \quad \psi_r \quad \dot{\phi}_y \quad \dot{\theta}_p \quad \dot{\psi}_r]^T \quad (4.3-27)$$

相应的状态转换矩阵  $\Phi$  可表示为

$$\Phi = \begin{bmatrix} I_3 & T \cdot I_3 \\ & I_3 \end{bmatrix}_{6 \times 6} \quad (4.3-28)$$

此时状态噪声矢量  $\eta$  可表示为

$$\eta = \begin{bmatrix} 0_{1 \times 3} & \eta_{\dot{\phi}_y} & \eta_{\dot{\theta}_p} & \eta_{\dot{\psi}_r} \end{bmatrix}^T \quad (4.3-29)$$

$\eta$  的均值为 0, 方差-协方差矩阵可表示为

$$Q = \begin{bmatrix} T^3/3 & T^2/2 \\ T^2/2 & T \end{bmatrix} \otimes a \quad (4.3-30)$$

观测方程可表示为

$$Z_k = h(X_k) + r_k \quad (4.3-31)$$

其中, 观测量  $Z_k$  由一个特定时刻的  $\text{vec}(B)$  给出, 观测噪声  $r_k$  的方差-协方差矩阵为  $R = Q_{BB}$ , 并且非线性观测模型可表示为

$$h(X_k) = \begin{bmatrix} R(\xi) \cdot b'_1 \\ R(\xi) \cdot b'_2 \end{bmatrix} \quad (4.3-32)$$

然后根据公式 (4.3-16)–(4.3-26), 便可实时获得姿态角参数。

### 4.3.3 实现流程与结构

图 4.3-1 给出了所提出的天线几何矩阵偏差的实时在轨估计和校正方法的实现流程与结构。

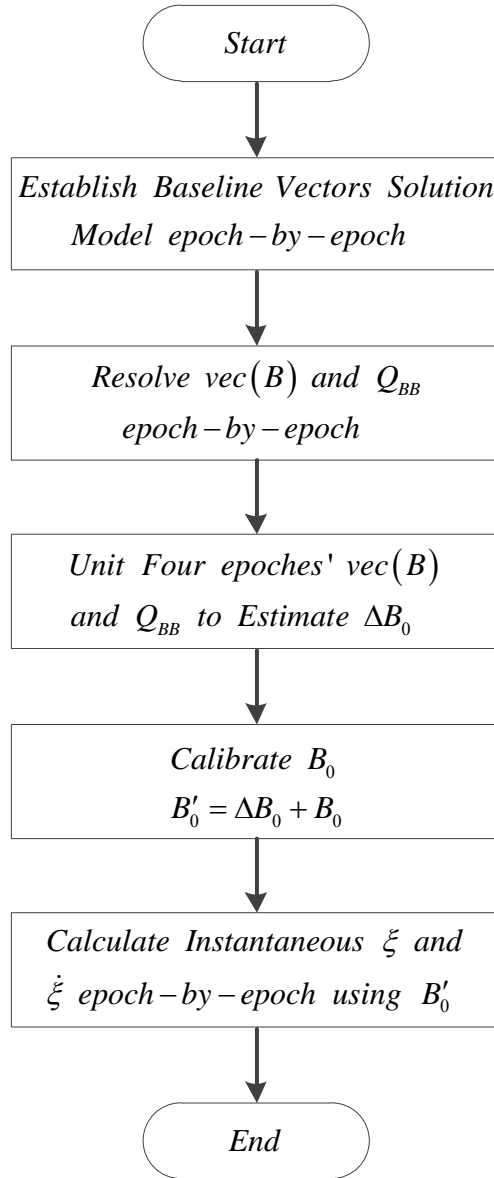


图 4.3-1 所提算法的流程图

Figure 4.3-1 The flow diagram of the proposed algorithm

首先, 以一个时刻多天线收到的多个导航卫星信号的原始观测量构成基线矢量解算模型, 如式(4.3-1); 其次根据 2.4 节关于参考坐标系下的基线矢量及其相应的方差-协方差矩阵求得每个时刻的  $\text{vec}(B)$ 、 $Q_{BB}$ ; 然后为了增加冗余信息, 联立四个时刻的  $\text{vec}(B)$  信息, 再利用相邻时刻姿态角之间的关系、基线偏差值之间的关系等进行姿态角、基线偏差值的解算; 最后根据解算出来的几何偏差矩阵  $\Delta B_0$ , 对  $B_0$  进行校正(即  $B'_0 = \Delta B_0 + B_0$ ), 利用校正后的  $B'_0$  便可实时进行姿态角

$\xi$  及姿态角变化率  $\dot{\xi}$  的解算。

#### 4.3.4 仿真验证

本节通过仿真分析和验证所提出的在轨估计和校正天线几何矩阵偏差方法的有效性。

仿真验证过程中假设载体为一 LEO 卫星，其轨道参数如表 4.3-1 所示。另外，假设 LEO 卫星载体上有  $m+1=3$  个天线，并且主天线位于载体的质心位置。Spirent 的导航信号模拟器 GSS6700 用来产生 GPS 的 L1 信号，信号截止角设为  $5^\circ$  (以载体位置的地平线为截止角  $0^\circ$ )。

表 4.3-1 LEO 卫星轨道参数

Table 4.3-1 Orbital specification for LEO satellite

半长轴	6971.593Km
轨道倾角	34.911°
升交点赤经	-78.005°
离心率	0.000846
平近点角	351.636°
近地点幅角	47.757°

首先，预设的三天线在  $OX_bY_bZ_b$  坐标系下的几何矩阵为

$$B_0 = \begin{bmatrix} 0.99 & 0.03 \\ -0.02 & 1.02 \\ -0.03 & 0.01 \end{bmatrix} \quad (4.3-33)$$

假设实际存在的天线几何矩阵偏差矩阵为

$$\Delta B_0 = \begin{bmatrix} \Delta x_1 & \Delta x_2 \\ \Delta y_1 & \Delta y_2 \\ \Delta z_1 & \Delta z_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0.01 & -0.03 \\ 0.02 & -0.02 \\ 0.03 & -0.01 \end{bmatrix} \quad (4.3-34)$$

则  $OX_bY_bZ_b$  坐标系下的实际天线几何矩阵矩阵为

$$B'_0 = \Delta B_0 + B_0 = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (4.3-35)$$

首先，在实际天线几何矩阵为  $B'_0$  的前提下，对 30247 个时刻(约 8.4 小时)的

基线矢量进行处理, 更新频率为 $1\text{Hz}$ , 即 $T=1\text{s}$ , 矩阵 $a$ 、 $b$ 中的参数分别为 $S_{\dot{\phi}_y}=10^{-9}$ 、 $S_{\dot{\theta}_p}=10^{-9}$ 、 $S_{\dot{\psi}_r}=10^{-9}$ 、 $S_{\dot{\Delta}}=10^{-15}$ 。图 4.3-2—图 4.3-6 给出了 UKF 的处理结果。

图 4.3-2 给出了每个开始时刻的姿态角(即 $\xi_t$ )的估计误差曲线。估计误差定义为估计值减去真实值。姿态角 $\xi_t$ 的估计误差均值及标准差如表 4.3-2 所示, 另三个时刻的姿态角估计误差能得到与 $\xi_t$ 同等量级的估计精度。图 4.3-3 给出了姿态角变化率(即 $\dot{\xi}$ )的估计误差曲线。估计误差仍然定义为估计值减去真实值。姿态角变化率 $\dot{\xi}$ 的估计误差均值及标准差如表 4.3-3 所示。

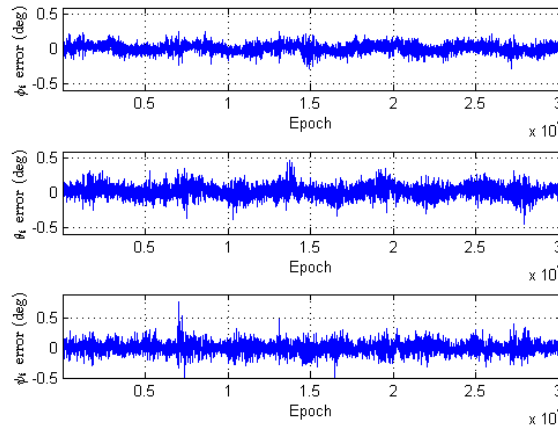


图 4.3-2  $\xi_t$  的估计误差曲线

Figure 4.3-2 The estimation error lines of  $\xi_t$

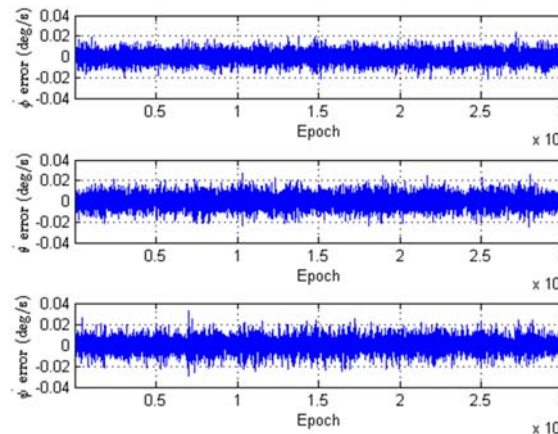


图 4.3-3  $\dot{\xi}$  的估计误差曲线

Figure 4.3-3 The estimation error lines of  $\dot{\xi}$

表 4.3-2  $\xi_t$  的估计误差统计信息

Table 4.3-2 Statistical information for estimation errors of  $\xi_t$

$\xi_t$ 误差	均值( $^{\circ}$ )	标准差( $^{\circ}$ )
$\phi_{y,t}$ 误差	0.0107	0.0614
$\theta_{p,t}$ 误差	0.0227	0.0855
$\psi_{r,t}$ 误差	0.0056	0.0902

表 4.3-3  $\dot{\xi}$  的估计误差统计信息

Table 4.3-3 Statistical information for estimation errors of  $\dot{\xi}$

$\dot{\xi}$ 误差	均值( $^{\circ}/s$ )	标准差( $^{\circ}/s$ )
$\dot{\phi}_y$ 误差	$-5.3640 \times 10^{-6}$	0.0053
$\dot{\theta}_p$ 误差	$-4.8794 \times 10^{-6}$	0.0064
$\dot{\psi}_r$ 误差	$2.3810 \times 10^{-5}$	0.0066

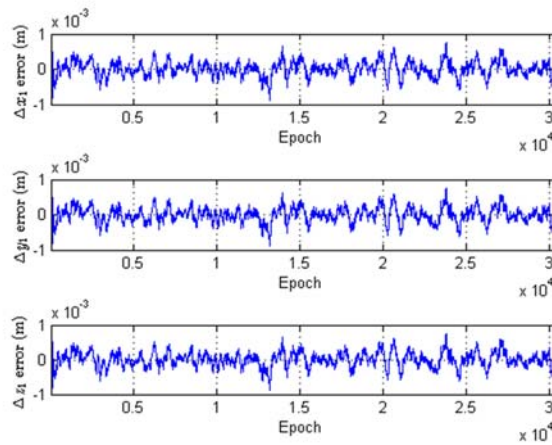


图 4.3-4 基线 $b_1$ 三轴几何偏差的估计误差曲线

Figure 4.3-4 The estimation error lines of 3-axis antenna geometry offsets for  $b_1$

图 4.3-4、图 4.3-5 分别给出了基线 $b_1$ 的三轴几何偏差(即  $\Delta x_1$ 、 $\Delta y_1$ 、 $\Delta z_1$ )、基线 $b_2$ 的三轴几何偏差(即  $\Delta x_2$ 、 $\Delta y_2$ 、 $\Delta z_2$ )的估计误差曲线,估计误差仍然定义为估计值减去真实值,表 4.3-4 给出了其统计信息。由图 4.3-4、图 4.3-5、

表 4.3-4 可知, 天线几何矩阵偏差的估计值非常接近真实值, 只有特别小的抖动出现。根据其估计误差曲线的均值及几何矩阵偏差的真实值, 可得天线几何矩阵偏差矩阵可表示为(4.3-36), 非常接近真实值。

$$\Delta B_0 = \begin{bmatrix} \Delta x_1 & \Delta x_2 \\ \Delta y_1 & \Delta y_2 \\ \Delta z_1 & \Delta z_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0.0100 & -0.0300 \\ 0.01999 & -0.01999 \\ 0.0300 & -0.00999 \end{bmatrix} \quad (4.3-36)$$

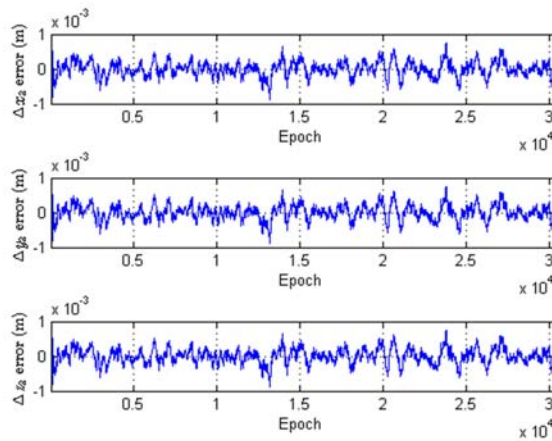


图 4.3-5 基线  $b_2$  三轴几何偏差的估计误差曲线

Figure 4.3-5 The estimation error lines of 3-axis antenna geometry offsets for  $b_2$

表 4.3-4 几何矩阵偏差值的估计误差统计信息

Table 4.3-4 Statistical information for estimation errors of antenna geometry offsets

几何偏差估计误差	均值(m)	标准差(m)
$\Delta x_1$ 误差	$1.0463 \times 10^{-5}$	$2.1075 \times 10^{-4}$
$\Delta y_1$ 误差	$-2.0571 \times 10^{-6}$	$2.1074 \times 10^{-4}$
$\Delta z_1$ 误差	$5.5375 \times 10^{-6}$	$2.1078 \times 10^{-4}$
$\Delta x_2$ 误差	$-2.0109 \times 10^{-6}$	$2.1073 \times 10^{-4}$
$\Delta y_2$ 误差	$5.4989 \times 10^{-6}$	$2.1091 \times 10^{-4}$
$\Delta z_2$ 误差	$3.8580 \times 10^{-6}$	$2.1076 \times 10^{-4}$

图 4.3-6 给出了基线几何偏差变化率( $\dot{\Delta}$ )的估计曲线, 正如设计 UKF 的状态矢量时的假设一样,  $\dot{\Delta}$ 是考虑到过程噪声的影响的一个小量, 其均值为

$-1.0084 \times 10^{-8} \text{ m/s}$ ，标准差为  $7.7536 \times 10^{-7} \text{ m/s}$ 。状态矢量中  $\dot{\Delta}$  的存在保证了所提出的动态模型的有效性和正确性。

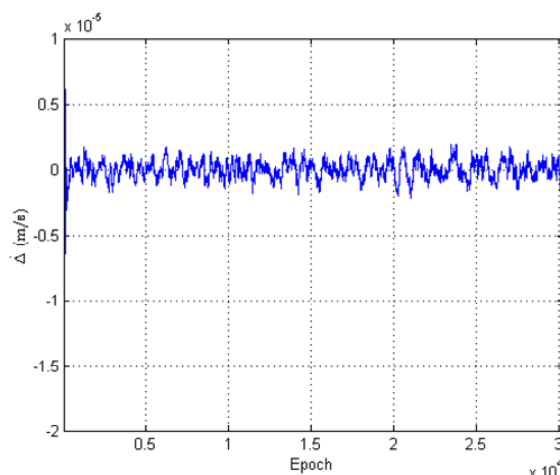


图 4.3-6 基线几何偏差变化率( $\dot{\Delta}$ )的估计曲线

Figure 4.3-6 The estimation line of antenna geometry offsets' variation rate( $\dot{\Delta}$ )

