

# 2020년 2학기 물리학 II

Byeong-woo Han,<sup>1,\*</sup> Hui-Jae Lee,<sup>1,†</sup> and 김현철<sup>c1,§</sup>

<sup>1</sup>*Hadron Theory Group, Department of Physics,  
Inha University, Incheon 22212, Republic of Korea*

(Dated: Autumn Semester, 2020)

**Due date:** 2020년 9월 14일 15:25-16:15

## QUIZ 5

**문제 1 [20pt].** 반지름이  $r$ 이고 길이가  $L$ 인 원통형 구리 도선이 있다. 부피를 일정하게 유지한 채로 이 도선을 늘려 길이가 두 배가 되었다면, 저항은 처음의 몇 배가 되었는가?

**풀이 :** 길이가  $L$ 이고 단면적이  $A$ 인 도선의 저항  $R$ 은 길이에 비례하고 단면적에 반비례한다. 즉,

$$R = \rho \frac{L}{A} \quad (1)$$

이고  $\rho$ 은 도선의 비저항이다. 처음 저항을  $R_0$ , 처음 반지름을  $r_0$ 라 하자.  $R_0$ 는

$$R_0 = \rho \frac{L}{\pi r_0^2} \quad (2)$$

로 쓸 수 있는데 길이를 2배로 늘리고 부피를 유지했다면 반지름이 변했을 것이다. 변한 반지름  $r$ 은 부피를 유지했다는 사실로부터 얻을 수 있다.

$$\pi r_0^2 L = \pi r^2 (2L) \implies r = \frac{1}{\sqrt{2}} r_0. \quad (3)$$

따라서 변한 저항  $R$ 은 다음과 같다.

$$R = \rho \frac{2L}{\pi r^2} = \rho \frac{4L}{\pi r_0^2} = 4R_0. \quad (4)$$

길이를 2배로 늘리고 부피를 유지하면 저항은 4배 증가한다.

**문제 2 [20pt].** 반지름이  $a$ 인 도체공을 중심이 같고 반지름이  $b$  ( $b > a$ )이고 비저항이  $\rho$ 인 물질로 만들어진 공을 감싸고 있다. 이 두 공 사이의 저항을 구하여라.

**풀이 :** 두 공 사이의 저항을 구하기 위해 먼저 두 공 사이에 놓여진 미소 구껍질을 생각하자. 이 미소 구껍질은 두 공과 중심이 같고 반지름이  $r$ 이며 두께는  $dr$ 이다. 이 미소 구껍질 사이의 미소 저항을 구한다면, 미소 저항을 거리  $a$  부터  $b$ 까지 적분하여 반지름이  $a$ 인 공과 반지름이  $b$ 인 공 사이의 저항을 알아낼 수 있다. 미소 구껍질의 면적은  $4\pi r^2$  이므로 미소저항  $dR$ 은

$$dR = \rho \frac{dr}{4\pi r^2} \quad (5)$$

<sup>c</sup> Office: 5S-436D (면담시간 매주 수요일-16:15~19:00)

<sup>\*</sup> 12191964@inha.edu

<sup>†</sup> hjlee6674@inha.edu

<sup>§</sup> hchkim@inha.ac.kr

으로 쓸 수 있다. 양변을 적분하면

$$\begin{aligned}\int dR &= \int_a^b \rho \frac{dr}{4\pi r^2} = \frac{\rho}{4\pi} \int_a^b \frac{1}{r^2} dr = \frac{\rho}{4\pi} \left( -\frac{1}{r} \right) \Big|_a^b = \frac{\rho}{4\pi} \left( -\frac{1}{b} + \frac{1}{a} \right) \\ &= \frac{\rho(b-a)}{4\pi ab}\end{aligned}\quad (6)$$

을 얻는다. 즉, 두 공 사이의 저항은  $\frac{\rho(b-a)}{4\pi ab}$ 이다.

