

# Книжка за упражнителни задачи на Илиянка

## Съдържание

<b>1</b>	<b>Начални бележки</b>	<b>2</b>
<b>2</b>	<b>Учебен материал/Рубрика 10 минути = 3 урока/</b>	<b>2</b>
2.1	Алгебра . . . . .	2
2.1.1	Алгебра . . . . .	2
2.1.2	Едночлени/Многочлени, действия и формули(в уч. Цели изрази) . . . . .	3
2.1.3	Уравнения . . . . .	3
2.1.4	Неравенства . . . . .	3
2.1.5	Задачи с текст - смеси и сплави, работа, движение, капитал . . . . .	3
2.1.6	Вероятности . . . . .	3
2.2	Геометрия . . . . .	4
2.2.1	Еднакви триъгълници . . . . .	4
<b>3</b>	<b>Задачи от учебна тетрадка</b>	<b>4</b>
3.1	Упражнения за 1ви признак за еднаквост на триъгълници . . . . .	4
<b>4</b>	<b>Теми от стари изпити</b>	<b>4</b>
4.1	Възможни стратегии . . . . .	4
4.2	Тема 2013 . . . . .	4
4.3	Тема 2014 . . . . .	5
4.4	Тема 2015 . . . . .	5
4.5	Тема 2016 . . . . .	5
4.6	Тема 2017 . . . . .	5
4.7	Тема 2018 . . . . .	6
4.8	Тема 2019 . . . . .	7
4.9	упражнения за неравенства . . . . .	7
<b>5</b>	<b>Quiz</b>	<b>9</b>
5.0.1	Quiz 1 . . . . .	9
5.0.2	Quiz 2 . . . . .	9

## 1 Начални бележки

Спъсък с неща, които искаме да се научат:

1. Еднакви триъгълници.
2. Задачи с текст
3. Решаване на триъгълник
4. Геометрия

План за работа:

1. Решаване на триъгълник
2. Неравенства

**Задача.**  $(-0,5 - x)^2 = (-0,5)^2 + 2 \cdot 0,5x + x^2$  заместваме  $x = -\frac{1}{2}$  и получаваме  $(-0,5)^2 + 2 \cdot 0,5 \cdot (-\frac{1}{2}) + (-\frac{1}{2})^2 = 0,25 - \frac{1}{2} + \frac{1}{4} = \frac{25}{100} - \frac{1}{2} + \frac{1}{4} = \frac{5}{20} - \frac{1}{2} + \frac{1}{4} = \frac{1}{4} - \frac{1}{2} + \frac{1}{4} = \frac{2}{4} - \frac{1}{2} = \frac{1}{2} - \frac{1}{2} = 0$

## 2 Учебен материал/Рубрика 10 минути = 3 урока/

### 2.1 Алгебра

#### 2.1.1 Алгебра

Алгебрата в училище приблизително се състои от решаване на няколко вида уравнения и неравенства. Понякога се искат (напр.) целочислени решения, затова ще напишем по-долу видовете числа:

- **Естествени:** 1,2,3,4... (цели-положителни)
- **Цели:** 0,-1,1,-2,2,-3,3.....
- **Рационални:** Всички дроби (с числител и знаменател цяло число) или безкрайни периодични десетични дроби
- **Реални:** Всички безкрайни десетични дроби

### 2.1.2 Едночлени/Многочлени, действия и формули(в уч. Цели изрази)

Разкриване на скоби - всяко се умножава със всяко. Пример:

$$(1 - 2 + 3)(4 - 5) = 1.4 - 1.5 + 2.4 + 2.5 - 3.4 + 3.5.$$

Въпрос. Има ли в горния ред грешки?

Формули за съкратено уножение

$$(a + b)^2 = (a + b)(a + b) = a.a + a.b + b.a + b.b = a^2 + 2ab + b^2$$

$$(a - b)^2 = (a - b)(a - b) = a.a - a.b - b.a + b.b = a^2 - 2ab + b^2$$

$$(a + b)(a - b) = a^2 - ab + ab - b^2 = a^2 - b^2$$

$$(a + b)^3$$

$$(a - b)^3$$

$$a^3 + b^3$$

$$a^3 - b^3$$

### 2.1.3 Уравнения

Уравненията са задачи за намиране на неизвестно число  $x$ . За решаването на уравнения се използва разкриване на скоби(всяко се умножава със всяко), събиране на едночлени и прехвърляне от едната страна на равенството в другата(при което се сменя знака). Пример:

$$x - 4 = 2x + 3$$

$$x - 2x = 3 + 4$$

$$-x = 7$$

$$x = -7.$$

Уравнения с параметър

### 2.1.4 Неравенства

Решаването на неравенства прилича на това на решаването на уравнения. Единствените разлики са следните:

