



# 硕士毕业论文

## 开题报告

北航软件学院开题报告/文献综  
述 L<sup>A</sup>T<sub>E</sub>X 模板 BUATHESS  
版本 v4.2.0 13-12-2025

作者姓名	学生姓名
作者学号	ID123456
	控制科学与工程
指导教师	导师姓名 教授
	副导师姓名 研究员
培养学院	宇航学院
专项计划	本行仅专项计划研究生添加
论文起止时间	2025 年 12 月 ~ 2027 年 6 月
开题报告提交时间	2025 年 12 月

## 摘要

论文摘要是对论文研究内容的高度概括，应体现论文工作的核心思想。博士学位论文的中文摘要一般约 800~1200 字；硕士学位论文的中文摘要一般约 500 字。摘要内容应涉及本项科研工作的目的和意义、研究思想和方法、研究成果和结论，博士学位论文应突出论文的创造性成果，硕士学位论文应突出论文的新见解。应具有独立性和自含性，即应是一篇简短但意义完整的文章。论文摘要中不要出现图片、图表、表格或其他插图材料。

论文的关键词，是为了文献标引工作从论文中选取出来用以表示全文主题内容信息的单词或术语，关键词一般为 3~5 个，按词条的外延层次排列（外延大的排在前面）。每个关键词之间用逗号间隔，最后一个关键词后不缀标点符号。

论文摘要的中文版与英文版文字内容要对应。从中文摘要开始编写页码并采用双面印刷。“Keywords”与中文摘要部分的关键词对应，每个关键词之间用逗号间隔。

**关键词：**北航，学位论文，博士，硕士，中文， $\text{\LaTeX}$  模板， $\text{\BathES}$

## Abstract

The abstract is a concise summary of the research content of the thesis, reflecting the core ideas of the work. For a doctoral dissertation, the Chinese abstract is typically around 800 – 1,200 words, while for a master's thesis, it is generally about 500 words. The abstract should address the purpose and significance of the research, the methodology and approach, as well as the key findings and conclusions. Doctoral dissertations should emphasize original contributions, while master's theses should highlight novel insights. The abstract must be self-contained and independent, functioning as a complete yet concise standalone text. Figures, charts, tables, or other illustrative materials should not appear in the abstract.

Keywords are terms or phrases selected from the thesis to represent the main thematic content for indexing purposes. Typically, 3–5 keywords are required, arranged in hierarchical order of scope (with broader terms listed first). Keywords are separated by semicolons, with no punctuation following the last keyword.

The Chinese and English versions of the abstract must align in content. Page numbering begins with the Chinese abstract, and the document should be printed double-sided. The "Keywords" section in the English abstract corresponds to the Chinese version, with terms similarly separated by semicolons.

**Keywords:** BeiHang, Degree thesis, PhD, Master, Chinese, L<sup>A</sup>T<sub>E</sub>X template, B<sub>U</sub>A<sub>T</sub>H<sub>E</sub>S<sup>S</sup>

# 目 录

1 模板简介 .....	1
1.1 项目结构 .....	1
1.1.1 各文件的作用 .....	2
1.2 环境配置 .....	2
1.2.1 Overleaf 环境 .....	2
1.2.2 本地编译环境 .....	2
1.3 宏包使用 .....	3
1.4 选项设置 .....	5
1.5 章节撰写 .....	6
1.6 注意事项 .....	6
1.7 意见及问题反馈 .....	7
2 模板使用说明 .....	7
2.1 参考文献引用 .....	7
2.1.1 数字标注 .....	8
2.1.2 数字标注-上标形式 .....	8
2.1.3 著者-出版年制标 .....	8
2.1.4 其他形式的标注 .....	9
2.2 算法、表格和插图 .....	10
2.2.1 算法环境 .....	10
2.2.2 三线表 .....	12
2.2.3 长表格 .....	12
2.2.4 插图 .....	14
2.3 数学环境 .....	14
2.3.1 数学符号 .....	14
2.3.2 定理、引理和证明 .....	15
2.3.3 自定义 .....	17
参考文献 .....	17