图 4.3-2—图 4.3-6、表 4.3-2—表 4.3-4 充分说明了所提出天线几何矩阵偏差在轨估计方法的有效性和准确性。在得到天线几何矩阵偏差的估计值之后，便可对  $B_0$  进行校正(即  $B'_0 = B_0 + \Delta B_0$ )，然后根据式(4.3-27)–(4.3-32)和  $B'_0$  实时进行姿态角的解算。

对另外 25000 个时刻(约 6.94 小时)的基线矢量进行处理，更新频率仍为  $1\text{Hz}$ ，矩阵  $a$  中的参数仍分别为  $S_{\phi_y} = 10^{-9}$ 、 $S_{\theta_p} = 10^{-9}$ 、 $S_{\psi_r} = 10^{-9}$ 。图 4.3-7 给出了没有经过天线几何矩阵偏差校正情况下实时解算出的姿态角的误差曲线(即直接利用  $B_0$  进行解算)，图 4.3-8 给出了相应的姿态角变化率的误差曲线，图 4.3-9 给出了经过天线几何矩阵偏差校正情况下实时解算出的姿态角的误差曲线(即利用  $B'_0$  进行解算)，图 4.3-10 给出了相应的姿态角变化率的误差曲线，这里的估计误差仍然定义为估计值减去真实值，表 4.3-5 给出了图 4.3-7、图 4.3-9 的统计信息的对比，表 4.3-6 给出了图 4.3-8、图 4.3-10 的统计信息的对比，由此可知，经过对天线几何矩阵偏差的估计和校正，能够实时获得高精度、有效的姿态角及其变化率信息，而当直接利用  $B_0$  进行解算时，所得姿态角及变化率信息有很大的不确定度，这也是合理的，因为当  $B_0$  上附加有未知且不确定偏差矩



阵时，式(4.3-1)中由各天线的原始观测量组成的  $\text{vec}(Y)$  不再与  $B_0$  相匹配，而是与  $B'_0$  相匹配，因此当进行姿态角及姿态角变化率信息的解算时，直接利用  $B_0$  得到的姿态角及变化率误差很大，仿真结果也进一步说明了对天线几何矩阵偏差的在轨估计和校正的必要性。另外，图中时刻8939、时刻17585处的毛刺是由计算基线矢量时的误差引起的，即这两个时刻UKF的观测量存在较大误差，导致姿态角及其变化率误差曲线中出现了毛刺。

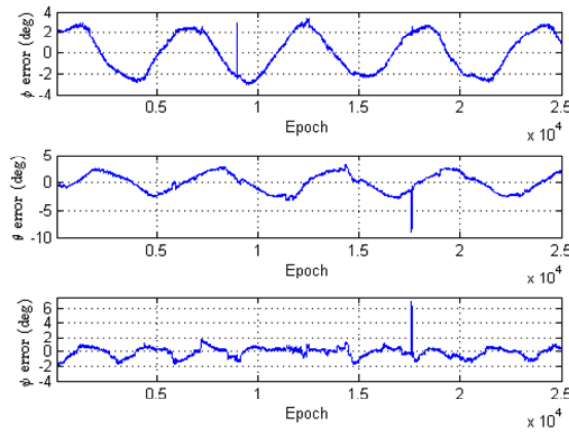


图 4.3-7  $\xi$  的估计误差曲线(under  $B_0$ )

Figure 4.3-7 The estimation error lines of  $\xi$  (under  $B_0$ )

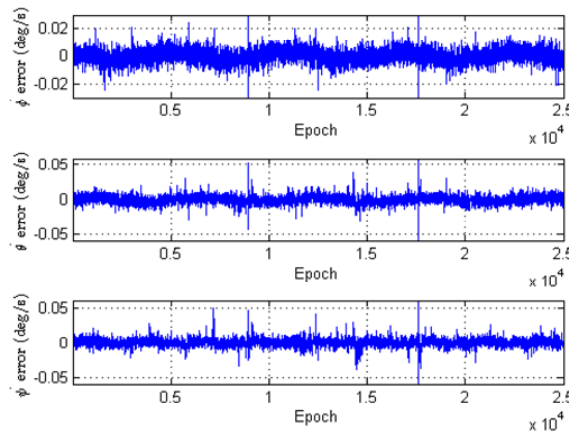


图 4.3-8  $\dot{\xi}$  的估计误差曲线(under  $B_0$ )

Figure 4.3-8 The estimation error lines of  $\dot{\xi}$  (under  $B_0$ )

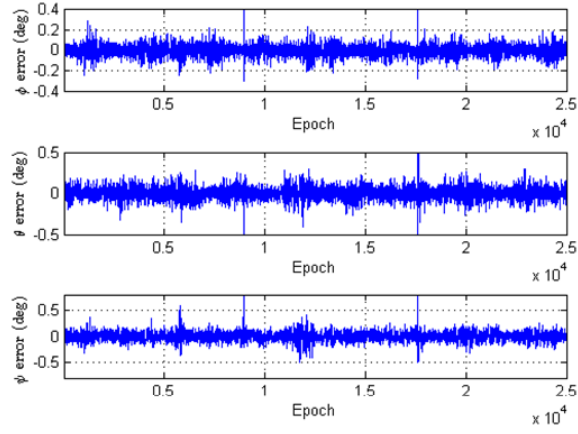


图 4.3-9  $\xi$  的估计误差曲线 (under  $B'_0$ )

Figure 4.3-9 The estimation error lines of  $\xi$  (under  $B'_0$ )

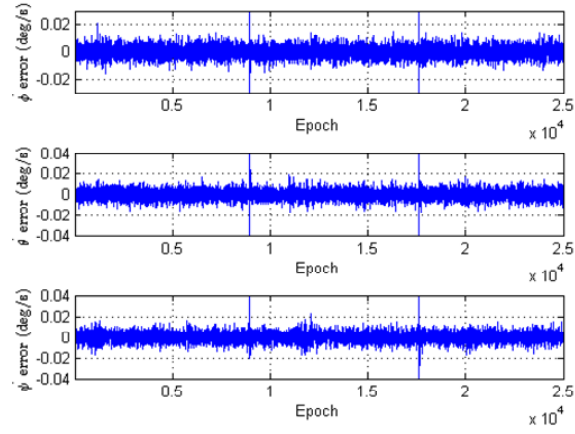


图 4.3-10  $\dot{\xi}$  的估计误差曲线 (under  $B'_0$ )

Figure 4.3-10 The estimation error lines of  $\dot{\xi}$  (under  $B'_0$ )

表 4.3-5 姿态角  $\xi$  的估计误差统计信息对比 (under  $B_0$  or  $B'_0$ )

Table 4.3-5 Statistical information comparison of estimation errors of  $\xi$  (under  $B_0$  or  $B'_0$ )

误差项	$B_0$ 校正之后		$B_0$ 校正之前	
	均值( $^{\circ}$ )	标准差( $^{\circ}$ )	均值( $^{\circ}$ )	标准差( $^{\circ}$ )
$\phi_y$ 误差	-0.0007	0.0817	0.1357	1.8840
$\theta_p$ 误差	-0.0023	0.1426	-0.0064	1.6176
$\psi_r$ 误差	0.0026	0.1517	-0.0694	0.6723

表 4.3-6 姿态角变化率 $\dot{\xi}$ 的估计误差统计信息对比(under  $B_0$  or  $B'_0$ )Table 4.3-6 Statistical information comparison of estimation errors of  $\dot{\xi}$  (under  $B_0$  or  $B'_0$ )

误差项	$B_0$ 校正之后		$B_0$ 校正之前	
	均值( $^{\circ}/s$ )	标准差( $^{\circ}/s$ )	均值( $^{\circ}/s$ )	标准差( $^{\circ}/s$ )
$\dot{\phi}_y$ 误差	$7.5416 \times 10^{-6}$	0.0076	$7.7267 \times 10^{-5}$	0.0091
$\dot{\theta}_p$ 误差	$6.5390 \times 10^{-6}$	0.0077	$7.5923 \times 10^{-5}$	0.0090
$\dot{\psi}_r$ 误差	$6.8627 \times 10^{-5}$	0.0078	$5.6257 \times 10^{-5}$	0.0092

#### 4.4 本章小结

本章基于姿态角解算的系统模型,提出了一种新颖的在轨估计和校正天线几何矩阵偏差的方法,理论推导了该算法的理论模型与具体实现公式,仿真分析了该算法的性能,并给出了相关统计信息。

仿真和分析结果表明,该算法能够得到高精度的天线几何矩阵偏差的估计值,其估计值非常接近真实值,只有特别小的抖动出现。将对天线几何偏差矩阵校正后实时解算的姿态角的精度,与没有进行天线几何偏差矩阵的估计和校正时解算出来的姿态角信息精度进行对比发现,经过对天线几何矩阵偏差的估计和校正,能够实时获得高精度、有效的姿态角及其变化率信息,而当直接利用 $B_0$ 进行解算时,所得姿态角及变化率信息有很大的不确定度,仿真结果也进一步说明了对天线几何矩阵偏差的在轨估计和校正的必要性。



## 第5章 星载小型化 BD2/GPS 双基线定姿定轨接收机系统方案设计

### 5.1 引言

随着我国 BDS 星座的快速发展,该系统能实现全天候全球导航定位服务,并且 BDS 与 GPS 体制相近,可兼容互操作,完全可以单独使用 BDS 或联合 BDS 与 GPS 对 LEO 实现定姿定轨一体化设计,因此,在我国利用 GNSS 信号实现 LEO 的定姿定轨一体化设计,具有巨大的工程应用价值。

本章首先给出一种星载小型化 BD2/GPS 双基线定姿定轨接收机设计方案,给出了系统设计验证结果;然后针对 LEO 卫星姿态角速度动态较大、卫星分布 DOP 值不理想、载波相位测量精度下降时,提出一种基线矢量的反向滤波方式,给出了算法的理论模型与具体实现公式,并通过仿真验证了该算法的性能。仿真结果表明,该算法能够有效改善测姿系统中基线矢量的求解精度,进而改善姿态信息的解算精度。

### 5.2 接收机总体方案

星载小型化低功耗高可靠 BD2/GPS 导航定姿定轨接收机采用微型模块化设计,更方便、更容易满足特殊单板结构(即可以根据卫星总体需求采用其他板型)。

为了增加系统的可靠性,同时兼顾高的测量精度,BD2/GPS 导航定姿定轨接收机主备份采用不同的设计方案,主份采用高可靠性设计方案,所选用的射频模块、基带处理单元、定轨模块均有在轨飞行经历,同时为了增加系统的可靠性,采用具有在轨飞行经历的 APA1000 作为系统的接口、控制单元;为了提高系统的测量精度,备份采用 FPGA+DSP 的架构进行处理,该框架可以完成 GPS 双频的处理,FPGA 采用 A7-200T,DSP 采用 TI 的 TMS320C6748,射频芯片采用 XN117 射频芯片。方案的具体介绍如下:

1. BD2/GPS 导航定姿定轨接收机的射频预处理单元为设备的单点,射频预处理单元接收导航天线输出的 BD2/GPS 导航信号,先进行前置滤波、低噪声放大和 1:2 功分,分别将两路信号输出至主份、备份 BD2/GPS 导航定姿定轨单元;
2. 主份采用 G302 处理单元,G302 模块采用热备的处理方式,每路天线对

应一个 G302 处理单元，分别完成 GPS L1、BD2 B1 (热备) 的处理，首先完成射频信号的下变频处理和数字量化处理，输出量化结果给高动态基带导航信号处理 SOC；由高动态基带导航信号处理 SOC 完成 12 通道 GPS L1 CA 码导航信号、12 通道 BD2 B1 C 码导航信号的实时捕获、跟踪和定位解算；

3. 主份采用的 SOC 芯片将输出的定位结果、测量数据通过 APA1000 输出至定轨、定姿处理单元，定轨、定姿处理单元分别由两个 ARM 单元组成，ARM 处理单元完成对于整星的定姿、定轨工作，输出定姿、定轨结果至整星星务。

4. 备份采用 XN117 射频芯片，XN117 射频芯片为双通道射频芯片，完成对于 GPS L1/L2 的下变频处理，该芯片完成射频信号的两级下变频及数字采样，输出数字中频信号至基带 FPGA；

5. 备份采用两套 FPGA+DSP 架构进行基带处理，每套 FPGA+DSP 架构完成两幅天线输入信号的处理工作，两套架构将处理后结果汇总至 ARM 处理单元，完成整星的定轨和双基线定姿工作，并将结果输出至整星星务；备份采用的 FPGA 完成数字信号的载波剥离、码剥离，输出原始测量量至 DSP，DSP 完成信号的环路处理工作，完成系统的定位工作，并将系统的定位结果输出至 ARM 处理单元，完成系统的定轨和定姿工作；

6. 主份的元器件采用经过飞行验证的工业级和国产军品级芯片设计，降低整机成本的同时，确保可靠性指标满足总体要求，所采用的核心芯片 (ARM、FPGA 等) 均经过长期飞行验证，系统的设计方案也经过飞行验证，备份设备则采用工业级元器件，为了增加系统的可靠性，对关键元器件进行了单粒子防护；

7. 采用高可靠电源监控技术，实现辐照敏感器件的工作电压、工作电流实时检测，避免恶劣的空间环境引起接收机硬件损坏；通过软硬件相结合的电源管理技术，可根据任务要求灵活关闭部分硬件模块、软件功能灵活配置，实现接收机超低功耗运行；

8. 对于影响用户任务的关键单点如 1PPS 输出、CAN 总线接口等采取冗余设计和 APA1000 FPGA 芯片监控设计。其中，采用 2 片 CAN 总线协议芯片，实时响应星务计算机的总线轮询，输出定位定轨结果；出现总线通信故障时，及时切换为备份总线进行通信。

