

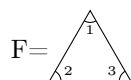
# Книжка за упражнителни задачи на Деспина

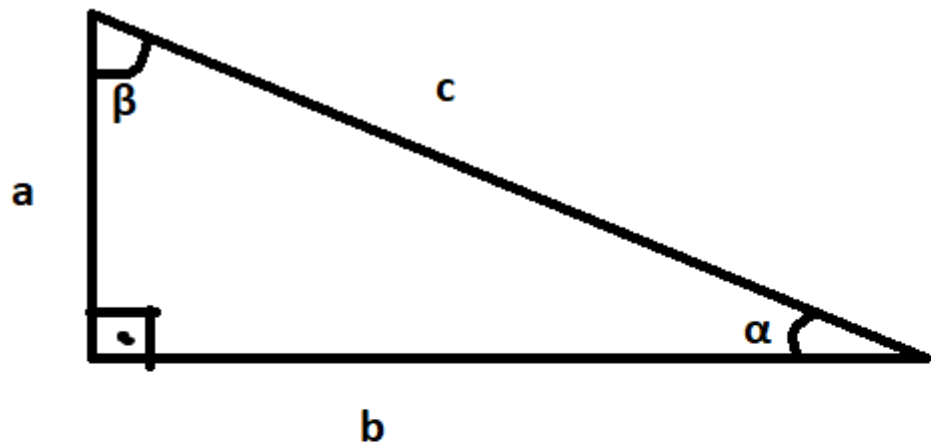
## Съдържание

<b>1</b>	<b>Теория</b>	<b>1</b>
1.1	Триъгълник . . . . .	1
1.2	Трапец . . . . .	3
1.3	Успоредник . . . . .	4
1.4	Функции . . . . .	4
1.5	Вероятности - Комбинации, Вариации и Пермутации. . . . .	5
1.6	Полиномиални и дробни неравенства - теория . . . . .	6
<b>2</b>	<b>Неравенства - задачи</b>	<b>6</b>
<b>3</b>	<b>Квадратни уравнения и системи</b>	<b>7</b>
<b>4</b>	<b>Еднаквост и подобност на триъгълници</b>	<b>9</b>
<b>5</b>	<b>Тригонометрия</b>	<b>10</b>
<b>6</b>	<b>Задачи с текст</b>	<b>10</b>
6.1	Разни . . . . .	10
6.2	Линейни уравнения и неравенства . . . . .	11
6.3	Басейни . . . . .	12
<b>7</b>	<b>Системи</b>	<b>12</b>
<b>8</b>	<b>Ирационални уравнения</b>	<b>13</b>
<b>9</b>	<b>Опростяване на изрази</b>	<b>14</b>

## 1 Теория

### 1.1 Триъгълник





**Дефиниция 1**  $\sin(\alpha) = \frac{a}{c}$ ,  $\cos(\alpha) = \frac{b}{c}$ ,  $\operatorname{tg}(\alpha) = \frac{a}{b}$ ,  $\operatorname{cotg}(\alpha) = \frac{b}{a}$

Да забележим, че  $\sin(\beta) = \cos(\alpha) = \frac{b}{c}$  и аналогично  $\cos(\beta) = \sin(\alpha) = \frac{a}{c}$ .  
 $a^2 + b^2 = c^2 \rightarrow (\frac{a}{c})^2 + (\frac{b}{c})^2 = 1 \rightarrow \sin^2(\alpha) + \cos^2(\alpha) = 1$ .

Тригонометрични тъждества ( $\alpha, \beta \in [0, 90]$ ):

