

2022년 2학기 물리학 II

Hui-Jae Lee^{1,*} and 김현철^{†,‡}

¹*Hadron Theory Group, Department of Physics,
Inha University, Incheon 22212, Republic of Korea*
(Dated: Autumn Semester, 2022)

Quiz 19

문제 1 [50pt]. 어떤 금속의 일함수가 0.80 eV이다. 이 금속에 파장이 500 nm인 빛을 쏘었을 때 튀어나오는 전자에 대한 저지전압을 구하여라. 이때 튀어나오는 전자의 최대속력은 얼마인가?

풀이. 광전효과에 따르면 파장이 λ 인 빛의 에너지 E 는

$$E = h \frac{c}{\lambda} \quad (1)$$

이고 광전효과에 의해 방출된 전자의 일함수 Φ 와 전자의 운동에너지 K 는

$$\Phi + K = E = h \frac{c}{\lambda} \quad (2)$$

로 구할 수 있다. 이 때 h 와 c 는 각각 플랑크 상수와 빛의 속력이다. 저지전압 V_0 는 방출된 전자에 의한 전류를 0으로 만드는 전압이므로

$$eV_0 = K \quad (3)$$

가 성립한다. 저지전압 V_0 를 구하기 전에 전자의 운동에너지를 먼저 구해보면

$$\begin{aligned} K &= h \frac{c}{\lambda} - \Phi \\ &= (6.626 \times 10^{-34} \text{ J} \cdot \text{s}) \frac{(3 \times 10^8 \text{ m/s})}{(5.00 \times 10^{-7} \text{ m})} - 0.80 \text{ eV} = 1.68 \text{ eV} \end{aligned} \quad (4)$$

이다. 전자볼트(eV)가 전자 1개가 1V의 전위를 거슬러 올라갈 때 필요한 일의 양이므로 1 eV를 1V와 기본전하 e 의 곱으로 쓸 수 있다.

$$1 \text{ eV} = 1 \text{ V} \cdot e. \quad (5)$$

따라서 저지전압 V_0 는

$$V_0 = \frac{K}{e} = 1.68 \text{ V} \quad (6)$$

이고 전자의 최대속력 v 는

$$\begin{aligned} K &= \frac{1}{2}mv^2 \\ \Rightarrow v &= \sqrt{\frac{2K}{m}} = \sqrt{\frac{2 \times 1.68 \text{ eV}}{9.109 \times 10^{-31} \text{ kg}}} \\ &= 7.69 \times 10^5 \text{ m/s} \end{aligned} \quad (7)$$

이다.

[†] Office: 5S-436D (면담시간 매주 수요일-16:15~19:00)

^{*}Electronic address: hjlee6674@inha.edu

[‡]Electronic address: hchkim@inha.ac.kr

문제 2 [50pt]. 파장이 1 \AA 인 엑스선이 자유전자와 산란하였다. (가) 산란각이 90° 인 경우에 대해서 콤프턴 이동을 구하여라. (나) 이때 자유전자의 충돌 후 운동량과 운동에너지를 구하여라.
풀이.

(가) 콤프턴 이동 $\Delta\lambda$ 는 다음과 같이 주어진다.

$$\Delta\lambda = \frac{h}{m_0c}(1 - \cos\phi) \quad (8)$$

여기서 m_0 는 전자의 정지 질량, ϕ 는 엑스선의 산란각이다. $m_0 = 9.109 \times 10^{-31} \text{ kg}$ 이고 $\phi = 90^\circ$ 이므로 $\Delta\lambda$ 는

$$\begin{aligned} \Delta\lambda &= \frac{(6.626 \times 10^{-34} \text{ J} \cdot \text{s})}{(9.109 \times 10^{-31} \text{ kg})(3 \times 10^8 \text{ m/s})}(1 - \cos 90^\circ) \\ &= 2.425 \times 10^{-2} \text{ \AA} \end{aligned} \quad (9)$$

이다.

