

2022년 1학기 물리학 I: Quiz 7

김현철^{a,†} and Lee Hui-Jae^{1,‡}

¹Hadron Theory Group, Department of Physics,
Inha University, Incheon 22212, Republic of Korea

(Dated: Spring semester, 2022)

문제 1 [10pt] 탁구공의 질량은 2.3 g이고, 끝속력은 9.0 m/s이다. 탁구공이 자유낙하할 때 받는 끌림힘은 bv^2 형태를 갖는다. 탁구공이 자유낙하할 때, 운동방정식을 세우고, b 를 구하여라.

풀이: 먼저 탁구공에 대한 자유 물체 다이어그램을 그리자.

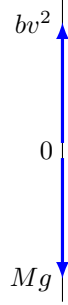


FIG. 1. 자유 물체 다이어그램

자유낙하 하는 탁구공의 운동방정식은 다음과 같다.

$$\sum F = -bv^2 + mg \quad (1)$$

시간이 충분히 지나 탁구공의 속력이 끝속력에 도달하면 탁구공의 속력은 일정해진다. 이는 탁구공에 작용하는 합력이 0 임을 의미한다. 즉 끝속력을 v_t 라고 하면,

$$bv_t^2 = mg, \quad b = \frac{mg}{v_t^2}. \quad (2)$$

$m = 2.3 \text{ g}$, $v_t = 9.0 \text{ m/s}$ 이다. 따라서,

$$\begin{aligned} b &= \frac{(2.3 \text{ g})(9.8 \text{ m/s}^2)}{(9.0 \text{ m/s})^2} \\ &= 0.28 \text{ g/m} \end{aligned} \quad (3)$$

b 는 0.28 g/m 이다.

문제 2 [20pt] 자동차가 급제동을 할 때, 바퀴가 잠겨서 미끄러지지 않도록 방지하는 장치를 잠김방지 브레이크 시스템(antilock braking system: ABS)이라고 부른다. 이 시스템에는 센서가 있어서 바퀴가 잠기는 것을 방지한다. 바퀴가 잠기려고 하면, 브레이크에 가해지는 힘을 줄이고, 다시 힘을 가하는 과정을 초당 15회 정도 반복한다. 그러면 자동차와 도로 사이의 마찰력을 최대로 유지한다. 이렇게 최대마찰력을 유지하는 브레이킹을 문턱 브레이킹(threshold braking)이라고 한다. 반면에 ABS가 없는 자동차의 경우에 급제동을 하면, 바퀴가 잠기게 된다. 이 경우에 제동거리도 길어지고, 운전자가 자동차의 주행 방향을 바로잡기가 힘들어진다.

어떤 자동차가 30 m/s의 속력으로 수평면을 주행하고 있다. 노면과 자동차 사이의 정지마찰계수와 운동마찰계수는 각각 $\mu_s = 0.50$, $\mu_k = 0.40$ 이다.

(가) ABS가 있는 자동차가 문턱 브레이킹을 유지하면서 급제동을 했을 때, 자동차의 제동거리는 얼마인가?

^a Office: 5S-436D (면담시간 매주 화요일-16:00~20:00)

[†] hchkim@inha.ac.kr

[‡] hjlee6674@inha.edu

(나) ABS가 없는 자동차가 급제동을 했을 때 자동차의 제동거리는 얼마인가?

(자동차가 도로 위에서 미끄러지면(skidding), 타이어가 뜨거워지고, 마찰계수가 온도에 따라 바뀔 수 있다. 이 온도에 의한 효과는 여기서 무시하여라.)

풀이 자동차 바퀴에 대한 자유 물체 다이어그램은 다음과 같다.

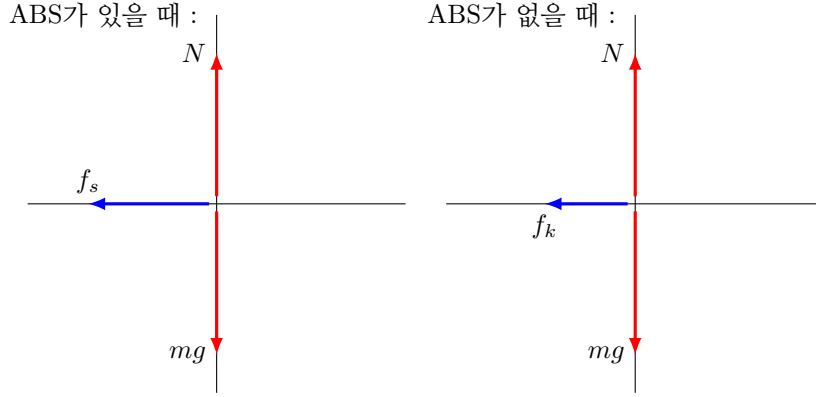


FIG. 2. 자유 물체 다이어그램

(가) 문턱 브레이킹을 유지할 때 바퀴는 지면에 대해 계속 회전하므로 지면과 바퀴 사이에 정지 마찰력이 작용한다. 자동차의 질량을 m 이라 하자. 운동 마찰력은,

