

Книжка за упражнителни задачи на Илиянка

Съдържание

1	Начални бележки	2
2	Учебен материал/Рубрика 10 минути = 3 урока/	2
2.1	Алгебра	2
2.1.1	Алгебра	2
2.1.2	Едночлени/Многочлени, действия и формули(в уч. Цели изрази)	2
2.1.3	Уравнения	3
2.1.4	Неравенства	3
2.1.5	Задачи с текст - смеси и сплави, работа, движение, капитал	3
2.1.6	Вероятности	3
2.2	Геометрия	3
2.2.1	Еднакви триъгълници	3
3	Задачи от учебна тетрадка	4
3.1	Упражнения за 1ви признак за еднаквост на триъгълници	4
4	Теми от стари изпити	4
4.1	Възможни стратегии	4
4.2	Тема 2013	4
4.3	Тема 2014	4
4.4	Тема 2015	4
4.5	Тема 2016	4
4.6	Тема 2017	4
4.7	Тема 2018	6
4.8	Тема 2019	6
4.9	упражнения за неравенства	6
5	Quiz	8
5.0.1	Quiz 1	8
5.0.2	Quiz 2	8

1 Начални бележки

Спъсък с неща, които искаме да се научат:

1. Еднакви триъгълници.
2. Задачи с текст
3. Решаване на триъгълник
4. Геометрия

План за работа:

1. Решаване на триъгълник
2. Неравенства

Задача. $(-0,5 - x)^2 = (-0,5)^2 + 2 \cdot 0,5x + x^2$ заместваме $x = -\frac{1}{2}$ и получаваме $(-0,5)^2 + 2 \cdot 0,5 \cdot (-\frac{1}{2}) + (-\frac{1}{2})^2 = 0,25 - \frac{1}{2} + \frac{1}{4} = \frac{25}{100} - \frac{1}{2} + \frac{1}{4} = \frac{5}{20} - \frac{1}{2} + \frac{1}{4} = \frac{1}{4} - \frac{1}{2} + \frac{1}{4} = \frac{2}{4} - \frac{1}{2} = \frac{1}{2} - \frac{1}{2} = 0$

2 Учебен материал/Рубрика 10 минути = 3 урока/

2.1 Алгебра

2.1.1 Алгебра

Алгебрата в училище приблизително се състои от решаване на няколко вида уравнения и неравенства. Понякога се искат (напр.) целочислени решения, затова ще напишем по-долу видовете числа:

- **Естествени:** 1,2,3,4... (цели-положителни)
- **Цели:** 0,-1,1,-2,2,-3,3.....
- **Рационални:** Всички дроби (с числител и знаменател цяло число) или безкрайни периодични десетични дроби
- **Реални:** Всички безкрайни десетични дроби

2.1.2 Едночлени/Многочлени, действия и формули(в уч. Цели изрази)

Разкриване на скоби - всяко се умножава със всяко. Пример:

$$(1 - 2 + 3)(4 - 5) = 1 \cdot 4 - 1 \cdot 5 + 2 \cdot 4 + 2 \cdot 5 - 3 \cdot 4 + 3 \cdot 5.$$

Въпрос. Има ли в горния ред грешки?

Формули за съкратено уножение

$$(a+b)^2 = (a+b)(a+b) = a.a + a.b + b.a + b.b = a^2 + 2ab + b^2$$

$$(a-b)^2 = (a-b)(a-b) = a.a - a.b - b.a + b.b = a^2 - 2ab + b^2$$

$$(a+b)(a-b) = a^2 - ab + ab - b^2 = a^2 - b^2$$

$$(a+b)^3$$

$$(a-b)^3$$

$$a^3 + b^3$$

$$a^3 - b^3$$

2.1.3 Уравнения

Уравненията са задачи за намиране на неизвестно число x . За решаването на уравнения се използва разкриване на скоби(всяко се умножава със всяко), събиране на едночлени и прехвърляне от едната страна на равенството в другата(при което се сменя знака). Пример:

$$x - 4 = 2x + 3$$

$$x - 2x = 3 + 4$$

$$-x = 7$$

$$x = -7.$$

Уравнения с параметър

2.1.4 Неравенства

Решаването на неравенства прилича на това на решаването на уравнения. Единствените разлики са следните:

1. При умножаване на двете страни на неравенството с отрицателно числ(<0), знакът на неравенството се сменя: $-x < -1 \iff x > 1$.
2. Накрая решението се записва с интервали: $x > 1 \iff x \in (1, +\infty)$.
Неравенствата \leq or \geq се записват със средна скоба $x \geq 1 \iff x \in [1, +\infty)$.

