信号与系统实验报告 实验二

2019 年 10 月 26 日

1 题目一

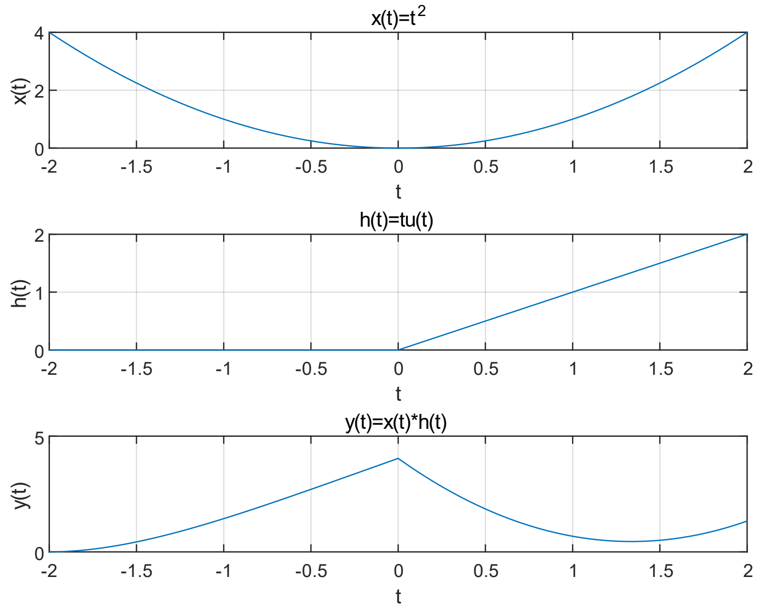
1.1 题目内容

系统输入为$x(t) = t^2$，其冲激响应为$h(t) = tu(t)$，计算其输出$y(t) = x(t) * h(t)$，并绘图。绘图横坐标范围$[-2,2]$，要求有坐标轴标注以及图题。

1.2 实现代码

```
clc;
clear;
dt = 0.01;
t = -2:dt:2;
t2 = -4:dt:4;
x = t .^ 2;
h = (t >= 0) .* t;
y = conv(x, h) * dt;
subplot(3, 1, 1);
plot(t, x);
title('x(t)=t^2');
xlabel('t');
ylabel('x(t)');
subplot(3, 1, 2);
plot(t, h);
title('h(t)=tu(t)');
xlabel('t');
ylabel('h(t)');
subplot(3, 1, 3);
plot(t2, y);
axis([-2, 2, 0, 5]);
title('y(t)=x(t)*h(t)');
xlabel('t');
ylabel('y(t)');
```

1.3 运行结果



2 题目二

2.1 题目内容

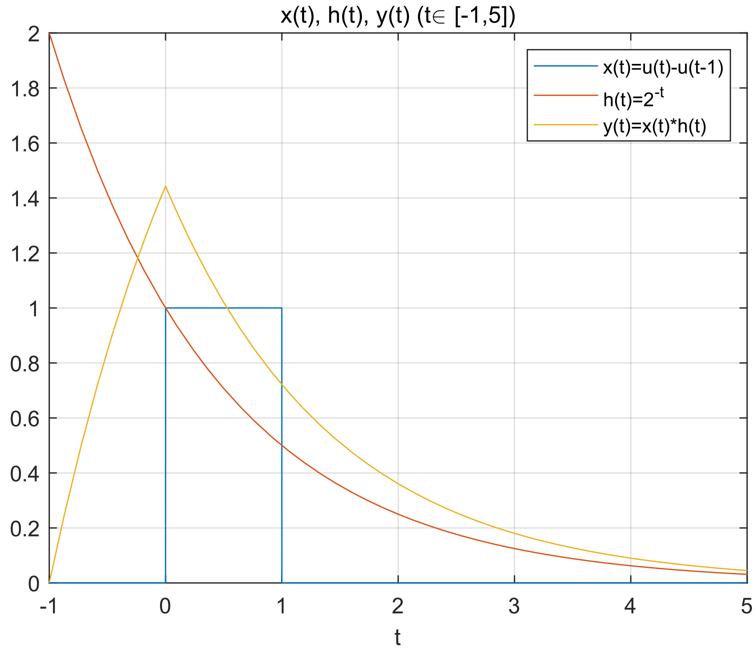
利用 MATLAB 中符号运算的方法，计算$y(t) = x(t) * h(t)$，其中$x(t) = u(t) - u(t-1)$，$h(t) = 2^{-t}$。要求在一幅图上绘制$x(t), h(t), y(t)$，绘图区间为$[-1,5]$，要求有坐标轴标注以及图题。

2.2 实现代码

```
clc;
clear;
syms t p;
x = heaviside(t) - heaviside(t-1);
h = 2 ^ (-t);
c = (heaviside(p) - heaviside(p-1)) * (2^(-(t-p)));
y = int(c, p, t-5, t+1);
fx = @(v)subs(x, t, v);
fh = @(v)subs(h, t, v);
fy = @(v)subs(y, t, v);
fplot(fx, [-1, 5]);
hold on;
```

```
fplot(fh, [-1, 5]);
hold on;
fplot(fy, [-1, 5]);
legend('x(t)=u(t)-u(t-1)', 'h(t)=2^{-t}',
'y(t)=x(t)*h(t)');
xlabel('t');
title('x(t), h(t), y(t)');
```