BD2/GPS 导航定姿定轨接收机的功能结构框图如图 5.2-1 所示。

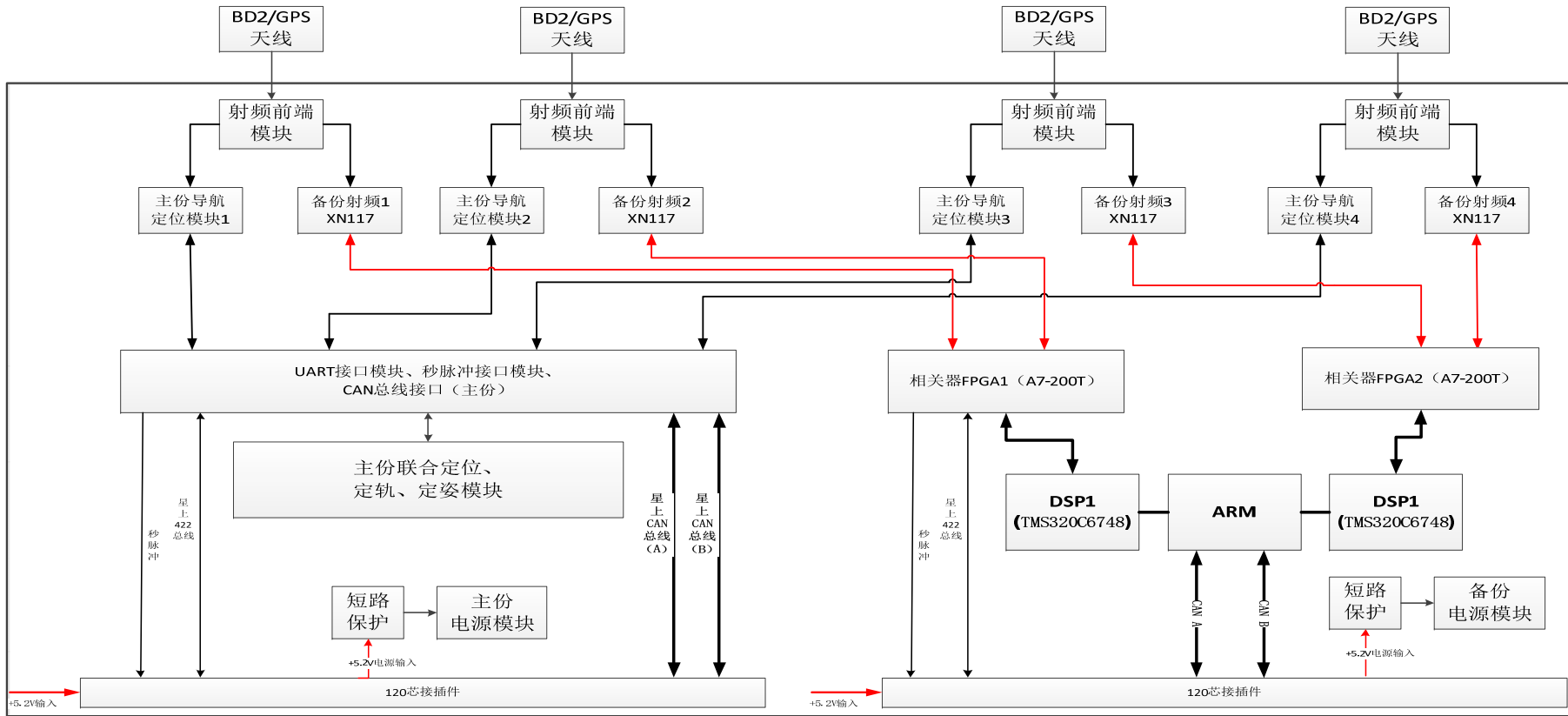


图 5.2-1 整机总体功能结构

Figure 5.2-1 The general structure of the system





本方案围绕“低成本、高可靠”的要求，设计出如下的自上而下的“金字塔式”系统架构，具体各个模块的设计如下：

1. 射频前置单元：选用国产化、经长期在轨飞行验证的 LNA、滤波器和功分器等芯片，完成 BD2/GPS 导航信号的可靠放大和功率分配，降低器件失效引起的接收机功能失效概率；

2. 高动态信号处理单元：采用国产普通等级的（工业级或者普军级）射频下变频处理芯片和高动态导航信息接收芯片进行设计；

3. 系统监控单元：采用高可靠 APA1000 FPGA 作为主控芯片，实现 UART 通信接口、部分组合逻辑功能；FPGA 连接多通道 ADC 芯片对板上二次电源电压进行测量，并将测量结果通过 CAN 总线发送给星务计算机进行地面分析和控制，同时测量结果由 FPGA 进行快速判决并及时切断出现单粒子锁定故障的器件的供电电源；

4. 定轨、定姿与接口处理单元：该部分硬件采用抗辐照等级的国产化 ARM 和 APA1000 FPGA，确保该部分电路不会发生总剂量效应和单粒子效应损坏，同时软件上实现多套定轨、定姿算法计算，对定轨计算结果进行多数判决，极大程度上降低单粒子翻转效应引起的功能、性能错误；

5. 高可靠电源管理单元：电源管理单元作为器件稳定运行的基础保障条件，对整机的可靠性有很大的影响；对于关键部分如定轨计算单元、射频前置单元和射频预处理单元均采用抗辐照加固的电源芯片或者经过长期飞行验证的电源芯片为其供电，确保接收机的关键部分不会因为辐照而失效；其余部分的单元采用普通等级电源芯片设计，由电源管理和系统监控单元确保供电安全和故障恢复。

6. 时钟网络单元：时钟网络单元是影响整个导航定姿定轨模块稳定运行的关键模块，有源晶振和时钟驱动器均选用具有飞行经历的产品；

7. 对外接口单元：选用经过可靠性筛选的国产元器件进行 CAN 总线、422 接口和秒脉冲接口设计。

为了提高系统的测量精度，备份则采用 FPGA + DSP 的处理架构进行处理，该系统架构具有以下优势：

1. 系统可以兼容 GPS 双频，完成对 GPS L1/L2 的双频处理，可有效消除电离层等影响因素，并有助于解算载波相位整周模糊度，可以降低系统误差，获得

高的测量精度；

2. 系统采用 FPGA+DSP 的处理架构，FPGA 完成相关器部分工作，完成数字中频信号的载波剥离码剥离，输出原始测量量至 DSP，可有效输出双频载波相位至 DSP，为后续进行基于载波相位的双基线测姿提供原始数据；

3. TMS320C6748 是 TI 推出浮点功能的全新高性能处理器，是业界功耗最低的浮点 DSP，可充分满足高能效、连通性设计对高集成度外设、更低热量耗散以及更长电池使用寿命的需求，DSP 用于完成系统的环路处理、双天线定位等功能，输出定位及原始观测量至 ARM 处理单元。

4. ARM 处理单元接收来自两片 DSP 的定位、原始观测量等信息，完成整星的双基线测姿工作及定轨任务，输出定姿、定轨信息至整星星务，ARM 处理单元同时完成对于系统的接口处理功能，具备 CAN 总线通信、I2C 通信等功能；

5. 电源管理单元：电源管理单元作为器件稳定运行的基础保障条件，对整机的可靠性有很大的影响；对于关键部分如定轨计算单元、射频前置单元和射频预处理单元均采用抗辐照加固的电源芯片或者经过长期飞行验证的电源芯片为其供电，确保接收机的关键部分不会因为辐照而失效；其余部分的单元采用普通等级电源芯片设计，由电源管理和系统监控单元确保供电安全和故障恢复。

6. 时钟网络单元：时钟网络单元是影响整个导航定姿定轨模块稳定运行的关键模块，有源晶振和时钟驱动器均选用具有飞行经历的产品。

### 5.3 接收机软件设计

#### 5.3.1 主份软件总体信息流

系统包含高动态基带导航信号处理 SOC、系统监控 APA1000、及用于双模冗余定轨、定姿 ARM 三个处理器。

整个系统的信息流程图如图 5.3-1 所示。

BD2/GPS 导航定姿定轨接收机软件信息流描述如下：

1. G302 处理单元中的射频下变频芯片输出的数字中频信号，分别送入四片高动态基带导航信号处理 SOC 中，在 SOC 中由相关器模块对数字中频信号进行快速捕获、相关处理（该模块已经 ASIC 化为硬件电路），再由运行于片内 ARM 核上的信号处理软件对信号进行环路跟踪，生成原始观测量、进行定位解算；

2. 四片高动态基带导航信号处理 SOC 将各自生成的原始观测量、定位解算

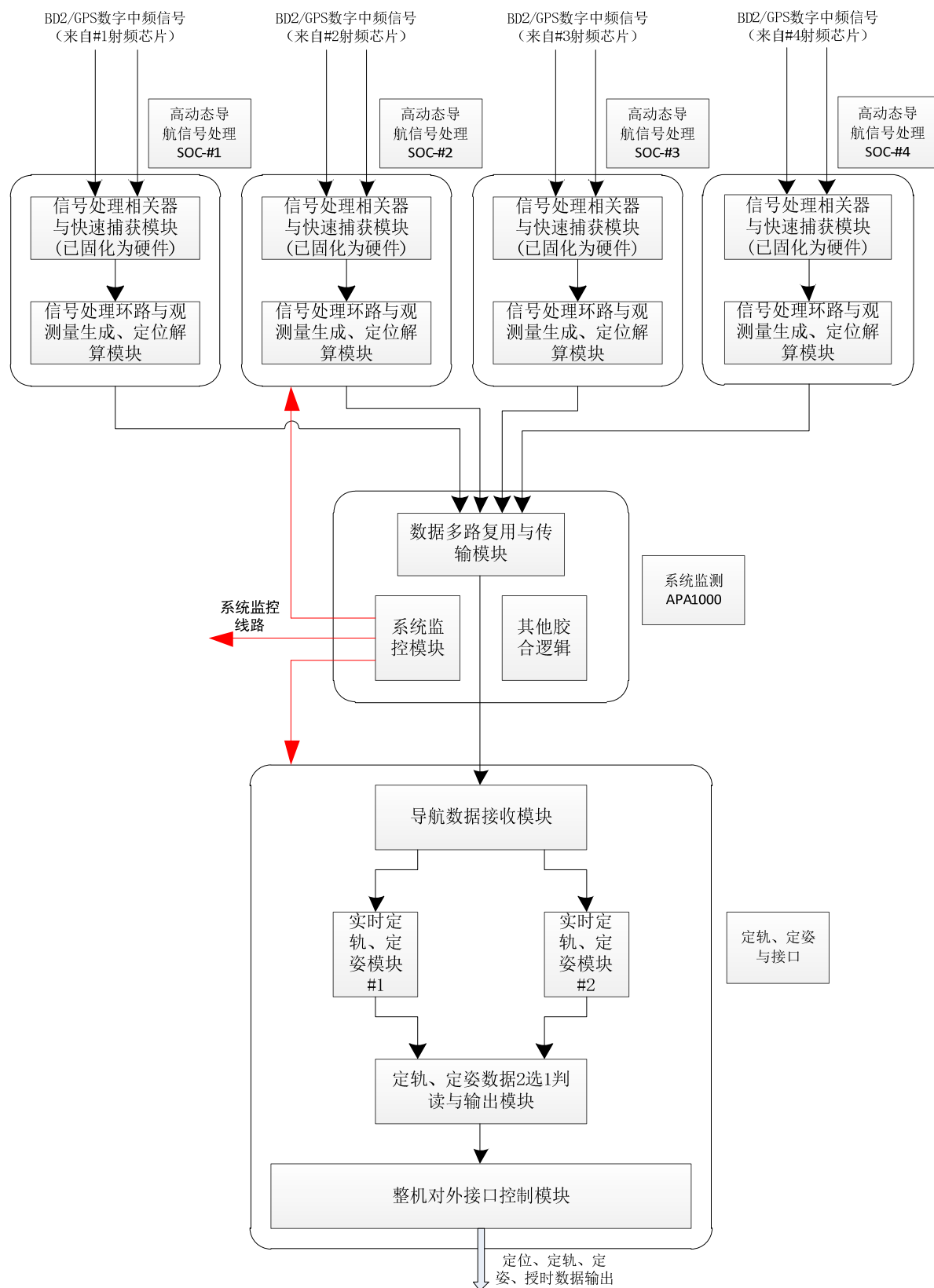


图 5.3-1 主份软件总体信息流

Figure 5.3-1 The software flow of the main part

信息、1PPS 秒脉冲送入 APA1000 FPGA 芯片，在 APA1000 FPGA 芯片中，由数据多路复用与传输模块对四片 SOC 送来的数据进行接收和缓存，并将数据送给定轨、定姿接口 ARM 芯片，同时，APA1000 内部的系统监控模块对系统中的单粒子翻转、单粒子锁定事件进行检测和恢复；

3. ARM 接收 APA1000 FPGA 送来的原始观测量和定位测速数据，并进行定姿、定轨计算，通过定轨数据 2 选 1 判读模块确定正确的定轨结果，将其通过整机对外接口进行输出，同时输出的包括定位、测速、定轨、定姿、1PPS 数据。

### 5.3.1.1 基带信号处理 SOC 软件

基带信号处理 SOC 软件主要包含导航信号的环路处理模块、观测量生成模块、定位解算模块、选星预报模块、以及接口控制模块组成，软件信息流图如图 5.3-2 所示，SOC 软件主要模块的功能分别为：

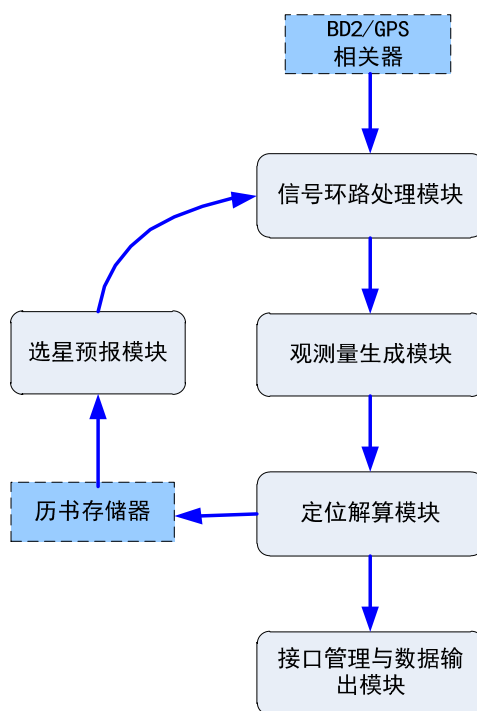


图 5.3-2 基带导航信号处理 SOC 软件数据流图

Figure 5.3-2 The software flow of the SOC

1. 信号环路处理模块：对相关器进行配置，控制相关器生成本地载波和伪码，对接收到的导航信号进行相关处理；控制快速捕获模块，对导航信号进行快速捕获；通过锁频环、锁相环、伪码码环，对捕获到的导航信号进行跟踪处理；
2. 观测量生成模块：根据信号环路处理模块输出的原始载波相位和伪码码

相位、码片、码周等信息，生成载波相位和伪距观测量，用于定位解算；

3. 定位解算模块：根据观测量生成模块输出的伪距观测量、导航卫星的轨道钟差信息，用最小二乘法进行定位解算，获取 LEO 卫星位置、速度和时间。

4. 选星预报模块：根据 LEO 卫星自身的位置、速度与时间信息，结合 GNSS 卫星的历书信息，对其进行预报，把即将进入天线视场的 GNSS 卫星置入快捕通道和相关通道。

5. 接口控制模块：将观测数据、PVT 数据进行打包处理，在外部信号的控制下，通过 SPI 总线将上述数据发送至片外。

### 5.3.1.2 双模冗余定轨及定姿 ARM 软件

#### 1、软件总体信息流

双模冗余定轨软件运行在 ARM 处理器上，主要功能是接收来自四片高动态基带导航信号处理 SOC 的原始观测数据和定位测速数据，实施定轨、定姿运算，并判决输出正确的定轨、定姿结果。此外，该软件还负责整机与星务管理单元的接口功能 (CAN 总线)，其总体信息流程图如图 5.3-3 所示。

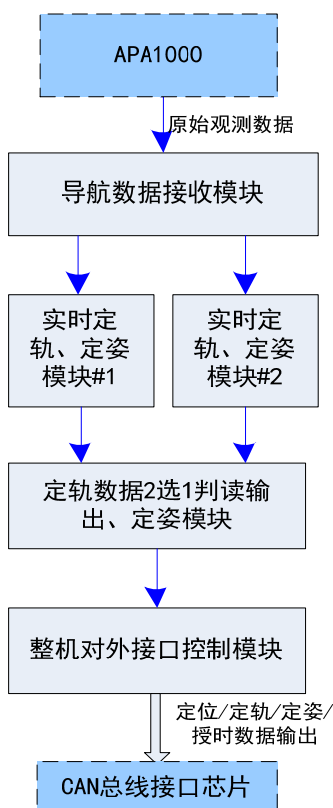


图 5.3-3 双模冗余定轨及定姿软件总体信息流程图

Figure 5.3-3 The software flow of dual mode orbit and attitude determination

导航数据接收模块是通过 APA1000 接收四路高动态 SOC 芯片输出的原始观测、PVT 数据，并进行缓存处理；通过一副天线的原始观测、PVT 数据同时运行两个实时定轨模块，分别获得定轨结果，并进行 2 选 1 正确性判读；定姿模块通过接收来自四副天线的原始观测、PVT 数据，进行姿态信息的解算；输出整星的姿态信息至整星星务；整机对外接口控制模块负责 CAN 总线的通信，以及 I2C 对外接口。