**문제 3 [20pt].** 저항값이  $R$ 인 저항이 달려 있는 단일고리 회로에 5.0 A의 전류가 흐르고 있다. 여기에 직렬로 저항이 5.0  $\Omega$ 인 저항소자를 직렬로 회로에 연결하자 전류가 4.0 A로 낮아졌다.  $R$  값을 구하여라.

**풀이 :** 처음 전압, 전류, 저항을 각각  $V$ ,  $I = 5.0$  A,  $R$ 이라고 하면 옴의 법칙에 의해 다음이 성립한다.

$$V = IR. \quad (7)$$

여기에 저항  $R' = 5.0 \Omega$ 를 직렬로 연결하였으므로 변한 전압  $V'$ 와 전류  $I' = 4.0$  A는 다시 옴의 법칙을 만족한다. 즉,

$$V' = I'(R + R') \quad (8)$$

이다. 저항을 추가로 연결한다고 회로의 전압이 달라지지는 않으므로  $V = V'$ 이고 식 (7)과 식 (8)로부터

$$IR = I'(R + R') \implies R = \frac{I'}{I + I'} R' = \frac{4.0 \text{ A}}{5.0 \text{ A} + 4.0 \text{ A}} (5.0 \Omega) = 2.2 \Omega \quad (9)$$

를 얻는다. 따라서 처음 저항  $R$ 은 2.2  $\Omega$ 이다.

**문제 4 [20pt].** 그림 1은 번개가 치는 날 나무 옆에 있으면 왜 안 되는지 보여준다. 나무에 낙뢰가 떨어지면, 나무껍질을 타고 번개전류가 흐른다. 그런데 번개전류가 나무껍질 중에서 물기가 없는 부분에 도달하면 전류 중 일부분이 습기가 높은 공기 중으로 새어나가 옆에 서 있는 사람에게로 흘러간다. 사람은 습도가 높은 공기에 비해 전도도가 훨씬 높아서 그렇다. 이때 나무와 사람 사이의 거리가  $d$ 이고, 사람의 키가  $h$ 라고 하면, 번개전류의 일부분이 나무에서 사람으로  $d$ 만큼 거리를 흐르고, 다시 사람을 따라  $h$ 만큼 높이를 흘러 바닥으로 간다고 하자. 만약에  $d/h = 0.400$ 이고, 총전류는  $I = 5000$  A라고 하면, 사람을 지나는 전류는 얼마인가?

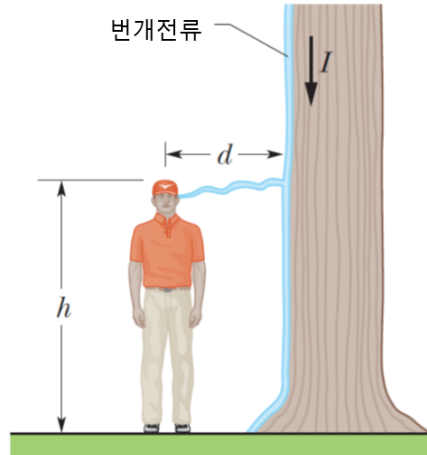


FIG. 1. 문제 4

**풀이 :** 저항  $R$ 은

$$R = \rho \frac{A}{l} = \frac{1}{\sigma} \frac{A}{l} \quad (10)$$

이고 이동한 거리에 반비례한다. 사람의 전기전도도가 훨씬 높으므로 사람의 저항  $R_h$ 을 0라고 가정하자. 또한 나무 껍질의 습도가 높은 공기를 타고 전류가 내려가므로 전기전도도는  $\sigma$ 로 같다. 따라서 넓이  $A$ 는 매우 작으므로 같다고 가정한다.  $d$ 로 이동한 거리가 수평이라고 가정할 때, 먼저 거리가  $h$ 인 저항  $R_h$ 와 거리가  $d$ 인 저항  $R_d$ 와의 비는 다음과 같다.

