信号与系统实验报告 实验四

2019 年 11 月 22 日

1 题目一

1.1 题目内容

给定一连续 LTI 系统，描述其输入与输出关系的微分方程为：

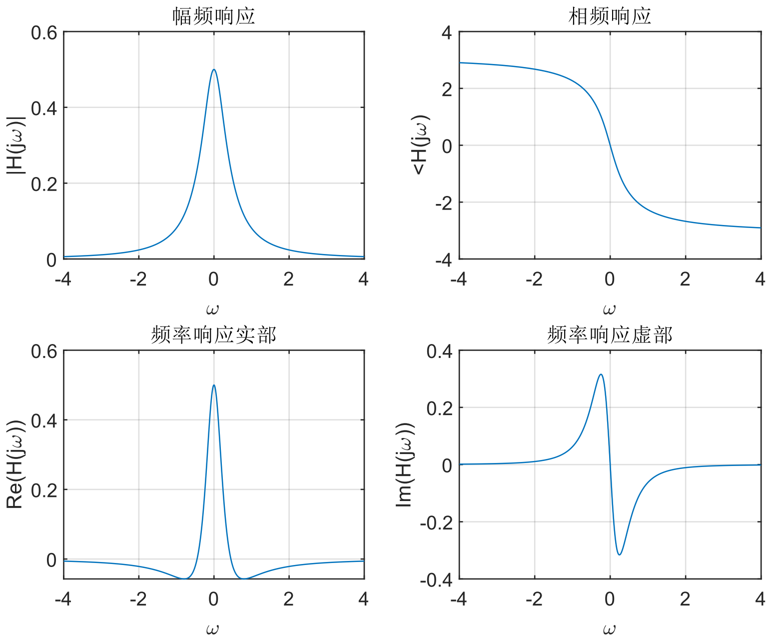
$$\frac{d^2y(t)}{dt^2}+3\frac{dy(t)}{dt}+2y(t)=x(t)$$

分别绘制系统的幅频响应、相频响应、频率响应的实部和频率响应的虚部（共四张图），要求频域上计算点数不少于 500 点，各个图标注清晰。

1.2 实现代码

```
clc;
clear;
t = -4*pi:0.01:4*pi;
b = 1;
a = [1, 3, 2];
h = freqs(b, a, t);
subplot(2, 2, 1);
plot(t/pi, abs(h)); grid on;
xlabel('\omega'); ylabel('|H(j\omega)|');
title('幅频响应');
subplot(2, 2, 2);
plot(t/pi, angle(h)); grid on;
xlabel('\omega'); ylabel('<H(j\omega)');
title('相频响应');
subplot(2, 2, 3);
plot(t/pi, real(h)); grid on;
xlabel('\omega'); ylabel('Re(H(j\omega))');
title('频率响应实部');
subplot(2, 2, 4);
plot(t/pi, imag(h)); grid on;
xlabel('\omega'); ylabel('Im(H(j\omega))');
title('频率响应虚部');
```

1.3 运行结果



2 题目二

2.1 题目内容

使用数值以及符号计算方法计算以下信号的傅里叶变换，并分别绘制对应的幅度、相位谱：

$$x_1(t) = \mathrm{e}^{-t}u(t)$$

$$x_2(t) = e^{-2|t|}$$

$$x_3(t) = u\left(t+\frac{1}{2}\right) - u\left(t-\frac{1}{2}\right)$$

其中，使用数值计算时，第一个信号定义域为$[-5,5]$，第二个信号定义域为$[-10,10]$，请自己选择步长。使用符号计算时，要求频域点数不少于 400 点。

