

文章编号: 1000-1670(2006)04-0026-05

# FA 传动摆线轮齿面接触疲劳强度可靠性分析

胡传峻, 张东生, 关天民

(大连交通大学 机械工程学院, 辽宁 大连 116028)\*

**摘 要:** 在传统的设计中, 各种设计变量及参数往往被看成定值, 无法定量回答产品在多大程度上是安全的; 因此有必要对 FA 传动减速器的关键零件进行可靠性分析, 为整个减速器进行可靠性分析打下基础. 本文研究发现, FA 传动摆线轮齿面接触应力与齿面接触疲劳强度都呈对数正态分布; 结合影响两者分布的因素, 建立了 FA 传动摆线轮齿面接触疲劳强度可靠性分析计算的数学模型.

**关键词:** FA 针摆传动; 对数正态分布; 可靠度

**中图分类号:** TH132.414

**文献标识码:** A

## Reliability Analysis of Contact Fatigue Strength of Cycloid Gear in FA Reducer

HU Chuan-jun, ZHANG Dong-sheng, GUAN Tian-min

(School of Mechanical Engineering, Dalian Jiaotong University, Dalian 116028, China)

**Abstract:** All kinds of design variables and parameters are usually regarded as changeless values in traditional mechanical design, which unables to answer quantitatively the products safety. Therefore, it is necessary for reliability analysis of key part. Only based on the reliability analysis of key part, the reliability analysis of the whole transmission can be processed. Through an analysis, it is found that the contact stresses and strengths on cycloid gear are all up to logarithmic distribution. Combining the factors of contact stresses and strength distributions, a mathematic model is established to analyze and calculate the cycloid gear reliability.

**Key words:** the FA cycloid drive; logarithmic distribution; reliability

FA 传动减速器是当今世界上最新发展的摆线齿廓传动装置, 它具有体积小、重量轻、传动比范围大、寿命长、刚度大、精度保持稳定、效率高、传动平稳等一系列的优点, 已广泛用于机械、冶金、运输、石化等行业. 在传统的设计中, 受力分析及强度校核时往往将各种设计变量及参数看成定值, 其设计方案一般偏于保守, 且无法定量回答产品在多大程度上是安全的; 因此, 有必要对该传动的关键元件进行可靠性分析, 只有在计算出这些关键零件的可靠度基础上, 才能对整个传动进行可靠性分析和计算.

摆线针轮行星传动的主要失效形式是摆线轮齿面接触疲劳点蚀和柱销弯曲折断. 由于 FA 减速器的整个针齿安放在针齿壳上的开口通孔内, 和传统的二支点、三支点结构相比, 可以完全避免针齿的弯曲破坏和弯曲刚度过低引起的破坏形式, 故只需对该传动减速器摆线轮齿面接触疲劳强度可靠性进行分析.

由于应力及强度的随机性, 在强度校核时, 应考虑相应元件的失效概率. 在实际应用中, 把应力及强度看成随机变量, 并服从对数正态分布<sup>[1]</sup>. 机械强度可靠性设计, 是以应力-强度分布干涉理论与可靠度计算为基础, 其内容涉及工作应力分布与材料强度分布规律; 故对该传动减速器摆线轮的齿面接触应力分布及摆线轮材料接触强度分布的分析具有重要意义.

\* 收稿日期: 2006-05-19

作者简介: 胡传峻 (1962-), 男, 高级政工师, 学士.

1 FA 传动摆线轮齿面接触应力分布

载荷的形式很多,作用方式、作用速度、载荷幅值、载荷工况等也多种多样,许多机械和零件承受着随机载荷、波动载荷或交变载荷,使机构和零件产生交变应力.据统计,机械零件的断裂事故多由这种交变应力引起的疲劳破坏所致.疲劳过程就是由于载荷的重复作用导致零件材料内部的损伤累积过程,其发生破坏的最大应力水平低于极限静强度,且往往低于材料的屈服极限.因此,对承受着交变载荷或称疲劳载荷的多数机械结构来说,机械静强度可靠性分析不能反映它们的实际载荷情况,必须对这些机械零件进行疲劳强度可靠性分析.