$$f_s = \mu_s N = \mu_s mg \quad (4)$$

이고 이 힘은 자동차가 정지할 때 까지 일정하게 작용한다. 즉 가속도의 크기는,

$$ma = f_s, \quad a = \frac{f_s}{m} = \mu_s g. \quad (5)$$

자동차의 가속도가 일정하고 속력이 줄어드는 운동을 하므로,

$$-2as = v^2 - v_0^2. \quad (6)$$

자동차의 제동거리 s 는 다음과 같다.

$$\begin{aligned} s &= \frac{v_0^2 - v^2}{2a} = \frac{v_0^2 - v^2}{2\mu_s g} \\ &= \frac{(30 \text{ m/s})^2}{2(0.50)(9.8 \text{ m/s}^2)} \\ &= 92 \text{ m} \end{aligned} \quad (7)$$

ABS가 작동한다면 이 자동차의 제동거리는 92 m 이다.

(나) ABS 가 작동하지 않는다면 제동하는 동안 바퀴가 회전하지 않으므로 지면에 대해 운동 마찰력이 작용한다. 식 (7) 에 의해 이 경우의 제동거리 s 는,

$$\begin{aligned} s &= \frac{v_0^2 - v^2}{2a} = \frac{v_0^2 - v^2}{2\mu_k g} \\ &= \frac{(30 \text{ m/s})^2}{2(0.40)(9.8 \text{ m/s}^2)} \\ &= 110 \text{ m}. \end{aligned} \quad (8)$$

ABS가 작동하지 않는다면 이 자동차의 제동거리는 110 m 이다.

문제 3 [20pt] 그림 3에서처럼 세 힘을 어떤 물체에 가해 끌림이 없는 수평면에서 3.00 m를 이동시켰다. 이 세 힘의 크기는 각각 $F_1 = 5.00 \text{ N}$, $F_2 = 9.00 \text{ N}$, $F_3 = 3.00 \text{ N}$ 이고, \vec{F}_2 와 수평선 사이의 각은 $\theta = 60.0^\circ$ 이다. 이 물체가 이동하는 동안,

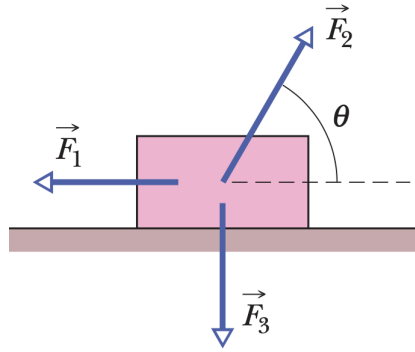


FIG. 3. 문제 3

(가) 세 힘이 물체에 해준 알짜일은 얼마인가?

(나) 이 물체의 운동에너지는 증가하였는가, 감소하였는가?

풀이

(가) 오른쪽 방향을 $+x$ 방향, 위쪽을 $+y$ 방향이라 하자. 물체는 수평면에서 이동하였으므로 x 방향으로 가해진 힘만이 물체에 일을 해주었다. 물체에 작용한 x 방향 합력은 다음과 같다.

$$F_x = -|\vec{F}_1| + |\vec{F}_2| \cos \theta. \quad (9)$$

물체의 운동 방향을 고려하기 위해 F_x 를 계산해보자.

$$\begin{aligned} F_x &= -5.00 \text{ N} + (9.00 \text{ N}) \cos 60.0^\circ = -5.00 \text{ N} + 4.50 \text{ N} \\ &= -0.50 \text{ N} \end{aligned} \quad (10)$$

합력이 $-x$ 방향으로 작용하므로 물체의 운동 방향은 $-x$ 방향이다. 즉 물체의 변위를 \vec{d} 라 하면,

$$\vec{d} = -(3.00 \text{ m}) \hat{i}. \quad (11)$$

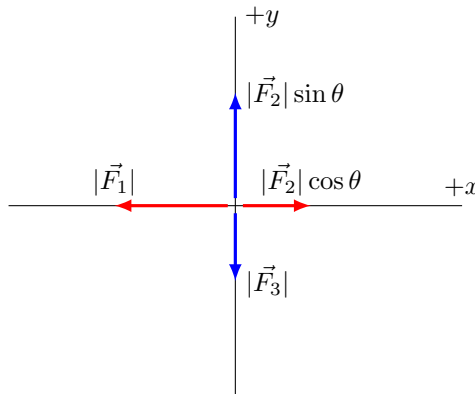


FIG. 4. 자유 물체 다이어그램

따라서 알짜일은 다음과 같다.