## 2、定轨模块设计

星载 BD2/GPS 双模自主定轨软件总体设计为六个功能模块，完成从获取星载双模观测数据、动力学轨道积分、几何学单点定轨、卡尔曼滤波定轨和卫星轨道发布整个数据处理流程。因此，星载双模自主定轨软件包括数据获取、几何学实时定轨、时间与坐标系统转换、动力学轨道积分、卡尔曼滤波定轨、动力学轨道内插与发布共六个模块，如图 5.3-4 所示。其中数据获取和轨道内插与发布为接口部分，几何学实时定轨、动力学轨道积分、卡尔曼滤波定轨为软件的核心数据处理部分，时间与坐标系统转换为接口部分与核心数据处理部分的公用模块。

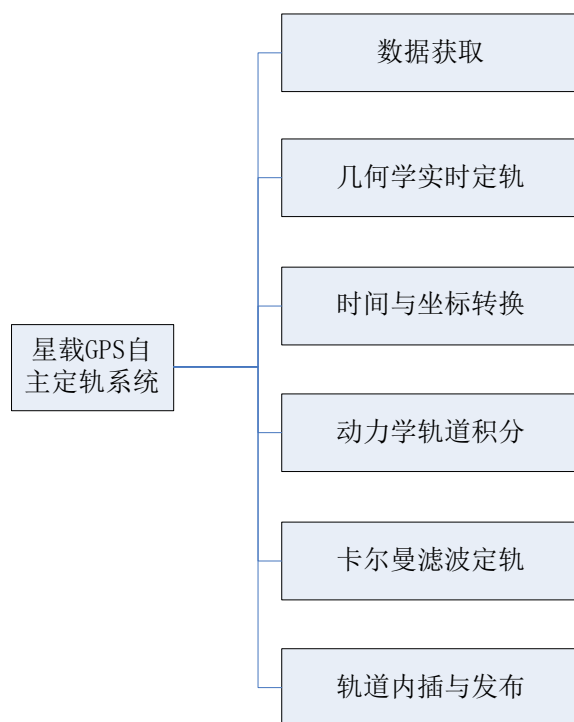


图 5.3-4 星载多模自主定轨软件的主要模块

Figure 5.3-4 The software modules of multi-mode autonomous orbit determination

星载 BD2/GPS 双模自主定轨软件的总体结构如图 5.3-5 所示。

自主定轨系统启动后,首先要进行系统初始化,即初始化低轨卫星星体相关信息、动力学模型信息和地球定向参数等。

当获取新的多系统导航卫星观测数据和卫星星历时,如果卡尔曼滤波器没有初始化,首先进行几何学实时定轨,确定卫星的位置和速度,对卡尔曼滤波进行初始化,初始化成功后进行动力学轨道积分,保存积分器首尾端点的卫星状态参数,用于轨道内插。如果卡尔曼滤波已经成功初始化,检查当前历元的观测时刻与卡尔曼滤波状态的时刻之间的关系。如果当前历元的观测时刻小于卡尔曼滤波的时间间隔,直接进行几何学实时定轨和动力学轨道内插,然后进行坐标转换,输出用户所需要的卫星轨道参数和时钟参数。如果当前历元的观测时刻等于卡尔曼滤波的时刻间隔,进行卡尔曼滤波定轨(即卡尔曼滤波的时间更新和测量更新),之后进行动力学轨道积分,保存积分器首尾时刻的卫星状态参数。

处理完毕后,再获取下一个观测历元的数据,重复上述操作,如此循环,实现卫星的自主定轨数据处理。

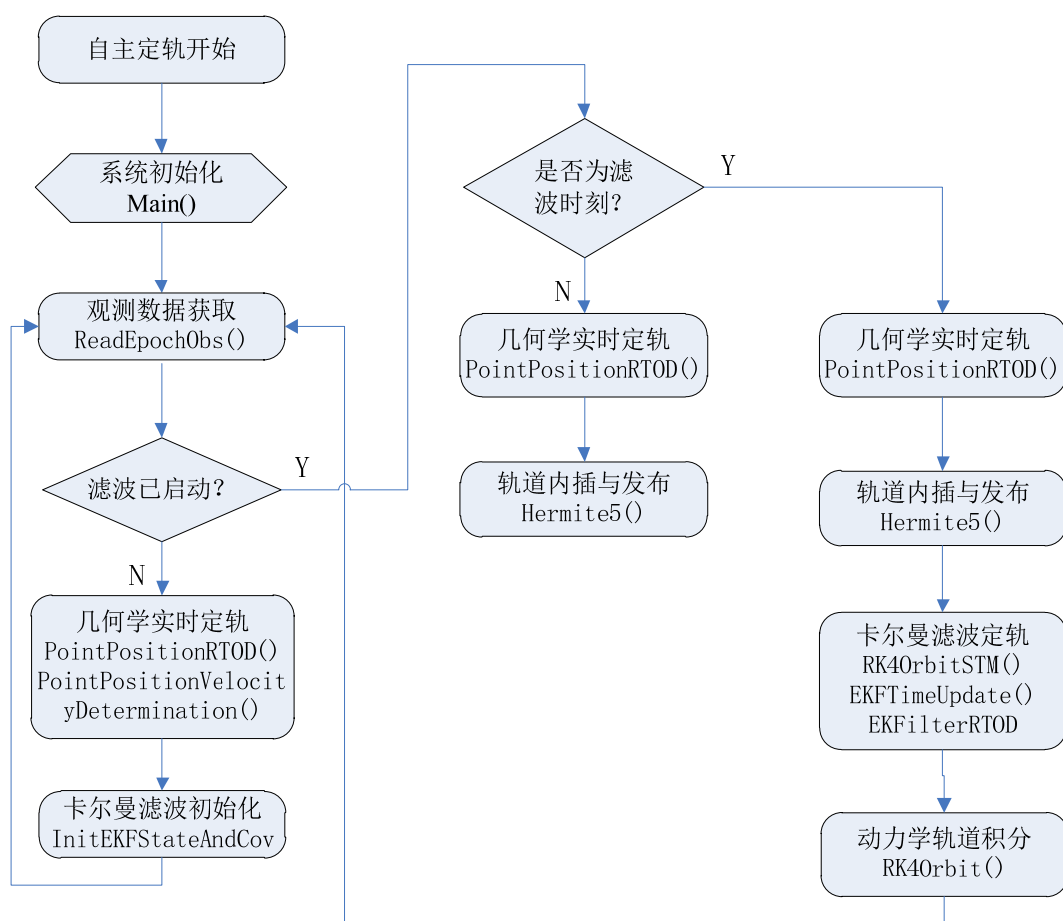


图 5.3-5 星载多模自主定轨软件的结构设计

Figure 5.3-5 The software design of multi-mode autonomous orbit determination

### 3、定姿模块设计

ARM 定姿软件的总体结构图如图 5.3-6 所示。

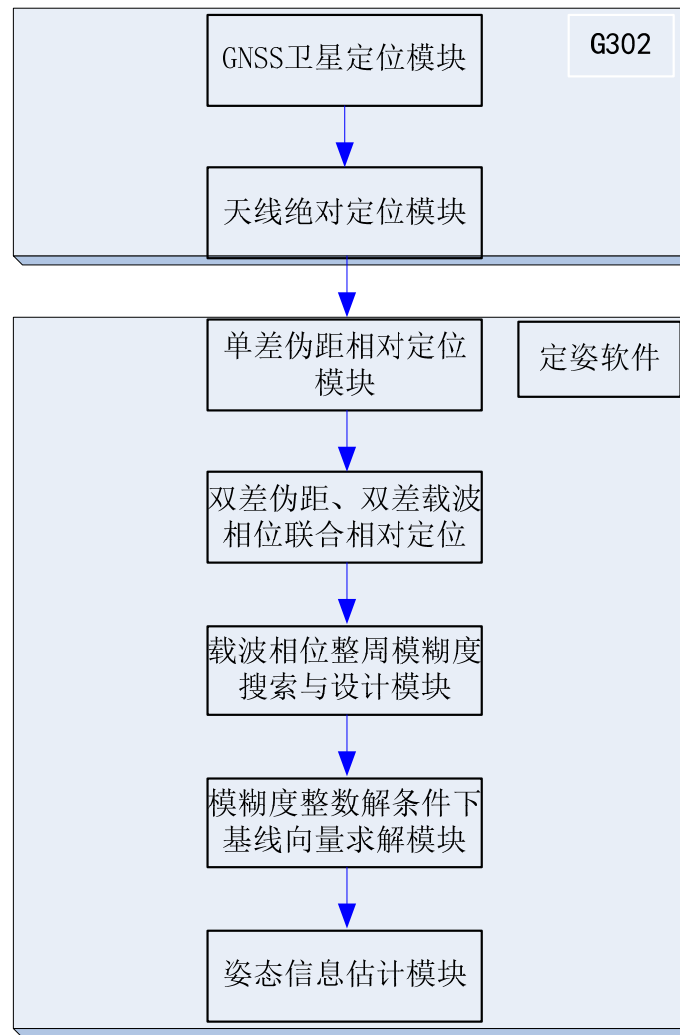


图 5.3-6 ARM 定姿软件结构图

Figure 5.3-6 The software structure of attitude determination in ARM

首先以天线绝对定位结果为初始值，利用天线得到的伪距信息等原始观测量及各 GNSS 卫星的位置信息，根据牛顿迭代法，采用最小二乘方法完成两天线之间在 ECEF 坐标系下的绝对指向向量粗略值的解算。

以单差伪距相对定位计算结果为初始值，利用主天线绝对定位解算结果、各 GNSS 卫星的位置信息、及各天线伪距、载波相位、电离层延迟、对流层延迟等原始观测量，建立双差伪距、双差载波相位联合相对定位的方程，采用加权最小二乘法进行解算，解出基线向量和双差载波相位整周模糊度的浮点解。

采用 LAMBDA 算法求解出双差载波相位整周模糊度的整数解，继而求出基线向量在 ECEF 坐标系下的精确坐标指向。



将基线向量在 ECEF 坐标系下的坐标转换为参考坐标系下坐标向量，然后联合多个基线向量在本体坐标系下坐标、参考坐标系下坐标，利用 LS 或 KF 方法便可求解出姿态角信息。

### 5.3.2 备份软件总体信息流

系统包含相关器 FPGA 软件、DSP 软件、高精度定轨和定姿 ARM 软件。整个系统的信息流图如图 5.3-7 所示，软件主要模块的功能分别为：

相关器 FPGA 接收四路数字中频信号，完成对数字中频信号的混频相关，输出原始测量量至 DSP，同时完成中断、秒脉冲的产生；

DSP 则完成对于信号的环路处理，完成定位解算；

高精度定轨、定姿 ARM 软件完成系统的定轨、定姿功能，同时完成对外接口功能，输出定位、定姿、定轨结果至整星，其设计同 5.3.1.2 节内容。

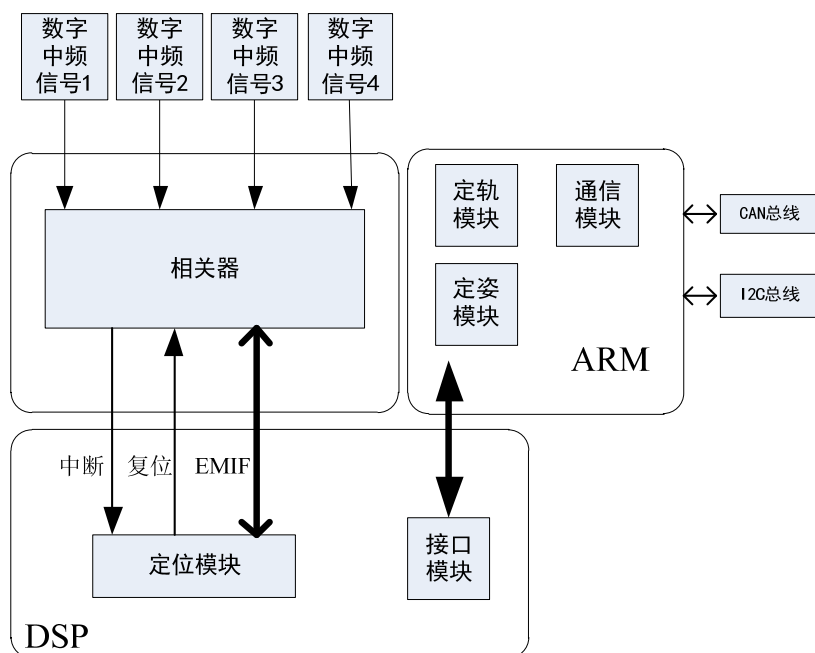


图 5.3-7 备份软件总体信息流

Figure 5.3-7 The software flow of the backup

### 5.4 接收机技术验证情况

采用本方案的主要部件搭建验证系统，对系统中导航信号的伪距测量精度、载波相位测量精度及实时姿态测量精度进行了验证。验证过程中，Spirent 的导航信号模拟器 GSS6700 用来产生 GPS 的 L1 信号，国产 BD2 仿真信号源用来产生 BD2 的 B1 信号。LEO 卫星的轨道参数如表 5.4-1 所示。

首先,图 5.4-1 给出了基于零基线双差法<sup>[128][129]</sup>的GPS L1 C/A 伪距精度分析和载波相位精度分析图(使用卫星的编号为13、31),图 5.4-2 给出了基于零基线双差法的BD2 B1 伪距精度分析和载波相位精度分析图(使用卫星的编号为4、7),表 5.4-2 给出了其统计信息。

由表 5.4-2 可知, GPS L1 信号的伪距测量精度在10(*cm*)之内,载波相位测量精度在1(*mm*)之内, BD2 B1 信号的伪距测量精度在50(*cm*)之内,载波相位测量精度在2(*mm*)左右。

表 5.4-1 LEO 卫星轨道参数

Table 5.4-1 Orbital specification for LEO satellite

半长轴	6971.593Km
轨道倾角	34.911°
升交点赤经	-78.005°
离心率	0.000846
平近点角	351.636°
近地点幅角	47.757°

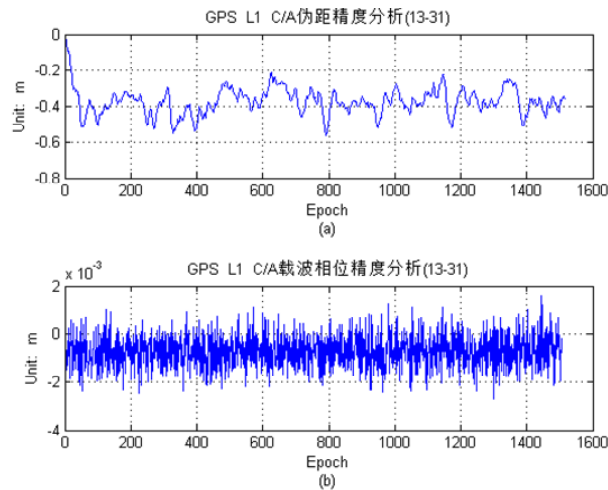


图 5.4-1 GPS L1 伪距和载波相位测量精度

Figure 5.4-1 The measurement accuracy of pseudorange and carrier phase for GPS L1

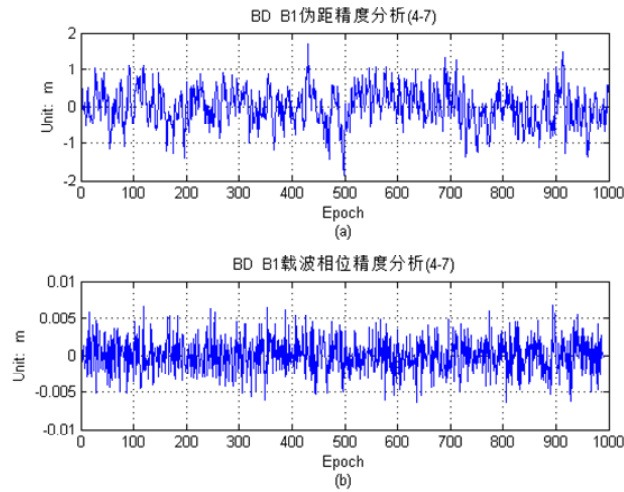


图 5.4-2 BD B1 伪距和载波相位测量精度

Figure 5.4-2 The measurement accuracy of pseudorange and carrier phase for BD B1

表 5.4-2 伪距和载波相位测量精度的统计信息

Table 5.4-2 Statistical information for measurement accuracy of pseudorange and carrier phase