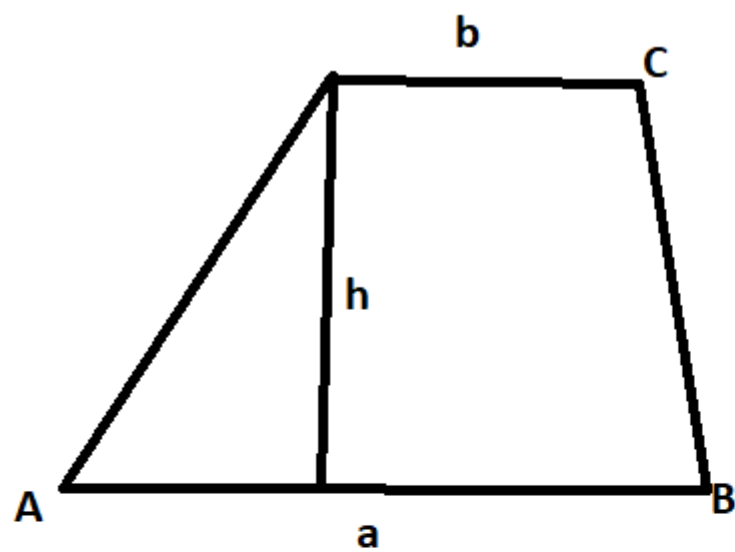
$$\sin^2(\alpha) + \cos^2(\alpha) = 1$$

$$\sin(\alpha) = \cos(\beta) = \cos(90 - \alpha)$$

$$\operatorname{tg}(\alpha) \operatorname{cotg}(\alpha) = 1$$

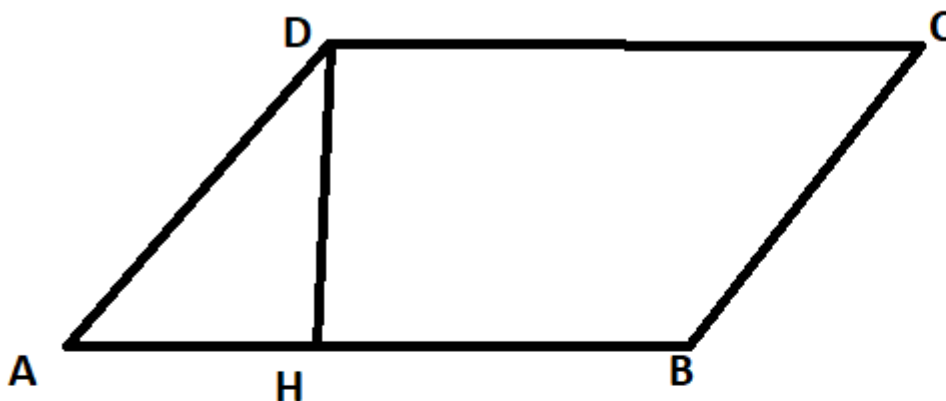
$$\operatorname{tg}(\alpha) = \frac{a}{b} = \frac{a}{c} \cdot \frac{c}{b} = \frac{\sin(\alpha)}{\cos(\alpha)}, \operatorname{cotg}(\alpha) = \frac{1}{\operatorname{tg}(\alpha)} = \frac{\cos(\alpha)}{\sin(\alpha)}$$

## 1.2 Трапец



Лице на трапец:  $S = \frac{a+b}{2}h$

### 1.3 Успоредник



Страните са две по две успоредни  $AB \parallel CD$ ,  $BC \parallel AD$ . Лице на успоредник:  $S = AB \cdot DH$  (тук се разбира дължините на страните)

Коментари:  $\triangle ABD \equiv \triangle BCD$ ,  $\triangle ABC \equiv \triangle CDA$   
 $\angle BAD = \angle BCD$  и  $\angle ADC = \angle ABC$ .  $\angle ABC + \angle BAD = 180$ .

Задачи - дадени са две страни на успоредник и ъгъл.

### 1.4 Функции

Функция е правило за съпоставяне на число по някакво правило. По-конкретно, имаме  $x$ , и на него съпоставяме  $f(x)$ . Често се записва като  $y = f(x)$ . Всичките  $x$ -ове, на които можем да съпоставим  $f(x)$ , се нарича дефиниционно множество на функцията  $f(x)$ . Графично се изобразяват наредените двойки  $(x, f(x))$  или  $(x, y)$  в координатна система, в която по хоризонталата е стойността на  $x$ , а по вертикалата - на  $y$ .

Пример за функция.  $y = f(x) = x$ . Графиката минава през всички точки  $(x, x)$  за  $x$  в дефиниционното множество. Дефиниционното множество е ця-

лата реална права.