# 1 模板简介

这是北航论文 L<sup>A</sup>T<sub>E</sub>X 模板（CT<sub>E</sub>X-Based）BUAATHE<sup>S</sup>。本 L<sup>A</sup>T<sub>E</sub>X 模板为北航研究生学位论文模板，适用于硕博士研究生。本 L<sup>A</sup>T<sub>E</sub>X 模板参考自《北京航空航天大学研究生学位论文撰写规范》，根据 2025 年 9 月修订版调整，具体要求请参见北航官网研究生院主页“学位工作政策性文件”《北京航空航天大学研究生学位论文撰写规范》及附件，最终成文格式需参考学院要求及打印方意见。

## 1.1 项目结构

本模板共包含以下文件，请对照解压后的压缩包检查文件是否有缺失。

-BUAAThesis

-def

-GBT7714-2015.bst // 国标参考文献 BibTeX 样式文件

-GBT7714-2015-NoWarning.bst // 取消了对于关键信息缺失的告警

-buaa.cls // LaTeX 宏模板文件

-simfang.ttf // 仿宋字

-simhei.ttf // 黑体字

-simkai.ttf // 楷体字

-simsun.ttc // 宋体字

-head-doctor.eps // 论文封皮学术博士学位论文标题

-head-prodoctor.eps // 论文封皮专业博士学位论文标题

-head-master.eps // 论文封皮学术硕士学位论文标题

-head-professional.eps // 论文封皮专业硕士学位论文标题

-logo-buaa.eps // 论文封皮北航字样

-pic

-logo-buaa.eps // 论文封皮北航字样

-question\_survey.jpg // 论文出现问题后可参与的问卷二维码

-tex/\*.tex // LaTeX 模板使用说明中的独立章节

- main.tex // LaTeX 模板使用说明
- ref.bib // LaTeX 模板中的参考文献 Bib 文件
- 输出示例.pdf // main.tex 的编译结果

### 1.1.1 各文件的作用

./def 子文件夹下的内容为学位论文模板格式控制文件，通常同学们无需修改该部分内容。./pic 子文件夹存放的是插图文件，用户可以按章节在该文件夹中新建子文件夹，然后存放论文对应章节插图，这样可以方便管理论文插图。./tex 子文件夹中的文件是输出示例各章节的 TeX 源码，建议同学们也按照分章节的形式建立并管理自己的论文 TeX 源码。./main.tex 文件是示例 TeX 主文件源码，这个文件的作用是定义论文基本格式并组织./tex 文件夹中的各章节内容和参考文献。./ref.bib 是管理参考文献的 Bib 文件，包含一些编写模板说明时用到的参考文献。./README.md 是本模板的项目简介，以及版本更新说明。如果是对 L<sup>A</sup>T<sub>E</sub>X 或者编写代码不熟悉的同学，建议直接在./main.tex、./ref.bib 和./tex 的基础上撰写自己的学位论文，这样可以降低上手难度，相关命令直接对照各文件已有的代码和编译结果学习其效果。

## 1.2 环境配置

常见的 L<sup>A</sup>T<sub>E</sub>X 写作环境有两种，一种是使用 Overleaf 的在线环境，另一种是使用 TeXLive 的本地环境。两种写作环境各有优劣：

- 在线环境基本无需配置，本地环境需要较复杂的配置。
- 在线环境的免费账户有着严苛的编译时长限制，类似毕业论文这样的长篇文章基本不可能通过编译，需要开通订阅才能解锁编译时长限制。

### 1.2.1 Overleaf 环境

将项目压缩包上传至 Overleaf(<https://cn.overleaf.com/>) 后，修改编译选项为 ‘XeLaTeX’ 即可开始写作。

### 1.2.2 本地编译环境

编译环境请选择“TeXLive+TeXStudio”方案

### 1.2.2.1 TeXLive 安装

MacOS 用户点击[MacTeX](#)下载并安装“MacTeX”即可（这是一个包含了“TeXLive”环境的程序）。Windows 和 Linux 用户可参考以下步骤安装“TeXLive+TeXStudio”：