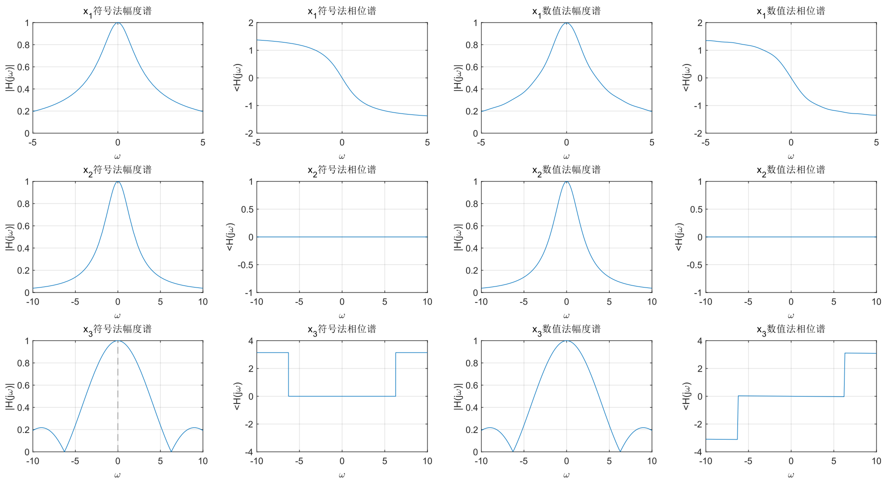
2.2 实现代码

```
clc;
clear;
syms t;
dk = 0.01;
dw = 0.1;
```

```
x1 = exp(-t) * heaviside(t);
x2 = exp(-2 * abs(t));
x3 = heaviside(t + 1/2) - heaviside(t - 1/2);
f1 = fourier(x1);
f2 = fourier(x2);
f3 = fourier(x3);

k1 = -5:dk:5;
w1 = -5:dw:5;
r1 = exp(-k1) .* (k1>=0);
c1 = r1 * exp(-1j * k1' * w1) * dk;

k2 = -10:dk:10;
w2 = -10:dw:10;
r2 = exp(-2*abs(k2));
c2 = r2 * exp(-1j * k2' * w2) * dk;

k3 = -10:dk:10;
w3 = -10:dw:10;
r3 = (k3>-1/2)-(k3>1/2);
c3 = r3 * exp(-1j * k3' * w3) * dk;

subplot(3, 4, 1);
fplot(abs(f1), [-5, 5]); grid on;
xlabel('\omega'); ylabel('|H(j\omega)|');
title('x_1 符号法幅度谱');
axis([-5, 5, 0, 1]);
subplot(3, 4, 2);
fplot(angle(f1), [-5, 5]); grid on;
xlabel('\omega'); ylabel('<H(j\omega)');
title('x_1 符号法相位谱');
axis([-5, 5, -2, 2]);

subplot(3, 4, 3);
plot(w1, abs(c1)); grid on;
xlabel('\omega'); ylabel('|H(j\omega)|');
title('x_1 数值法幅度谱');
axis([-5, 5, 0, 1]);
subplot(3, 4, 4);
plot(w1, angle(c1)); grid on;
xlabel('\omega'); ylabel('<H(j\omega)');
title('x_1 数值法相位谱');
axis([-5, 5, -2, 2]);
```

```
subplot(3, 4, 5);
fplot(abs(f2), [-10, 10]); grid on;
xlabel('\omega'); ylabel('|H(j\omega)|');
axis([-10, 10, 0, 1]);
title('x_2 符号法幅度谱');
subplot(3, 4, 6);
fplot(angle(f2), [-10, 10]); grid on;
xlabel('\omega'); ylabel('<H(j\omega)');
title('x_2 符号法相位谱');
axis([-10, 10, -1, 1]);

subplot(3, 4, 7);
plot(w2, abs(c2)); grid on;
xlabel('\omega'); ylabel('|H(j\omega)|');
title('x_2 数值法幅度谱');
axis([-10, 10, 0, 1]);
subplot(3, 4, 8);
plot(w2, angle(c2)); grid on;
xlabel('\omega'); ylabel('<H(j\omega)');
title('x_2 数值法相位谱');
axis([-10, 10, -1, 1]);

subplot(3, 4, 9);
fplot(abs(f3), [-10, 10]); grid on;
xlabel('\omega'); ylabel('|H(j\omega)|');
title('x_3 符号法幅度谱');
axis([-10, 10, 0, 1]);
subplot(3, 4, 10);
fplot(angle(f3), [-10, 10]); grid on;
xlabel('\omega'); ylabel('<H(j\omega)');
title('x_3 符号法相位谱');
axis([-10, 10, -4, 4]);

subplot(3, 4, 11);
plot(w3, abs(c3)); grid on;
xlabel('\omega'); ylabel('|H(j\omega)|');
title('x_3 数值法幅度谱');
axis([-10, 10, 0, 1]);
subplot(3, 4, 12);
plot(w3, angle(c3)); grid on;
xlabel('\omega'); ylabel('<H(j\omega)');
title('x_3 数值法相位谱');
axis([-10, 10, -4, 4]);
```

