

Homework 3:

將你的學號相加 $= 10*a + b$

1. 考慮一個系統，其中 $k = \max(a, b)$ ，即是 a 與 b 中較大的數。

$$\begin{aligned}\dot{x}_1 &= x_2 - (4x_1^2 + x_2^2 - 4)x_1 \\ \dot{x}_2 &= -x_1 - (4x_1^2 + x_2^2 - 4)x_2\end{aligned}$$

- (a) 請問這個系統是否有平衡點 (equilibrium point)? 若有，請找出至少 1 個平衡點。並證明其穩定性。
- (b) 是否有 Limit Cycle?，若有，請找出至少 1 個 Limit Cycle。並證明其穩定性。
- (c) 找出系統 Lyapunov Function 來證明系統的穩定度。
- (d) 利用 matlab 程式，顯示值少 5 個不同初始值得軌跡圖。

2. 考慮下面系統，

$$\begin{aligned}\dot{x}_1 &= x_2 - (4x_1^2 + x_2^2 - 4)x_1 + ux_1 \\ \dot{x}_2 &= -x_1 - (4x_1^2 + x_2^2 - 4)x_2 + ux_2\end{aligned}$$

- (i) 請找到合適的 Lyapunov Function，並設計一個符合 Lyapunov 穩定定理的控制器。
- (ii) 利用 matlab 程式顯示使用控制器之軌跡圖，顯示值少 5 個不同初始值得軌跡圖。