2.3 运行结果



2.4 题目讨论

在解答该题的过程中，我将$x(t),h(t)$视作定义域在$[-1,5]$的函数从而求得它们的卷积$y(t)$，结果如上图所示。事实上，如果我们将$x(t),h(t)$视作定义域在$\mathbb{R}$上的函数，会得到与上述形状不同的$y(t)$，结果如图 1 所示。

根据以上的观察，引出了我对 MATLAB 计算卷积具体方法的思考。当我们利用符号运算来计算卷积时，通过指定积分上下限为$+\infty,-\infty$，可以准确地得到无限信号的卷积结果；但是使用 conv 函数通过数值方法计算卷积时，只能得到有限信号的卷积结果或者用其来近似无限信号的卷积结果。除此之外，我们还可以通过控制符号运算中卷积积分的上下限来得到不同定义域上的卷积结果。若被卷积函数的定义域是$[a,b]$，则卷积积分的上下限为$[t-b,t-a]$。下面通过卷积

积分公式推导出该结论：

$$y(t) = x(t) * h(t) = \int_{-\infty}^{+\infty} x(\tau)h(t-\tau)d\tau$$

根据被卷积函数的定义域易得$a \le t - \tau \le b$，即$t - b \le \tau \le t - a$，结论成立。

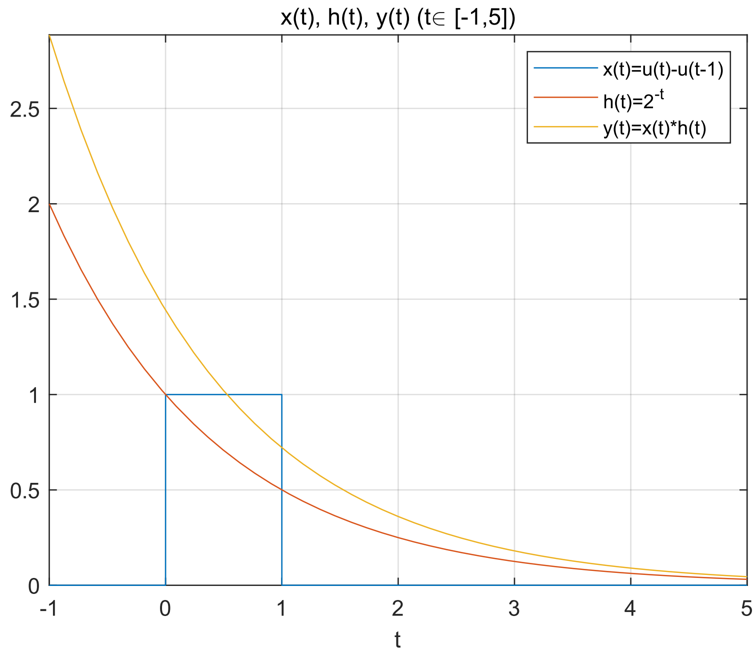


图 1 在实数域上的卷积结果

3 题目三

3.1 题目内容

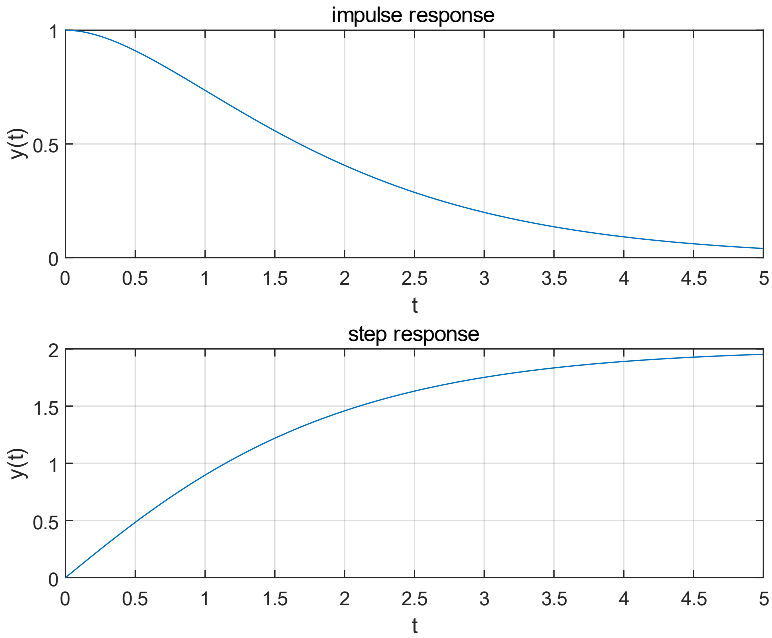
系统微分方程为：$y''(t) + 2y'(t) + y(t) = f'(t) + 2f(t)$，求其冲激响应以及阶跃响应，分别绘图，要求有坐标轴标注以及图题。