2.3 运行结果



3 题目三

3.1 题目内容

验证傅里叶变换的性质：

线性性质：计算$2x_1+5x_2$的傅里叶变换（直接计算与使用性质计算），两种方法分别绘图验证。

卷积性质：当x_1,x_2定义域均为$[-5,5]$时，分别计算时域卷积与傅里叶变换卷积，并分别绘图进行比较。

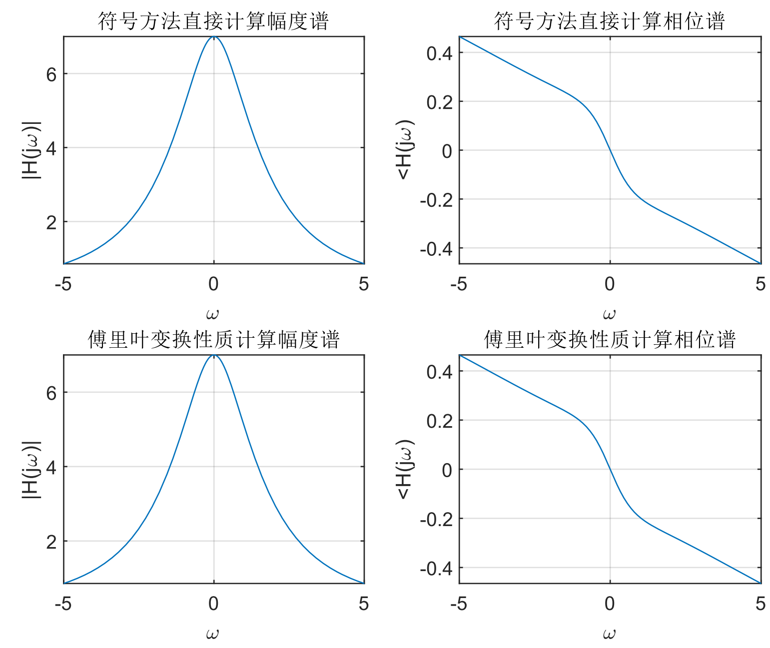
3.2 实现代码

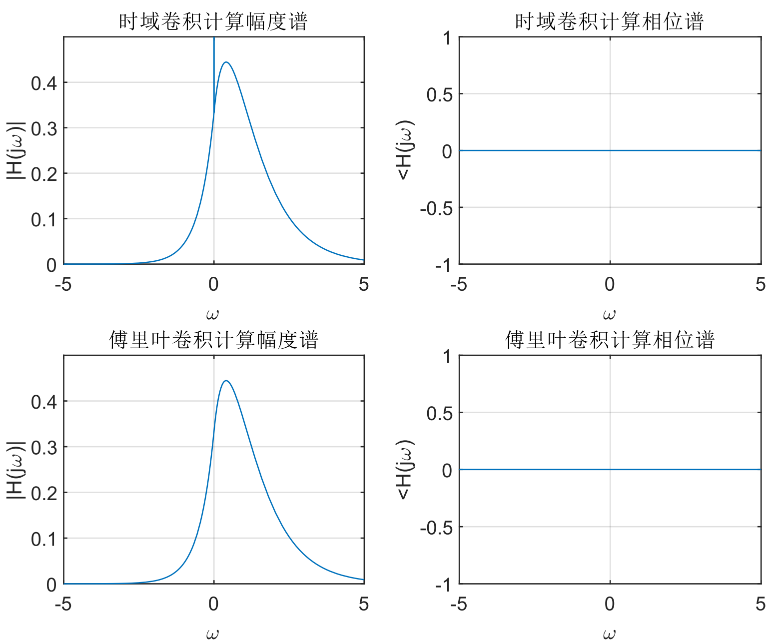
```
clc;
clear;
syms t;
x1 = exp(-t) * heaviside(t);
x2 = exp(-2 * abs(t));
x3 = 2 * x1 + 5 * x2;
f1 = fourier(x1);
f2 = fourier(x2);
f3 = fourier(x3);
f4 = 2 * f1 + 5 * f2;

subplot(2, 2, 1);
fplot(abs(f3), [-5, 5]); grid on;
```

```
xlabel('\omega'); ylabel('|H(j\omega)|');
title('符号方法直接计算幅度谱');
subplot(2, 2, 2);
fplot(angle(f3), [-5, 5]); grid on;
xlabel('\omega'); ylabel('<H(j\omega)');
title('符号方法直接计算相位谱');
subplot(2, 2, 3);
fplot(abs(f4), [-5, 5]); grid on;
xlabel('\omega'); ylabel('|H(j\omega)|');
title('傅里叶变换性质计算幅度谱');
subplot(2, 2, 4);
fplot(angle(f4), [-5, 5]); grid on;
xlabel('\omega'); ylabel('<H(j\omega)');
title('傅里叶变换性质计算相位谱');
```

```
clc;
clear;
syms t p;
x1 = exp(-t) * heaviside(t);
x2 = exp(-2 * abs(t));
c = exp(-p) * heaviside(p) * exp(-2 * abs(t-p));
x3 = int(c, p, t-5, t+5);
f1 = fourier(x1);
f2 = fourier(x2);
f3 = f1 * f2;
x4 = ifourier(f3);

subplot(2, 2, 1);
fplot(abs(x3), [-5, 5]);
title('时域卷积计算幅度谱');
axis([-5, 5, 0, 0.5]);
subplot(2, 2, 2);
fplot(angle(x3), [-5, 5]);
title('时域卷积计算相位谱');
axis([-5, 5, -1, 1]);
subplot(2, 2, 3);
fplot(abs(x4), [-5, 5]);
title('傅里叶卷积计算幅度谱');
axis([-5, 5, 0, 0.5]);
subplot(2, 2, 4);
fplot(angle(x4), [-5, 5]);
title('傅里叶卷积计算相位谱');
axis([-5, 5, -1, 1]);
```