1.1 接触应力  $\sigma_H$  的计算

参考 GB3480-83 及文献 [2],摆线轮最大接触应力处的计算接触应力  $\sigma_H$  可按式 (1)确定:

$$\sigma_H = \sigma_{H0} \sqrt{K_A K_V K_H}$$
 (1)

式中,  $K_A$  为使用系数,用以考虑齿轮系统外部原因引起的动力过载.它决定于齿轮箱的使用场合、原动机和从动机的工作特性、联轴器的缓冲性能、回转质量的惯量以及机器的运转情况等.  $K_V$  为动载系数,用以考虑由摆线传动的啮合振动引起的内部动力过载.  $K_H$  为接触强度计算的齿间载荷分配系数,用以考虑同时啮合的各摆线轮间载荷分配不均匀的影响系数.  $\sigma_{H0}$  为计算接触应力的基本值,可由受力分析求得.

1.2 接触应力  $\sigma_H$  的计算改进

迄今为止,有关齿面接触应力分布规律得研究几乎是空白.只有文献 [1]提到,当扭矩服从某种分布时,最大赫兹应力也应服从这种分布.这个结论是根据车床主轴、汽车推进器轴以及直升飞机转子轴上扭矩近似服从分布推导计算得到的.实际上,分布本来就是某种类型的分布,上述结论至少可以说明齿面接触应力是个偏态分布,而对数分布也是个偏态分布.所以,可以采用对数正态作为齿面接触应力偏离对数正态分布,再加上所荐用的一些变量的变异数据并不完善,以及有一些难以评估的误差因素,为此,引进计算系数  $K$  加以修正,故有:

$$\sigma_H \sigma_{H0} \sqrt{K K_A K_V K_H}$$
 (2)

引进计算系数  $K$  后,齿面接触应力的均值为:

$$\overline{\sigma_H \sigma_{H0}} \sqrt{\overline{K} \cdot \overline{K_A} \cdot \overline{K_V} \cdot \overline{K_H}}$$
 (3)

变异系数为:

$$C_{\sigma_H} = \frac{1}{2} (C_K^2 + C_{K_A}^2 + C_{K_V}^2 + C_{K_H}^2)^{1/2}$$
 (4)

标准差为:

$$S_{\sigma_H} = \overline{\sigma_H} C_{\sigma_H}$$
 (5)

确定各系数值:

- (1)计算系数  $K$  由文献 [3],可取均值  $\overline{K} = 1$ ,变异系数  $C_K = 0.12$
- (2)使用系数  $K_A$ ,均值  $\overline{K_A}$  可由表 1 选取,增速时,将表中值乘以 1.1;原动机具有均匀平稳的机械工作特性时取  $C_{K_A} = 0$
- (3)动载系数  $K_V$ ,均值  $\overline{K_V}$  可由式 (6)~(8)求得,变异系数可由式 (9)求得.

7级精度  $K_V = 1 + 0.00089\sqrt{Z_c}$  (6)

8级精度  $K_V = 1 + 0.00125\sqrt{Z_c}$  (7)

9级精度  $K_V = 1 + 0.00175\sqrt{Z_c}$  (8)

式中,  $v$  为摆线轮节圆处圆周速度;  $Z_c$  为摆线轮齿数.

$$C_{K_V} = \frac{\overline{K_V} - 1}{3\overline{K_V}}$$
 (9)

(4)接触强度计算的齿间载荷分配系数  $K_H$ . 对于 FA 传动属三片摆线轮结构, 载荷分布不均匀系数 0. 35, 则可取均值  $\overline{K_H} = 3 \times 0. 35 = 1. 05$ , 取变异系数  $C_{K_H} = 0. 024$ .

表 1 使用系数  $K_A$

| 原动机工作特性及其示例       | 从动机械工作特性及其示例                         |                                    |                                   |
|-------------------|--------------------------------------|------------------------------------|-----------------------------------|
|                   | 均匀平稳<br>如发电机、带式输送机、板式<br>输送机、轻型升降机等. | 中等振动<br>如机床主传动、重型升降机、<br>起重机回转机构等. | 严重冲击<br>如冲床、剪床、橡胶压轨机、<br>轨机、挖掘机等. |
| 均匀平稳 (如电动机、蒸气轮机 ) | 1. 00                                | 1. 25                              | 1. 75或更大                          |
| 轻微振动 (如多缸内燃机 )    | 1. 25                                | 1. 50                              | 2. 00或更大                          |
| 中等振动 (如单缸内燃机 )    | 1. 50                                | 1. 75                              | 2. 25或更大                          |