1. При умножаване на двете страни на неравенството с отрицателно числ( $<0$ ), знакът на неравенството се сменя:  $-x < -1 \iff x > 1$ .
2. Накрая решението се записва с интервали:  $x > 1 \iff x \text{ в } (1, +\infty)$ . Неравенствата  $\leq$  or  $\geq$  се записват със средна скоба  $x \geq 1 \iff x \text{ в } [1, +\infty)$ .

Неравенства с параметър

### 2.1.5 Задачи с текст - смеси и сплави, работа, движение, капитал

### 2.1.6 Вероятности

Примери за вероятности: при хвърляне на зар каква е вероятността да хвърлим 1? Всички възможности са 6 и са равновероятни и тогава вероятността е  $\frac{1}{6}$ .

## 2.2 Геометрия

### 2.2.1 Еднакви триъгълници

В признаците за еднаквост на триъгълници винаги имаме 3 неща. Под нещо разбираме страна или ъгъл.

1. Iви признак - две страни и ъгъл между тях
2. При признак - страна и два ъгъла
3. Шти признак - три страни

Симетрала на АВ - права, която пресича АВ и сключва прав ъгъл с нея перпендикулярни прави - сключват прав ъгъл юю Запомняне - трети признак е три страни, на първи и втори броят страни е разменен.

## 3 Задачи от учебна тетрадка

### 3.1 Упражнения за Iви признак за еднаквост на триъгълници

Задача. 1.  $\triangle A'OD \cong \triangle B'OC' (AO = CO)$

2.  $AO \neq BO$
3.  $AOD' \cong COB'$
4.  $DO \neq CO$

(To be continued.....)

(To be continued.....)

## 4 Теми от стари изпити

### 4.1 Възможни стратегии

- Заместване на отговорите в уравнението за намиране на корен
- Изключване на отговори
- (Информирано) налучкване - не е препоръчително

### 4.2 Тема 2013

Задача 1.  $a(ax - 1) = 2(2x + 1)$ ,  $a = \frac{6^4 \cdot 36}{3^5 2^4 \cdot 2}$ .

$$a = \frac{6 \cdot 6 \cdot 6 \cdot 6 \cdot 6}{3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2} = \frac{6}{1} = 6. \text{ Заместваме } a = 6.$$

$$\begin{aligned}
6(6x - 1) &= 2(2x + 1) \\
36x - 6 &= 4x + 2 \\
36x - 4x &= 2 + 6 \\
32x &= 8 \\
x &= \frac{8}{32} = \frac{8}{4 \cdot 8} = \frac{1}{4} \\
a(ax - 1) &= 2(2x + 1) \\
a^2x - a &= 4x + 2 \\
a^2x - 4x &= a + 2 \\
(a^2 - 4)x &= a + 2 \\
(a - 2)(a + 2)x &= a + 2 \\
a = -2 &\text{ уравнение } 0x = 0. \text{ Всяко } x \text{ е решение.} \\
a = 2 &\text{ дава уравнението } 0x = 4. \text{ Няма решение} \\
a \text{ не е равно на } 2 \text{ и } -2. \text{ Тогава } x &= \frac{a+2}{(a+2)(a-2)} = \frac{1}{a-2} \text{ Имаме } \frac{1}{a-2} \text{ е цяло число,} \\
&\text{когато } a - 2 \text{ е } 1 \text{ или } -1. \text{ Тъй като } 1 \text{ се дели на } 1 \text{ или } -1 \text{ само. } -2 = 1, \\
a &= 3 \\
a - 2 &= -1, a = -1 + 2 = 1
\end{aligned}$$

### 4.3 Тема 2014

### 4.4 Тема 2015

### 4.5 Тема 2016

### 4.6 Тема 2017

**Задача.** Коя е стойността на израза  $2(3 - c) - c(c - 2)$  при  $c = -3$ ?  
 Разкриваме скобите и събираме:  $2 \cdot 3 - 2 \cdot c - c^2 - c(-2) = 6 - 2c - c^2 + 2c = -c^2 + 6 = -3$ . Отг. Б)

