Algebra liniowa z geometrią 2

1 Terminy kolowium

- 12.04 - pierwszy semestr
- 24.05 - drugi semestr (1-11) Jurlewicz

2 Przestrzenie wektorowe

Uwagi: $(V, K, \oplus, \odot)$ - przestrzeń wektorowa

1. Elementy ciala K nazywamy **skalarami**, a elementy zbioru V **wektorami**.
2. Dla uproszczenia zapisu na skalarach i wektorach działania będziemy oznaczali $+, \cdot$.
3. Gdy $K = \mathbb{R}$, to przestrzeń wektorowa $(V, \mathbb{R}, +, \cdot)$ nazywamy rzeczywistą.
4. Gdy $K = \mathbb{C}$, to $(V, \mathbb{C}, +, \cdot)$ nazywamy zespoloną.
5. Zamiast pisać $(V, K, +, \cdot)$ często piszemy "V jest przestrzenią wektorową".
6. Jeśli $x, y \in V$, to zapis $x - y$ oznaczamy $x + (-y)$, gdzie $-y$ jest elementem przeciwnym w grupie addytywnej $(V, +)$.
7. Element neutralny w grupie $(V, +)$ oznaczamy Θ i nazywamy wektorem zerowym.

2.0.1 Przykład

$(\mathbb{R}^N = \underbrace{\mathbb{R}\times, \ldots, \times\mathbb{R}}_{N}, \mathbb{R}, \oplus, \odot)$ jest przestrzenią wektorową, gdzie działania są zdefiniowane następująco:

$$\begin{aligned} &\forall x = (x_1, \ldots, x_N), y = (y_1, \ldots, y_N) \in \mathbb{R}^N : \\ &\qquad x \oplus y := (x_1 + y_1, x_2 + y_2, \ldots, x_N + y_N) \in \mathbb{R}^N \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} &\forall \alpha \in \mathbb{R}, \forall x = (x_1, \ldots, x_N) \in \mathbb{R}^N : \\ &\qquad \alpha \odot x := (\alpha x_1, \ldots, \alpha x_N) \in \mathbb{R}^N. \end{aligned}$$

2.0.2 Przykład

K - dowolne ciało
$(K^N = \underbrace{K\times, \ldots, \times K}_{N}, \mathbb{R}, \oplus, \odot)$ - przestrzeń wektorowa z działaniami:

$$\begin{aligned} &\forall x = (x_1, \ldots, x_N), y = (y_1, \ldots, y_N) \in K^N : \\ &\qquad x \oplus y := (x_1 + y_1, x_2 + y_2, \ldots, x_N + y_N) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} &\forall \alpha \in K, \forall x = (x_1, \ldots, x_N) \in K^N : \\ &\qquad \alpha \odot x := (\alpha x_1, \ldots, \alpha x_N). \end{aligned}$$