

Тема 1. «Основы компьютерной алгебры»

Лабораторная работа

Задание 1. Компьютерная обработка информации: модели, методы, средства.

Обработка информации — получение одних «информационных объектов» (структур данных) из других путем выполнения некоторых алгоритмов¹.

Модели обработки/представления математической информации:

- Материальные (натурные) модели: некие реальные предметы (макеты, муляжи, эталоны); уменьшенные или увеличенные копии, воспроизводящие внешний вид моделируемого объекта, его структуру (глобус, модель кристаллической решетки) или поведение (радиоуправляемая модель самолета, велотренажер)
- Абстрактные модели, такие как: геометрическая точка, математический маятник, идеальный газ, бесконечность
- Информационные модели – описание моделируемого объекта на одном из языков кодирования информации (словесное описание схемы, чертежи, карты, рисунки, научные формулы, программы и т. д.). Информационная модель, как и любой другой вид информации, должна иметь свой материальный носитель

Методы обработки математической информации²:

- Решение систем нелинейных алгебраических уравнений – решение системы, при подстановке которого в уравнения все уравнения превращаются в тождество.³
- Аппроксимация функций – процедура формирования аналитической зависимости, приближенно описывающей исходную функцию, заданную с помощью таблицы, графика или аналитической зависимости чрезмерной сложности
- Численное интегрирование – это способ вычисления определённого интеграла по приближенной формуле, являющейся суммой взвешенных значений функций.

¹ <https://studfile.net/preview/1970335/page:38/>

² https://lib.susu.ru/ftd?base=SUSU_METHOD&key=000529228&dtype=F&etype=.pdf стр. 29

³ https://www.webmath.ru/poleznoe/formules_5_1.php

- Решение нелинейных уравнений – нахождение такого значения x на интервале $[a, b]$, при котором уравнение превращается в тождество. При этом на интервале должен существовать только один корень.
- Решение обыкновенных дифференциальных уравнений – нахождение функции $y(x)$ на промежутке (a, b) такой, что она n раз дифференцируема на (a, b) и при подстановке в уравнение обращает его в тождество.
- Решение систем обыкновенных дифференциальных уравнений. Решением системы обыкновенных дифференциальных уравнений $Y' = F(x, Y)$ называется вектор–функция $Y(x) = \Phi(x)$, которая определена и непрерывно дифференцируема на промежутке $(a; b)$ и удовлетворяет системе $Y' = F(x, Y)$ на этом промежутке.
- Выполнение символьных операций – такие операции, исходные данные на выполнение которых, а также результаты их выполнения, определяются в виде символьных (формульных) выражений.

Средства обработки математической информации⁴:

- 1) Микрокомпьютеры – Первоначально определяющим признаком микрокомпьютера служило наличие в нем микропроцессора, т.е. центрального процессора, выполненного в виде одной микросхемы. Сейчас микропроцессоры используются во всех без исключения классах ЭВМ, а к микрокомпьютерам относят более компактные в сравнении с мейнфреймами ЭВМ
- 2) Мейнфреймы – Предназначены для решения широкого класса научно-технических задач и являются сложными и дорогими машинами. Их целесообразно применять в больших системах при наличии не менее 200—300 рабочих мест.
- 3) Суперкомпьютеры - Это очень мощные компьютеры с производительностью свыше 100 МФЛОПС (Миллион операций с плавающей точкой в секунду). Они называются сверхбыстродействующими.

Структуры данных в компьютерной алгебре⁵ -

Множество элементов данных и множество связей между ними.