3.3 运行结果


符号方法直接计算幅度谱
符号方法直接计算相位谱
傅里叶变换性质计算幅度谱
傅里叶变换性质计算相位谱
|H(jω)|
<H(jω)
ω


时域卷积计算幅度谱
时域卷积计算相位谱
傅里叶卷积计算幅度谱
傅里叶卷积计算相位谱
|H(jω)|
<H(jω)
ω

4 思考题

4.1 题目（2）中x_1, x_2在进行数值计算和符号计算傅里叶变换时结果有何不同？这种现象的原因是什么？

在进行数值计算时，由于我们是通过近似的方法，所以不可避免地会引入一些误差，尽管这些误差理论上可以变得尽可能小，但在放大后还是可以看出来的。注意观察图 1 中的(6)和(8)，以及(10)和(12)，发现图上的曲线有着较明显的差异。虽然(8)对比(6)来说有着明显的波动，但是波动的幅度都在10^{-15}以内，当我们对坐标轴进行缩放后，波动将会变得几乎不可见，如同我们在题目（2）中所展示的曲线。而(10)与(12)虽然有着很明显的差异，但是在相位谱中$-\pi$和π的差异其实是很小的，可能只是由于在虚部有着10^{-5}数量级的差异而导致的。

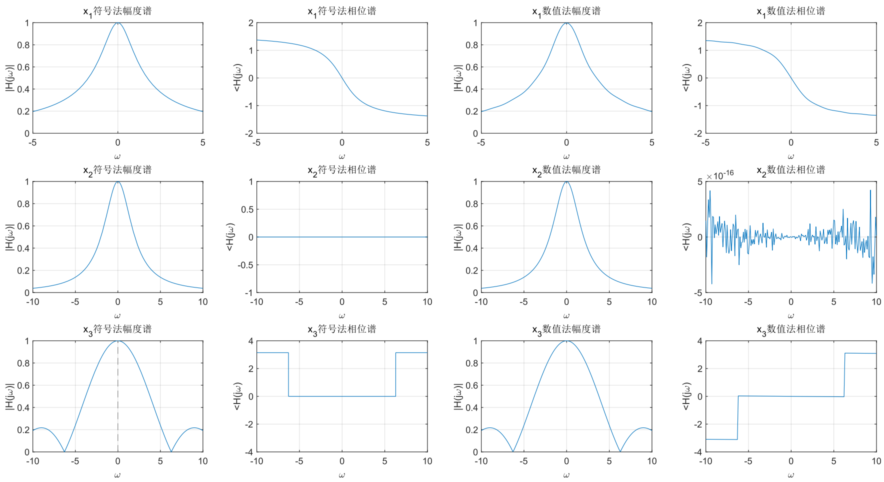


图 1 符号方法和数值方法的差别

造成这种现象的根本原因还是数值方法在近似过程中造成的精度损失，数值方法在近似的过程中假设信号在区间外的值是无限小接近于零，并且将步长T取得尽量小以逼近连续信号，相当于对连续信号进行了采样，如此则导致了最后傅里叶变换后的信号有精度损失。

