Análisis IV – Guía de problemas N°2
Integrales Complejas

1) Realizar un programa en Python que calcule la integral entre dos números complejos, para funciones analíticas, usando la biblioteca sympy.

2) Calcular las siguientes integrales parametrizando el camino de integración.

a) $\int_C e^z dz$ con C el camino más corto entre π i y 2π i

b) $\int_C cos(2z) dz$ C: semicircunferencia de |z| = π, Re(z) ≥ 0 y - πi ≤ Im(z) ≤ πi

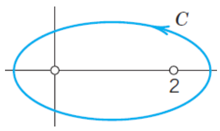
c) $\int_C z e^{z^2} dz$ con C desde 1 hasta i a lo largo de los ejes real e imaginario

d) $\int_C Re(z^2) dz$ con C: z(t) = t + i a sen(t) con 0 ≤ t ≤ π y a ∈ ℜ un parámetro. Grafique la curva C para diferentes valores del parámetro a.

e) $\int_C Re(z^2) dz$ con C: z(t) = a cos(t) + i sen(t) con -π/2 ≤ t ≤ π/2 y a ∈ ℜ un parámetro. Grafique la curva C para diferentes valores del parámetro a.

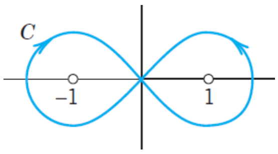
f) Resuelva sobre los caminos de los puntos d) y e) pero para $f(z) = z^3$

3) Calcular $\oint_C \frac{(2z-1)}{(z^2-z)} dz$, (por 2 métodos, fracciones simples o sobre dos caminos con C = $C_1 + C_2$)
con C la elipse de focos en 0 y 2, recorrida en sentido antihorario.



4) Calcular $\oint_C Ln(1-z) dz$, con C el paralelogramo con vértices ± i y ± (1+i) recorrido en sentido horario.

5) Calcular $\oint_C \frac{1}{(z^2-1)} dz$, con C:



6) Calcular $\oint_C \frac{tan(z/2)}{(z^4-16)} dz$, con C el cuadrado con vértices ± i y ± 1 en sentido horario.

7) Calcular $\oint_C \frac{2z^3+z^2+4}{(z^4+4z^2)} dz$, con C: | z – 2 | = 4 en sentido horario.

8) Calcular $\oint_C \frac{sen(z)}{(4z^2-8iz)} dz$, con C el cuadrado con vértices ± i y ± 1 en sentido horario y el cuadrado con vértices ± 3i y ± 3 en sentido antihorario.

9) Calcular $\oint_C \frac{Ln(z)}{(z-2i)^2} dz$, con C: | z – 1 | = ½ en sentido antihorario.

10) Usando sympy realizar integración a lo largo de un camino, parametrizando el mismo y convirtiendo la integral compleja en integrales reales. Aplicar a alguna integral ya resuelta (por ej. 2d) y comparar con el resultado obtenido.