2 摆线轮接触疲劳强度分布

参考 GB 3480—83及文献 [2], 摆线轮的接触疲劳强度  $\sigma_{HS}$  可按下式确定:

$$\sigma_{HS} = \sigma_{Hlim} Z_N Z_L Z_V Z_R Z_W Z_X$$

(10)

用变异系数法可求得接触强度的均值  $\overline{\sigma_{HS}}$ 、变异系数  $C_{\sigma_{HS}}$  和标准差  $S_{\sigma_{HS}}$  分别为:

$$\overline{\sigma_{HS}} = \overline{\sigma_{Hlim}} \overline{Z_N} \overline{Z_L} \overline{Z_V} \overline{Z_R} \overline{Z_W} \overline{Z_X}$$

(11)

$$C_{\sigma_{HS}} = (C_{\sigma_{Hlim}}^2 + C_{Z_L}^2 + C_{Z_V}^2 + C_{Z_W}^2 + C_{Z_X}^2)^{1/2}$$

(12)

$$S_{\sigma_{HS}} = \overline{\sigma_{HS}} C_{\sigma_{HS}}$$

(13)

确定各系数值:

(1)  $Z_N$  为接触强度计算的寿命系数, 用以考虑当摆线轮只要求有限寿命时, 摆线轮的接触疲劳极限可以提高的系数.  $Z_N$  的均值可由文献 [2] 查出.

(2)  $Z_L$  为润滑剂系数,  $Z_V$  为速度系数,  $Z_R$  为粗糙度系数, 三者可由文献 [2] 查出.

(3)  $Z_W$  为工作硬化系数, 用以考虑经光整加工的硬齿面摆线轮在运转过程中对调质钢针齿齿面产生冷作硬化, 从而针齿的接触疲劳极限得到提高的系数. 工作硬化系数  $Z_W$  的均值可按下式计算:

$$Z_W = 1. 2 - (HB - 130) / 170$$

(14)

如果摆线轮齿面与针齿齿面硬度相差不大, 没有加工硬化现象时, 取  $Z_W = 1$

(4)  $Z_X$  为尺寸系数, 用以考虑齿轮的尺寸大小对接触强度的影响. 由于这方面的研究还不成熟, 因此国标中对这一系数是这样规定的: 在根据零件大小选材适当、且热处理和硬化层深度选择合理时, 一般取  $Z_X = 1$ .

(5)  $\sigma_{Hlim}$  为试验齿轮的接触疲劳极限, 可由文献 [2] 查取.

为了进行摆线轮强度的可靠性计算, 可以将疲劳极限区域图看作摆线轮疲劳极限分布密度曲线尾部的一部分, 但是, 不能将区域图作为一个完整的分布. 如果将区域图当作一个分布, 例如正态分布, 那么区域图的中间值  $\sigma_{Hlim}$  就是均值, 其失效概率  $P_f = 0. 5$ , 显然与区域图规定的  $P_f = 0. 01$  不符.

由于试验齿轮的接触疲劳极限服从对数正态分布<sup>[4]</sup>, 所以  $\ln(\sigma_{Hlim})$  服从正态分布. 为了计算方便, 现将试验摆线轮接触疲劳极限的对数标准差列于表 2 可查得对数标准差  $S_{\ln(\sigma_{Hlim})}$ .

表 2 试验齿轮的接触疲劳极限的对数标准差

| 齿轮材料及<br>热处理                      | 碳钢调质<br>或正火 | 合金钢<br>调质 | 合金铸钢<br>调质 | 碳素钢<br>调质火正火 | 合金钢<br>渗碳淬火 | 调质钢火焰或<br>感应淬火 | 氮化钢<br>气体氮化 | 球墨铸铁  |
|-----------------------------------|-------------|-----------|------------|--------------|-------------|----------------|-------------|-------|
| 对数标准差<br>$S_{\ln(\sigma_{Hlim})}$ | 0. 09       | 0. 10     | 0. 11      | 0. 10        | 0. 10       | 0. 11          | 0. 12       | 0. 12 |

由于  $\ln(\sigma_{Hlim})$  服从正态分布, 那么与失效概率  $P_f=0. 01$  对应的失效概率系数  $u_p = -2. 326$ , 由此可得疲劳极限均值:

$$\mu_{\ln(\sigma_{Hlim})} = 2.326 S_{\ln(\sigma_{Hlim})} + \ln x \tag{15}$$

式中， $\ln x$ 为取值点(根据经验取值)的对数值.必须指出,在选取  $\ln x$ 值时,应该考虑材质、热处理及工艺条件对疲劳极限的影响,一般应略低于区域图的中限,若工艺条件好可取中限偏上.国内的试验数据表明,批量生产的摆线轮,  $x$ 值近于国标疲劳极限区域图的中限.