**Задача.** Изразът  $tx - 2x - 2y + ty$  е тъждествено равен на израза:  
 Групираме и извеждаме пред скоби:  $tx + ty - 2x - 2y = t(x + y) - 2(x + y) = (t - 2)(x + y)$ . Отг. А)

**Задача.** Коренът на уравнението  $x(x + 4) - x(x + 3) = 5x + 1$  е:  
 Прехвърляме всичко с  $x$  отляво и всички числа отдясно:  
 $x^2 + 4x - x^2 - 3x - 5x = 1$   
 $-4x = 1$ , откъдето  $x = -\frac{1}{4}$ . Отг. Б)

**Задача.** Решенията на неравенството  $18 - 6x \geq 0$  са:  $6x \leq 18$  или  $x \leq 3$   
 Отг. А)

**Задача.** Произведението на корените на уравнението  $|x - 5| - 5 = 1$  е:  
 Намираме решенията на уравнението  $|x - 5| = 6$ , получаваме двете решения  $x - 5 = 6 \rightarrow x_1 = 6 + 5 = 11$  и  $x - 5 = -6 \rightarrow x_2 = -1$ . Отг. Г)

**Задача.** 0a0a0a0a Отг. А)

**Задача.** Отг. В)

**Задача.** Отг. Б)

**Задача.** Отг. Г)

Задачи с пълно решение

**Задача 2.** дадени са многочлените:

$$\begin{aligned} M &= (-2 + 3x)^2 - (2x - 3)(3x + 3) - 6 + 3(1 - x)(1 + x) = \\ &= (-2)^2 + 2 \cdot (-2)3x + (3x)^2 - (6x^2 + 6x - 9x - 9) - 6 + 3(1 - x^2) = \\ &= 4 - 12x + 9x^2 - 6x^2 - 6x + 9x + 9 - 6 + 3 - 3x^2 = x^2(9 - 6 - 3) + x(-12 - 6 + 9) + 10 = \\ &= -9x + 10 \end{aligned}$$

to be continued...

$$-7x + 7 \leq 0$$

$$7 \leq 7x + 0$$

$$7x \geq 7 \text{ (можем да делим и умножаваме с числа } \geq 0 \text{)}$$

$$x \geq 1$$

(!) Можем да умножаваме и с числа  $\leq 0$ , но тогава обръщаме знака на неравенството юю

Пример:  $-3x < 6$

(уравнението се решава:  $-3x = 6 \rightarrow x = \frac{6}{-3} = -2$ )

$$-3x < 6 \mid : (-3)$$

$$x > \frac{6}{-3} \text{ или } x > -2. \text{ Отг } x \in (-2,)$$

Когато знакът е  $<$  или  $>$ , тогава скобите са  $()$ . Когато знакът е  $\leq$  или  $\geq$ , тогава скобата в числото е  $[]$ . Безкрайността се пише като обвърната 8-ца  $\infty$  винаги е с  $()$

**Задача 3.**  $2x > 1$

$$x > \frac{1}{2}$$

$$x \in \left(\frac{1}{2}, +\infty\right)$$

$$4x - 5 < -2x + 13$$

$$4x + 2x < 13 + 5$$

$$6x < 18$$

$$x < 3$$

$$-2x - 1 > -x - 5$$

$$-2x + x > -5 + 1$$

$$\text{(Коментар: } -2x + 1x = (1 - 2)x = -x \text{)}$$

$$-x > -4 \mid \cdot (-1)$$

$$x < 4$$

Отг  $x \in (-\infty, 4)$  запиши обяснение включва и не включва със скобите.

## 4.7 Тема 2018

**Задача.** В турнир по спортна стрелба участват  $x$  отбора. Във всеки отбор има по  $y$  момчета и 2 пъти по-малко момичета. С кой от следва-

ците изрази може да се определи броят на играчите, които участват в турнира?