Примери за функции, където деф. множество не е цялата права.  $y = \frac{1}{x}$  (ДМ:  $x \neq 0$ ) и  $y = \sqrt{x}$  (ДМ:  $x \geq 0$ )

## 1.5 Вероятности - Комбинации, Вариации и Пермутации.

**Дефиниция 2** Пермутации - начини, по които може да наредим  $n$  обекта в една линия.

Пример. Пермутация от 3 елемента са начините, по които може да наредим 3 "неща" на една линия едно до друго. Нека за определеност да са молив, химикал и флумастер. Начините, по които може да ги наредим са: ФХМ, ФМХ, МХФ, МФХ, ХМФ, ХФМ или общо 6 начина. Нека да добавим 4ти елемент ролер. За първото нареждане ФХМ, ролерът може да е на 4 позиции: РФХМ, ФРХМ, ФХРМ, ФХМР. Тогава 4те елемента може да ги наредим по  $6 \cdot 4 = 24$  начина.  $n$  обекта могат да се наредят по  $n(n-1)\dots 1$  начина. Примерите по горе Ф, Х и М могат да се наредят по  $3 \cdot 2 \cdot 1 = 6$  начина и Ф,Х, М, Р могат да се наредят по  $4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1 = 24$  начина. Дефинираме  $n$ -факториел с  $n! = n(n-1)\dots 1$ .

**Дефиниция 3** Вариация - избор на елементи където реда има значение - Налучкване на телефонен номер.  $V_{10}^4$ .

**Дефиниция 4** Комбинации - избор на елементи където реда няма значение - начини за вземане на различни цветове топки от урна (напр. сини, червени, зелени, жълти и т.н.).

**Задача 1** По колко начина може да изберем 6 молива (различни) 10 молива (различни)? (Реда няма значение).

**Решение :**

Първи молив избираме по 10 начина, втория - по 9, и т.н. Общо  $10 \cdot 9 \cdot 8 \cdot 7 \cdot 6 \cdot 5$  начина.

**Задача 2** Дадени са 10 молива с различни цветове. За оцветяване на картинка са необходими 6 точно определени цвята. Каква е вероятността случайно избрани 6 молива да могат да оцветят картинката?

**Решение :**

Вероятността първия молив да е от 6те е  $\frac{6}{10}$ . Вероятността втория молив да е подходящ за оцветяване е  $\frac{5}{9}$  и т.н. Вероятността от 6 тегления да изтеглим моливите за оцветяване е  $\frac{6 \cdot 5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1}{10 \cdot 9 \cdot 8 \cdot 7 \cdot 6 \cdot 5} = \frac{3}{10 \cdot 9 \cdot 7} = \frac{1}{10 \cdot 3 \cdot 7} = \frac{1}{210}$ .  
За упражнение: 2 молива от 3.

**Задача 3** Да се намерят всичките възможни комбинации RGB цветове с интервал  $[0, 255]$ .

## 1.6 Полиномиални и дробни неравенства - теория

$$a_0x^n + a_1x^{n-1} + \dots + a_n < 0.$$

$a_0(x - x_1) \dots (x - x_n) < 0$  Нека, за определеност, имаме  $x_1 < x_2 < \dots < x_n$ .

По подобен начин ако имаме дробни. (Да се редактира)

## 2 Неравенства - задачи

При умножаване на двете страни на неравенство с  $-1$ , сменяме знака на неравенството. Пример:  $3 < 5 \rightarrow -3 > -5$

Квадратни или полиномиални неравенства:

**Задача 4** Дефиниционното множество на израза  $\frac{2x+4}{\sqrt{5-x}}$  е:

Определя се от  $5 - x > 0$

$$5 > x$$

$$x < 5 \quad x \in (-\infty, 5)$$

**Задача 5**  $A = \sqrt{3x^2 + 7x + 5} + 2x - 1$  при  $x = -1$

$$A = \sqrt{3(-1)^2 + 7(-1) + 5} + 2(-1) - 1 = \sqrt{3 - 7 + 5} - 2 - 1 = 1 - 3 = -2$$

**Задача 6** Корените на уравнението  $\sqrt{x+1} = 5 - x$

Повдигаме на квадрат и имаме уравнението:

$$x + 1 = (5 - x)^2$$

$$x^2 - 10x - x + 25 - 1 = 0$$

$$x^2 - 11x + 24 = 0$$

$$x_1 = 3, x_2 = 8$$

ПРОВЕРКА:

$$x_1 = 3 \rightarrow 3 + 1 = ? (5 - 3)^2 \text{ ОК}$$

$$x_2 = 8 \rightarrow 8 + 1 = ? (5 - 8)^2 \text{ ОК}$$

Корените са 3 и 8.

