2022년 2학기 물리학 II

Byeong-woo Han,[1,*] Hui-Jae Lee,[1,†] and 김현철[‡1,§]

[1] *Hadron Theory Group, Department of Physics, Inha University, Incheon 22212, Republic of Korea*

(Dated: Autumn Semester, 2022)

Mock test 1

1번 풀이 : 쿨롱의 법칙에 의하면 두 전하 간 작용하는 전기력의 크기는

$$F = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\frac{q_1 q_2}{r^2} \tag{1}$$

이다.

2번 풀이 :

(1) 전하에는 +전하와 −전하 총 2종류가 있다.

(2) 두 전하 사이에 작용하는 전기력은 두 전하를 잇는 직선 상에서 작용한다.

(3) 쿨롱의 법칙에 의해 전기력은 전하 사이 거리의 제곱에 반비례 한다.

(4) 쿨롱의 법칙에 의해 전기력은 전하량의 곱에 비례한다.

(5) 중첩의 원리에 의해 둘 이상의 전하가 존재할 때 각 전하에 의한 전기력을 합하여 합력을 구할 수 있다.

(6) 전기장 벡터 $\vec{E}$와 전위 V는

$$\vec{E} = -\nabla V \tag{2}$$

이고 전기력은 전기장에 평행하므로 전기력은 등전위선의 접선 방향에 수직하다.

따라서 옳은 답은 (1), (3), (4), (5)이다.

3번 풀이 :

(ㄱ) 도체판 사이 전기장은 x축에 평행하고 −극으로 대전된 도체관을 향한다. 따라서 A에서 B로 전하를 이동시키면 +로 대전된 도체판에 대해 평행하게 멀어지므로 전하의 전기적 위치 에너지가 감소한다. 즉, 전기 위치에너지의 변화량의 부호는 −이다.

(ㄴ) C에서 D로 전하를 이동시키면 +로 대전된 도체판과의 거리가 변하지 않으므로 전하의 전기적 위치 에너지가 변하지 않는다. 즉, 전기 위치에너지의 변화량의 부호는 0이다.

(ㄷ) B에서 D로 전하를 이동시키면 +로 대전된 도체판에 가까워지므로 전하의 전기적 위치 에너지는 증가한다. 즉, 전기 위치에너지의 변화량의 부호는 +이다.

4번 풀이 : 계의 전기 위치에너지는 거리가 무한대인 지점으로부터 전하들을 끌어올 때 필요한 에너지로 정의한다. 아무 전하도 없는 공간에서 전하를 끌어오는데 필요한 에너지는 0이다. 그리고 다른 전하를 또 끌어오는데 필요한 에너지 E_1는

$$E_1 = -\int_\infty^d k\frac{q^2}{r^2}\,dr = \left(k\frac{q^2}{r}\right)\Bigg|_\infty^d = k\frac{q^2}{d} \tag{3}$$

---

‡ Office: 5S-436D (면담시간 매주 수요일-16:15∼19:00)
*Electronic address: 12191964@inha.edu
†Electronic address: hjlee6674@inha.edu
§Electronic address: hchkim@inha.ac.kr

이다. 이제 마지막 전하를 끌어오는데 필요한 에너지 E_2를 구해보자. 이미 전하 2개가 있으므로

$$E_2 = -2\int_{\infty}^{d} k\frac{q^2}{r^2}\,dr = 2k\frac{q^2}{d} \tag{4}$$

이고 이 계의 전기 위치에너지 E는 전하들을 끌어오는데 필요한 에너지들의 합이므로

$$E = E_1 + E_2 = 3k\frac{q^2}{d} \tag{5}$$

이다.

5번 풀이 : 가우스 법칙을 수식으로 정리하면

$$\int \vec{E}\cdot d\vec{a} = \frac{q}{\epsilon_0} \tag{6}$$

이다. 좌항은 폐곡면을 지나는 전기선속의 합이고 우항은 폐곡면 내부에 존재하는 총 전하량에 대한 항이다.