根据对数正态分布与正态分布的参数关系,可求出试验摆线轮疲劳极限的均值及标准差:

$$\bar{\sigma}_{Hlim} = E(\sigma_{Hlim}) = \exp[\mu_{\ln(\sigma_{Hlim})} + S_{\ln(\sigma_{Hlim})}^2/2] \tag{16}$$

$$S_{\sigma_{Hlim}} = \bar{\sigma}_{Hlim} \{ \exp[S_{\ln(\sigma_{Hlim})}^2] - 1 \}^{1/2} \tag{17}$$

(6)变异系数荐用值<sup>[3]</sup>

$$C_{Z_N} = 0.04, \quad C_{Z_L} = 0.025, \quad C_{Z_V} = 0.02, \quad C_{Z_R} = 0.02, \quad C_{Z_W} = 0.02, \quad C_{Z_X} = 0$$

3 应力与强度均成对数正态分布时的可靠度计算

当  $X$ 是一个随机变量,且  $\ln X$ 服从正态分布,即  $\ln X \sim N(\mu_{\ln x}, \sigma_{\ln x}^2)$ ,时,则称  $X$ 是一个对数正态分布的随机变量,服从对数正态分布.这里的  $\mu_{\ln x}$ 和  $\sigma_{\ln x}$ 是“对数均值”和“对数标准差”.

应力  $S$ 和强度  $\delta$ 均呈对数正态分布时,则其对数值  $\ln S$ 和  $\ln \delta$ 服从正态分布.即:

$$\ln S \sim N(\mu_{\ln S}, \sigma_{\ln S}^2) \tag{18}$$

$$\ln \delta \sim N(\mu_{\ln \delta}, \sigma_{\ln \delta}^2) \tag{19}$$

令

$$y = \ln \delta - \ln S = \ln(\delta/S)$$

则  $y$ 亦为正态分布的随机变量,其均值  $\mu_y$ 和标准差  $\sigma_y$ 分别为:

$$\mu_y = \mu_{\ln \delta} - \mu_{\ln S} \tag{20}$$

$$\sigma_y = \sqrt{\sigma_{\ln \delta}^2 + \sigma_{\ln S}^2} \tag{21}$$

这样,联结方程或耦合方程应为:

$$z = -\frac{\mu_y}{\sigma_y} = -\frac{\mu_{\ln \delta} - \mu_{\ln S}}{\sqrt{\sigma_{\ln \delta}^2 + \sigma_{\ln S}^2}} \tag{22}$$

可得可靠度:

$$R = 1 - \phi(z) = 1 - \phi\left[ -\frac{\mu_{\ln \delta} - \mu_{\ln S}}{\sqrt{\sigma_{\ln \delta}^2 + \sigma_{\ln S}^2}} \right] = \phi\left[ \frac{\mu_{\ln \delta} - \mu_{\ln S}}{\sqrt{\sigma_{\ln \delta}^2 + \sigma_{\ln S}^2}} \right] \tag{23}$$

下面对随机变量  $\delta$ 的“对数均值”和“对数标准差”进行求解,对数正态随机变量  $S$ 的过程与之相同.

对数正态随机变量  $\delta$ 的均值:

$$\mu_{\delta} = E(\delta) = \exp(\mu_{\delta} + \sigma_{\ln \delta}^2/2) \tag{24}$$

两边取对数后,可以得到  $\ln \delta$ 的均值:

$$\mu_{\ln \delta} = \ln \mu_{\delta} - \sigma_{\ln \delta}^2/2 \tag{25}$$

对数随机变量  $\delta$ 的方差为:

$$\sigma_{\delta}^2 = D(\delta) = \mu_{\delta}^2 (\exp \sigma_{\ln \delta}^2 - 1) \tag{26}$$

移项后且两边取对数后得:

$$\sigma_{\ln \delta}^2 = \ln[(\sigma_{\delta} / \mu_{\delta})^2 + 1] \tag{27}$$

这样,如果已知的对数正态分布随机变量  $S$ 及  $\delta$ 的均值  $\mu_S, \mu_{\delta}$ 及标准差  $\sigma_S, \sigma_{\delta}$ ,则可求出其“对数均值”和“对数标准差”,代入式(23)即可求出可靠度.

