

2022년 2학기 물리학 II

Hui-Jae Lee^{1,*} and 김현철^{†1,‡}

¹*Hadron Theory Group, Department of Physics,
Inha University, Incheon 22212, Republic of Korea*
(Dated: Autumn Semester, 2022)

Quiz 15

문제 1 [20pt]. 어떤 렌즈 앞에 물체를 놓았더니 4배 크기의 실상이 생겼고, 이 물체를 렌즈에서 4.00 cm 더 멀리 하였더니 2배 크기의 실상이 생겼다. 이 렌즈의 초점거리는 얼마인가?

풀이 : 렌즈에서 물체까지의 거리를 p , 렌즈에서 상까지의 거리를 q , 렌즈의 초점거리를 f 라 하면 다음의 얇은 렌즈 방정식이 성립한다.

$$\frac{1}{p} + \frac{1}{q} = \frac{1}{f}. \quad (1)$$

또한 상의 배율 M 은

$$M = -\frac{q}{p} \quad (2)$$

이므로 식 (1)에 대입하여 다음과 같이 쓸 수 있다.

$$\frac{1}{p} \left(1 - \frac{1}{M} \right) = \frac{1}{f} \quad (3)$$

처음 렌즈와 물체 사이의 거리를 p_1 이라 하면 4배 크기의 실상이 생겼으므로

$$\frac{1}{p_1} \left(1 - \frac{1}{-4} \right) = \frac{5}{4p_1} = \frac{1}{f} \quad (4)$$

이다. 볼록렌즈에 의해 생기는 실상은 도립 실상 뿐이므로 배율의 부호가 $-$ 이다. 물체를 렌즈로부터 4.00 cm 멀리 하였을 때 2배 크기의 실상이 생겼으므로

$$\begin{aligned} \frac{1}{p_1 + 4.00 \text{ cm}} \left(1 - \frac{1}{-2} \right) &= \frac{3}{2p_1 + 8.00 \text{ cm}} = \frac{1}{f} \\ \implies 3f &= 2p_1 + 8.00 \text{ cm} \end{aligned} \quad (5)$$

로 쓸 수 있다. 식 (4)으로부터 p_1 은

$$p_1 = \frac{5}{4}f \quad (6)$$

이고 이를 식 (5)에 대입하여

$$3f = \frac{5}{2}f + 8.00 \text{ cm} \implies f = 4.00 \text{ cm} \quad (7)$$

초점거리 4.00 cm를 얻을 수 있다.

[†] Office: 5S-436D (면담시간 매주 수요일-16:15~19:00)

^{*}Electronic address: hjlee6674@inha.edu

[‡]Electronic address: hchkim@inha.ac.kr

문제 2 [30pt]. 굴절율이 1.62인 유리로 만든 얇은 렌즈가 있다. 이 렌즈의 한쪽 면은 오목하며 곡률 반지름이 100 cm이고, 다른 한쪽 면은 볼록하며 곡률 반지름이 40.0 cm이다. 이 렌즈의 초점거리를 구하여라.

풀이 : 렌즈의 굴절률을 n , 렌즈의 앞면 곡률 반지름을 R_1 , 뒷면 곡률 반지름을 R_2 라 하면 렌즈의 초점거리 f 는 렌즈 제작자의 공식에 의해 다음과 같다.

$$\frac{1}{f} = (n - 1) \left(\frac{1}{R_1} - \frac{1}{R_2} \right). \quad (8)$$

렌즈의 볼록한 면을 앞면이라 하자. 두 면의 곡률 중심이 렌즈 뒤에 있으므로 R_1, R_2 의 부호는 +이고 식 (8)에 대입하여

$$\begin{aligned} \frac{1}{f} &= (1.62 - 1) \left(\frac{1}{40.0 \text{ cm}} - \frac{1}{100.0 \text{ cm}} \right) = \frac{0.62 \times 3}{200.0 \text{ cm}} \\ \Rightarrow f &= 107.5 \text{ cm} \end{aligned} \quad (9)$$

초점거리 107.5 cm를 얻을 수 있다.

문제 3 [50pt]. 너비 a 와 간격이 d 인 이중슬릿(doubleslit)에 파장이 λ 인 결맞은 빛을 비춘다. 실험에서부터 D 만큼 떨어진 화면에 나타나는 밝은 간섭무늬 사이의 거리는 얼마인가?

풀이 : 두 슬릿의 양 끝에서 출발하는 네개의 파동 $\psi_1, \psi_2, \psi_3, \psi_4$ 이 스크린의 한 부분에서 만난다고 가정하자. 예를 들어 ψ_1, ψ_2 는 a 만큼, ψ_1, ψ_4 는 $2a + d$ 만큼 떨어져 있다. $\psi_1, \psi_2, \psi_3, \psi_4$ 는 각각

$$\begin{aligned} \psi_1 &= A \sin(\omega t - kr_1), \quad \psi_2 = A \sin(\omega t - kr_2), \\ \psi_3 &= A \sin(\omega t - kr_3), \quad \psi_4 = A \sin(\omega t - kr_4) \end{aligned} \quad (10)$$