4.2 请验证两条（可以更多）傅里叶变换的其他性质

4.2.1 时间尺度变换

设信号$x(t) = e^{-t}u(t)$，对应的傅里叶变换为$X(j\omega)$，若对其进行时间尺度变

换$x(2t)$，则对应的傅里叶变换为$\frac{1}{2}X\left(\frac{j\omega}{2}\right)$，我们使用符号计算的方法绘图验证：

```
clc;
clear;
syms t;
x1 = exp(-t) * heaviside(t);
x2 = exp(-2*t) * heaviside(2*t);
f1 = fourier(x1);
f2 = fourier(x2);
f3 = f1/2;
subplot(2, 2, 1);
fplot(abs(f2), [-5, 5]); grid on;
xlabel('\omega'); ylabel('|H(j\omega)|');
title('符号方法直接计算幅度谱');
subplot(2, 2, 2);
fplot(angle(f2), [-5, 5]); grid on;
xlabel('\omega'); ylabel('<H(j\omega)');
title('符号方法直接计算相位谱');
subplot(2, 2, 3);
fplot(@(t)t*2, abs(f3), [-2.5, 2.5]); grid on;
xlabel('\omega'); ylabel('|H(j\omega)|');
title('傅里叶变换性质计算幅度谱');
subplot(2, 2, 4);
fplot(@(t)t*2, angle(f3), [-2.5, 2.5]); grid on;
xlabel('\omega'); ylabel('<H(j\omega)');
title('傅里叶变换性质计算相位谱');
```

绘图结果如图 2 所示，验证了该性质是成立的。

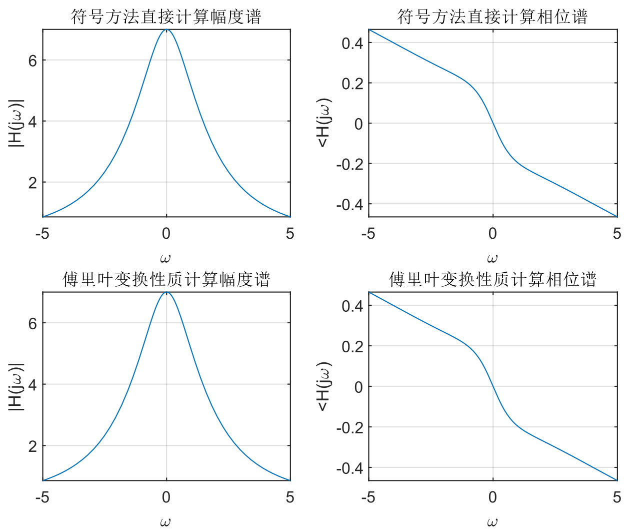


图 2 验证傅里叶变换的时间尺度变换性质

4.2.2 频域微分

设信号$x(t)=e^{-t}u(t)$，对应的傅里叶变换为$X(j\omega)$，若对其进行频域微分$j\frac{d}{d\omega}X(j\omega)$，则其对应的信号为$tx(t)$，我们同样使用符号计算的方法绘图验证：

```
clc;
clear;
syms t w;
x1 = exp(-t) * heaviside(t);
x2 = t * x1;
f1 = fourier(x1);
f2 = fourier(x2);
f3 = 1j * diff(f1, 'w');
subplot(2, 2, 1);
fplot(abs(f2), [-5, 5]); grid on;
xlabel('\omega'); ylabel('|H(j\omega)|');
title('符号方法直接计算幅度谱');
subplot(2, 2, 2);
fplot(angle(f2), [-5, 5]); grid on;
xlabel('\omega'); ylabel('<H(j\omega)');
title('符号方法直接计算相位谱');
subplot(2, 2, 3);
fplot(abs(f3), [-5, 5]); grid on;
xlabel('\omega'); ylabel('|H(j\omega)|');
title('傅里叶变换性质计算幅度谱');
subplot(2, 2, 4);
fplot(angle(f3), [-5, 5]); grid on;
xlabel('\omega'); ylabel('<H(j\omega)');
title('傅里叶变换性质计算相位谱');
```