通过实例计算,以顶板链式输送机用 FA45-29机型为例,其摆线轮材料选用 GCrl5,淬火处理 HRC 56~62,精度等级 7,机械油 HJ-50润滑,使用寿命  $t=10\,000\text{ h}$ ,其最大接触应力为  $1\,482.926\text{ MPa}$ ,可靠性分析结果见表 3.

表 3 FA45-29机型可靠性分析结果

| 齿面接触应力分布                  |                                    |        |                |        | 齿面接触疲劳强度分布 |                                      |        |                    |       |
|---------------------------|------------------------------------|--------|----------------|--------|------------|--------------------------------------|--------|--------------------|-------|
| 序号                        | 系数均值                               | 值      | 变异系数           | 值      | 序号         | 系数均值                                 | 值      | 变异系数               | 值     |
| 1                         | 计算系数 $\bar{K}$                     | 1      | $C_K$          | 0.12   | 1          | 寿命系数 $\bar{Z}_N$                     | 1.02   | $C_{Z_N}$          | 0.04  |
| 2                         | 使用系数 $\bar{K}_A$                   | 1      | $C_{K_A}$      | 0      | 2          | 润滑剂系数 $\bar{Z}_L$                    | 0.96   | $C_L$              | 0.025 |
| 3                         | 动载系数 $\bar{K}_V$                   | 1.004  | $C_{K_V}$      | 0.0013 | 3          | 速度系数 $\bar{Z}_V$                     | 0.95   | $C_{Z_V}$          | 0.02  |
| 4                         | 载荷分配系数 $\bar{K}_H$                 | 1.05   | $C_{K_H}$      | 0.024  | 4          | 粗糙度系数 $\bar{Z}_R$                    | 0.95   | $C_{Z_R}$          | 0.02  |
| 5                         | 齿面接触应力均值<br>$\bar{\sigma}_H$ (MPa) | 1063.2 | $C_{\sigma_H}$ | 0.061  | 5          | 工作硬化系数 $\bar{Z}_W$                   | 1      | $C_{Z_W}$          | 0.02  |
| 可靠性分析最终结果:<br>$R = 0.941$ |                                    |        |                |        | 6          | 尺寸系数 $\bar{Z}_X$                     | 1      | $C_{Z_X}$          | 0     |
|                           |                                    |        |                |        | 7          | 疲劳极限均值<br>$\bar{\sigma}_{Hlim}$ /MPa | 1494.2 | $C_{\sigma_{lim}}$ | 0.11  |
|                           |                                    |        |                |        | 8          | 接触疲劳强度均值<br>$\bar{\sigma}_{HS}$ /MPa | 1320.5 | $C_{\sigma_{HS}}$  | 0.125 |

查正态分布表可得:可靠度  $R = 0.941$ , 失效概率  $P_f = 1 - R = 0.059$ . 换言之, 100个摆线轮可能有 6个达不到设计寿命要求 (针对摆线轮齿面疲劳点蚀失效而言).

4 结 语

本文针对 FA减速器摆线轮齿面接触应力及强度的随机性, 在强度校核时, 考虑了该元件的失效概率. 分析了 FA传动摆线轮齿面接触应力及齿面接触疲劳强度分布规律; 探讨了应力与强度均成对数正态分布时的可靠性计算方法; 结合影响摆线轮齿面接触应力分布与齿面接触疲劳强度的因素, 建立了 FA传动摆线轮强度可靠性分析计算的数学模型.

参考文献:

[1]林国和. 根据破坏概率来决定轮齿许用应力 [M]. 国际齿轮装置与传动会议论文选, 1977.  
[2]徐灏. 机械设计手册 (第 3卷) [M]. 北京:机械工业出版社, 1992.  
[3]黄洪钟. 机械传动可靠性理论与应用 [M]. 中国科学技术出版社, 1995.  
[4]卢玉明. 机械零件的可靠性设计 [M]. 北京:高等教育出版社, 1989.  
[5]刘惟信. 机械可靠性设计 [M]. 北京:清华大学出版社, 1995.  
[6]尹力. 摆线针轮行星传动的可靠性优化设计 [J]. 重庆交通学院学报, 2004, (4): 149-151.