**Решение :**

Броят на момчетата е  $y$  по условие и тогава броят на момичетата е  $\frac{y}{2}$ . Тогава един отбор има  $y + \frac{y}{2}$  хора. Всички хора са  $x(y + \frac{y}{2})$

задачи 6,7, 14, 15

**Задача. пътници**

**Решение :**

a) Колко процента са 230 от 500? (Жокер:  $1\% = \frac{1}{100}$ ). Трябва да напишем  $\frac{230}{500}$  като проценти.  $\frac{230}{5 \cdot 100} = \frac{230}{5}\% = 46\%$ .

b)  $170 + 4x + x + 230 = 500$

$$400 + 5x = 500$$

$$5x = 100$$

$x = \frac{100}{5} = 20$  Хората, които отиват и се връщат с градски транспорт са  $4x = 80$ . Хората, които се прибират с градски транспорт са  $4x + 70 = 80 + 70 = 150$ . Остава да напишем  $\frac{150}{500}$  като процент. 30%

**Задача (17).** Търговец транспортира ежедневно картофи и царевица от зеленчукова борса. За превоза на картофи разходите му са 100 лв. първоначално и по 20 лв. на всеки тон. За царевицата разходите му са 80 лв. първоначално и по 15 лв. на всеки тон. В понеделник е превозил 3 тона картофи и 4 тона царевица, а във вторник –  $x$  тона картофи и два пъти по-голямо количество царевица от картофите.

1. Пресметнете разходите на търговеца, които е направил в понеделник.
2. Запишете с израз в нормален вид разходите на търговеца, които е направил във вторник.
3. Колко тона общо е превозил търговецът във вторник, ако разходите му във вторник са с 80 лв. повече, отколкото тези в понеделник?

**Задача (18).** А) Разложете на множители израза  $A = x^2y - 16y$ .

Б) Пресметнете стойността на израза, ако  $x = 8, y = 2.5$ .

## 4.8 Тема 2019

.....

## 4.9 упражнения за неравенства

**Задача 4.**  $4x - 7 \leq 3$

Да решим задачата като уравнение:

$$4x = 3 + 7$$

$$4x = 10$$

$$x = \frac{10}{4} = \frac{5}{2}$$

Тогава за неравенството имаме:

... сметки

...сметки Отг.  $x \leq \frac{5}{2}$

**Задача 5.**  $2(x - 1) - 4x > 3 - (x - 7)$

$$2x - 2 - 4x > 3 - x - (-7)$$

$$2x - 4x + x > 3 + 7 + 2$$

$$(2 - 4 + 1)x > 3 + 7 + 2$$

$$-x > 12$$

$$x < 12$$

**Задача 6.**  $3(5 - x) + 4(x - 4) - 1 \geq -1 + 2(1 - x)$

$$15 - 3x + 4x - 16 - 1 \geq -1 + 2 - 2x$$

$$-3x + 4x + 2x \geq -1 + 2 - 15 + 16 + 1$$

$$(-3 + 4 + 2)x \geq 1 + 1 + 1$$

$$3x \geq 3$$

Делим числото от дясната страна на числото пред  $x$ :

$$x \geq \frac{3}{3}$$

$$x \geq 1$$

$$x \in [1, +\infty)$$

упражнение

$$-2 + 1 = 1 - 2 = -1$$

$$-1 + 2 = 2 - 1 = 1$$



## 5 Quiz

### 5.0.1 Quiz 1

- Колко градуса е един прав ъгъл?
- Колко са признаците за еднаквост на триъгълници и може ли да изброиш равните елементи?
- Какво е симетрала?

### 5.0.2 Quiz 2

- Колко градуса е един изправен ъгъл?
- Колко са признаците за еднаквост на триъгълници и може ли да изброиш равните елементи?
- 

**Задача 7.** "Махане на модул"  $|y| = y$ , когато  $y \geq 0$   
 $|y| = -y$ , когато  $y < 0$

$$\begin{aligned} |x - 3| &= 4 \\ x - 3 &= -4 \text{ е същото като } 3 - x = 4 \text{ и } x = -1 \\ x - 3 &= 4 \text{ и } x = 7 \end{aligned}$$

$$\text{Отг } x_1 = -1$$

## 6 Решени изпити

- 2017 - цялата алгебра от тест, 17 и 23
- 2018 - всички тестови и задачи с неравенства и уравнения от останалите
- 
- 
- 
- 
- 
-

$$1x - \frac{1}{3}x = 2$$

$$(1 - \frac{1}{3})x = 2$$

$$\frac{2}{3}x = 2$$

$$x = \frac{2 \cdot 3}{2} = 3$$

$$x(x - 3) = x^2 + 3(x - \frac{1}{3})$$

$$x^2 - 3x = x^2 + 3x - 3 \cdot \frac{1}{3}$$

$$-3x = 3x - 1$$

$$-3x - 3x = -1, \text{ yHM. c } -1$$

$$3x + 3x = 1$$

$$6x = 1$$

$$\frac{6}{1}x = \frac{1}{1}$$

$$x = \frac{1}{6}$$