**Задача 7** Произведението на корените на уравнението  $\sqrt{3x^2 - 8x - 2} = 1$

са:

$$3x^2 - 8x - 3 = 0 \rightarrow x_1 = 3, x_2 = -\frac{1}{3}$$

Формули на Виет:

$$x_1 + x_2 = -\frac{b}{a}$$

$$x_1 x_2 = \frac{c}{a}$$

$$\text{ПРОВЕРКА: } x_1 = 3 \rightarrow \sqrt{3 \cdot 9 - 8 \cdot 3 - 2} = \sqrt{27 - 24 - 2} = \sqrt{1} \text{ ОК}$$

$$x_1 = -\frac{1}{3} \rightarrow \sqrt{3 \cdot \frac{1}{9} + 8 \cdot \frac{1}{3} - 2} = \sqrt{\frac{1}{3} + \frac{8}{3} - 2} = \sqrt{1} \text{ ОК}$$

**Задача 8** Броят на корените на уравнението  $(9 - x^2)\sqrt{x + 2} = 0$  е:  
 Решаваме поотделно  $9 - x^2 = 0$  и  $\sqrt{x + 2} = 0$ , получаваме корени  $x_{1,2} = \pm 3$  и  $x_3 = -2$ , НО при  $x = -3$  израза  $\sqrt{x + 2}$  не е дефиниран, т.е.  $x = -3$  не е корен. Тогава корените са два на брой.

**Задача 9** Кое от посочените уравнения има корен:

1.  $\sqrt{x^2 + 8} = -3$ , няма отрицателен корен
2.  $\sqrt{x - 7} = 5 - x$
3.  $\sqrt{x + 5} + \sqrt{x + 3} = 0$ ,  
 не е възможено едновременно  $\sqrt{x + 5} = 0$  и  $\sqrt{x + 3} = 0$ , по-точно  
 $\sqrt{x + 5} = 0$  тогава и само тогава, когато  $x = -5$  и  $\sqrt{x + 3} = 0$  тогава  
 и само тогава, когато  $x = -3$
4.  $\sqrt{x - 3} = 3 - x$

**Задача 10**  $\sqrt{x + 6} = x$   
 $x^2 - x - 6 = 0$  ,  
 $D = 1 - 4 \cdot (-6) = 1 + 24 = 25 = 5^2$

**Задача 11**  $\sqrt{\frac{3x}{x-2}} + 6\sqrt{\frac{x-2}{3x}} = 5$   
 Полагаме  $y = \sqrt{\frac{3x}{x-2}}$ , то  $\sqrt{\frac{x-2}{3x}} = 1/y$   
 $y + \frac{6}{y} = 5, y \neq 0$   
 $y^2 - 5y + 6 = 0$

**Задача 12**  $\sqrt{x - 4} + x - 4 = 6$ . Полагаме  $\sqrt{x - 4} = y$ .  
 $y + y^2 = 6$   
 $y^2 + y - 6 = 0$

### 3 Квадратни уравнения и системи

1. системи уравнения
2. квадратни уравнения
3. неравенства (???)
4. други уравнения

Формули, които се използват за квадратни уравнения:  
 Ако е дадено уравнение  $ax^2 + bx + c = 0$ , имаме дискриминанта  $D = b^2 - 4ac$ ,  
 тогава решенията се задават с  $x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{D}}{2a}$ . Да разгледаме един пример.  
 Упражнение(?):  $(x - \frac{-b + \sqrt{D}}{2a})(x - \frac{-b - \sqrt{D}}{2a}) = ax^2 + bx + c$

Припомним формулите за съкратено умножение:

$$(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$$

$$(a - b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$$

$$(a + b)(a - b) = a^2 - b^2$$

Упражнителни задачи, които Деспина е решавала сама:

$$x^2 - 5x + 6 = 0$$

Още примери за решаване:

1.  $x^2 - 6x + 8 = 0$

2.  $x^2 - 5x + 6 = 0$

3.  $x^2 - 5x + 6 = 0$

4.  $x^2 - 5x + 6 = 0$

5.  $x^2 - 5x + 6 = 0$

6.  $x^2 - 5x + 6 = 0$



## 4 Еднаквост и подобност на триъгълници

Един триъгълник се определя от "три неща три страни, две страни и ъгъл между тях, страна и два ъгъла.