	原始观测量	均值 ( $m$ )	标准差 ( $m$ )
GPS L1	$\rho$	-0.37185	0.073072
	$\phi$	$-7.1491 \times 10^{-4}$	$6.5221 \times 10^{-4}$
BD2 B1	$\rho$	-0.013654	0.49947
	$\phi$	$-9.2552 \times 10^{-18}$	$2.2973 \times 10^{-3}$

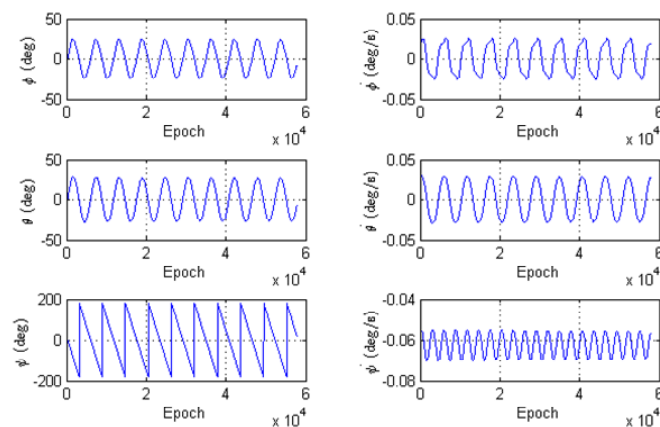


图 5.4-3 姿态角及变化率信息的理论曲线

Figure 5.4-3 The theoretical lines of attitude and attitude rate

其次，对系统的实时姿态测量精度进行验证。LEO 卫星轨道参数仍如表

5.4-1 所示, 利用系统中三个天线接收 GSS6700 产生的 GPS L1 信号, 两个独立基线长度均为  $1\text{m}$ , 数据更新频率为  $1\text{Hz}$ 。系统姿态角及变化率信息的理论曲线如图 5.4-3 所示。

图 5.4-4、图 5.4-5 首先给出了系统在 ECEF 坐标系、参考坐标系(NED)下双基线的基线矢量实时求解误差曲线, 表 5.4-3、表 5.4-4 分别给出了其误差统计量, 然后利用求解出来的基线矢量, 图 5.4-6、表 5.4-5 分别给出了求解出的实时姿态角误差曲线及误差统计量, 测姿精度分别为方位角  $0.0410(\text{deg})$ 、俯仰角  $0.0741(\text{deg})$ 、横滚角  $0.0806(\text{deg})$ 。

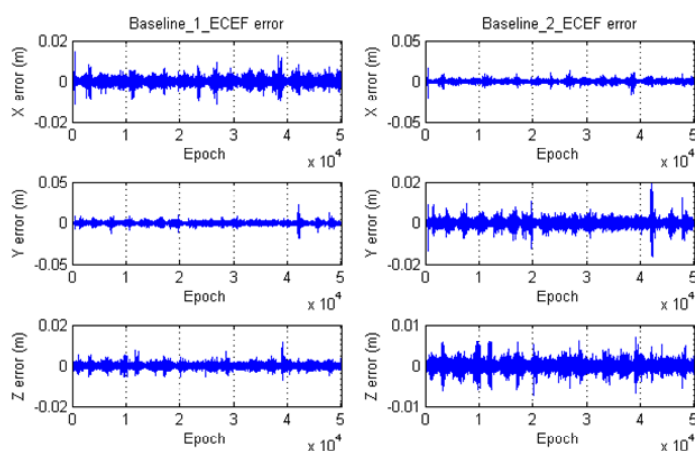


图 5.4-4 ECEF 坐标系下基线矢量误差曲线

Figure 5.4-4 The error lines of baselines in ECEF coordinate

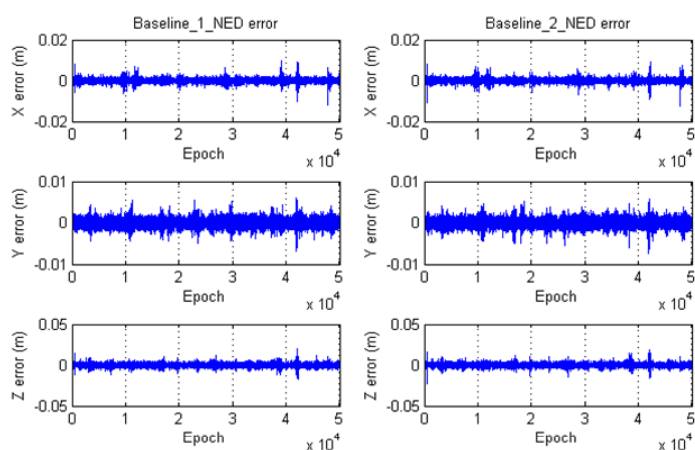


图 5.4-5 NED 坐标系下基线矢量误差曲线

Figure 5.4-5 The error lines of baselines in NED coordinate

表 5.4-3 ECEF 坐标系下基线矢量误差统计量

Table 5.4-3 Statistical information for baselines' errors in ECEF coordinate

	误差项	均值( $m$ )	标准差( $m$ )
<i>Baseline_1</i>	<i>X</i> 误差	$-7.3164 \times 10^{-6}$	0.0013
	<i>Y</i> 误差	$1.1944 \times 10^{-5}$	0.0013
	<i>Z</i> 误差	$-5.6204 \times 10^{-7}$	$8.4087 \times 10^{-4}$
<i>Baseline_2</i>	<i>X</i> 误差	$2.6851 \times 10^{-6}$	0.0013
	<i>Y</i> 误差	$2.9388 \times 10^{-6}$	0.0013
	<i>Z</i> 误差	$-1.9000 \times 10^{-6}$	$8.3888 \times 10^{-4}$

表 5.4-4 NED 坐标系下基线矢量误差统计量

Table 5.4-4 Statistical information for baselines' errors in NED coordinate

	误差项	均值( $m$ )	标准差( $m$ )
<i>Baseline_1</i>	<i>X</i> 误差	$-2.8953 \times 10^{-6}$	$8.0105 \times 10^{-4}$
	<i>Y</i> 误差	$6.4085 \times 10^{-6}$	$7.8495 \times 10^{-4}$
	<i>Z</i> 误差	$-1.2725 \times 10^{-5}$	0.0017
<i>Baseline_2</i>	<i>X</i> 误差	$-4.1317 \times 10^{-6}$	$8.0197 \times 10^{-4}$
	<i>Y</i> 误差	$7.9390 \times 10^{-6}$	$7.9072 \times 10^{-4}$
	<i>Z</i> 误差	$1.5787 \times 10^{-5}$	0.0017

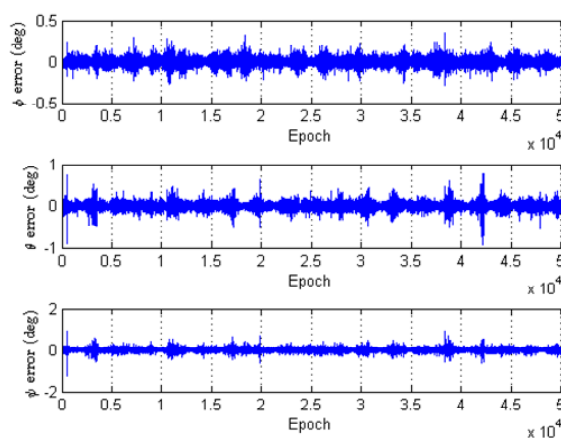


图 5.4-6 姿态角的估计误差曲线

Figure 5.4-6 The estimation error lines of attitude

表 5.4-5 姿态角的估计误差统计量

Table 5.4-5 Statistical information for estimation errors of the attitude

误差项	均值(°)	标准差(°)
$\phi_y$ 误差	$2.4405 \times 10^{-4}$	0.0410
$\theta_p$ 误差	$3.5923 \times 10^{-4}$	0.0741
$\psi_r$ 误差	$-1.7676 \times 10^{-4}$	0.0806

### 5.5 姿态测量精度保持

当 LEO 卫星进行姿态机动时，尤其是姿态角速度动态较大时，载体视野中的导航卫星不断地上升下降，为了实现不间断的天线之间相对位置的解算或姿态确定，要不断地切换所跟踪的卫星，这样势必会引起其可见导航卫星数目、可见导航卫星分布和 DOP 值、及导航信号强度的不断快速变化。可见卫星数目及其分布的变化可能造成姿态测量精度突降甚至无法测姿，导航信号强度的变化(信号 SNR 的变化)可造成导航信号的原始观测量( $\rho$ 、 $\phi$ )存在较高的误差，甚至接收机的失锁。为了使定姿模块能够得到平滑且稳定的姿态测量结果，一种可行的方式是充分利用测姿系统的先验信息，维持这些情况发生时的姿态测量精度。

由 2.4、2.5 节分析可知，多天线测姿系统首先根据原始观测伪距  $\rho$ 、载波相位  $\phi$  及相应模型计算得到基线矢量及相应的方差-协方差矩阵(ECEF 坐标系下和参考坐标系下)，然后根据已知的天线本体坐标系下的几何矩阵，便可以进行姿态角信息的解算。因此，要得到高精度的姿态角信息，求解出高精度的基线矢量是前提条件，5.4 节的仿真验证结果也说明了高精度基线矢量的必要性。姿态角信息的解算可通过 LS 或 KF 方法，而基线矢量则是通过在牛顿迭代中运用 LS 求解，不能直接运用 KF 方法，因为求解基线矢量  $vec(B)$  的同时需要对系统双差整周模糊度  $vec(N)$  进行求解，并且相邻时刻  $vec(N)$  的维度不一定相同。

当 LEO 卫星姿态角速度动态较大、卫星分布 DOP 值不理想、载波相位测量精度下降时，为了改善此时的姿态角解算精度，本节提出并推导了一种基线矢量的反向滤波方式，能有效改善基线矢量的求解精度，进而改善姿态测量精度。

### 5.5.1 算法推导

根据 2.4 节推导可知，多天线收到的多个导航卫星信号的原始观测量可构成基线矢量解算模型，即

$$\text{vec}(Y) = [I_m \otimes A \quad I_m \otimes G] \begin{bmatrix} \text{vec}(N) \\ \text{vec}(B) \end{bmatrix} \quad (5.5-1)$$

当根据 2.4 节模型以 epoch-by-epoch 的方式求得 ECEF 坐标系下的  $\text{vec}(\tilde{N})$ 、 $\text{vec}(\tilde{B})$  后，将  $\text{vec}(\tilde{N})$  回带到式 (5.5-1) 中，可得到解算模型

$$\text{vec}(Y) - (I_m \otimes A) \text{vec}(\tilde{N}) = (I_m \otimes G) \text{vec}(B) \quad (5.5-2)$$

此时，解算模型中只有未知量  $\text{vec}(B)$ ，可利用 UKF 对  $\text{vec}(B)$  进行解算。考虑  $m+1=3$  个天线构成  $m=2$  条独立基线的情况， $\text{vec}(B)$  记为  $\text{vec}(B) = [x_1 \ y_1 \ z_1 \ x_2 \ y_2 \ z_2]^T$ ，定义状态矢量模型为

$$X_k = [x_1 \ y_1 \ z_1 \ x_2 \ y_2 \ z_2 \ \dot{x}_1 \ \dot{y}_1 \ \dot{z}_1 \ \dot{x}_2 \ \dot{y}_2 \ \dot{z}_2]^T \quad (5.5-3)$$

其中， $[\dot{x}_1 \ \dot{y}_1 \ \dot{z}_1 \ \dot{x}_2 \ \dot{y}_2 \ \dot{z}_2]^T$  为基线矢量  $\text{vec}(B)$  的变化率。

该系统的离散时间动态模型可表示为

$$X_k = \Phi X_{k-1} + \eta \quad (5.5-4)$$

状态转换矩阵  $\Phi$  可表示为

$$\Phi = \begin{bmatrix} I_6 & T \cdot I_6 \\ & I_6 \end{bmatrix}_{12 \times 12} \quad (5.5-5)$$

其中， $I_x$  为  $x \times x$  维单位矩阵， $T$  为  $X_k$  的更新周期，数值上等于观测数据的时间间隔。

状态噪声矢量可表示为

$$\eta = [0_{1 \times 6} \quad \eta_{\dot{x}_1} \quad \eta_{\dot{y}_1} \quad \eta_{\dot{z}_1} \quad \eta_{\dot{x}_2} \quad \eta_{\dot{y}_2} \quad \eta_{\dot{z}_2}]^T \quad (5.5-6)$$

$\eta$  可视为均值为 0 的 AWGN，其方差-协方差矩阵可表示为

$$Q = \begin{bmatrix} T^3/3 & T^2/2 \\ T^2/2 & T \end{bmatrix} \otimes A \quad (5.5-7)$$

其中， $A = \text{diag}(S_{\dot{x}_1}, S_{\dot{y}_1}, S_{\dot{z}_1}, S_{\dot{x}_2}, S_{\dot{y}_2}, S_{\dot{z}_2})$ ， $S_{\dot{x}_1}$ 、 $S_{\dot{y}_1}$ 、 $S_{\dot{z}_1}$ 、 $S_{\dot{x}_2}$ 、 $S_{\dot{y}_2}$ 、 $S_{\dot{z}_2}$  分别为  $\eta_{\dot{x}_1}$ 、 $\eta_{\dot{y}_1}$ 、 $\eta_{\dot{z}_1}$ 、 $\eta_{\dot{x}_2}$ 、 $\eta_{\dot{y}_2}$ 、 $\eta_{\dot{z}_2}$  的功率谱密度。

该滤波模型中，非线性观测方程可表示为

$$Z_k = h(X_k) + r_k \quad (5.5-8)$$

其中，观测量  $Z_k$  由多天线组成的观测矩阵  $vec(Y)$  及模糊度的解  $vec(\tilde{N})$  给出，即  $vec(Y) - (I_m \otimes A)vec(\tilde{N})$ ，观测噪声  $r_k$  可视为均值为0的AWGN，其方差-协方差矩阵由  $vec(Y)$  的方差-协方差矩阵给出，即  $R = Q_{YY}$ 。

记观测模型每个时刻的系数为  $H = I_m \otimes G$ ，则  $h(X_k)$  可表示为

$$h(X_k) = H \begin{bmatrix} x_1 & y_1 & z_1 & x_2 & y_2 & z_2 \end{bmatrix}^T \quad (5.5-9)$$

根据式(5.5-4)、(5.5-8)，基线矢量的滤波过程执行如下。

首先，状态矢量的预测矩阵  $X_{k|k-1}$  及相应的方差-协方差矩阵  $P_{k|k-1}$  可表示为

$$X_{k|k-1} = \Phi X_{k-1} \quad (5.5-10)$$

$$P_{k|k-1} = \Phi P_{k-1} \Phi^T + Q \quad (5.5-11)$$

其次，均值为  $X_{k|k-1}$ 、方差-协方差矩阵为  $P_{k|k-1}$  的  $2n+1$  个 sigma 点可表示为

$$X^0 = X_{k|k-1} \quad w^0 = \frac{\kappa}{n + \kappa} \quad (5.5-12)$$

$$X^i = X_{k|k-1} + \left( \sqrt{(n + \kappa) P_{k|k-1}} \right)_i \quad w^i = \frac{1}{2(n + \kappa)} \quad (5.5-13)$$

$$X^{i+n} = X_{k|k-1} - \left( \sqrt{(n + \kappa) P_{k|k-1}} \right)_i \quad w^{i+n} = \frac{1}{2(n + \kappa)} \quad (5.5-14)$$