$$\begin{aligned} W &= \vec{F}_x \cdot \vec{d} = \left(-|\vec{F}_1| + |\vec{F}_2| \cos \theta \right) d \\ &= (-5.00 \text{ N} + (9.00 \text{ N}) \cos 60.0^\circ) (-3.00 \text{ m}) \\ &= 1.50 \text{ J} \end{aligned} \quad (12)$$

세 힘이 물체에 해준 알짜일은 1.50 J 이다.

(나) 외부에서 물체에 일을 해주었으므로 이 물체의 운동에너지는 증가하였다. 운동에너지의 변화량은 알짜일과 같으므로 1.50 J 만큼 증가하였다.

다른 풀이

식 (11) 을 이용하여 세 힘이 물체에 해준 알짜일은 각 힘이 물체에 해준 일의 합으로도 구할 수 있다. 즉,

$$W = \vec{F}_1 \cdot \vec{d} + \vec{F}_2 \cdot \vec{d} + \vec{F}_3 \cdot \vec{d}. \quad (13)$$

이 방법으로 알짜일을 구해보자. 각 힘과 변위가 이루는 각을 ϕ_1, ϕ_2, ϕ_3 이라 하면 힘 \vec{F}_1 가 물체에 한 일 W_1 은 다음과 같다.

$$\begin{aligned} W_1 &= \vec{F}_1 \cdot \vec{d} = |\vec{F}_1| |\vec{d}| \cos \phi_1 = (5.00 \text{ N})(3.00 \text{ m}) \cos 0^\circ \\ &= 15.0 \text{ J} \end{aligned} \quad (14)$$

같은 방법으로 힘 \vec{F}_2, \vec{F}_3 가 물체에 한 일 W_2, W_3 은,

$$\begin{aligned} W_2 &= |\vec{F}_2| |\vec{d}| \cos \phi_2 = (9.00 \text{ N})(3.00 \text{ m}) \cos 120^\circ \\ &= -13.5 \text{ J} \\ W_3 &= |\vec{F}_3| |\vec{d}| \cos \phi_3 = (3.00 \text{ N})(3.00 \text{ m}) \cos 90^\circ \\ &= 0 \text{ J} \end{aligned} \quad (15)$$

이다. 각 힘이 물체에 한 일을 모두 더하면 알짜일이 된다.

$$\begin{aligned} W &= W_1 + W_2 + W_3 = 15.0 \text{ J} - 13.5 \text{ J} + 0 \text{ J} \\ &= 1.50 \text{ J} \end{aligned} \quad (16)$$

문제 4 [10pt] 수평 바닥에 37.0° 의 각도로 122 N의 힘이 100 kg의 토막에 작용하여 토막이 5.00 m/s의 일정한 속력으로 수평바닥을 따라 끌려가고 있다. 힘이 토막에 한 일의 시간변화율은 얼마인가?

풀이 : 토막에 대한 자유 물체 다이어그램은 다음과 같다.

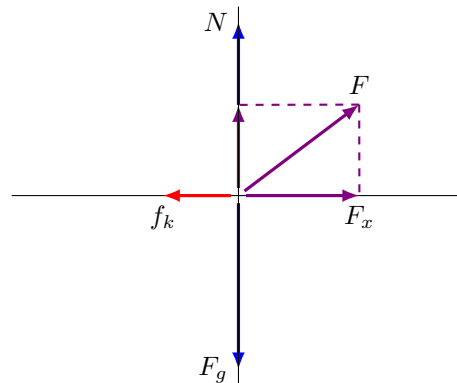


FIG. 5. 자유 물체 다이어그램

토막이 일정한 속력으로 수평바닥을 끌려가고 있으므로 수평 성분 만이 토막에 일을 해주었다. 힘이 토막에 한 일은 다음과 같다.

$$W = F d = F_x d = (F \cos \theta) d \quad (17)$$

이 토막은 등속도로 운동하므로,

$$d = vt, \quad W = (F \cos \theta) vt \quad (18)$$

이 일의 시간변화율은 이 일을 시간에 대해 미분한 값이다.

$$\begin{aligned} \frac{dW}{dt} &= (F \cos \theta) v \\ &= (122 \text{ N})(\cos 37.0^\circ)(5.00 \text{ m/s}) \\ &= 487 \text{ W} \end{aligned} \quad (19)$$

힘이 토막에 한 일의 시간변화율은 487 W 이다.