3.2 实现代码

```
clc;
clear;
a = [1, 2, 1];
b = [0, 1, 2];
sys = tf(b, a);
t = 0:0.01:5;
y1 = impulse(sys, t);
y2 = step(sys, t);
subplot(2, 1, 1);
```

```
plot(t, y1);
title('impulse response');
xlabel('t');
ylabel('y(t)');
subplot(2, 1, 2);
plot(t, y2);
title('step response');
xlabel('t');
ylabel('y(t)');
```

3.3 运行结果



4 题目四

4.1 题目内容

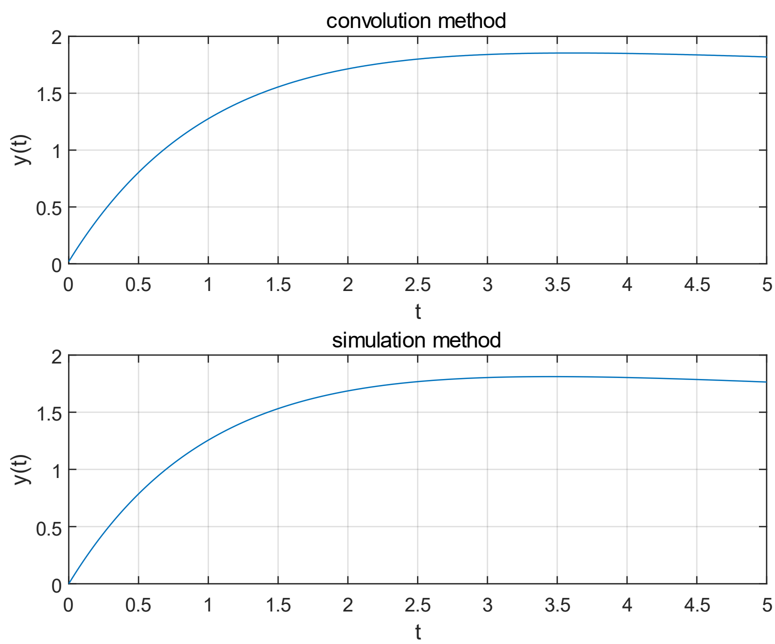
系统微分方程为$y''(t)+2y'(t)+y(t)=2x'(t)$，输入为$x(t)=t+\cos(0.2t)$。请分别使用卷积法以及调用 `lism` 函数的方法求解系统零状态响应，要求有坐标轴标注以及图题。绘图区间自定，使结果清晰即可。

（系统的零状态响应=激励信号与系统冲激响应的卷积）

4.2 实现代码

```
clc;
clear;
dt = 0.01;
t = 0:dt:5;
t2 = 0:dt:10;
a = [1, 2, 1];
b = [0, 2, 0];
sys = tf(b, a);
f = t + cos(0.2 .* t); % 输入信号
h = impulse(sys, t); % 求冲激响应
y1 = conv(f, h) * dt; % 求卷积
y2 = lsim(sys, f, t); % 调用库函数
subplot(2, 1, 1);
plot(t2, y1);
axis([0, 5, 0, 2]);
title('convolution method');
xlabel('t');ylabel('y(t)');
subplot(2, 1, 2);
plot(t, y2);
axis([0, 5, 0, 2]);
title('simulation method');
xlabel('t');ylabel('y(t)');
```

4.3 运行结果



5 思考题

5.1 连续、离散信号卷积的定义？卷积的作用是？

离散信号的卷积和：

$$y[n]=\sum_{k=-\infty}^{+\infty}x[k]h[n-k]$$

连续信号的卷积积分：

$$y(t)=\int_{-\infty}^{+\infty}x(\tau)h(t-\tau)d\tau$$

卷积的作用是将一个线性时不变系统的特性完全地用它对应的冲激响应来表示。

5.2 conv 函数输出的数组维度和输入维度有何关系？是什么原因导致的？

假设输入数组的长度分别是l_1,l_2，则 conv 函数输出的数组维度是：

$$l_{out}=\max\{l_1+l_2-1,l_1,l_2\}$$

两个向量u和v的卷积，表示v滑过u时根据这些点确定的重叠部分的面积。从代数方法上看，卷积是与将系数为u和v元素的多项式相乘相同的运算。

假设$0\le m\le l_1,0\le n\le l_2$分别是两个输入数组的第$m,n$项，则其结果是输出数组的第$m+n-1$项的一部分，这与多项式乘法是一致的，长度为$m,n$的两个多项式，最高项次数为$m-1,n-1$，其乘积最高项次数为$m+n-2$，数组长度为$m+n-1$。综上所述，卷积函数输出数组的最大长度为$l_1+l_2-1$。

6 实验收获与感想

在本次实验中，我们接触到了一些系统方程，并且了解到系统的特性可以用冲激响应或阶跃响应等表示。我们还接触到了卷积，卷积的意义在于可以用一个系统的冲激响应来表示线性时不变系统的全部特性。通过实际应用卷积，我对卷积的原理有了更深入的了解，在课堂上也与助教针对 MATLAB 中卷积的实现方

式有不少的探讨，在探讨的过程中我有了更多的发现，也对卷积的定义有了更深刻的记忆。