1. 前往[TeXLive Images - 清华大学开源软件镜像站](#)下载“texlive.iso”安装包
2. 装载“texlive.iso”后，Windows 用户点击“install-tl-windows.exe”启动安装程序，Linux 用户请使用“sudo install-pl”启动安装
3. 修改安装路径（建议安装在非系统盘），点击“安装”，等待安装过程结束
4. 在终端输入“tex”，出现版本信息等即表示安装成功
5. 安装 TeXStudio 编辑器，修改编译器为“XeLaTeX”
6. 在 TeXStudio 中打开“main.tex”即可开始写作

具体的安装配置步骤可参考网上教程。注意在安装之后，可能需要将 TeXLive 添加到计算机的环境变量。

## 1.3 宏包使用

本模板必须的文件包括：

def/buaa.cls	► LaTeX 宏模板文件
def/GBT7714-2015.bst	► 国标参考文献 BibTeX 样式文件
def/GBT7714-2015-NoWarning.bst	► 不提示缺失信息的参考文献样式文件
def/simfang.ttf	► 仿宋
def/simhei.ttf	► 黑体
def/simkai.ttf	► 楷体
def/simsun.ttc	► 宋体
def/logo-buaa.eps	► 论文封皮北航字样
def/head-master.eps	► 论文封皮学术硕士学位论文标题
def/head-professional.eps	► 论文封皮专业硕士学位论文标题
def/head-doctor.eps	► 论文封皮学术博士学位论文标题
def/head-prodoctor.eps	► 论文封皮专业博士学位论文标题
tex/*.tex	► 本模板样例中的独立章节

在./tex 文件中，通过 \documentclass[ <thesis>, <permission>, <printtype>, <ostype>, <titlenght>, <subjecttype>, <ctexbookoptions> ]{buaa} 载入宏包：

**thesis** ▶ 论文类型 (thesis)，可选值：

- a) 学术硕士论文 (master) [缺省值]
- b) 专业硕士论文 (professional)
- c) 学术博士论文 (doctor)
- d) 专业博士论文 (prodoctor)

**permission** ▶ 密级 (permission)，可选值：

- a) 公开 (public) [缺省值]
- b) 内部 (privacy)
- c) 秘密 (secret=secret3)
  - c.1) 秘密 3 年 (secret3)
  - c.2) 秘密 5 年 (secret5)
  - c.3) 秘密 10 年 (secret10)
  - c.4) 秘密永久 (secret\*)
- d) 机密 (classified=classified5)
  - d.1) 机密 3 年 (classified3)
  - d.2) 机密 5 年 (classified5)
  - d.3) 机密 10 年 (classified10)
  - d.4) 机密永久 (classified\*)
- e) 绝密 (topsecret=topsecret10)
  - e.1) 绝密 3 年 (topsecret3)
  - e.2) 绝密 5 年 (topsecret5)
  - e.3) 绝密 10 年 (topsecret10)
  - e.4) 绝密永久 (topsecret\*)

**printtype** ▶ 打印设置 (printtype)，可选值：

- a) 图书馆版本，不从奇数页开始 (library) [缺省值]
- b) 打印版本，从奇数页开始，上一部分补足空白页 (print)

**ostype** ▶ 系统类型 (ostype)，可选值：

a) Windows (`win`) [缺省值]

b) Linux (`linux`)

c) Mac (`mac`)

`titlenght` ▶ 标题长短 (`titlenght`), 可选值:

a) 短标题 (通常二十字以下) (`short`) [缺省值]

b) 长标题 (通常二十字及以上) (`long`)

`subjecttype` ▶ 学科类型 (`subjecttype`), 该选项会影响章节条标题的编号形式, 可选值:

a) 理工类 (`STEM`) [缺省值]

b) 社科及文学类 (`HSS`)

`ctexbookoptions` ▶ `ctexbook` 文档类支持的其他选项:

使用 `ctexbookoptions` 选项传递 `ctexbook` 文档类支持的其他选项。

例如, 使用 `fontset=founder` 选项启用方正字体以避免生僻字乱码的问题<sup>①</sup>。

模板已内嵌 LaTeX 工具包:

```
ifthen, etoolbox, titletoc, remreset, geometry, fancyhdr, setspace,
float, graphicx, subfigure, epstopdf, array, enumitem, booktabs, longtable,
multirow, caption, listings, algorithm2e, amsmath, amsthm, hyperref,
pifont, color, soul;
```