其中， $n$  为  $X_k$  的维数， $i=1,2,\dots,n$ ， $\left( \sqrt{(n + \kappa) P_{k|k-1}} \right)_i$  是  $(n + \kappa) P_{k|k-1}$  的矩阵平方根的第  $i$  行或第  $i$  列， $w^j$  是第  $j$  个 sigma 点的权重， $j=0,1,\dots,2n$ ， $\kappa \in \mathfrak{R}$ ，本节中的仿真过程中取了  $\kappa=0.5$ 。

将式(5.5-12)、(5.5-13)、(5.5-14)代入非线性观测模型，可以得到

$$Y^j = h(X^j) \quad (5.5-15)$$

因此，预测的观测矢量的均值和协方差矩阵可分别表示为

$$Y_{k|k-1} = \sum_{j=0}^{2n} w^j Y^j \quad (5.5-16)$$

$$P_{YY,k|k-1} = \sum_{j=0}^{2n} w^j (Y^j - Y_{k|k-1})(Y^j - Y_{k|k-1})^T \quad (5.5-17)$$



$$P_{XY,k|k-1} = \sum_{j=0}^{2n} w^j (X^j - X_{k|k-1})(Y^j - Y_{k|k-1})^T \quad (5.5-18)$$

最后, 在获得增益矩阵  $W_k = P_{XY,k|k-1} \cdot (P_{YY,k|k-1} + R)^{-1}$ 、更新矩阵  $V_k = Z_k - Y_{k|k-1}$  后, 状态矢量的更新矩阵  $X_k$  和相应的协方差矩阵  $P_k$  可分别表示为

$$X_k = X_{k|k-1} + W_k \cdot V_k \quad (5.5-19)$$

$$P_k = P_{k|k-1} - W_k \cdot (P_{YY,k|k-1} + R) \cdot W_k^T \quad (5.5-20)$$

### 5.5.2 仿真验证

假设 LEO 卫星姿态角及其角速度动态的理论曲线如图 5.5-1 所示。假设载波相位测量精度为  $10\text{mm}$ , 三天线接收 GSS6700 产生的 GPS L1 信号, 两个独立基线长度均为  $1\text{m}$ , 数据更新频率  $1\text{Hz}$ 。

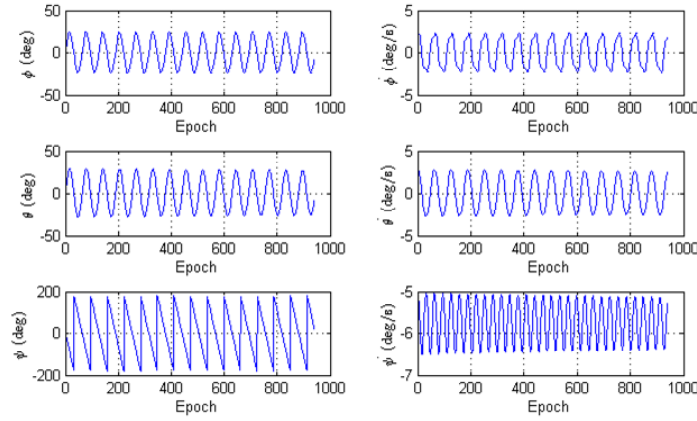


图 5.5-1 姿态角及变化率信息的理论曲线

Figure 5.5-1 The theoretical lines of attitude and attitude rate

图 5.5-2 首先给出了运用 LS 方法求解出的 ECEF 坐标系下双基线的误差曲线, 图 5.5-3 给出了运用所提出的逆向滤波方法求解出的 ECEF 坐标系下双基线的误差曲线, 表 5.5-1、表 5.5-2 分别给出了其误差统计量。图中时刻 284 处的毛刺是由卫星分布不理想引起的, 基线矢量计算结果存在较大误差。由仿真结果可知, 当载波相位测量精度较差、卫星分布不理想时, 所提出的逆向滤波方法能够有效改善基线矢量的解算精度, 为改善姿态角解算精度的提供了必要条件。

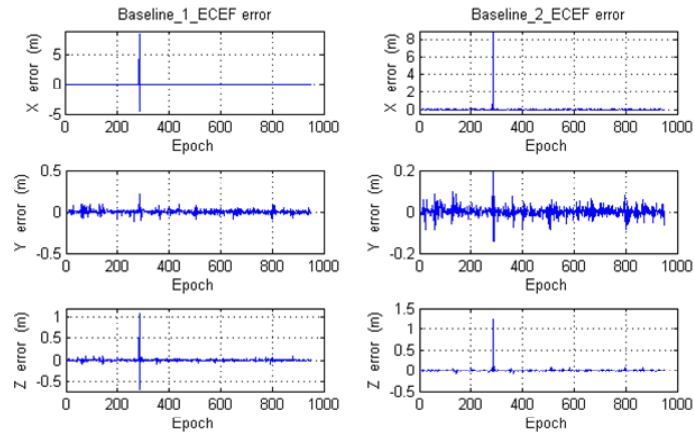


图 5.5-2 ECEF 坐标系下基线矢量误差曲线(LS)

Figure 5.5-2 The error lines of baselines in ECEF coordinate (LS)

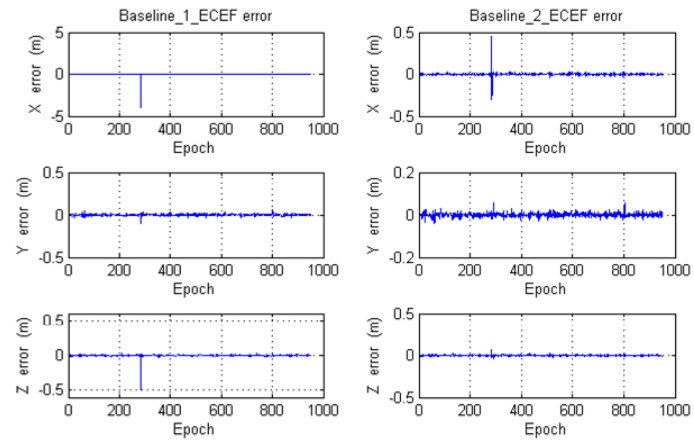


图 5.5-3 ECEF 坐标系下基线矢量误差曲线(Proposed)

Figure 5.5-3 The error lines of baselines in ECEF coordinate (Proposed )

表 5.5-1 ECEF 坐标系下基线矢量误差统计量(LS)

Table 5.5-1 Statistical information for baselines' errors in ECEF coordinate (LS)

	误差项	均值( $m$ )	标准差( $m$ )
Baseline_1	X 误差	0.0040	0.3134
	Y 误差	$4.6181 \times 10^{-4}$	0.0244
	Z 误差	$5.7519 \times 10^{-4}$	0.0449
Baseline_2	X 误差	0.0120	0.2937
	Y 误差	$2.3257 \times 10^{-4}$	0.0234
	Z 误差	0.0024	0.0440

表 5.5-2 ECEF 坐标系下基线矢量误差统计量(Proposed)

Table 5.5-2 Statistical information for baselines' errors in ECEF coordinate (Proposed method)

	误差项	均值( $m$ )	标准差( $m$ )
<i>Baseline_1</i>	X 误差	-0.0038	0.1289
	Y 误差	$-5.2319 \times 10^{-4}$	0.0234
	Z 误差	-0.0020	0.0436
<i>Baseline_2</i>	X 误差	$4.0256 \times 10^{-4}$	0.0209
	Y 误差	$-4.9955 \times 10^{-5}$	0.0117
	Z 误差	$8.9816 \times 10^{-4}$	0.0231

将运用 LS 方法和运用所提出的逆向滤波方法求解出的 ECEF 坐标系下的基线矢量分别转化成相应参考坐标系(NED 坐标系)下的基线矢量,然后利用 KF 方法进行姿态角及其变化率信息的解算。图 5.5-4 给出了运用图 5.5-2 所示的基线矢量求解出的姿态角及其变化率估计误差曲线,表 5.5-3 给出了姿态角的误差统计量。图 5.5-5 给出了运用图 5.5-3 所示的基线矢量求解出的姿态角及其变化率估计误差曲线,表 5.5-4 给出了姿态角的误差统计量。由仿真结果可知,所提出的逆向滤波方法能够明显改善姿态角解算精度,解算精度由 $1.06^\circ$ 左右减小为 $0.35^\circ$ 。

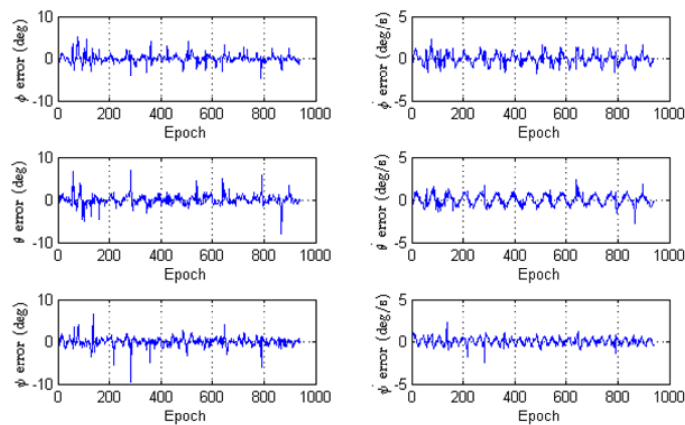


图 5.5-4 姿态角及变化率的估计误差曲线(LS)

Figure 5.5-4 The estimation error lines of attitude and attitude rate (LS)

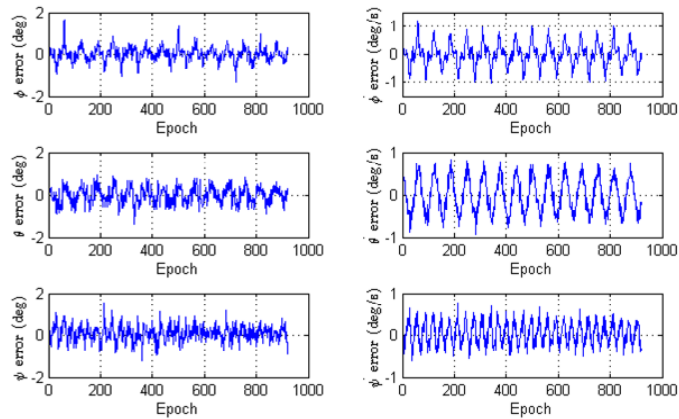


图 5.5-5 姿态角及变化率的估计误差曲线 (Proposed)

Figure 5.5-5 The estimation error lines of attitude and attitude rate (Proposed)

表 5.5-3 姿态角的估计误差统计量 (LS)

Table 5.5-3 Statistical information for estimation errors of the attitude and attitude rate (LS)

误差项	均值	标准差
$\phi_y$ 误差( $^{\circ}$ )	0.0375	0.9464
$\theta_p$ 误差( $^{\circ}$ )	0.0107	1.1242
$\psi_r$ 误差( $^{\circ}$ )	0.0114	1.1094

表 5.5-4 姿态角的估计误差统计量 (Proposed)

Table 5.5-4 Statistical information for estimation errors of the attitude and rate (Proposed)

误差项	均值	标准差
$\phi_y$ 误差( $^{\circ}$ )	0.0162	0.3286
$\theta_p$ 误差( $^{\circ}$ )	-0.0208	0.3713
$\psi_r$ 误差( $^{\circ}$ )	0.0928	0.3562

## 5.6 本章小结

本章首先给出了一种星载小型化 BD2/GPS 双基线定姿定轨接收机设计方案, 给出了系统设计验证结果, 仿真结果表明, 该系统对 GPS L1 信号的伪距测量精度在  $10(cm)$  之内, 载波相位测量精度在  $1(mm)$  之内, 对 BD2 B1 信号的伪距测量精度在  $50(cm)$  之内, 载波相位测量精度在  $2(mm)$  左右, 实际姿态解算结果分别

为方位角  $0.0410(deg)$ 、俯仰角  $0.0741(deg)$ 、横滚角  $0.0806(deg)$ 。

其次,针对 LEO 卫星姿态角速度动态较大、卫星分布 DOP 值不理想、载波相位测量精度下降时,提出一种基线矢量的反向滤波方式,给出了算法的理论模型与具体实现公式,并通过仿真验证了该算法的性能。仿真结果表明,该算法能够有效改善测姿系统中基线矢量的求解精度,进而改善姿态信息的解算精度。



## 第6章 总结与展望

### 6.1 全文总结

论文以基于 LEO 卫星的信号处理为应用背景,围绕基于 GNSS 信号的姿态确定的关键技术展开研究,以高精度原始观测量、姿态测量误差模型校正为出发点,旨在提高姿态信息的解算精度。论文主要研究成果总结如下:

1、基于高性能的 PMF-FFT 捕获算法提出了一种多普勒频移的精确估计算法,理论推导了该算法的计算公式和噪声统计特性,该算法结构简单,复杂度低,并能够得到接近于 MCRB 的频率精确估计。

2、理论分析了 GPS 接收机载波相位的测量误差,给出了不同环路带宽参数、不同时钟参数等情况下的环路误差分析,为 GPS 接收机的设计与实现提供了理论依据和参考。在此基础上,从减小环路带宽的角度出发,旨在提高载波相位的测量精度,基于所提出的多普勒频移的精确估计算法,提出一种接收机同步方案,仿真结果表明,该方案模型简单,能够实现快速同步,并能有效降低对跟踪环的要求,能减小环路带宽,进而降低噪声的影响,提高接收机载波相位的收敛精度,又不增加复杂度,同时适用于高动态终端中的 GPS 接收机。

以上两点相关研究经整理已发表 SCI 期刊论文一篇。

3、针对天线几何矩阵存在偏差时对姿态角解算精度的影响,基于姿态角解算的系统模型,提出了一种新颖的在轨估计和校正天线几何矩阵偏差的方法,给出了该算法的理论模型与具体实现公式,仿真结果表明该算法能够得到高精度的天线几何矩阵偏差的估计值,经过对天线几何矩阵偏差的估计和校正,能够实时获得高精度、有效的姿态角及其变化率信息。

该部分相关研究经整理已发表 SCI 期刊论文一篇。

4、给出了一种星载小型化 BD2/GPS 双基线定姿定轨接收机设计方案,并给出了系统设计验证结果,实际系统验证结果表明,伪距和载波相位的测量精度、姿态角的解算精度很高;针对 LEO 卫星姿态角速度动态较大、卫星分布 DOP 值不理想、载波相位测量精度下降时,提出一种基线矢量的反向滤波方式,给出了算法的理论模型与具体实现公式,仿真结果表明,该算法能够有效改善测姿系统中基线矢量的求解精度,进而改善姿态信息的解算精度。

该部分相关研究拟整理投稿 EI 期刊论文一篇。

## 6.2 研究展望

随着课题研究的进一步深入及应用需求的不断提升,下一步可在以下几个方面开展工作:

1、将所提的星载小型化 BD2/GPS 双基线定姿定轨接收机系统搭载实验,验证实际在轨环境下的姿态测量精度。

2、本文在解算基线矢量时,运用 LAMBDA 算法求解载波相位双差整周模糊度,但模型的部分先验信息需已知,而模糊度搜索同样可用遗传算法来实现,后续将对基于遗传算法的整周模糊度求解算法<sup>[130]</sup>,对定姿系统进行基线矢量和姿态角的解算,并与运用 LAMBDA 算法时的求解结果作对比。