(나) 엑스선의 산란 전 에너지와 산란 후 에너지를 각각 E , E' 이라 하고 전자의 운동에너지를 K 라 하면 에너지 보존 법칙에 의해

$$E = E' + K \quad (10)$$

가 성립하고 광전효과로부터 엑스선의 에너지를 엑스선의 파장에 대해 쓸 수 있다.

$$\frac{hc}{\lambda} = \frac{hc}{\lambda + \Delta\lambda} + K. \quad (11)$$

따라서 자유전자의 충돌 후 운동에너지 K 는

$$\begin{aligned} K &= \frac{hc}{\lambda} - \frac{hc}{\lambda + \Delta\lambda} \\ &= (9.109 \times 10^{-31} \text{ kg})(3 \times 10^8 \text{ m/s}) \left(\frac{1}{1 \text{ \AA}} - \frac{1}{1.024 \text{ \AA}} \right) \\ &= 6.405 \times 10^{-14} \text{ J} \end{aligned} \quad (12)$$

이다. 전자의 운동량 p 를 성분별로 구해보자. 엑스선이 y 축 방향으로 완전히 산란되었기 때문에 운동량 보존 법칙에 의하면 전자의 x 축 운동량은 산란 전 엑스선의 운동량과 같고 전자의 y 축 운동량은 산란 후 엑스선의 운동량과 같다. 즉,

$$p_x = \frac{h}{\lambda}, \quad p_y = \frac{h}{\lambda + \Delta\lambda} \quad (13)$$

이다. 따라서,

$$\begin{aligned} p_x &= \frac{6.626 \times 10^{-34} \text{ J} \cdot \text{s}}{1 \text{ \AA}} = 6.626 \times 10^{-24} \text{ kg} \cdot \text{m/s}, \\ p_y &= \frac{6.626 \times 10^{-34} \text{ J} \cdot \text{s}}{1.024 \text{ \AA}} = 6.471 \times 10^{-24} \text{ kg} \cdot \text{m/s} \end{aligned} \quad (14)$$

으로 운동량을 각 성분별로 구할 수 있고 운동량의 크기 p 는

$$\begin{aligned} p &= \sqrt{p_x^2 + p_y^2} = \sqrt{(6.626 \times 10^{-24} \text{ kg} \cdot \text{m/s})^2 + (6.471 \times 10^{-24} \text{ kg} \cdot \text{m/s})^2} \\ &= 9.262 \times 10^{-24} \text{ kg} \cdot \text{m/s} \end{aligned} \quad (15)$$

으로 구할 수 있다.

문제 3 [50pt]. 나트륨 표면을 이용하는 광전효과 실험에서 파장이 300 nm 일 때 정지 퍼텐셜(stopping potential)이 1.85 V , 파장이 400 nm 일 때 0.820 V 였다. 이 데이터로부터

- (가) 플랑크 상수의 값을 구하여라.
 (나) 나트륨의 일함수 Φ 를 구하여라.
 (다) 나트륨에 대한 문턱 파장 λ 를 구하여라.

풀이.

- (가) 입사한 빛의 파장을 λ 라 하면 정지 퍼텐셜 V_0 는

$$eV_0 = \frac{hc}{\lambda} - \Phi \quad (16)$$

이고 Φ 는 나트륨의 일함수이다. 첫번째 데이터의 파장과 정지 퍼텐셜을 λ_1 , $V_{0,1}$ 이라 하고 두번째 데이터의 파장과 정지 퍼텐셜을 λ_2 , $V_{0,2}$ 이라 하자. 식 (16)에 두 데이터를 대입하고 Φ 가 일정함을 이용해 두 식을 연립하면

$$\begin{aligned} e(V_{0,1} - V_{0,2}) &= hc \left(\frac{1}{\lambda_1} - \frac{1}{\lambda_2} \right) \\ \Rightarrow h &= \frac{e(V_{0,1} - V_{0,2})}{c} \left(\frac{\lambda_1 \lambda_2}{\lambda_2 - \lambda_1} \right) \end{aligned} \quad (17)$$

를 얻을 수 있다. 값을 대입하여 플랑크 상수를 구해보면

$$\begin{aligned} h &= \frac{(1.60218 \times 10^{-19} \text{ C})((1.85 \text{ V}) - (0.820 \text{ V}))}{3 \times 10^8 \text{ m/s}} \left(\frac{(300 \text{ nm})(400 \text{ nm})}{(400 \text{ nm}) - (300 \text{ nm})} \right) \\ &= 6.60 \times 10^{-34} \text{ J} \cdot \text{s} \end{aligned} \quad (18)$$

으로 실제 플랑크 상수 $h = 6.626 \times 10^{-34} \text{ J} \cdot \text{s}$ 와 0.3924 %의 상대오차를 보인다.