For Windows: `times, newtxmath`;

For Linux: `newtxtext, newtxmath`;

For Mac: `times, fontspec`。

模板已内嵌宏: `\highlight{text}` (黄色高亮)。

请统一使用 UTF-8 编码。

## 1.4 选项设置

模板提供了以下功能可选项, 同学们可在论文项目主文件 (如./main.tex) 中设置。

`\refcolor` ▶ 开启/关闭引用编号颜色, 包括参考文献, 公式, 图, 表, 算法等

`on:` 开启

---

<sup>①</sup> 需要系统安装方正字体。

**off:** 关闭 [默认]

\emptypageword ▷ 空白页留字

\Listfigtab ▷ 是否使用图表清单目录

**on:** 开启 [默认]

**off:** 关闭

## 1.5 章节撰写

本模板支持以下标题级别，一般情况下不建议使用三级节和更小级别的标题：

\chapter{章}	► 理工类：第一章；社科及文学类：一、章
\chapter*{无章号章}	► 无章号章
\chaptera{无章号有目录章}	► 无章号有目录章
\section{节}	► 理工类：1.1 节；社科及文学类：（一）节
\subsection{小节}	► 理工类：1.1.1 小节；社科及文学类：1、小节
\subsubsection{三级节}	► 理工类：1.1.1.1 三级节；社科及文学类：（1）三级节
\paragraph{段}	► 1.1.1.1.1 段
\ subparagraph{小段}	► 1.1.1.1.1.1 小段
\summary	► 总结
\appendix	► 附录
\achievement	► 攻读学位期间取得的成果
\acknowledgments	► 致谢
\biography	► 作者简介
\footnote{脚注}	► ① 脚注

## 1.6 注意事项

- 中文斜体将转换为楷体；
- \label{<text>} 中不能使用中文；
- 浮动体与正文之间的距离是弹性的，需要根据内容调整；
- 命令符与汉字之间请注意加空格以避免 undefined 错误；
- 模板重定义了脚注命令\footnote{脚注内容}，需要注意本模板仅支持单页插入

最多 10 条脚注；<sup>①</sup>

## 1.7 意见及问题反馈

请作答该问卷：<https://www.wjx.cn/vm/PpalYru.aspx>



图 1.1 问题反馈问卷二维码

## 2 模板使用说明

本章给出了撰写论文时可能用到的 L<sup>A</sup>T<sub>E</sub>X 基本命令，同学们可以对照./main.tex 源码和“输出示例.pdf”文件各部分的对应内容学习模板各命令的作用。

### 2.1 参考文献引用

B<sup>A</sup>T<sub>H</sub>E<sup>S</sup> 使用 BibTeX 处理参考文献，方便使用者管理参考文献条目。参考文献的具体内容以纯文本形式保存在根目录下的 ref.bib 文件中，每条参考文献信息都严格按照 BibTeX 格式写入文件。大部分文献数据库均支持将参考文献导出为 BibTeX 格式，使用者只需将导出的文献信息顺序写入 ref.bib，并在文中按索引引用即可。参考文献引用按照参考国标 7714 和北航学位论文撰写规范执行，如果导出参考文献信息时缺失出版地等项目导致引用内容出现“[出版地不详]”等缺省提示，请使用本模板提供的“GBT7714-2015-NoWarning bst”格式文件屏蔽提示信息。本模板提供了多种引用参考