로 쓸 수 있다. ψ_1, ψ_2 의 합과 ψ_3, ψ_4 의 합은 각각

$$\begin{aligned} \psi_{12} &= 2A \sin \left(\omega t - \frac{k}{2}(r_1 + r_2) \right) \cos \frac{\phi}{2}, \\ \psi_{34} &= 2A \sin \left(\omega t - \frac{k}{2}(r_3 + r_4) \right) \cos \frac{\phi'}{2} \end{aligned} \quad (11)$$

이다. 여기서 $\phi = k(r_1 - r_2)$ 이고 $\phi' = k(r_3 - r_4)$ 이다. 이 둘이 서로 같아

$$\phi \approx \phi' = \frac{2\pi}{\lambda} a \sin \theta \quad (12)$$

라고 가정하자. 그러면 $\psi_1, \psi_2, \psi_3, \psi_4$ 의 전체 합을 다음과 같이 구할 수 있다.

$$\begin{aligned} \psi_{1234} &= \psi_{12} + \psi_{34} = 2A \cos \frac{\phi}{2} \left\{ \sin \left(\omega t - \frac{k}{2}(r_1 + r_2) \right) + \sin \left(\omega t - \frac{k}{2}(r_3 + r_4) \right) \right\} \\ &= 4A \cos \frac{\phi}{2} \sin \left(\omega t - \frac{k}{4}(r_1 + r_2 + r_3 + r_4) \right) \cos \frac{\phi''}{2}. \end{aligned} \quad (13)$$

여기서 $\phi'' = k(r_1 + r_2 - (r_3 + r_4))$ 이다. 스크린에서 빛의 세기 I 는 $|\psi^2|$ 에 비례하므로

$$I \sim 16A^2 \cos^2 \frac{\phi}{2} \sin^2 \left(\omega t - \frac{k}{4}(r_1 + r_2 + r_3 + r_4) \right) \cos^2 \frac{\phi''}{2} \quad (14)$$

이고 시간에 대한 평균 $\langle I \rangle$ 를 계산하면 $\sin^2(\omega t - C)$ 에 대한 평균은 다음과 같이 계산할 수 있다.

$$\langle \sin^2(\omega t - C) \rangle = \frac{1}{T} \int_0^T \sin^2(\omega t - C) dt = \frac{1}{2}. \quad (15)$$

C 는 시간에 대한 상수이다. 따라서 $\langle I \rangle$ 는

$$\begin{aligned} \langle I \rangle &= 16A^2 \cos^2 \frac{\phi}{2} \left\langle \sin^2 \left(\omega t - \frac{k}{4}(r_1 + r_2 + r_3 + r_4) \right) \right\rangle \cos^2 \frac{\phi''}{2} \\ &= 8A^2 \cos^2 \frac{\phi}{2} \cos^2 \frac{\phi''}{2} \end{aligned} \quad (16)$$

와 같다. 가정 $\phi \approx \phi'$ 에 의해

$$\begin{aligned}\phi \approx \phi' &\implies r_1 - r_2 \approx r_3 - r_4 \\ &\implies \phi'' \approx 2\phi\end{aligned}\quad (17)$$

이고 식 (16)은

$$\langle I \rangle = 8A^2 \cos^2 \frac{\phi}{2} \cos^2 \phi \quad (18)$$

이다. $\cos^2 \frac{\phi}{2}$ 의 주기는 2π 이고 $\cos^2 \phi$ 의 주기는 π 이므로 $\langle I \rangle$ 의 주기는 2π 이고 빛의 세기의 최댓값 또한 같은 주기를 가진다. ϕ 는

$$\phi = \frac{2\pi}{\lambda} a \sin \theta \quad (19)$$

이고 $\theta \ll 1$ 이라 하면

$$\sin \theta \approx \tan \theta = \frac{y}{D} \quad (20)$$

이다. y 는 스크린의 중심으로부터 빛의 세기가 첫번째로 최댓값이 되는 지점까지의 거리이다. ϕ 가 2π 만큼 변할 때 마다 빛의 세기가 최댓값을 가지므로 y 는

$$2\pi = \frac{2\pi a}{\lambda D} y \implies y = \frac{a}{D} \lambda \quad (21)$$

이다.

문제 4 [50pt]. 폭이 a 인 단일슬릿에서부터 L 만큼 떨어진 곳에 스크린을 두었다. 단일슬릿 앞에서 파장이 λ 인 빛을 쏘였다. $a \ll L$ 이라고 하자. 만약에 회절 무늬에서 어두운 부분을 나타내는 두 최소점 $m = m_1$ 과 $m = m_2$ 사이의 거리를 Δy 라고 둔다면, 이 슬릿의 폭 a 는 얼마인가?

풀이 : 단일 슬릿의 경우 중심에서부터 어두운 부분까지의 거리를 y_m 이라 하면

$$y_m = \frac{m\lambda L}{a}, \quad m = 1, 2, 3, \dots \quad (22)$$

로 쓸 수 있고 두 중심에서 두 최소점 까지의 거리 y_1, y_2 는

$$y_1 = \frac{m_1\lambda L}{a}, \quad y_2 = \frac{m_2\lambda L}{a} \quad (23)$$

이다. 따라서 Δy 는

$$\Delta y = y_2 - y_1 = \frac{m_2\lambda L}{a} - \frac{m_1\lambda L}{a} \quad (24)$$

이고 a 는

$$a = \frac{(m_2 - m_1)\lambda L}{\Delta y} \quad (25)$$

이다.