

# 물리학 I 2022년 1학기

숙제 3: 2차원 운동, 뉴턴의 운동법칙 (담당교수: 김현철)

제출기한: 2022년 3월 23일 수요일 오후 15:00시까지

문제 3. [20pt] 질량이  $m_1$ 인 공과 질량이  $m_2$ 인 상자가 질량을 무시해도 될만큼 가벼운 줄로 마찰이 없는 도르래에 걸린 채 연결되어 있다(그림 1). 질량  $m_2$ 인 상자는 평면과  $\theta$ 각을 이루고 있는 비탈면에 놓여있다 (비탈면과  $m_2$  상자 사이에는 마찰이 없다고 가정하라).

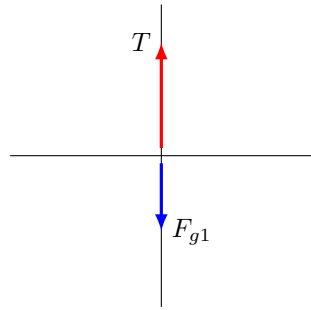
- (1) 이 두 물체의 가속도의 크기를 각각 구하고 줄에 걸리는 장력을 구하라.
- (2) 비탈면의 길이를  $l$ 이라고 하자. 물체  $m_2$ 가 최초에 비탈면의 맨 위 끝에 놓여 있었다면, 비탈면을 다 내려오는 데 걸린 시간은 얼마인가?

그림 1: 문제 3

풀이 :

- (1) 두 물체의 자유 물체 다이어그램을 그리고 각 물체에 대한 운동 방정식을 세우자.

물체  $m_1$  :



물체  $m_2$  :

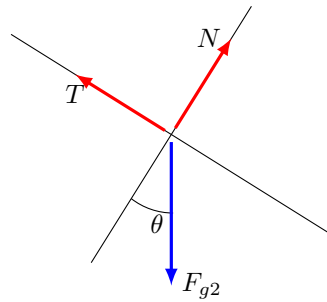


그림 2: 자유 물체 다이어그램

물체  $m_1$  에 대한 운동 방정식은,

$$\begin{aligned} \sum F_x &= 0 \\ \sum F_y &= T - F_{g1} = m_1 a, \end{aligned} \tag{1}$$

이다. 따라서 물체  $m_1$  의 가속도의 크기는,

$$a = \frac{T - F_{g1}}{m_1} \tag{2}$$

이다. 물체  $m_2$  에 대한 운동 방정식은,

$$\begin{aligned}\sum F_x &= F_{g2} \sin \theta - T = m_2 a \\ \sum F_y &= N - F_{g2} \cos \theta = 0,\end{aligned}\tag{3}$$

이다. 따라서 물체  $m_2$  의 가속도의 크기는,

$$a = \frac{F_{g2} \sin \theta - T}{m_2}\tag{4}$$

이다. 두 물체는 줄에 의해 연결되어 있으므로 두 물체의 가속도는 같다는 사실을 이용하여 장력의 크기를 구할 수 있다.

$$\frac{F_{g2} \sin \theta - T}{m_2} = \frac{T - F_{g1}}{m_1}, \quad T = \frac{m_2 F_{g1} + m_1 F_{g2} \sin \theta}{m_2 + m_1}.\tag{5}$$

$F_{g1} = m_1 g$ ,  $F_{g2} = m_2 g$  이므로 줄에 걸리는 장력은,

$$T = \frac{m_2 m_1 g + m_1 m_2 g \sin \theta}{m_2 + m_1} = \frac{m_1 m_2 g (1 + \sin \theta)}{m_2 + m_1}.\tag{6}$$

(2) 물체  $m_2$  에 걸리는 가속도의 크기는 물체가 빗면을 끝까지 내려올 때 까지 일정하다. 식 (2) 과 식 (6) 에 의해,

$$a = \frac{m_2 g (1 + \sin \theta)}{m_1 + m_2} - g = \frac{(m_2 \sin \theta - m_1) g}{m_1 + m_2}.\tag{7}$$

물체는 초기 속력이 0 인 등가속도 운동을 하므로 거리  $l$  만큼 움직이는데 걸린 시간은 다음과 같다.

$$l = \frac{1}{2} a t^2, \quad t = \sqrt{\frac{2l}{a}}\tag{8}$$

따라서 빗면을 다 내려오는데 걸린 시간은 다음과 같다.

$$t = \sqrt{\frac{2l}{a}} = \sqrt{\frac{2l(m_1 + m_2)}{(m_2 \sin \theta - m_1)g}}\tag{9}$$