绘图结果如图 3 所示，验证了该性质是成立的。

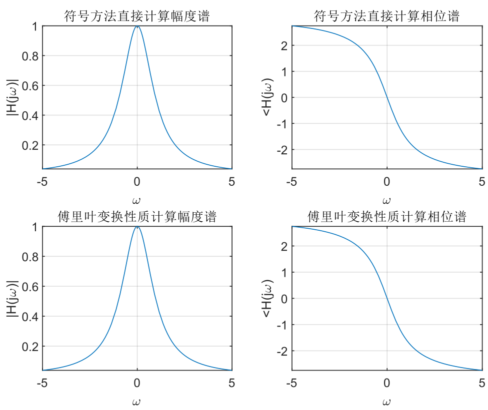


图 3 验证傅里叶变换的频域微分性质

4.2.3 时域微分

设信号$x(t) = e^{-t}u(t)$，对应的傅里叶变换为$X(j\omega)$，若对其进行时域微分$\frac{d}{dt}x(t)$，则对应的傅里叶变换为$j\omega X(j\omega)$，我们使用符号计算的方法绘图验证：

```
clc;
clear;
syms t w;
x1 = exp(-t) * heaviside(t);
x2 = diff(x1, 't');
f1 = fourier(x1);
f2 = fourier(x2);
f3 = 1j * w * f1;
subplot(2, 2, 1);
fplot(abs(f2), [-5, 5]); grid on;
xlabel('\omega'); ylabel('|H(j\omega)|');
title('符号方法直接计算幅度谱');
subplot(2, 2, 2);
fplot(angle(f2), [-5, 5]); grid on;
xlabel('\omega'); ylabel('<H(j\omega)');
title('符号方法直接计算相位谱');
subplot(2, 2, 3);
fplot(abs(f3), [-5, 5]); grid on;
xlabel('\omega'); ylabel('|H(j\omega)|');
title('傅里叶变换性质计算幅度谱');
subplot(2, 2, 4);
fplot(angle(f3), [-5, 5]); grid on;
xlabel('\omega'); ylabel('<H(j\omega)');
title('傅里叶变换性质计算相位谱');
```

绘图结果如图 4 所示，验证了该性质是成立的。

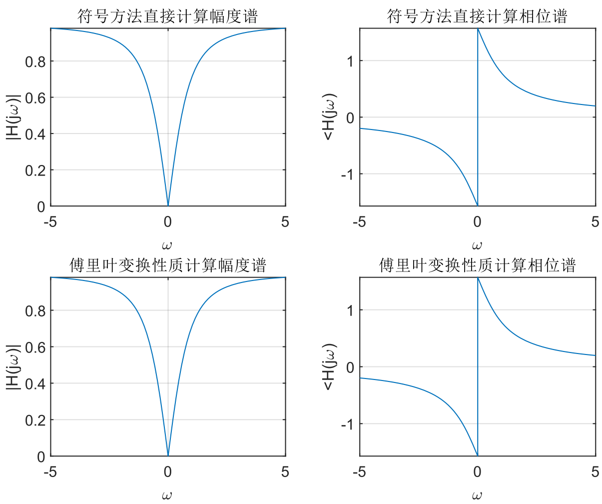


图 4 验证傅里叶变换的时域微分性质

5 实验收获与感想

在本次的实验中，我们接触到了如何分别通过符号方法和数值方法在MATLAB 中计算傅里叶变换。经过编程实践，我们也对傅里叶变换有了更深入的理解。在对比符号方法和数值方法的结果时，我们发现两种方法可能会产生不同的结果，并且对其进行了进一步的分析，我们发现，在 MATLAB 中通过数值方法的计算始终无法避免精度和误差的问题，所以符号计算将是我们以后的优先选择。除此之外，我们还变成验证了傅里叶变换的几个性质，加深了我们对这些性质的记忆和理解。总之，在这四次的实验课中，我学到了在理论课上学不到的知识，也感觉到理论课和实验课两者相辅相成，使我对信号与系统课的学习更加轻松，收获颇丰。