

Хакване на някаква математика в УНСС

24 юли 2022 г.

1 Теми и коментари. Теория

1.1 Основни вероятностни понятия

Дефиниция 1 *вероятност, събитие, благоприятно събитие:*

Събитие, благоприятно събитие

Ако вариантите за нещо да се случи са n , то всеки набор от тези n изхода се нарича събитие. Благоприятно събитие може да наречем съвкупността от "желани" изходи.

Вероятност за едно събитие наричаме отношението благоприятни изходи/всички изходи на събитието

Дефиниция 2 *пермутации, комбинации, вариации :*

Пермутация

Вариация - редът има значение

Комбинация - редът няма значение

Дефиниция 3 *случайна величина(непрекъсната и дискретна), разпределение, плътност*

Дискретна случайна величина се задава с изходи x_i , които са с вероятности p_i , като i може да е крайно, $i = 1, 2, \dots, n$, или безкрайно, но "изброимо" (може да броиш). Задава се с таблица (вж. по-долу). Непрекъснато разпределение имаме когато множеството от изходи "е интервал", например $(0, 1)$

Дефиниция 4 *Очакване, вариация, стандартно отклонение*

За случайна величина X със стойности x_i и вероятности p_i , дефинираме очакване като

$$E(X) = \sum_i p_i x_i$$

Вариация (Дисперсия) на X дефинираме с:

$$\text{Var}(X) = E(X^2) - (E(X))^2$$

2 Решавани задачи и техни подобни

Задача 1 *Пермутация на баби на пейка.*

Пенка, Зинка, Любка

ПЛ, ПЛЗ, ЗЛП, ЗПЛ, ЛПЗ, ПЗП

Задача 2 *Вариация телефонен номер*

Задача 3 Комбинация избиране на топки от урна.

$$C_n^k = \frac{n!}{k!(n-k)!}$$

Нека имаме 2 сини и 3 червени топки.
От 1 теглене, вероятността за синя е $2/5$.
От 2 тегления, да изтеглим синя и червена.

Може първо да теглим синя, после червена, с вероятност $\frac{2}{5} \cdot \frac{3}{4} = \frac{3}{10}$
или първо червена, после синя, с вероятност $\frac{3}{5} \cdot \frac{2}{4} = \frac{3}{10}$
Тогава при теглене на 2 топки, събираме вероятностите и получаваме $\frac{6}{10}$.
Нека начините на избира на k топки от n топки означим (временно) с C_n^k . Тогава за начини на избиране на 1 синя топка имаме C_2^1 и за C_3^1 . Да решим отново задачата с C -та и формулата благоприятни изходи върху всички изходи. Всички изходи за теглене на 2 топки от 5 са C_5^2 . Умножаваме вариантите са теглене на 1 синя и 1 червена и делим на всички изходи, за да получим отговора.

$$\frac{C_3^1 \cdot C_2^1}{C_5^2} = \frac{3 \cdot 2}{10}.$$

$$C_3^1 = \frac{3!}{2!1!} = 3, C_2^1 = \frac{2!}{1!1!} = 2, C_5^2 = \frac{5!}{3!2!} = \frac{5 \cdot 4}{2} = 10.$$

Този начин на решаване важи за всяка бройка червени и сини топки. Например, ако вместо погоре, теглим 5 топки, искаме 2 сини, 3 червени от 30 топки (10 сини и 20 червени), то отговорът става:

$$\frac{C_{10}^2 \cdot C_{20}^3}{C_{30}^5}.$$

Задача 4 Очакване на хвърляне на зар

X	1	2	3	4	5	6
P	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{6}$

$$E(X) = \frac{1}{6}(1 + 2 + 3 + 4 + 5 + 6) = \frac{7}{2} = 3,5$$

Стандартно отклонение:

X^2	1	4	9	16	25	36
P	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{6}$

$$E(X^2) = \frac{1}{6}(1 + 4 + 9 + 16 + 25 + 36) = \frac{1}{6}(91) = \frac{91}{6}$$

$$Var(X) = E(X^2) - (E(X))^2 = \frac{91}{6} - (3,5)^2 = 15,166(6) - 12,25 \approx 2,92.$$

Задача 5 Задача

P	0	2	50	200	1000
W	x	100	20	5	1

Задача 6 Задача за хвърляне на два зара

	1	2	3	4	5	6
1	2	3	4	5	6	7
2	3	4	5	6	7	8
3	4	5	6	7	8	9
4	5	6	7	8	9	10
5	6	7	8	9	10	11
6	7	8	9	10	11	12

(1,1), (1,2), (1,3)

$$x = 20000 - 1 - 5 - 20 - 100 = 19874$$

$$\text{Очаквана печалба} = (2 \cdot 100 + 50 \cdot 20 + 200 \cdot 5 + 1 \cdot 1000) / 20000$$

Задача 7 (Задача за белот) Да се добави задача с карти - белот $\frac{4}{32} \frac{3}{31} \frac{4}{30} \frac{3}{29}$

ДПДП

Задача 8 Гаусова елиминация (*test*)

$$\begin{cases} 3x & + 7z = 20 \\ & y - 17z = -3 \\ 24x + 15y & = 7 \end{cases}$$

$$\begin{aligned} & \left[\begin{array}{ccc|ccc} 4 & -8 & 5 & 1 & 0 & 0 \\ 4 & -7 & 4 & 0 & 1 & 0 \\ 3 & -4 & 2 & 0 & 0 & 1 \end{array} \right] \begin{array}{l} -R_1 \\ -\frac{3}{4}R_1 \end{array} \quad \sim \quad \left[\begin{array}{ccc|ccc} 4 & -8 & 5 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & -1 & -1 & 1 & 0 \\ 0 & 2 & -\frac{7}{4} & -\frac{3}{4} & 0 & 1 \end{array} \right] -2R_2 \\ & \sim \left[\begin{array}{ccc|ccc} 4 & -8 & 5 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & -1 & -1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1}{4} & \frac{5}{4} & -2 & 1 \end{array} \right] +2R_2 \end{aligned}$$

Матрични уравнения:

$$AX = B$$

$$X = A^{-1}B$$

3 Въпроси и отговори

Задачата за линейно оптимиране само тази ли е? - Да.

Какво трябва да правим по линейна алгебра? Само детерминанти и линейни системи? - Засега нищо.

Детерминанти 2x2 или 3x3? - Може само да направим тренировъчен пример за пълнота.