6번 풀이 : 전기장의 크기를 구하기 위해 가우스 법칙을 이용하자. 가우스 곡면을 반지름이 r인 구의 표면으로 하면 가우스 곡면 내부 총 전하량 q는 전체 전하량 중 가우스 곡면 내부 부피에 존재하는 전하량에 해당하므로

$$q = Q\frac{\frac{4}{3}\pi r^3}{\frac{4}{3}\pi R^3} = Q\frac{r^3}{R^3} \tag{7}$$

이고 구 대칭성에 의해 미소 면벡터와 전기장의 방향이 일치한다고 생각할 수 있다.

$$\int \vec{E}\cdot d\vec{a} = \left|\vec{E}\right|\int da = 4\pi r^2\left|\vec{E}\right| \tag{8}$$

따라서 전기장의 크기 $\left|\vec{E}\right|$는

$$\left|\vec{E}\right| = \frac{Qr}{4\pi\epsilon_0 R^3} \tag{9}$$

이다.

7번 풀이 : 전기장의 크기는 각 도체 평면에 의한 전기장의 크기의 합이다. 무한히 넓은 도체 평면에 의한 전기장은 거리에 무관하게 일정하므로 도체 평면 1과 2에 의한 전기장은 서로 상쇄된다. 도체 평면 3에 의한 전기장 E는

$$E = \frac{\sigma}{2\epsilon_0} \tag{10}$$

이고 이것이 평면 2와 3 사이 영역에서의 전기장의 크기이다.

8번 풀이 : 평행판 축전기에 충전된 전하량을 Q, 축전기 사이 전위차를 V라 하면 전기용량 C는

$$Q = CV,\ \ C = \epsilon_0\frac{A}{d} \tag{11}$$

이다. A는 평행판 축전기의 면적이고 d는 평행판 축전기의 간격이다. 평행판 축전기의 전기적 위치에너지 U는

$$E = \frac{1}{2}QV \tag{12}$$

이다. 거리 d를 4배로 늘릴 경우의 전기용량, 전위차, 전기적 위치에너지를 각각 C', V', U'라고 하자. 거리를 늘리더라도 면적과 전하량은 변화가 없으므로 전하 Q와 전하밀도 σ는 일정하다. C', V', U'는

$$\begin{aligned} C' &= \epsilon_0\frac{A}{4d} = \frac{1}{4}C \\ V' &= \frac{Q}{C'} = 4\frac{Q}{C} = 4V \\ U' &= \frac{1}{2}QV' = 4\left(\frac{1}{2}QV\right) = 4U \end{aligned} \tag{13}$$

이다. 따라서 전기용량은 $\frac{1}{4}$배, 전위차는 4배, 전하밀도는 1배, 저장된 에너지는 4배가 된다.

9번 풀이 : 우선 줄의 법칙을 이용해 전구의 저항 R을 구하자. 전구에 걸린 전압을 V, 전구가 소모하는 전력을 P라고 하면 줄의 법칙에 의해

$$P = \frac{V^2}{R} \Longrightarrow R = \frac{V^2}{P} = \frac{(220\ \mathrm{V})^2}{440\ \mathrm{W}} = 110\ \Omega \tag{14}$$

전구의 저항은 110 Ω이다. 전구에 전압 110 V를 연결하면 전구가 소모하는 전력 P는

$$P = \frac{V^2}{R} = \frac{(110\ \mathrm{V})^2}{110\ \Omega} = 110\ \mathrm{W} \tag{15}$$

와 같다. 따라서 전구는 전력 110 W를 소모한다.

10번 풀이 : 점전하 $+q$가 정지해있으므로 점전하에 작용하는 합력은 0이고 위쪽으로 전기력, 아래쪽으로 중력이 작용한다. 점전하에 작용하는 전기력을 F_q, 중력을 F_g 라고 하면 점전하에 대한 운동방정식으로부터

$$\sum F = F_q - F_g = qE - mg = 0 \Longrightarrow E = \frac{mg}{q} \tag{16}$$

를 얻는다. E는 도체판 사이에 생성되는 전기장의 크기이다. 도체판 사이의 간격을 d라 하면 전위차 V는

$$V = Ed \tag{17}$$

로 주어지므로 식 (16)를 대입하면

$$V = \frac{mg}{q} d \tag{18}$$

와 같이 쓸 수 있다. $m = 4 \times 10^{-13}\ \mathrm{kg},\ q = 4.9 \times 10^{-18}\ \mathrm{C},\ d = 2 \times 10^{-2}\ \mathrm{m}$이므로 V는

$$V = \frac{(4 \times 10^{-13}\ \mathrm{kg})(9.8\ \mathrm{m/s^2})}{4.9 \times 10^{-18}\ \mathrm{C}}(2 \times 10^{-2}\ \mathrm{m}) = 1.6 \times 10^4\ \mathrm{V} \tag{19}$$

이다.