Признаци за еднаквост:

1. две страни и ъгъл между тях = две страни и ъгъл между тях => еднакви
2. страна и два ъгъла = страна и два ъгъла => еднакви
3. три страни = три страни => еднакви

Подобните триъгълници си приличат по това, че имат една и съща форма, но единият е 10 пъти или 5 пъти (или колкото и да е пъти) "по-голям" от другия

Признаци за подобност: (Трябва да се потвърди от учебник)

1. две страни са 5 пъти по-малки и ъгълът между тях е равен.
2. една страна е 5 пъти по-малка и 2 ъгъла са равни.
3. трите ъгъла са равни

Коефициент на подобие  $k$  ще наричаме отношението на страните между два подобни триъгълника. Съответните височини, ългополовящи и медиани са в отнишение колкото е коефициента на подобие  $k$ . За лицата отношението е коефициента на квадрат  $k^2$ .

ирационални изрази, прогресии, статистика и обработка на данни, решаване на триъгълник-  $\sin$ ,  $\cos$ ,  $\operatorname{tg}$ ,  $\operatorname{cotg}$  в  $(0,180)$ , синусова и косинусова теорема (?), елементи от стереометрията

**Задача 13** Лицата на два подобни тригълници са  $25 \text{ см}^2$  и  $49 \text{ см}^2$ . Намерете коефициента на подобие.

**Решение :**

От условието имаме, че  $k^2 = \frac{25}{49}$ , тогава  $k = \sqrt{\frac{25}{49}} = \frac{\sqrt{25}}{\sqrt{49}} = \frac{5}{7}$

**Задача 14** Лицата на два подобни тригълници са  $24 \text{ см}^2$  и  $6 \text{ см}^2$ . Периметъра на първия тригълник е  $24 \text{ см}$ . Намерете периметъра на втория.

**Решение :**

$$k^2 = \frac{24}{6} = 4 \rightarrow k = 2. P_1 = 24. P_2 = \frac{1}{2}24 = 12\text{см.}$$

**Задача 15** *Страните на два равностранни триъгълника са 4 и 8см. Намерете отношението на лицата.*

**Задача 16** *Две съответни страни в два подобни триъгълника са 8 и 12см, а сборът на лицата им е 52 см<sup>2</sup>. Намерете лицата на*

## 5 Тригонометрия

**Задача 17** *Да се намерят останалите тригонометрични функции, ако  $\cos(\alpha) = 0.3$*

**Решение :**

$$\sin^2(\alpha) + \cos^2(\alpha) = 1 \rightarrow \sin^2(\alpha) = 1 - 0,09 \rightarrow \sin(\alpha) = \sqrt{0,91}$$

$$\operatorname{tg}(\alpha) = \frac{\sqrt{0,91}}{0,3} = \frac{10\sqrt{0,91}}{3}$$

$$\operatorname{cotg}(\alpha) = \frac{0,3}{\sqrt{0,91}} = \frac{3}{10} \cdot \frac{\sqrt{0,91}}{0,91} = \frac{30\sqrt{0,91}}{91}$$

**Задача 18** *Да се намерят останалите тригонометрични функции, ако  $\cos(\gamma) = \frac{\sqrt{2}}{2}$ ,  $\cos(\alpha) = \frac{1}{2}$ .*

**Решение :**

$$\cos(\alpha) = \frac{1}{2} \rightarrow \sin^2(\alpha) = 1 - \frac{1}{4} = \frac{3}{4} \rightarrow \sqrt{\sin^2(\alpha)} = \sqrt{\frac{3}{4}}$$

$$\sin(\alpha) = \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{4}} = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$\operatorname{tg}(\alpha) = \frac{\frac{\sqrt{3}}{2}}{\frac{1}{2}} = \sqrt{3}$$

$$\operatorname{cotg}(\alpha) = \frac{1}{\sqrt{3}} = \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{9}} = \frac{\sqrt{3}}{3}$$