- (나) 플랑크 상수의 참값 $h = 6.626 \times 10^{-34} \text{ J} \cdot \text{s}$ 을 이용해 식 (16)로부터 나트륨의 일함수를 구해보자. 첫번째 데이터를 대입하면

$$\begin{aligned} \Phi &= \frac{(6.626 \times 10^{-34} \text{ J} \cdot \text{s})(3 \times 10^8 \text{ m/s})}{(300 \text{ nm})} - (1.60218 \times 10^{-19} \text{ C})(1.85 \text{ V}) \\ &= 2.29 \text{ eV} \end{aligned} \quad (19)$$

$\Phi = 2.29 \text{ eV}$ 이고 두번째 데이터를 대입하면

$$\begin{aligned} \Phi &= \frac{(6.626 \times 10^{-34} \text{ J} \cdot \text{s})(3 \times 10^8 \text{ m/s})}{(400 \text{ nm})} - (1.60218 \times 10^{-19} \text{ C})(0.820 \text{ V}) \\ &= 2.28 \text{ eV} \end{aligned} \quad (20)$$

$\Phi = 2.28 \text{ eV}$ 이다. 따라서 나트륨의 일함수는 2.28 eV임을 알 수 있다.

- (다) 나트륨의 문턱 파장 λ_0 는 정지 퍼텐셜이 0 eV일 때 파장으로 식 (16)로부터

$$\lambda_0 = \frac{hc}{\Phi} = \frac{(6.626 \times 10^{-34} \text{ J} \cdot \text{s})(3 \times 10^8 \text{ m/s})}{2.28 \text{ eV}} = 5.44 \times 10^{-7} \text{ m} \quad (21)$$

문턱 파장 $5.44 \times 10^{-7} \text{ m}$ 를 얻을 수 있다.

문제 4 [50pt]. 전자와 양성자에 대한 콤프턴 파장을 구하여라. 전자와 양성자의 콤프턴 파장과 같으려면 광자의 에너지는 각각 얼마나 되어야 하는가? (전자의 질량은 $m_e = 0.511 \text{ MeV}/c^2$, 양성자의 질량은 $M_p = 938.27 \text{ MeV}/c^2$ 이다. $hc = 197.33 \text{ MeV} \cdot \text{fm}$ 를 이용하여라. $\hbar h/2\pi$ 이다.)

풀이. 콤프턴 파장 λ 는 다음과 같이 주어진다.

$$\lambda = \frac{h}{mc}. \quad (22)$$

전자의 콤프턴 파장 λ_e 는

$$\lambda_e = \frac{2\pi\hbar}{m_e c} = \frac{2\pi\hbar c}{m_e c^2} = \frac{2\pi(197.33 \text{ MeV} \cdot \text{fm})}{0.511 \text{ MeV}} = 2.430 \text{ fm} \quad (23)$$

이고 양성자의 콤프턴 파장 λ_p 는

$$\lambda_p = \frac{2\pi\hbar c}{m_p c^2} = \frac{2\pi(197.33 \text{ MeV} \cdot \text{fm})}{938.27 \text{ MeV}} = 1.3214 \text{ fm} \quad (24)$$

과 같다. 광자의 에너지 E 는 파장에 대해

$$E = \frac{hc}{\lambda} \quad (25)$$

와 같으므로 전자의 콤프턴 파장과 같으려면

$$E_e = \frac{2\pi\hbar c}{\lambda_e} = m_e c^2 = 0.511 \text{ MeV} \quad (26)$$

광자의 에너지가 0.511 MeV와 같아야 하고 양성자의 콤프턴 파장과 같으려면

$$E_p = \frac{2\pi\hbar c}{\lambda_p} = m_p c^2 = 938.27 \text{ MeV} \quad (27)$$

광자의 에너지가 938.27 MeV와 같아야 한다.