11번 풀이 : 두개의 평행한 도선에 같은 방향으로 전류가 흐를 때 도선에 작용하는 힘의 크기 F는

$$F = \frac{\mu_0 I^2}{2\pi d} \tag{20}$$

이다. d는 도선 사이 간격이다. 두 도선에 흐르는 전류량이 각각 2배로 늘어나면 힘은 4배로 증가한다. 따라서 도선에 작용하는 힘의 변화가 없으려면 도선 사이 거리가 4배로 늘어나야 한다.

12번 풀이 : 원형도선의 중심에서는 직선도선에 의한 자기장의 크기 B_1과 원형도선에 의한 자기장의 크기 B_2가 모두 같은 방향으로 작용하므로 두 자기장을 모두 구한 후 합해주어야 한다. 원형도선의 반지름은 R이고 원형도선의 중심은 직선도선으로부터 R만큼 떨어져 있으므로 직선도선에 의한 자기장의 크기 B_1은

$$B_1 = \frac{\mu_0 i}{2\pi R} \tag{21}$$

이고 원형도선에 의한 자기장의 크기 B_2는

$$B_2 = \frac{\mu_0 i}{2R} \tag{22}$$

이므로 총 자기장의 크기 B는

$$B = B_1 + B_2 = \left(1 + \frac{1}{\pi}\right)\frac{\mu_0 i}{2R} \tag{23}$$

이다.

서술형 1번 풀이 :

(가) 암페어의 법칙은 임의의 폐곡선을 따라 흐르는 자기장은 폐곡선 내 전류의 합과 비례한다는 법칙이다.

$$\int \vec{B} \cdot d\vec{l} = \mu_0 I \tag{24}$$

폐곡선을 직선 도선의 중심을 중심으로 하고 반지름이 r인 원으로 잡자. 직선 도선에 의한 자기장 $\vec{B}$는 폐곡선을 따르는 미소길이 $d\vec{l}$과 평행하게 생성되므로 좌항은

$$\int \vec{B} \cdot d\vec{l} = B(r) \int d\vec{l} = 2\pi r B(r) \tag{25}$$

이 되고 폐곡선 내부에 전류는 I만큼 흐르므로 앙페르 법칙에 의해

$$2\pi r B(r) = \mu_0 I \Longrightarrow B(r) = \frac{\mu_0 I}{2\pi r} \tag{26}$$

을 얻는다.

(나) 폐곡선의 반지름이 R보다 작으므로 이 경우 폐곡선 내부에 흐르는 전류 I'는

$$I' = \frac{\pi r^2}{\pi R^2} I = \frac{r^2}{R^2} I \tag{27}$$

이고 앙페르 법칙으로부터

$$2\pi r B(r) = \mu_0 I' = \frac{r^2 \mu_0 I}{R^2} \Longrightarrow B(r) = \frac{r \mu_0 I}{2\pi R^2} \tag{28}$$

를 얻는다.

(다) 도선의 길이를 L이라 하고 도선의 전류가 z방향에 평행하게 흐르며 두 도선이 가정하자. 두 도선사이에 작용하는 힘 $\vec{F}$는 다음과 같다.

$$\vec{F} = I\vec{L} \times \vec{B} \tag{29}$$

위에서 구한 도선 외부의 자기장 $\vec{B}$는

$$\vec{B} = \frac{\mu_0 I}{2\pi r} \hat{\phi} \tag{30}$$

이다. 다른 도선은 전류가 반대방향으로 흐르므로, $\vec{L}$은

$$\vec{L} = -L\hat{\boldsymbol{k}} \tag{31}$$

이다. 이 도선이 $x = d$에 있다고 가정할때, 자기장의 방향은 y방향이므로

$$\vec{B}(d) = \frac{\mu_0 I}{2\pi d} \hat{\boldsymbol{j}} \tag{32}$$

이다. 따라서 도선에 작용하는 힘의 크기는

$$\begin{aligned} \vec{F} &= I\vec{L} \times \vec{B} \\ &= -IL\hat{\boldsymbol{k}} \times \frac{\mu_0 I}{2\pi d} \hat{\boldsymbol{j}} \\ &= -\frac{\mu_0 I^2 L}{2\pi d} \hat{\boldsymbol{k}} \times \hat{\boldsymbol{j}} \\ &= \frac{\mu_0 I^2 L}{2\pi d} \hat{\boldsymbol{i}} \end{aligned} \tag{33}$$

이다. 작용 반작용의 법칙 때문에 다른 도선에 작용하는 힘은,

$$= -\frac{\mu_0 I^2 L}{2\pi d} \hat{\boldsymbol{i}} \tag{34}$$

이다.