Неравенства с параметър

2.1.5 Задачи с текст - смеси и сплави, работа, движение, капитал

2.1.6 Вероятности

Примери за вероятности: при хвърляне на зар каква е вероятността да хвърлим 1? Всички възможности са 6 и са равновероятни и тогава вероятността е $\frac{1}{6}$.

2.2 Геометрия

2.2.1 Еднакви триъгълници

В признаците за еднаквост на триъгълници винаги имаме 3 неща. Под нещо разбираме страна или ъгъл.

1. Iви признак - две страни и ъгъл между тях
2. При признак - страна и два ъгъла
3. Шти признак - три страни

Симетрала на АВ - права, която пресича АВ и сключва прав ъгъл с нея
 перпендикулярни прави - сключват прав ъгъл юю Запомняне - трети признак
 е три страни, на първи и втори броят страни е разменен.

3 Задачи от учебна тетрадка

3.1 Упражнения за Iви признак за еднаквост на триъгълници

Задача. 1. $\triangle A'OD \cong \triangle B'OC' (AO = CO)$

2. $AO \neq BO$
3. $AOD' \cong COB'$
4. $DO \neq CO$

(To be continued.....)

(To be continued.....)

4 Теми от стари изпити

4.1 Възможни стратегии

- Заместване на отговорите в уравнението за намиране на корен
- Изключване на отговори
- (Информирано) налучкване - не е препоръчително

4.2 Тема 2013

4.3 Тема 2014

4.4 Тема 2015

4.5 Тема 2016

4.6 Тема 2017

Задача. Коя е стойността на израза $2(3 - c) - c(c - 2)$ при $c = -3$?

Разкриваме скобите и събираме: $2 \cdot 3 - 2 \cdot c - c^2 - c(-2) = 6 - 2c - c^2 + 2c = -c^2 + 6 = -3$. Отг. Б)

Задача. Изразът $tx - 2x - 2y + ty$ е тождествено равен на израза:
Групираме и извеждаме пред скоби: $tx + ty - 2x - 2y = t(x+y) - 2(x+y) = (t-2)(x+y)$. Отг. А)

Задача. Коренът на уравнението $x(x+4) - x(x+3) = 5x + 1$ е:
Прехвърляме всичко с x отляво и всички числа отдясно:
 $x^2 + 4x - x^2 - 3x - 5x = 1$
 $-4x = 1$, откъдето $x = -\frac{1}{4}$. Отг. Б)

Задача. Решенията на неравенството $18 - 6x \geq 0$ са: $6x \leq 18$ или $x \leq 3$
Отг. А)

Задача. Произведението на корените на уравнението $|x-5| - 5 = 1$ е:
Намираме решенията на уравнението $|x-5| = 6$, получаваме двете решения $x-5 = 6 \rightarrow x_1 = 6+5 = 11$ и $x-5 = -6 \rightarrow x_2 = -1$. Отг. Г)

Задача. 0a0a0a0a Отг. А)

Задача. Отг. В)

Задача. Отг. Б)

Задача. Отг. Г)

Задачи с пълно решение

Задача 1. дадени са многочлените:

$$\begin{aligned} M &= (-2+3x)^2 - (2x-3)(3x+3) - 6 + 3(1-x)(1+x) = \\ &= (-2)^2 + 2 \cdot (-2)3x + (3x)^2 - (6x^2 + 6x - 9x - 9) - 6 + 3(1-x^2) = \\ &= 4 - 12x + 9x^2 - 6x^2 - 6x + 9x + 9 - 6 + 3 - 3x^2 = x^2(9-6-3) + x(-12-6+9) + 10 = \\ &= -9x + 10 \end{aligned}$$

to be continued...

$$-7x + 7 \leq 0$$

$$7 \leq 7x + 0$$

$$7x \geq 7 \text{ (можем да делим и умножаваме с числа } \geq 0)$$

$$x \geq 1$$

(!) Можем да умножаваме и с числа ≤ 0 , но тогава обръщаме знака на неравенството юю

$$\text{Пример: } -3x < 6$$

$$(\text{уравнението се решава: } -3x = 6 \rightarrow x = \frac{6}{-3} = -2)$$

$$-3x < 6 \mid : (-3)$$

$$x > \frac{6}{-3} \text{ или } x > -2. \text{ Отг } x > (-2,)$$

Когато знакът е $<$ или $>$, тогава скобите са $()$. Когато знакът е \leq или \geq , тогава скобата в числото е $[]$. Безкрайността се пише като обвърната 8-ца ∞ винаги е с $()$