## 6 Задачи с текст

### 6.1 Разни

**Задача 19** *Да се намери стойността на израза:*

$$1. \sqrt{(2\sqrt{6} - 5)^2} - (-\sqrt{6})^3$$

**Решение :**

$$(-\sqrt{6})^3 = (-\sqrt{6}) \cdot (-\sqrt{6}) \cdot (-\sqrt{6}) = -6\sqrt{6}.$$

$$\sqrt{(2\sqrt{6} - 5)^2} = |2\sqrt{6} - 5| = 5 - 2\sqrt{6}$$

$$\text{Отг. } 5 - 2\sqrt{6} - 6\sqrt{6} = 5 - 4\sqrt{6}.$$

$$\text{Коментар: } \sqrt{(3-4)^2} \neq 3-4 = -1, \sqrt{(3-4)^2} = |3-4| = 1$$

Коментар2: Да сравним числата  $2\sqrt{6}$  и 5.

$$a, b > 0, \text{ то } a > b \iff a^2 > b^2. (2\sqrt{6})^2 = 24, 5^2 = 25. \text{ Тогава } 2\sqrt{6} < 5.$$

## 6.2 Линејни уравнения и неравенства

**Задача 20** Сборът на две последователни естествени числа е със 131 по-малък от произведението им. Намерете числата.

**Решение :**

Ако първото (по-малкото от двете числа е  $x$ ), второто число е  $x + 1$ . Тогава от условието на задачата имаме  $x + x + 1 = x(x + 1) - 131$

$$2x + 1 = x^2 + x - 131.$$

$$x^2 + x - 131 - 2x - 1 = 0.$$

$$x^2 - x - 132 = 0. D = (-1)^2 - 4 \cdot (-132) = 1 + 4 \cdot 132 = 528 + 1 = 529.$$

$$x_1 = \frac{1+23}{2} = 12. x_2 = \frac{1-23}{2} = -11. -11 \text{ не е естествено. Отг. 12 и 13.}$$

**Задача 21** В един магазин продали 488 кг портокали, лимони и маслини. Портокалите били с 40 кг повече от лимоните, а маслините - 5 пъти по-малко от портокалите. По колко килограма са продали от всеки вид?

**Решение :**

Да означим портокалите с  $x$ . Тогава лимоните са  $x - 40$ , а маслините са  $\frac{x}{5}$ . Тогава  $x + x - 40 + \frac{x}{5} = 488$ . Умножаваме двете страни (на  $y$ -ето) по 5.

$$10x - 200 + x = 488 \cdot 5$$

$$11x = 488 \cdot 5 + 200 = 2640$$

$$x = \frac{2640}{11} = 240.$$

Отг. 240кг, 200кг лимони, 48 кг. маслини. Друг начин за смятане е следният:

$$2\frac{1}{5}x = 488 + 40$$

$$\frac{11}{5}x = 528$$

$$x = 528 \cdot \frac{5}{11} = 240.$$

**Задача 22** През един сезон в консервната фабрика "Добруджанка" са обработили по 48 т домати на ден. След като предали 1300 т пресметнали, че това е с 524т по-малко от цялото количество домати. Колко дни взъв фабриката са обработвани домати?

**Задача 23** Обиколката на един триъгълник е 126 см. Едната му страна е с 12 см по-къса от другата, а третата е  $\frac{3}{4}$  от сбора на првите две. Да се намери най-голямата страна на този триъгълник.

**Задача 24** Попитали Николай на колко е години, а той отговорил: "Мама е на 38 години. Тя е с 2 години по-млада от татко. Татко пък има два пъти повече години, отколкото аз и сестра ми заедно. Но аз със с 4 години по-малък от сестра ми." На колко години са Николай и сестра му?

**Задача 25** Един работник може да свърши определена работа за 15 дни, а друг работник за същото време свършва само 75 % от тази работа. Отначало двамата работници работели заедно 6 дни, а след това вторият само довършил останалата част. За колко дни била свършена цялата работа и какъв процент от нея е изработил всеки един работник?

### 6.3 Басейни

**Задача 26** Един басейн се пълни от една тръба за 2 ч, от друга за 3ч, от трета за 4ч. За колко време се пълни от трите едновременно?

**Задача 27** Един басейн се пълни от една тръба за 2 ч, от друга за 3ч. За колко време се пълни от двете едновременно? Каква част пълни всяка от тръбите?

**Решение :**

Разсъждения. За 1 час пълним  $\frac{1}{2} + \frac{1}{3} = \frac{3}{6} + \frac{2}{6} = \frac{5}{6}$ . Тогава ако времето за пълнене е  $x$  (в часове), то  $\frac{x}{2} + \frac{x}{3} = 1$ . Тогава  $3x + 2x = 6$  и  $x = \frac{6}{5}$  часа или 1ч и 12мин. Първата тръба е напълнила  $\frac{1}{2} \cdot \frac{6}{5} = \frac{3}{5} = 60\%$ . Тогава втората е напълнила  $\frac{2}{5} = 40\%$  от басейна.