- 1) Физическая структура данных – физическое представление данных в памяти машины
- 2) Абстрактная структура – структуры данных без учета ее представления в машинной памяти. Такие структуры бывают: Элементарными (не

⁴ <https://studfile.net/preview/1970335/page:38/>

⁵ <http://window.edu.ru/resource/820/44820/files/KluchMatjash1.pdf>

могут быть расчленены на составные части, большие чем биты) и Составными (составными частями являются другие структуры данных – элементарные или составные)

Числовые данные:

- 1) Целочисленные (shortint, integer, longint, byte, word, comp)
- 2) Вещественные (real, single, double, extended)
- 3) Символьные (char, string)
- 4) Логические (Boolean)

Линейные структуры данных:

- 1) Массив – это поименованная совокупность однотипных элементов, упорядоченных по индексам, определяющих положение элемента в массиве
- 2) Строка – это последовательность символов
- 3) Запись – это агрегат, составляющие которого (поля) имеют имя и могут быть различного типа
- 4) Множество – совокупность каких-либо однородных элементов, объединенных общим признаком и представляемых как единое целое.
- 5) Таблица – одномерный массив (вектор), элементами которого являются записи (Ключ таблицы – поле, значение которого может быть использовано для однозначной идентификации каждой записи таблицы)
- 6) Линейные списки – Тип данных, который используется, когда невозможно на этапе разработки алгоритма определить диапазон значений переменной
- 7) Циклические списки – Основное отличие циклического списка состоит в том, что в этом списке нет элементов, содержащих пустые указатели, и, следовательно, нельзя выделить крайние элементы
- 8) Стек – это структура данных, в которой новый элемент всегда записывается в ее начало и очередной читаемый элемент также всегда выбирается из ее начала.
- 9) Очередь – это структура данных, представляющая собой последовательность элементов, образованная в порядке их поступления
- 10) Дек – это структура данных, представляющая собой последовательность элементов, в которой можно добавлять и удалять в произвольном порядке элементы с двух сторон

Нелинейные структуры данных:

- 1) Мультисписок – это структура данных, состоящая из элементов, содержащих такое число указателей, которое позволяет организовать их одновременно в виде нескольких различных списков

- 2) Слоенные списки – это связные списки, которые позволяют перескакивать через некоторое количество элементов
- 3) Граф (G) – это упорядоченная пара (V, E), где V – непустое множество вершин, E – множество пар элементов множества V, называемое множеством ребер
- 4) Дерево - частных случаев графа

Файлы:

- 1) Файл – это поименованная область во внешней памяти.

Системы компьютерной алгебры: достижения и перспективы:

Классификация:

Системы компьютерной математики: табличные процессоры: Microsoft Excel, GNU Calc и др. системы для статистических расчётов: SPSS, Statistica и др. системы компьютерной алгебры системы для моделирования, анализа и принятия решений (в том числе, интеллектуальные): GPSS, AnyLogic и др. (DSS, NLP и другие AI-системы) универсальные математические системы: Matlab, MathCAD и др.

Классификационные признаки:

- функциональное назначение
- тип архитектуры
- средства реализации
- области применения
- интегральные оценки качества

Классы СКА по функциональному назначению:

- СКА общего назначения (Решение задач для большинства основных разделов символьной математики).

Примеры: Maxima, Axiom, Maple, Mathematica, Sage, Yacas.

- Специализированные СКА (Решение задач для одного или нескольких смежных разделов символьной математики).

Примеры: теория групп – GAP тензорная алгебра – Cadabra.

Классы СКА по типу архитектуры:

- СКА классической архитектуры: системное ядро + прикладные расширения.

Примеры: Axiom, Maple, Mathematica

- Программный пакет для расширения базовой прикладной математической системы

Пример: Maple (ядро) для Matlab и MathCAD

- Встраиваемое расширение (плагин) для языка и / или системы программирования

Пример: MathEclipse / Symja – Java-библиотека

- Open Source, GNU GPL, мультиплатформенные СКА

Примеры: Maxima (Lisp), PARI/GP ©

Классы СКА по средствам реализации

- Аппаратно-программные

Язык АНАЛИТИК: ЭВМ серии «МИР», АНАЛИТИК-2010.