## 参考文献

- [1] 谢钢. GPS 原理与接收机设计[M]. 北京: 电子工业出版社, 2012.
- [2] 谢钢. 全球导航卫星系统原理—GPS、格洛纳斯和伽利略系统[M]. 北京: 电子工业出版社, 2015.
- [3] 陈豪, 胡光锐, 邱乐德, 单红梅. 卫星通信与数字信号处理[M]. 上海: 上海交通大学出版社, 2011.
- [4] Dempster A, Rizos C. Implications of a ‘System of Systems’ receiver [C]. Surveying & Spatial Sciences Institute Biennial International Conference, Australia, 2009.
- [5] Han S, Gong Z J, Meng W X, Li C, Gu X M. Future alternative positioning, navigation, and timing techniques: a survey [J]. IEEE Journals & Magazines, 2016, 23(6) : 154-160.
- [6] Closas P, Luise M, Avila-Rodriguez J A, Hegarty C, Lee J Y. Advances in signal processing for GNSSs [J]. IEEE Journals & Magazines, 2017, 34(5) : 12-15.
- [7] Nadarajah N, Teunissen P J G, Raziq N. Instantaneous GPS-Galileo attitude determination: Single-frequency performance in satellite-deprived environments [J]. IEEE Transactions on Vehicular Technology, 2013, 62(7): 2963-2976.
- [8] Aghili F, Salerno A. Driftless 3-D attitude determination and positioning of mobile robots by integration of IMU with two RTK GPSs [J]. IEEE/ASME Transactions on Mechatronics, 2013, 18(1): 21-31.
- [9] Chen W, Qin H. New method for single epoch single frequency land vehicle attitude determination using low-end GPS receiver [J]. GPS Solutions, 2012, 16(3): 329-338.
- [10] Li Y, Efatmaneshnik M, Dempster A G. Attitude determination by integration of MEMS inertial sensors and GPS for autonomous agriculture applications [J]. GPS Solutions, 2012, 16(1): 41-52.
- [11] Ardalan A A, Rezvabi M H. An iterative method for attitude determination based on misaligned GNSS baselines [J]. IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems, 2015, 51(1): 97-107.
- [12] Hu P D, Gao Z Y, She Y J, Cai L, Han F T. Shipborne heading determination and error compensation based on a dynamic baseline [J]. GPS Solutions, 2015, (19): 403-410.
- [13] Johnson G, Waid J, Primm M, Aggerwal R. Ship attitude accuracy trade study for aircraft approach and landing operations [J]. Position Location and Navigation Symposium (PLANS), IEEE/ION IEEE, 2012, 783-790.
- [14] Giorgi G, Teunissen P J G, Gourlay T P. Instantaneous global navigation satellite system (GNSS)-based attitude determination for maritime applications [J]. IEEE Journal of Oceanic Engineering, 2012, 37(3): 348-362.
- [15] Dickman J, Bartone C. Smoothing GPS carrier phase double differences using inertial

- p>measurements for high performance applications [J]. GPS Solutions, 2008, (12): 119-133.
- [16] Lai Y C, Jan S S. Attitude estimation based on fusion of gyroscopes and single antenna GPS for small UAVs under the influence of vibration [J]. GPS Solutions, 2011, (15): 67-77.
- [17] Cohen C E, Parkinson B W, McNally B D. Flight tests of attitude determination using GPS compared against an inertial navigation unit [J]. Navigation, 1994, 41(1): 83-97.
- [18] Cannon M E, Sun H. Experimental assessment of a non-dedicated GPS receiver system for airborne attitude determination [J]. ISPRS Journal of Photogrammetry & Remote Sensing, 1996, 51(2): 99-108.
- [19] Tsujji T. Precise determination of aircraft position and attitude using GPS carrier phase measurement [D]. Kyoto University, 1998.
- [20] Ziebart M, Cross P. LEO GPS attitude determination algorithm for a micro-satellite using boom-arm deployed antennas [J]. GPS Solutions, 2003, 6(4): 242-256.
- [21] Chiang K, Psiaki M, Powell S, Micelli R. GPS-based attitude determination for a spinning rocket [J]. IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems, 2014, 50(4): 2654-2663.
- [22] Madsen J, Lightsey E G. Robust spacecraft attitude determination using Global Positioning System receivers [J]. Journal of Spacecraft and Rockets, 2004, 41(4) : 635-643.
- [23] Melvin P J, Ward L M, Axelrad P. The analysis of GPS attitude data from a slowly rotating, symmetrical gravity gradient satellite [C]. AAS/AIAA Spaceflight Mechanics Conference, Albuquerque, NM, Feb, 1995.
- [24] Brock J K, Fuller R, Kemper B, et al. GPS attitude determination and navigation flight experiment [J]. IONGPS-95, The Institute of Navigation, Palm Springs, CA, Sep, 1995.
- [25] Bauer F H, Lightsey E G, Mccullough J, et al. GADACS: A GPS attitude determination and control experiment on a SPARTAN spacecraft [J]. Control Engineering Practice, 1995, 3(8) : 1125-1130.
- [26] Lightsey E G, Ketchum E, Flatley T W, et al. Flight results of GPS based attitude control on the REX-II spacecraft [J]. Proceedings of International Technical Meeting of the Satellite Division of the Institute of Navigation, 1996, 1037-1046.
- [27] Lucas R, Martinneira M. The GPS integrated navigation and attitude determination system (GINAS) [J]. ESA Journal, 1990, 14(3).
- [28] 李俊毅. GPS 姿态测量及相关技术的研究[D]. 郑州: 中国人民解放军信息工程大学, 2004.
- [29] Uematsu H, Parkinson B W, Lightsey E G. GPS receiver design and requirement analysis for the Stanford Gravity Probe B Relativity Mission [C]. ION-GPS 95, 1995.
- [30] Ward L, Aerospace B, Corporation T. GPS receiver satellite/antenna selection algorithm for the Stanford Gravity Probe B Relativity Mission [C]. Proceedings of the National Technical Meeting of the Institute of Navigation, 1999, 541-550.
- [31] Bauer F H, Lightsey E G, Leake S, et al. The GPS Attitude Determination Flyer (GADFLY): A space qualified GPS attitude receiver on the SSTI Lewis spacecraft [C]. ION-GPS 95,

- 1995.
- [32] David R, Skillman P I. Simplesat-1 experiment final report. 2002.
- [33] Teunissen P J G. Integer least squares theory for the GNSS compass [J]. Journal of Geodesy, 2010, 84(7): 433-447.
- [34] Lu G. Development of a GPS multi-antenna system for attitude determination. Ph.D. dissertation, Department of Geomatics Engineering, University of Calgary, Calgary, Alberta, Canada, 1995.
- [35] Wang B, Miao L, Wang S, Shen J. A constrained LAMBDA method for GPS attitude determination [J]. GPS Solutions, 2009, 13(2): 97-107.
- [36] 马洋, 欧吉坤, 袁运斌, 霍星亮, 丁文武. 导航卫星天线相位中心变化估计及对 LEO 精密定轨影响[J]. 武汉大学学报-信息科学版, 2015, 40(7): 894-900.
- [37] 胡志刚, 赵齐乐, 郭靖, 刘经南. GPS 天线相位中心校正对低轨卫星精密定轨的影响研究[J]. 测绘学报, 2011, 40(s1): 34-38.
- [38] 张成军. 基于测量机器人的 GPS 天线相位中心影响检测法[J]. 测绘通报, 2010, 3: 7-9.
- [39] 张勇虎. 卫星导航系统中的测量型天线技术研究[D]. 长沙: 国防科技大学, 2006.
- [40] 李东幡. 天线相位中心偏差对精密定位精度影响的研究及仿真[D]. 武汉: 华中科技大学, 2012.
- [41] 郭靖, 赵齐乐, 李敏, 胡志刚. 利用星载 GPS 观测数据确定海洋 2A 卫星 cm 级精密轨道 [J]. 武汉大学学报-信息科学版, 2013, 38(1): 52-56.
- [42] Gu D F, Lai Y W, Liu J H, Ju B, Tu J. Spaceborne GPS receiver antenna phase center offset and variation estimation for the Shiyao 3 satellite [J]. Chinese Journal of Aeronautics, 2016, 29(5): 1335-1344.
- [43] Jaggi A, Dach R, Montenbruck O, et al. Phase center modeling for LEO GPS receiver antennas and its impact on precise orbit determination [J]. Journal of Geodesy, 2009, 83(12): 1145-1162.
- [44] Nadarajah N, Teunissen P J G, Buist P J. Attitude determination of LEO satellites using an array of GNSS sensors [C]. International Conference of Information Fusion, IEEE, 2012: 1066-1072.
- [45] Giorgi G, Teunissen P J G, Verhagen S, Buist P J. Instantaneous ambiguity resolution in global navigation satellite system based attitude determination applications: a multivariate constrained approach [J]. Journal of Guidance Control and Dynamics, 2012, 35(35): 51-67.
- [46] Jameson P, Walsh D, Brodin G, et al. High accuracy attitude determination for small satellites using GPS/GNSS signals [J]. 1<sup>st</sup> ESA workshop on satellite navigation user equipment technologies, ESA/ESTEC, Noordwijk, The Netherlands, 2001.
- [47] Ulukus S, Yates R D. User capacity of asynchronous CDMA systems with matched filter receivers and optimum signature sequences [J]. IEEE Transactions on Information Theory, 2004, 50(5): 903-909.

- [48] Tufvesson F, Gezici S, Molisch A F. Ultra-wideband communications using hybrid matched filter correlation receivers [J]. IEEE Transactions on Wireless Communications, 2006, 5(11): 3119-3129.
- [49] Akopian D, Agaian S. Fast-matched filters in time domain for global positioning system receivers [J]. Radar Sonar and Navigation, 2006, 153(6): 525-531.
- [50] 秦帅刚, 王星, 程嗣怡等. 扩频系统中一种 FFT 算法的快速捕获方法[J]. 现代防御技术, 2012, 40(2): 158-162.
- [51] 谢景林, 王雪豹. 一种 GPS 信号的快速捕获算法研究[J]. 科技信息, 2010, 20: 759-761.
- [52] Spangenberg S M, Scott I, McLaughlin S, et al. An FFT-Based approach for fast acquisition in spread spectrum communication systems [J]. Wireless Personal Communications, 2000, 13(1): 27-56.
- [53] Grant P M, Spangenberg S M, Scott I, et al. Doppler estimation for fast acquisition in spread spectrum communication systems [C]. Proc. IEEE ISSSTA, Sun City, South Africa, 1998: 106-110.
- [54] Stirling-Gallacher R A, Hulbert A P, Povey G J R. A fast acquisition technique for a direct sequence spread spectrum signal in the presence of a large doppler shift. IEEE, International Symposium on Spread Spectrum Techniques and Applications Proceedings, 2002, 1: 156-160.
- [55] Almeida A P, Dinis R, Cercas F B. An FFT based acquisition scheme for DS-CDMA systems. IEEE, International Symposium on Communications and Information Technologies, 2009: 905-910.
- [56] Sun G L, Huang Q H, Zhu L. A fast acquisition algorithm based on FFT for DSSS signal and FPGA realization [C]. International Conference on Communications and Mobile Computing, China, 2009: 341-344.
- [57] Wang K, Jiang R, Li Y, et al. A new algorithm for fine acquisition of GPS carrier frequency [J]. GPS Solutions, 2014, 18(4): 581-592.
- [58] Curran J, Lachapelle G, Murphy C. Improving the design of frequency lock loops for GNSS receivers [J]. IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems, 2012, 48(1): 850-868.
- [59] Feng G, Grass F. GPS receiver block processing [J]. ION GPS, 1999, 307-316.
- [60] Ma C, Lachapelle G, Cannon M E. Implementation of a software GPS receiver [J]. ION GNSS, 2004, 956-970.
- [61] Tang X, Falletti E and Presti L. Fine Doppler frequency estimation in GNSS signal acquisition process [C]. Satellite Navigation Technologies and European Workshop on GNSS Signals and Signal Processing, 2012, 1-6.
- [62] Tamazin M, Noureldin A, Korenberg M, et al. Robust fine acquisition algorithm for GPS receiver with limited resources [J]. GPS Solutions, 2016, 20(1): 1-12.
- [63] Zhu L, Zhang C, Ma Z. Fast fine acquisition algorithm of GPS receiver aided by INS information [J]. Journal of Systems Engineering and Electronics, 2011, 22(2): 300-305.

- [64] Richards M A. Fundamentals of radar signal processing [M]. McGraw-Hill, 2005.
- [65] Rife D and Boorstyn R. Single tone parameter estimation from discrete-time observations[J]. IEEE Transactions on Information Theory, 1974, 20(5):591-598.
- [66] Macleod M D. Fast nearly ML estimation of the parameters of real or complex single tones or resolved multiple tones[J]. IEEE Transactions on Signal Processing, 1998, 46(1):141-148.
- [67] Aboutanios E, Mulgrew B. Iterative frequency estimation by interpolation on Fourier coefficients[J]. IEEE Transactions on Signal Processing, 2005, 53(4):1237-1242.
- [68] Jacobsen E, Kootsookos P. Fast, accurate frequency estimators[J]. IEEE Signal Processing Magazine, 2007, 24(3):123-125.
- [69] Candan C. A method for fine resolution frequency estimation from three DFT samples[J]. IEEE Signal Processing Letters, 2011, 18(6):351-354.
- [70] Candan C. Analysis and further improvement of fine resolution frequency estimation method from three DFT samples[J]. IEEE Signal Processing Letters, 2013, 20(9):913-916.
- [71] Orguner U, Candan C. A fine-resolution frequency estimator using an arbitrary number of DFT coefficients[J]. Signal Processing, 2014, 105(12):17-21.
- [72] Yang C, Wei G. A noniterative frequency estimator with rational combination of three spectrum lines[J]. IEEE Transactions on Signal Processing, 2011, 59(10):5065-5070.
- [73] Liang X, Liu A, Pan X, Zhang Q, Chen F. A new and accurate estimator with analytical expression for frequency estimation[J]. IEEE Communications Letters, 2016, 20(1):105-108.
- [74] Djukanovic S. An accurate method for frequency estimation of a real sinusoid[J]. IEEE Signal Processing Letters, 2016, 23(7):1-1.
- [75] Mao W L, Tsao H W, Chang F R. A new fuzzy bandwidth carrier recovery system in GPS for robust phase tracking [J]. IEEE Signal Processing Letters, 2004, 11(4): 431-434.
- [76] Lian P. Improving tracking performance of PLL in high dynamic applications [J]. Optical Engineering, 2005, 43(7): 1552-1560.
- [77] Legrand F, Macabiau C. Improvement of pseudorange measurements accuracy by using fast adaptive bandwidth lock loops [C]. Proceedings of ION GPS, 2000: 2346-2356.
- [78] Won H, Pany T, Eissfeller B. Characteristics of Kalman filters for GNSS signal tracking loop [J]. IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems, 2012, 48(4): 3671-3681.
- [79] O'Driscoll C, Petovello G, Lachapelle G. Choosing the coherent integration time for Kalman filter-based carrier-phase tracking of GNSS signals[J]. GPS Solutions, 2011, 15(4): 345-356.
- [80] Jeon S, Kim C, Kim G, et al. Optimal signal tracking algorithm for GNSS signal using moving set-point LQG system [J]. International Journal of Control Automation & Systems, 2013, 11(6): 1214-1222.
- [81] Nunes F D, Leitao J M N, Sousa F M G. Nonlinear filtering in GNSS pseudorange dynamics estimation combining code delay and carrier phase [J]. IEEE Journal of Selected Topics in Signal Processing, 2009, 3(4): 639-650.
- [82] Lin T, James T C, O'Driscoll C, et al. Implementation of a navigation domain GNSS signal

