UNIVERSIDAD AUSTRAL
INGENIERÍA

Análisis IV – Guía de problemas N°1
Funciones complejas
Límite, continuidad y derivadas

1) Realizar un programa en Python que calcule las raíces enésimas de la unidad, muestre sus valores en forma cartesiana y polar, por último, grafique las soluciones en el plano complejo. Modificar el código para calcular la raíz enésima y graficarla de cualquier número complejo

2) Determinar la región del espacio y graficarla, dada por las siguientes relaciones

a) $|z + 1 - 5i| \leqslant \frac{3}{2}$
b) $\pi \leqslant |z - 4 + 2i| \leqslant 3\pi$
c) $|arg(z)| \leqslant \frac{\pi}{4}$
d) $|z - i| \leqslant |z + i|$

3) Calcular para las siguientes $f(z)$ y graficar como superficies de igual valor (curvas de nivel) en el plano complejo, las correspondientes parte real y parte imaginaria = constante en un gráfico y en otro la del módulo de f(z), con

a) $f(z) = z^2$ b) $f(z) = \frac{1}{z}$ c) $f(z) = z^4$

4) Determine si las siguientes funciones son analíticas y de ser así en que región del plano complejo lo son.

a) $f(z) = iz\bar{z}$
b) $f(z) = e^{-2x}(\cos(2y) - i\, sen(2y))$
c) $f(z) = \frac{1}{(z-z^5)}$
d) $f(z) = \frac{i}{z^8}$
e) $f(z) = \cos(x)\cosh(y) - i\, sen(x)\, senh(y)$

5) En el ejercicio anterior, dada z = x + i y, encontrar las funciones f(z) de los ejercicios b) y e)

6) ¿Cuáles de las siguientes funciones son armónicas (satisfacen la ecuación de Laplace)? En caso afirmativo hallar la armónica conjugada y la función analítica cuya parte real e imaginaria correspondan a estas funciones armónicas y expresar la misma usando la variable compleja z

a) $u(x,y) = x^2 + y^2$
b) $u(x,y) = xy$
c) $u(x,y) = sen(x)\cosh(y)$
d) $u(x,y) = x^3 - 3xy^2$

e) $u(x,y) = \frac{x}{x^2+y^2}$

f) $u(x,y) = e^{xy}\cos(\frac{x^2-y^2}{2})$

g) $v(x,y) = (2x+1)y$

h) $v(x,y) = e^x sen(2y)$

7) Escriba un programa en Python para graficar líneas equipotenciales para una función armónica u(x, y) y su armónica conjugada v(x, y) en el mismo gráfico.

a) $u(x,y) = x^2 - y^2;\ \ v(x,y) = 2xy;\ \ de\ \ f(z) = z^2$

b) $u(x,y) = x^3 - 3xy^2;\ \ v(x,y) = 3x^2y - y^3;\ \ de\ \ f(z) = z^3$

c) $u(x,y) = e^x\cos(y);\ \ v(x,y) = e^x\sin(y);\ \ de\ \ f(z) = e^z$