<sup>①</sup> 正文中某句话需要具体注释、且注释内容与正文内容关系不大时可以采用脚注方式。

文献命令，通常在正文中使用\upcite{} 以上标形式引用文献。

### 2.1.1 数字标注

\cite{knuth86a}	⇒ [1]
\citet{knuth86a}	⇒ KNUTH [1]
\citet[chap.\sim2]{knuth86a}	⇒ KNUTH [1, chap. 2]
\citemp{knuth86a}	⇒ [1]
\citemp[chap.\sim2]{knuth86a}	⇒ [1, chap. 2]
\citemp[see]{knuth86a}	⇒ [see 1]
\citemp[see][chap.\sim2]{knuth86a}	⇒ [see 1, chap. 2]
\citet*{knuth86a}	⇒ KNUTH [1]
\citemp*{knuth86a}	⇒ [1]
\citet{knuth86a, tlc2}	⇒ KNUTH [1], MITTELBACH et al. [2]
\citemp{knuth86a, tlc2}	⇒ [1, 2]
\cite{knuth86a, knuth84}	⇒ [1, 3]
\upcite{knuth86a, knuth84}	⇒ [1, 3]
\citet{knuth86a, knuth84}	⇒ KNUTH [1 3]
\citemp{knuth86a, knuth84}	⇒ [1, 3]
\cite{knuth86a, knuth84, tlc2}	⇒ [1-3]

### 2.1.2 数字标注-上标形式

\upcite{knuth86a}	⇒ <sup>[1]</sup>
\upcite{knuth86a, knuth84, tlc2}	⇒ <sup>[1-3]</sup>

### 2.1.3 著者-出版年制标

正文中引用参考文献的标注方法可以采用“顺序编码制”，也可以采用“著者-出版年制”。撰写学位论文时仅选择一种，并全文保持统一。本模板默认的标注形式为顺序编码制，如果要切换成著者-出版年制，需采用命令\citetstyle{authoryear} 切换。著者-出版年制标注形式如下：

\cite{db}	⇒ 王明亮 (1998)
\citet{knuth86a}	⇒ KNUTH (1986)
\citet[chap.\sim2]{knuth86a}	⇒ KNUTH (1986, chap. 2)
\citet{knuth86a}	⇒ (KNUTH, 1986)
\citet[chap.\sim2]{knuth86a}	⇒ (KNUTH, 1986, chap. 2)
\citet[see]{knuth86a}	⇒ (see KNUTH, 1986)
\citet[see][chap.\sim2]{knuth86a}	⇒ (see KNUTH, 1986, chap. 2)
\citet{*}{knuth86a}	⇒ KNUTH (1986)
\citet{*}{knuth86a}	⇒ (KNUTH, 1986)
\citet{knuth86a, tlc2}	⇒ KNUTH (1986); MITTELBACH et al. (2004)
\citet{knuth86a, tlc2}	⇒ (KNUTH, 1986; MITTELBACH et al., 2004)
\cite{knuth86a, knuth84}	⇒ KNUTH (1986, 1984)
\citet{knuth86a, knuth84}	⇒ KNUTH (1986, 1984)
\citet{knuth86a, knuth84}	⇒ (KNUTH, 1986, 1984)

#### 2.1.4 其他形式的标注

\citealt{tlc2}	⇒ MITTELBACH et al. 2
\citealt{*}{tlc2}	⇒ MITTELBACH, GOOSSENS, BRAAMS, and CARLISLE 2
\citealp{tlc2}	⇒ 2
\citealp{*}{tlc2}	⇒ 2
\citealp{tlc2, knuth86a}	⇒ 1, 2
\citealp[pg.\sim32]{tlc2}	⇒ 2, pg. 32
\citemum{tlc2}	⇒ 2
\citetext{priv.\ comm.}	⇒ [priv. comm.]
\citeauthor{tlc2}	⇒ MITTELBACH et al.
\citeauthor{*}{tlc2}	⇒ MITTELBACH, GOOSSENS, BRAAMS, and CARLISLE
\citeyear{tlc2}	⇒ 2004
\citeyearpar{tlc2}	⇒ [2004]

## 2.2 算法、表格和插图

根据北航学位论文撰写规范要求，本模板重写了部分图表浮动体环境，但使用方法与官方宏包一致，使用者可查看各宏包的官方文档获取详细使用说明。需要注意的是图表浮动体与正文之间的距离是弹性的，撰写论文时可以根据内容进行调整。