- Программные

Язык LISP: REDUCE, MATHEMATICA, MACSYMA(MAXIMA), muMATH(DERIVE)

Язык C / C++: MAPLE

Классы СКА по областям применения:

- Микрокалькуляторы

Примеры: Hewlett-Packard, Texas Instruments, Casio, Citizen

- Спецпроцессоры

Примеры: БПФ - процессоры для систем ЦОС

- Мобильные устройства и web - сервисы Интернет

Примеры: iPhone и Windows эмуляторы научных калькуляторов HP

- Образование и научные исследования

Примеры: пакеты СКА

Классы СКА по интегральным оценкам качества:

- контролируемая достоверность вычислений
- производительность и масштабируемость
- унификация реализации, информационная совместимость
- архитектурная расширяемость

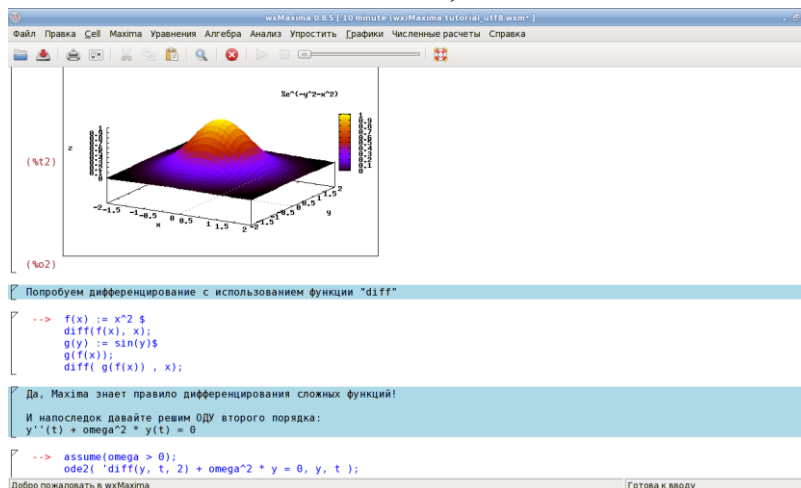
Устанавливаемые СКА:

1) Maxima⁶

Разработчик: Уильям Шелтер, сообщество добровольцев

ОС: Windows, Mac OS, Linux, Android, FreeBSD

Описание: бесплатная СКА, аналог Mathcad

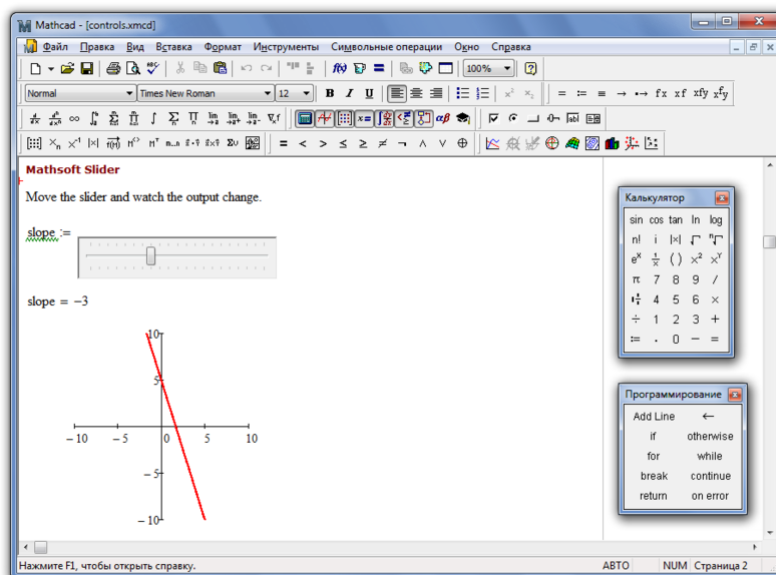


2) Mathcad⁷

Разработчик: PTC (Parametric Technology Corporation)

ОС: Windows (начиная с XP)

Описание: программа ориентирована на подготовку интерактивных документов с вычислениями и визуальным сопровождением, отличается лёгкостью использования



Онлайн СКА:

⁶ <https://ru.wikipedia.org/wiki/Maxima>

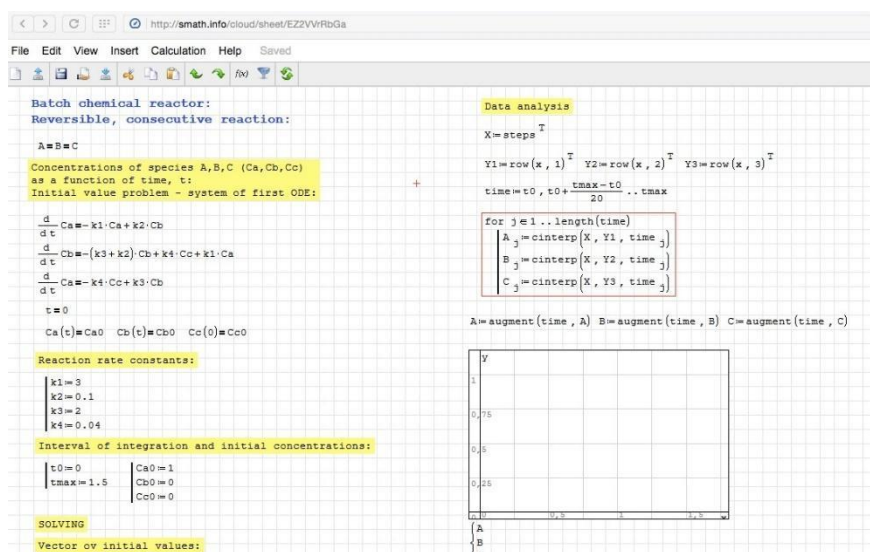
⁷ <https://ru.wikipedia.org/wiki/Mathcad>

1) SMath Studio Cloud⁸

Разработчик: Андрей Ивашов

ОС: Windows, iOS, Android, Universal Windows Platform, Microsoft Windows Mobile, Linux, FreeBSD

Описание: онлайн версия бесплатного математического пакета SMath Studio

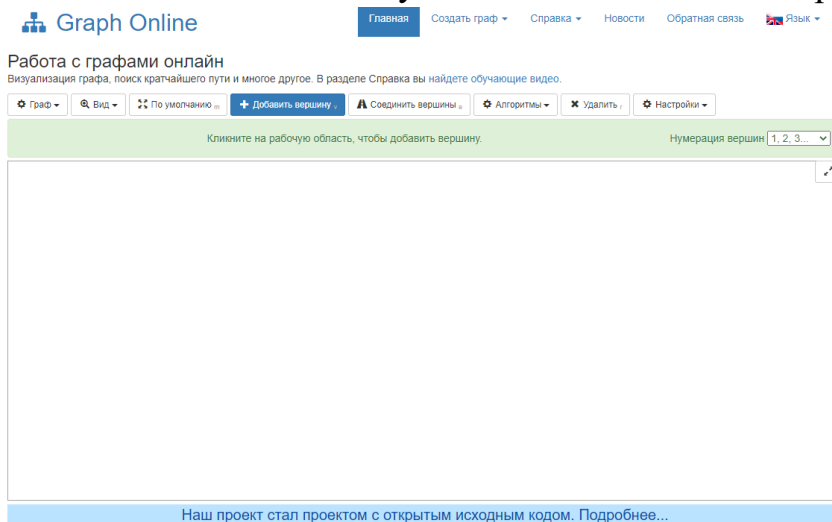


2) Graph online⁹

Разработчик: Open Source

ОС: Windows, Linux, FreeBSD, Mac OS X, Android, iOS

Описание: бесплатный и удобной онлайн СКА для работы с графами



Перспективы:

Постоянное улучшение систем: упрощение работы с системой и ускорение ее работы

⁸ <https://freeanalogs.ru/Online/SMathCloud>

⁹ <https://freeanalogs.ru/GraphOnline>

Расширение использования: внедрение СКА в различные более мелкие сферы (школьное и дошкольное образование, мелкий бизнес)

Комплексность: возможность решения большинства задач с помощью одного приложения.

Интеграция ядра и расширений СКА должна быть прозрачной для любого пользователя СКА (цель пользователя – решение прикладной задачи, а не организация взаимодействия вычислительных модулей).