(Коментар: Първия басейн пълни за минута  $\frac{1}{120}$ , а втория  $\frac{1}{180}$ . За 12 минути пълним  $\frac{12}{120} + \frac{12}{180} = \frac{12 \cdot 3 + 12 \cdot 2}{360} = \frac{60}{360} \cdot \frac{1}{6}$ .)

**Задача 28** Един басейн се пълни от една тръба за 10ч, а от друга за 12ч. Първата тръба е пълнила 1 час, след което е спряла за 30 минути ремонт, след това е продължила да пълни. Втората тръба работи безотказно. За колко време двете тръби заедно напълват басейна.

**Решение :**

Нека с  $x$  означим времето за пълнене. За 1ч имаме напълнено  $\frac{1}{10} + \frac{1}{12} = \frac{12}{120} + \frac{10}{120} = \frac{22}{120}$ . За следващия половин час пълни само втората тръба, т.е. за времето между 1ч и 1ч и 30 минути пълним  $\frac{1}{12} \cdot \frac{1}{2} = \frac{1}{24}$ . Остава ни да напълним  $1 - \frac{22}{120} - \frac{1}{24}$ . Ако означим оставащото време с  $y$ , то за  $y$  имаме  $\frac{y}{10} + \frac{y}{12} = 1 - \frac{22}{120} - \frac{1}{24}$ . Сумарното време за пълнене е  $y + 1 + \frac{1}{2}$ . Остава да намерим  $y$ .

**Задача 29** Един басейн се пълни от една тръба за 10ч, а от друга за 12ч. Първата тръба е пълнила 1 час, след което е спряла за 1 ремонт, след това е продължила да пълни. Втората тръба работи след 1вия час. За колко време се напълва басейна?

## 7 Системи

**Задача 30**

$$\begin{cases} x - y = 7 \\ x^2 - xy - y^2 = 19 \end{cases} \quad x = y + 7$$

**Решение :**

$$\begin{aligned} x &= y + 7 \\ (y + 7)^2 - (y + 7)y - y^2 &= 19 \\ y^2 + 14y + 49 - y^2 - 7y - y^2 &= 19 \\ -y^2 + 7y + 30 &= 0 \end{aligned}$$

$y^2 - 7y - 30 = 0 \rightarrow a = 1, b = -7, c = -30$   
 $D = 49 + 120 = 169, y_1 = 10, y_2 = -3$   
 $x_1 = 10 + 7 = 17, x_2 = -3 + 7 = 4$   
 Отг. Решенията на системата са:  $(17, 10), (4, -3)$

### Задача 31

$$\begin{cases} 2x - y - 1 = 0 \\ xy - 1 = 0 \end{cases}$$

**Решение :**

$y = 2x - 1$   
 $x(2x - 1) - 1 = 0$   
 $2x^2 - x - 1 = 0 \rightarrow a = 2, b = -1, c = -1$   
 $D = 1 - 4 \cdot 2 \cdot (-1) = 9 \quad x_1 = \frac{-(-1) + \sqrt{9}}{2 \cdot 2} = \frac{4}{4} = 1, \quad x_2 = \frac{-(-1) - \sqrt{9}}{2 \cdot 2} = -\frac{2}{4} = -\frac{1}{2}$   
 $y_1 = 2x_1 - 1 = 2 - 1 = 1, \quad y_2 = 2x_2 - 1 = 2(-\frac{1}{2}) - 1 = -2$   
 Отг.  $(1, 1), (-\frac{1}{2}, -2)$

### Задача 32

$$\begin{cases} x + y = -2 \\ x^2 + y^2 = 2 \end{cases}$$

### Задача 33

$$\begin{cases} x - 3y + 1 = 0 \\ x^2 - 4xy + 3y^2 + x - y = 0 \end{cases}$$

## 8 Ирационални уравнения

**Задача 34** Решете уравнението:  $\sqrt{x-5} - \sqrt{20-x} = -1$

**Решение :**

$(\sqrt{x-5} - \sqrt{20-x})(\sqrt{x-5} + \sqrt{20-x}) = x+5+20-x = 25 \rightarrow$  няма решение.