Задача 2. $2x > 1$

$$x > \frac{1}{2}$$

$$x \in (\frac{1}{2}, +\infty)$$

$$4x - 5 < -2x + 13$$

$$4x + 2x < 13 + 5$$

$$6x < 18$$

$$x < 3$$

$$-2x - 1 > -x - 5$$

$$-2x + x > -5 + 1$$

$$(Коментар: -2x + 1x = (1 - 2)x = -x)$$

$$-x > -4 | \cdot (-1)$$

$$x < 4$$

Отг $x \in (-\infty, 4)$ запиши обяснение включва и не включва със скобите.

4.7 Тема 2018

Задача. В турнир по спортна стрелба участват x отбора. Във всеки отбор има по y момчета и 2 пъти по-малко момичета. С кой от следващите изрази може да се определи броят на играчите, които участват в турнира?

Решение :

Броят на момчетата е y по условие и тогава броят на момичетата е $\frac{y}{2}$. Тогава един отбор има $y + \frac{y}{2}$ хора. Всички хора са $x(y + \frac{y}{2})$

задачи 6, 7, 14, 15

Задача. пътници

Решение :

a) Колко процента са 230 от 500? (Жокер: $1\% = \frac{1}{100}$). Трябва да напишем $\frac{230}{500}$ като проценти. $\frac{230}{5 \cdot 100} = \frac{230}{5}\% = 46\%$.

$$b) 170 + 4x + x + 230 = 500$$

$$400 + 5x = 500$$

$$5x = 100$$

$$x = \frac{100}{5} = 20 \text{ Хората, които отиват и се връщат с градски транспорт са } 4x =$$

$$80. \text{ Хората, които се прибират с градски транспорт са } 4x + 70 = 80 + 70 = 150.$$

Остава да напишем $\frac{150}{500}$ като процент. 30%

4.8 Тема 2019

.....

4.9 упражнения за неравенства

Задача 3. $4x - 7 \leq 3$

Да решим задачата като уравнение:

$$4x = 3 + 7$$

$$4x = 10$$

$$x = \frac{10}{4} = \frac{5}{2}$$

Тогава за неравенството имаме:

... сметки

...сметки Отг. $x \leq \frac{5}{2}$

Задача 4. $2(x - 1) - 4x > 3 - (x - 7)$

$$2x - 2 - 4x > 3 - x - (-7)$$

$$2x - 4x + x > 3 + 7 + 2$$

$$(2 - 4 + 1)x > 3 + 7 + 2$$

$$-x > 12$$

$$x < 12$$

Задача 5. $3(5 - x) + 4(x - 4) - 1 \geq -1 + 2(1 - x)$

$$15 - 3x + 4x - 16 - 1 \geq -1 + 2 - 2x$$

$$-3x + 4x + 2x \geq -1 + 2 - 15 + 16 + 1$$

$$(-3 + 4 + 2)x \geq 1 + 1 + 1$$

$$3x \geq 3$$

Делим числото от дясната страна на числото пред x :

$$x \geq \frac{3}{3}$$

$$x \geq 1$$

$$x \in [1, +\infty)$$

упражнение

$$-2 + 1 = 1 - 2 = -1$$

$$-1 + 2 = 2 - 1 = 1$$

5 Quiz

5.0.1 Quiz 1

- Колко градуса е един прав ъгъл?
- Колко са признаците за еднаквост на триъгълници и може ли да изброим равните елементи?
- Какво е симетрала?

5.0.2 Quiz 2

- Колко градуса е един изправен ъгъл?
- Колко са признаците за еднаквост на триъгълници и може ли да изброим равните елементи?
-

Задача 6. "Махане на модул" $|y| = y$, когато $y \geq 0$
 $|y| = -y$, когато $y < 0$

$$\begin{aligned} |x - 3| &= 4 \\ x - 3 &= -4 \text{ е същото като } 3 - x = 4 \text{ и } x = -1 \\ x - 3 &= 4 \text{ и } x = 7 \end{aligned}$$

$$\text{Отг } x_1 = -1$$