### 2.2.1 算法环境

本模板使用 `algorithm2e` 宏包实现算法环境。下面是四种算法环境示例。

**Data:** this text

**Result:** how to write algorithm with L<sup>A</sup>T<sub>E</sub>X2e initialization;

**while** not at end of this document **do**

```
    read current;  
    if understand then  
        go to next section;  
        current section becomes this one;  
    else  
        go back to the beginning of current section;  
    end
```

**end**

**算法 1:** A How to (plain).

---

### 算法 2: A How to (ruled).

---

**Data:** this text

**Result:** how to write algorithm with L<sup>A</sup>T<sub>E</sub>X2e initialization;

**while** not at end of this document **do**

```
    read current;  
    if understand then  
        go to next section;  
        current section becomes this one;  
    else  
        go back to the beginning of current section;  
    end
```

**end**

---

**Data:** this text

**Result:** how to write algorithm with L<sup>A</sup>T<sub>E</sub>X2e initialization;

**while** *not at end of this document do*

    read current;

**if** *understand then*

        go to next section;

        current section becomes this one;

**else**

        go back to the beginning of current section;

**end**

**end**

**算法 3:** A How to (boxed).

**算法 4:** A How to (boxruled).

**Data:** this text

**Result:** how to write algorithm with L<sup>A</sup>T<sub>E</sub>X2e initialization;

**while** *not at end of this document do*

    read current;

**if** *understand then*

        go to next section;

        current section becomes this one;

**else**

        go back to the beginning of current section;

**end**

**end**

## 2.2.2 三线表

学位论文中的表格推荐使用三线表形式，如表 2.1。

表 2.1 表的标题

操作系统	TeX 发行版
所有	TeX Live
macOS	MacTeX
Windows	MikTeX

当表题较长时，本模板会自适应换行处理，如表 2.2。

表 2.2 长表题示例<sup>[5]</sup>：考虑到实验中使用到的面内磁场的大小，以及得到的磁矩稳定翻转条件，在计算中使  $\alpha$  固定，其余参数则与实验中相同

材料体系	参数					
	$t_F$	$\mu_0 H_{K,eff}$	$M_s(A \cdot m^l - 1)$	$ \Theta_S H $	$\iota$	$\mu_0 H_x$
W/CoFeB	1 nm	0.29T	$9 \times 10^5$	0.32	0.31	24mT
Ta/CoFeB	1.2 nm	0.25T	$1 \times 10^6$	0.03	2	20mT

## 2.2.3 长表格

超过一页的表格要使用专门的 `longtable` 环境（表 2.3）。

表 2.3 长表格演示

名称	说明	备注
AAAAAAAAAAAAA	BBBBBBBBBBB	CCCCCCCCCC

续下页

表 2.3 长表格演示（续）

续下页

表 2.3 长表格演示（续）

名称	说明	备注
AAAAAAAAAAAAA	BBBBBBBBBBBB	CCCCCCCCCC

## 2.2.4 插图

本模板支持插入 pdf、eps、jpg 和 png 等格式的图片。



图 2.1 测试图片  
第二行题注

模板使用了 subcaption 子图宏包，使用者也可自行替换惯用的宏包，一个简单的子图环境如图所示。

## 2.3 数学环境

### 2.3.1 数学符号

模板定义了一些正体（upright）的数学符号：

# 北京航空航天大学



(a) 子图 1

(b) 子图 2

图 2.2 测试图片

符号	命令
常数 e	\eu
复数单位 i	\iu
微分符号 d	\diff
$\arg \max_x$	\argmax
$\arg \min_x$	\argmin

更多的例子：

$$e^{i\pi} + 1 = 0 \quad (2.1)$$

$$\frac{d^2u}{dt^2} = \int f(x) dx \quad (2.2)$$

$$\arg \min_x f(x) \quad (2.3)$$

## 2.3.2 定理、引理和证明

模板中使用 amsmath 和 amsthm 宏包配置了定理、引理和证明等环境。举例如下。

**定义 2.1.** 如果函数  $f$  的积分是可测的且非负的，我们通过以下方式定义其（扩展）Lebesgue 积分：

$$\int f = \sup_g \int g, \quad (2.4)$$

其中，上确界是在所有满足  $0 \leq g \leq f$  的可测函数  $g$  上取得的，且  $g$  是有界的，并且其支撑集具有有限测度。

**例 2.1.**  $\mathbf{R}^d$  上的可积（或不可积）函数的简单示例如下：

$$f_a(x) = \begin{cases} |x|^{-a} & \text{if } |x| \leq 1, \\ 0 & \text{if } x > 1. \end{cases} \quad (2.5)$$

$$F_a(x) = \frac{1}{1 + |x|^a}, \quad \text{对所有 } x \in \mathbf{R}^d. \quad (2.6)$$