**Задача 35** Решете уравнението:  $\sqrt{x-2} - \sqrt{2x-1} = 0$

**Решение :**

$(\sqrt{x-2} - \sqrt{2x-1})(\sqrt{x-2} + \sqrt{2x-1}) = x-2+2x-1 = 3x-3$

$3x = 3 \rightarrow x = 1.$

Проверка:  $\sqrt{1-2} - \sqrt{2-1} = \sqrt{-1} - \sqrt{1} \neq 0 \rightarrow$  няма решение.

За другия път  $x-2 \geq 0$  и  $2x-1 \geq 0$

## 9 Опростяване на изрази

**Задача 36** Да се опрости изразът:

$$1. \sqrt{0.36 * 49 * 25} = \sqrt{0.6^2 * 7^2 * 5^2} = \sqrt{0.6^2} * \sqrt{7^2} * \sqrt{5^2} = 0.6 * 7 * 5 = 35 * 0.6 = 21$$

$$2. \frac{\sqrt{22.5}}{\sqrt{0.4}} = \frac{\sqrt{225} \sqrt{0.1}}{\sqrt{4} \sqrt{0.1}} = \frac{15}{2}$$

$$3. \sqrt{60} - (\sqrt{3} + \sqrt{5})^2 = \sqrt{60} - ((\sqrt{3})^2 + 2\sqrt{3}\sqrt{5} + (\sqrt{5})^2) = \sqrt{60} - (3 + 2\sqrt{15} + 5) = \sqrt{60} - 3 - 2\sqrt{15} - 5 = \sqrt{60} - 8 - 2\sqrt{15}.$$

Разлагане на 60 на прости множители:  $60 = 2 * 2 * 3 * 5$ . Тогава  $\sqrt{60} = \sqrt{2 * 2 * 3 * 5} = \sqrt{2^2 * 3 * 5} = 2\sqrt{15}$ . Отг.  $-8$

Да се направят зад 5,6,7,8,10 от картинката

**Задача 37** Да се опрости изразът

$$\bullet \sqrt{5a^4} = \sqrt{5}\sqrt{a^2.a^2} = \sqrt{(a^2)^2}\sqrt{5} = a^2\sqrt{5}$$

$$\bullet \sqrt{25a} = 5\sqrt{a}$$

$$\bullet \sqrt{147a^5} = \sqrt{21.7.a^5} = \sqrt{3.7^2.a^4.a} = 7a^2\sqrt{3a}$$

$$\bullet \sqrt{16,9.6,4} = \sqrt{\frac{169}{10} \frac{64}{10}} = \frac{\sqrt{169}\sqrt{64}}{\sqrt{10^2}} = \frac{13.8}{10} = \frac{13.4}{5} = \frac{52}{5} = 10,4$$

$$\bullet \sqrt{0,000576} = \sqrt{\frac{576}{10^6}} = \frac{num}{10^3} =$$

$$\sqrt{\frac{a}{b}} = \frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}}$$

$$\sqrt{x^2} = x, \text{ при } x \geq 0.$$

$$x^2 + 1 = 0 \rightarrow x^2 = -1 \rightarrow x = \pm\sqrt{-1} \text{ НЕ е реален израз}$$

$$x * x = x^2 \geq 0$$

$\sqrt{x-2}$  трябва  $x-2 \geq 0$  или  $x \geq 2$  Това го наричаме ДЕФИНИЦИОННО МНОЖЕСТВО или ДЕФИНИЦИОННА ОБЛАСТ

Пример  $\sqrt{x-2} < 2$  Трябва да осигурим две неща:

$$\begin{cases} x-2 \geq 0 \\ (\sqrt{x-2})^2 < 2^2 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x \geq 2 \\ x-2 < 4 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x \geq 2 \\ x < 6 \end{cases}$$

$$\text{ОТГ. } x \in [2, 6)$$

$$\text{ОТГ. } x \in [2, 6]$$

$$\text{ОТГ. } x \in [2, 6)$$

$$\sqrt{x-2}(x^2 - 8x + 15) < 0$$

$$(x-3)^2 + -8(x-3) + 15 = 0$$

$$x-3 = y$$

$$y^2 - 8y + 15 = 0$$