- tracking loop [C]. ION GNSS, 2011.
- [83] Wang X, Ji X, Feng S, et al. A high-sensitivity GPS receiver carrier tracking loop design for high dynamics applications [J]. GPS Solutions, 2015, 19(2): 225-236.
- [84] O'Driscoll C, Lachapelle G. Comparison of traditional and kalman filter based tracking architectures [C]. European Navigation Conference, 2009.
- [85] Psiaki M L, Jung H. Extended kalman filter methods for tracking weak GPS signals [C]. Proceedings of International Technical Meeting of the Satellite Division of the Institute of Navigation, 2002: 2539-2553.
- [86] 朱珍珍. 卫星导航矢量跟踪关键技术研究[D]. 长沙: 国防科技大学, 2011.
- [87] 陈培, 杨颖, 王云等. 扩展卡尔曼滤波估计载波参数的算法研究[J]. 电子科技大学学报, 2009, 4.
- [88] Julier S, Uhlmann J, Durrant-Whyte H. A new method for the nonlinear transformation of means and covariances in filters and estimators [J]. IEEE Transactions on Automatic Control, 2000, 45(3): 477-482.
- [89] Lei M, Han C. Sequential nonlinear tracking using UKF and raw range-rate measurements [J]. IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems, 2007, 43(1): 239-250.
- [90] Pasha S A, Tuan H D, Vo B. Nonlinear Bayesian filtering using the unscented linear fractional transformation model [J]. IEEE Transactions on Signal Processing, 2009, 58(2): 477-489.
- [91] Gustafsson F, Hendeby G. Some relations between extended and unscented kalman filters [J]. IEEE Transactions on Signal Processing, 2011, 60(2): 545-555.
- [92] Bisht S S, Singh M P. An adaptive unscented kalman filter for tracking sudden stiffness changes [J]. Mechanical Systems and Signal Processing, 2014, 49(1-2): 181-195.
- [93] Luthcke S B, Zelensky N P, Rowlands D D, Lemoine F G, Williams T A. The 1-centimeter orbit: Jason-1 precision orbit determination using GPS, SLR, DORIS, and altimeter data [J]. Marine Geodesy, 2003, 26(3): 399-421.
- [94] Haines B, Bar-Sever Y, Bertiger W, Desai S, Willis P. One-centimeter orbit determination for Jason-1: New GPS-based strategies [J]. Marine Geodesy, 2004, 27(1-2): 299-318.
- [95] Montenbruck O, Garcia-Fernandez M, Yoon Y et al. Antenna phase center calibration for precise positioning of LEO satellites [J]. GPS Solutions, 2009, 13(1): 23-24.
- [96] Tu J, Gu D F, Wu Y, Yi D Y. Phase residual estimations for PCVs of spaceborne GPS receiver antenna and their impacts on precise orbit determination of GRACE satellites [J]. Chinese Journal of Aeronautics, 2012, 25(4): 631-639.
- [97] Tu J, Gu D F, Wu Y, Yi D Y, Wang JS. Phase error modeling and its impact precise orbit determination of GRACE satellites [J]. Mathematical Problems Engineering, 2012, 9(5): 589-597.
- [98] Mao X, Visser P N A M, Ijssel J V D. Impact of GPS antenna phase center and code residual variation maps on orbit and baseline determination of GRACE [J]. Advances in Space

- Research, 2017, 59(12): 2987-3002.
- [99] Jaggi A, Montenbruck O, Moon Y, et al. Inter-agency comparison of TanDem-X baseline solutions [J]. *Advances in Space Research*, 2012, 50(2): 260-271.
- [100] Montenbruck O, Wermuth M, Kahle R. GPS based relative navigation for the TanDem-X mission-first flight results [J]. *Navigation*, 2011, 58 (4):293-304.
- [101] Wu B H, Fu C L, Liou Y A, et al. Quantitative analysis of the errors associated with orbit uncertainty for FORMOSAT-3 [C]. *Proceedings of the international symposium on remote sensing(ISRS)*, 2005, 87-90.
- [102] Hwang C, Tseng T P, Lin T J, et al. Precise orbit determination for the FOR-MOSTA-3/COSMIC satellite mission using GPS [J]. *Journal of Geodesy*, 2009, 83(5): 477-489.
- [103] Bock H, Jaggi A, Meyer U, et al. Impact of GPS antenna phase center variations on precise orbits of the GOCE satellite [J]. *Advances in Space Research*, 2011, 47(11): 1885-1893.
- [104] Guo J, Zhao Q L, Guo X, Liu X L, Liu J N, Zhou Q. Quality assessment of onboard GPS receiver and its combination with DORIS and SLR for Haiyang 2A precise orbit determination [J]. *Science China Earth Sciences*, 2015, 58 (1): 138-150.
- [105] 张贤达. 矩阵分析与应用 (第 2 版) [M]. 北京: 清华大学出版社, 2013.
- [106] Euler H J, Goad C. On optimal filtering of GPS dual frequency observations without using orbit information [J]. *Journal of Geodesy*, 1991, 65(2): 130-143.
- [107] Cohen C E, Parkinson B W. Integer ambiguity resolution of the GPS carrier for spacecraft attitude determination [J]. *Advances in the Astronautical Sciences*, 1992, 78(8): 91-118.
- [108] Chun C, Park F C. Dynamics based attitude determination using the global positioning system [J]. *Journal of Guidance Control & Dynamics*, 1995, 24(3): 466-473
- [109] Tu C H, Tu K Y, Chang F R, Wang L S. GPS compass: a novel navigation equipment [J]. *IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems*, 1996, 33(3): 1063-1068.
- [110] Knight D. A new method of instantaneous ambiguity resolution [C]. *ION-GPS*, 1994: 707-716.
- [111] Park C, Kim I, Lee J G, Jee G I. Efficient ambiguity resolution using constraint equation [C]. *Proceedings of IEEE: position, location, and navigation symposium*, 1996: 227-284.
- [112] Juang J C, Huang G S. Development of GPS-based attitude determination algorithms [J]. *IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems*, 1997, 33(3): 968-976.
- [113] Counselman C C, Gourevitch S A. Miniature interferometer terminals for earth surveying: ambiguity and multipath with the global positioning system [J]. *IEEE Transactions on Geoscience and Remote Sensing*, 1981, 19(4): 244-252.
- [114] Mader G L. Ambiguity function techniques for gps phase initialization and kinematic solutions [C]. *Proceedings of 2<sup>nd</sup> international symposium on precise positioning with the*

- global positioning system, 1990: 1233-1247.
- [115] Remondi B W. Pseudo-kinematic GPS results using the ambiguity function method [J]. NOAA Technical Memorandum NOS NGS: 52.
- [116] Teunissen P J G. The least-squares ambiguity decorrelation adjustment: a method for fast GPS integer ambiguity estimation [J]. Journal of Geodesy, 1995, 70: 65-82.
- [117] Ji S, Chen W, Zhao C, et al. Single epoch ambiguity resolution for Galileo with the CAR and LAMBDA methods [J]. GPS Solutions, 2007, 11(4), 259-268.
- [118] Verhagen S, Teunissen P J G. New global navigation satellite system ambiguity resolution method compared to existing approaches [J]. Journal of Guidance, Control and Dynamics, 2006, 29(4): 981-991.
- [119] Huang S Q, Wang J X, Wang X Y, et al. The application of the LAMBDA method in the estimation of the GPS slant wet vapour [J]. Acta Astronomica Sinica, 2009, 50(1): 60-68.
- [120] Giorgi G, Teunissen P J G, Buist P J. A search and shrink approach for the baseline constrained LAMBDA method: Experimental results [C]. International Symposium on GPS/GNSS, 2008: 797-806.
- [121] Giorgi G, Teunissen P J G, Verhagen S, Buist P J. Instantaneous ambiguity resolution in Global-Navigation-Satellite-System-based attitude determination applications: A multivariate constrained approach [J]. Journal of Guidance, Control and Dynamics, 2012, 35(1): 51-67.
- [122] 谢祥华. 微小卫星姿态控制系统研究[D]. 南京: 南京航空航天大学, 2007.
- [123] Chen Z G, Hannan E J. The distribution of periodogram ordinates [J]. Journal of Time, 1980, 1(1):73-82.
- [124] Porat B. Digital Signal Processing of Random Signals, Theory and Methods[M]. Prentice Hall, 1993.
- [125] D'Andrea A N, Mengali U, Reggiannini R. The modified Cramer-Rao bound and its application to synchronization problems[J]. IEEE Transactions on Communications, 1994, 42(234):1391-1399.
- [126] Bar-Shalom Y, Li X, Kirubarajan T. Estimation with applications to tracking and navigation: theory, algorithm, and software [M]. John Wiley & Sons, Inc., 2001.
- [127] Dan S. Optimal state estimation: Kalman,  $H_\infty$ , and nonlinear approaches [M]. Wiley-Interscience, 2006.
- [128] Bakker P F, Tiberius C C, Marel H, Bree R J. Short and zero baseline analysis of GPS L1 C/A, L5Q, GIOVE E1B, and E5Aq signals [J]. GPS Solutions, 2012, 16(1): 53-64.
- [129] Yang Y X, Li J L, Wang A B, et al. Preliminary assessment of the navigation and positioning performance of BeiDou regional navigation satellite system [J]. Science China: Earth Sciences, 2014, 57(1): 144-152.
- [130] Wang Y, Chen K, et al. The application of adaptive genetic algorithm in GPS attitude determination [C]. IEEE , 2013: 44-48.



## 致 谢

本文能够顺利完成，离不开导师的指导、同学的帮助及家人的支持。在此，谨向他们致以最衷心的感谢。

首先，衷心感谢我的导师梁旭文研究员对我多年来的培养、指导和关怀！本文从选题、研究直至论文的撰写都得到了梁老师的悉心指导和帮助。梁老师为人师表，其严谨的治学态度、坚实的理论功底、开阔的学术视野和务实的工作作风更是令人敬佩，让我受益终身。在此向梁老师致以最诚挚的谢意！

其次，感谢张传胜老师在课题研究初期给予我的指导与帮助。张老师平易近人，朴实低调，其言传身教使我对航天科研有了深刻的认识。张老师拥有坚实的理论基础和丰富的工程经验，是我今后学习和工作的榜样。

感谢刘会杰老师、龚文斌老师、余金培老师、尹增山老师在实验室管理、科研和生活上为我们学生付出了大量的时间和精力。他们在通信、导航领域造诣深厚，在生活上对我们热心关怀，是我们科研和生活上的良师益友。

感谢陈毅君和吴康师兄一直以来对我课题研究上的指导和帮助。他们和蔼友善，学识丰富，在与他们讨论问题时常常给我提出宝贵的建议，使我受益匪浅。

感谢丁晟、马陆、胡伟圣、叶周师兄和陈文豪、钱玉璧、邹彦良师弟，他们亦师亦友，使我在学习和生活中都受益颇多。

感谢朱淑珍、刘蕾及中科院上海应用物理研究所的雷蕾、官龙腾、王国林，与你们在中国科学技术大学一起度过的一年美好时光，是我一生宝贵的财富。

感谢同窗好友常家超、肖洋、刘沛龙、戴永珊，与你们一起奋斗的几年充实又快乐，感谢姜兴龙、庞岩、赵璐璐、谢卓辰、王勇勇、冯磊、刘洁等中科院上海微小卫星工程中心的兄弟姐妹，感谢王洋、左霖、朱明等上海欧科微航天科技有限公司的领导和同事，谢谢你们在我学习和生活中给予的关怀和帮助。

感谢微系统所研究生部的余翔波老师、邵天浩老师、罗琦老师、解佳老师以及上海微小卫星工程中心人事部的贾冰清老师，对我的学习和生活提供了无微不至的关心和帮助，让我们这些身在外地的学子时时刻刻都能感受到大家庭的温暖。

最后，我要感谢我的家人。感谢他们对我的养育之恩以及多年来对我无条件的疼爱、支持和包容，他们永远是我坚实的后盾。感谢我的丈夫芦攀辉先生，

感谢他这么多年的理解与对我工作和学业的支持，与他携手相伴的九个年头里充满了欢笑和幸福。

## 缩 略 词

AWGN	Additive White Gaussian Noise	加性高斯白噪声
BDS	BeiDou Navigation Satellite System	北斗导航卫星系统
BPSK	Binary Phase Shift Keying	二相相移键控
CNR	Carrier to Noise Ratio	载噪比
DOP	Dilution Of Precision	精度因子
ECEF	Earth – Centered – Earth – Fixed	地心地固坐标系
ECI	Earth – Centered – Inertial	地心惯性坐标系
EKF	Extended Kalman Filter	扩展卡尔曼滤波
FFT	Fast Fourier Transform	快速傅里叶变换
FLL	Frequency Locked Loop	锁频环
GNSS	Global Navigation Satellite System	全球导航卫星系统
GPS	Global Positioning System	全球定位系统
IAR	Integer Ambiguity Resolution	整周模糊度解算
KF	Kalman Filter	卡尔曼滤波
LAMBDA	Least Squares Ambiguity Decorrelation Adjustment	最小二乘模糊度去相关调整
LEO	Low Earth Orbit	低地球轨道
LS	Least Square	最小二乘
LSE	Least Square Error	最小平方误差
MCRB	Modified Cramer – Rao Bound	修正克拉美罗界
MMSE	Minimum Mean Square Error	最小均方误差
NCO	Numerically Controlled Oscillator	数控振荡器
NED	North – East – Down	北东地
NMSE	Normalized mean square error	归一化均方误差
PCO	Phase Center Offset	相位中心偏移
PCV	Phase Center Variations	相位中心变化
PLL	Phase Locked Loop	锁相环
PMF	Partial Matched Filtering	部分匹配滤波器
SNR	Signal to Noise Ratio	信噪比
UKF	Unscented Kalman Filter	无迹卡尔曼滤波



## 作者简历及攻读学位期间发表的学术论文及研究成果

### 作者简历:

2008 年 09 月——2012 年 06 月,在武汉大学物理科学与技术学院获得学士学位。

2012 年 09 月——2015 年 06 月,在中国科学院上海微系统与信息技术研究所、电子与通信工程专业获得硕士学位。

2015 年 09 月——2018 年 06 月,在中国科学院上海微系统与信息技术研究所攻读博士学位。

### 获奖情况:

2015 年 5 月被评为 2015 年上海市普通高等学校优秀毕业生

2015 年 5 月荣获 2014-2015 学年三好学生荣誉称号

2018 年 5 月荣获所长奖学金

工作经历: 无

### 已发表的学术论文:

- [1] **Hou H L**, Wu K, Chen Y J, Liang X W. A new rapid and accurate synchronization scheme based on PMF-FFT for high dynamic GPS receiver [J]. IEICE Transactions on Fundamentals of Electronics, Communications and Computer Sciences, 2017, E100-A (12): 3075-3080. (SCI)
- [2] **Hou H L**, Hu W S, Wu K, Liang X W. On-orbit estimation and calibration of GPS antenna geometry offsets for attitude determination of LEO satellites [J]. IEICE Transactions on Fundamentals of Electronics, Communications and Computer Sciences, 2018, E101-A (3): 644-648. (SCI)

### 参加的研究项目及获奖情况:

XX 卫星基于 BD2/GPS 的双基线定姿定轨接收机系统原理样机研制: 参与完成系统可行性方案报告、系统方案设计报告、项目计划、测试方案设计等内容; 完成高动态导航芯片的数据解析, 并据此完成相关算法的仿真验证、代码实现及相关测试工作, 完成整星系统测试过程中与姿控分系统、星务分系统之间的姿态数据交互、遥测遥控量的交互与处理、单机接口数据单和遥测遥控量的编写整理, 完成轨道动力学模型中与星上计算轨道的对比测试工作。