$$\frac{R_h}{R_d} = \frac{d}{h} = 0.400 \quad (11)$$

이제 사람을 지나는 전류를 구하기 위해 옴의 법칙을 이용하자. 처음 전압을  $V$ , 땅의 전압을 0 V라 가정하고 사람을 따라 땅까지 흐르는 전류를  $I_d$ , 나무껍질을 따라 땅까지 흐르는 전류를  $I_h$ 라고 하자. 전하량 보존법칙에 의해서 다음이 성립한다.

$$I = I_d + I_h. \quad (12)$$

또한, 두 저항이 병렬로 연결되었으므로, 옴의 법칙에 의해 다음이 성립한다.

$$\begin{aligned} I_h &= \frac{V}{R_h}, \\ I_d &= \frac{V}{R_d}. \end{aligned} \quad (13)$$

식 (13)을 식 (12)에 대입하면 다음과 같은 결과를 얻을 수 있다.

$$\begin{aligned} I &= V \left( \frac{1}{R_d} + \frac{1}{R_h} \right) \\ &= \frac{V}{R_h} \left( 1 + \frac{R_h}{R_d} \right) \end{aligned} \quad (14)$$

식 (13)과  $I = 5000$  A,  $R_h/R_d = 0.400$ 을 대입하면

$$5000 \text{ A} = 1.40 I_h \implies I_h = \frac{5000}{1.40} \text{ A} \quad (15)$$

이다. 즉, 사람에게 흐르는 전류  $I_h$ 는

$$I_h = 3570 \text{ A} \quad (16)$$

으로 사람에게는 3570 A만큼의 전류가 흐르게 된다.

**문제 5 [20pt].** 그림 2처럼  $a$ 와  $b$  사이에 똑같이 생긴 저항 다섯 개가 연결되어 있을 때, 등가저항을 구하여라.

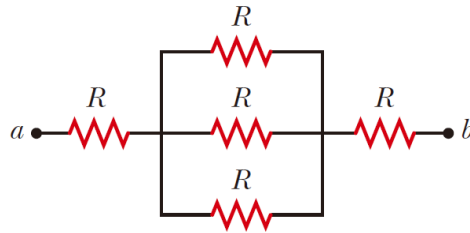


FIG. 2. 문제 5

**풀이 :** 먼저 회로의 가운데에 있는 세 병렬저항들의 합성저항을 구하자. 세 개의 병렬저항  $R_j$ 의 합성저항  $R_{eq}$ 는 다음과 같이 쓸 수 있다.

$$\frac{1}{R_{eq}} = \sum_{j=1}^N \frac{1}{R_j}. \quad (17)$$

여기서,  $N = 3$ ,  $R_1 = R_2 = R_3 = R$ 이므로

$$\begin{aligned}\frac{1}{R_{eq}} &= \sum_{j=1}^N \frac{1}{R_j} \\ &= \frac{1}{R} + \frac{1}{R} + \frac{1}{R} \\ &= \frac{3}{R}\end{aligned}\tag{18}$$

이다. 따라서

$$R_{eq} = \frac{R}{3}\tag{19}$$

를 얻는다. 이제 전체 합성저항들을 구하자. 가운데 합성저항이 양 옆의 저항과 직렬로 연결되어 있으므로 세 직렬저항  $R'_j$ 의 합성저항  $R'_{eq}$ 는 다음과 같이 쓸 수 있다.

$$R'_{eq} = \sum_{j=1}^N R'_j.\tag{20}$$

여기서,  $N = 3$ ,  $R'_1 = R'_3 = R$ ,  $R'_2 = R_{eq} = R/3$ 이므로,

$$\begin{aligned}R'_{eq} &= R + \frac{R}{3} + R \\ &= \frac{7}{3}R\end{aligned}\tag{21}$$

이다. 따라서 총 합성저항  $R'_{eq}$ 는

$$R'_{eq} = \frac{7}{3}R\tag{22}$$

이다.