서술형 2번 풀이 :

(가) 가우스 법칙은 수식으로

$$\oint \vec{E} \cdot d\vec{a} = \frac{q}{\epsilon_0} \tag{35}$$

와 같이 쓸 수 있다.

(나) 가우스 곡면을 원통 모양의 도체와 중심축을 공유하고 반지름이 r인 원통으로 잡자. 내부 전하량 q는 가우스 원통 내부의 전하량이고 원통 모양의 도체는 속이 비어있으므로 가우스 곡면의 반지름 r이 원통 모양의 도체의 반지름 R보다 작을 때는 가우스 원통 내부의 전하량은 0이다. 따라서

$$\oint \vec{E} \cdot d\vec{a} = 0 \tag{36}$$

이고 전기장 $\vec{E} = \vec{0}$이다.

(다) 원통 외부에서 내부 전하량 q는

$$q = l\lambda \tag{37}$$

이다. l은 원통 도체의 길이이다. 대칭성에 의해 전기장은 원통의 옆면에 수직한 방향이고 밑면에 평행하므로 가우스 원통의 밑면에서 $\vec{E} \cdot d\vec{a}$는 0이다. 따라서 좌항의 적분은 가우스 원통의 옆면에 대한 적분이고 전기장 $\vec{E}$와 면벡터 $d\vec{a}$는 같은 방향이므로

$$\oint \vec{E} \cdot d\vec{a} = \left|\vec{E}\right| \int da = 2\pi r l \left|\vec{E}\right| \tag{38}$$

이고 식 (35)에 의해

$$2\pi r l \left|\vec{E}\right| = \frac{l\lambda}{\epsilon_0} \Longrightarrow \left|\vec{E}\right| = \frac{1}{2\pi\epsilon_0}\frac{\lambda}{r} \tag{39}$$

을 얻는다. 전기장의 방향은 원통의 옆면에 수직한 방향이므로

$$\vec{E} = \frac{1}{2\pi\epsilon_0}\frac{\lambda}{r}\hat{\boldsymbol{r}} \tag{40}$$

이다.

서술형 3번 풀이 :

(가) 자기장은 x축 방향으로 일정하므로

$$\vec{B} = B\hat{\boldsymbol{i}} \tag{41}$$

로 쓸 수 있고 주어진 그림과 같은 상황에서 점전하의 속도 벡터 $\vec{v}$는 x방향과 y방향 성분의 크기가 같고 속도의 크기가 v이므로

$$\vec{v} = \frac{v}{\sqrt{2}}\hat{\boldsymbol{i}} + \frac{v}{\sqrt{2}}\hat{\boldsymbol{j}} \tag{42}$$

와 같다. 이 때 자기장 안에서 움직이는 전하에 작용하는 힘 $\vec{F}$는

$$\vec{F} = q\left(\vec{v} \times \vec{B}\right) = q\frac{vB}{\sqrt{2}}\hat{\boldsymbol{k}} \tag{43}$$

이다. 이 힘이 구심력으로 작용하여 점전하가 나선운동 하도록 만든다. 나선운동의 반지름을 R이라 하면

$$\frac{mv^2}{R} = q\frac{vB}{\sqrt{2}} \Longrightarrow R = \frac{\sqrt{2}mv}{qB} \tag{44}$$

로 나타낼 수 있다.

(나) x축 주위를 회전하며 나선운동하는 점전하의 운동은 x축을 중심으로 하는 원운동과 x축 방향으로의 등속 직선 운동의 합성으로 볼 수 있다. x축을 중심으로 하는 원운동은 구심력에 의해 발생되고 y축 방향 속력이 원운동하는 속력이 된다. 따라서 x축 주위를 한번 회전하는 동안 걸리는 시간 T는

$$2\pi R = \frac{v}{\sqrt{2}}T \Longrightarrow T = \frac{4\pi m}{qB} \tag{45}$$

이다. 점전하는 이 시간 동안 x축 방향으로 운동한다. 따라서 x축 주위를 한번 회전하는 동안 이동한 x축 방향의 거리 d는

$$d = \frac{2\sqrt{2}\pi mv}{qB} \tag{46}$$

이다.