那么  $f_a$  在  $a < d$  时恰好是可积的，而  $F_a$  在  $a > d$  时恰好是可积的。

**引理 2.1 (Fatou).** 假设  $\{f_n\}$  是一列满足  $f_n \geq 0$  的可测函数。如果对几乎处处的  $x$  都有  $\lim_{n \rightarrow \infty} f_n(x) = f(x)$ ，那么

$$\int f \leq \liminf_{n \rightarrow \infty} \int f_n. \quad (2.7)$$

**注.** 我们不排除  $\int f = \infty$  或  $\liminf_{n \rightarrow \infty} f_n = \infty$  的情况。

**推论 2.2.** 假设  $f$  是一个非负可测函数， $\{f_n\}$  是一列非负可测函数，满足对几乎处处的  $x$  有  $f_n(x) \leq f(x)$  且  $f_n(x) \rightarrow f(x)$ 。那么

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \int f_n = \int f. \quad (2.8)$$

**命题 2.3.** 假设  $f$  在  $\mathbf{R}^d$  上可积。那么对于每一个  $\epsilon > 0$ :

1. 存在一个有限测度的集合  $B$ （例如一个球），使得

$$\int_{B^c} |f| < \epsilon. \quad (2.9)$$

2. 存在一个  $\delta > 0$ ，使得

$$\int_E |f| < \epsilon \quad \text{每当 } m(E) < \delta. \quad (2.10)$$

**定理 2.4.** 假设  $\{f_n\}$  是一列可测函数，满足当  $n$  趋向无穷时， $f_n(x)$  几乎处处收敛于  $f(x)$ 。如果  $|f_n(x)| \leq g(x)$ ，其中  $g$  是可积函数，那么

$$\int |f_n - f| \rightarrow 0 \quad \text{当 } n \rightarrow \infty, \quad (2.11)$$

因此

$$\int f_n \rightarrow \int f \quad \text{当 } n \rightarrow \infty. \quad (2.12)$$

**证明.** 略。 □

### 2.3.3 自定义

**选择公理.** 假设  $E$  是一个集合,  $E_\alpha$  是  $E$  的一组非空子集。那么存在一个函数  $\alpha \mapsto x_\alpha$  (一个“选择函数”), 使得

$$x_\alpha \in E_\alpha, \quad \text{对所有 } \alpha. \quad (2.13)$$

**定理 2.1.** 假设一个偏序集  $P$  具有这样的性质, 即每个链在  $P$  中都有一个上界。那么集合  $P$  至少包含一个最大元素。

**证明.** 略。 □

**定理 2.2.2.** 假设一个偏序集  $P$  满足每个链在  $P$  中都有一个上界。那么集合  $P$  至少包含一个最大元素。

**证明.** 略。 □

## 参考文献

- [1] KNUTH D E. Computers and typesetting: A the TeXbook[M]. Reading, MA, USA: Addison-Wesley, 1986.
- [2] MITTELBACH F, GOOSSENS M, BRAAMS J, et al. The L<sup>A</sup>T<sub>E</sub>X companion[M]. 2nd ed. Reading, MA, USA: Addison-Wesley, 2004.
- [3] KNUTH D E. Literate programming[J]. The Computer Journal, 1984, 27(2): 97–111.
- [4] 王明亮. 中国学系统工程[EB/OL]. 1998. <http://www.cajcd.cn/put/980810-2.html>.
- [5] 朱道乾. 新型自旋轨道矩器件和机理研究[D]. 集成电路科学与工程学院, 北京航空航天大学, 2022.