2020년 2학기 물리학 II

Hui-Jae Lee,[1,*] Byeong-woo Han,[1,†] and 김현철[‡1,§]

[1]*Hadron Theory Group, Department of Physics, Inha University, Incheon 22212, Republic of Korea*

(Dated: Autumn Semester, 2020)

Due date: 2020년 9월 14일 15:25-16:15

Quiz 5

문제 1 [20pt]. 반지름이 r이고 길이가 L인 원통형 구리 도선이 있다. 부피를 일정하게 유지한 채로 이 도선을 늘려 길이가 두 배가 되었다면, 저항은 처음의 몇 배가 되었는가?

풀이 : 길이가 L이고 단면적이 A인 도선의 저항 R은 길이에 비례하고 단면적에 반비례한다. 즉,

$$R = \rho\frac{L}{A} \tag{1}$$

이고 ρ은 도선의 비저항이다. 처음 저항을 R_0, 처음 반지름을 r_0라 하자. R_0는

$$R_0 = \rho\frac{L}{\pi r_0^2} \tag{2}$$

로 쓸 수 있는데 길이를 2배로 늘리고 부피를 유지했다면 반지름이 변했을 것이다. 변한 반지름 r은 부피를 유지했다는 사실로부터 얻을 수 있다.

$$\pi r_0^2 L = \pi r^2(2L) \Longrightarrow r = \frac{1}{\sqrt{2}}r_0. \tag{3}$$

따라서 변한 저항 R은 다음과 같다.

$$R = \rho\frac{2L}{\pi r^2} = \rho\frac{4L}{\pi r_0^2} = 4R_0. \tag{4}$$

길이를 2배로 늘리고 부피를 유지하면 저항은 4배 증가한다.

문제 2 [20pt]. 반지름이 a인 도체공을 중심이 같고 반지름이 b $(b > a)$이고 비저항이 ρ인 물질로 만들어진 공을 감싸고 있다. 이 두 공 사이의 저항을 구하여라.

풀이 : 두 공 사이의 저항을 구하기 위해 먼저 두 공 사이에 놓여진 미소 구껍질을 생각하자. 이 미소 구껍질은 두 공과 중심이 같고 반지름이 r이며 두께는 dr이다. 이 미소 구껍질 사이의 미소 저항을 구한다면, 미소 저항을 거리 a부터 b까지 적분하여 반지름이 a인 공과 반지름이 b인 공 사이의 저항을 알아낼 수 있다. 미소 구껍질의 면적은 $4\pi r^2$이므로 미소저항 dR은

$$dR = \rho\frac{dr}{4\pi r^2} \tag{5}$$

---

‡ Office: 5S-436D (면담시간 매주 수요일-16:15∼19:00)
*Electronic address: hjlee6674@inha.edu
†Electronic address: 12191964@inha.edu
§Electronic address: hchkim@inha.ac.kr

으로 쓸 수 있다. 양변을 적분하면

$$\int dR = \int_a^b \rho \frac{dr}{4\pi r^2} = \frac{\rho}{4\pi}\int_a^b \frac{1}{r^2}\,dr = \frac{\rho}{4\pi}\left(-\frac{1}{r}\right)\Bigg|_a^b = \frac{\rho}{4\pi}\left(-\frac{1}{b}+\frac{1}{a}\right)$$
$$= \frac{\rho(b-a)}{4\pi ab} \tag{6}$$

을 얻는다. 즉, 두 공 사이의 저항은 $\frac{\rho(b-a)}{4\pi ab}$이다.

문제 3 [20pt]. 저항값이 R인 저항이 달려 있는 단일고리 회로에 5.0 A의 전류가 흐르고 있다. 여기에 직렬로 저항이 $5.0\,\Omega$인 저항소자를 직렬로 회로에 연결하자 전류가 4.0 A로 낮아졌다. R 값을 구하여라.

풀이 : 처음 전압, 전류, 저항을 각각 V, $I = 5.0$ A, R이라고 하면 옴의 법칙에 의해 다음이 성립한다.

$$V = IR. \tag{7}$$

여기에 저항 $R' = 5.0\,\Omega$를 직렬로 연결하였으므로 변한 전압 V'와 전류 $I' = 4.0$ A는 다시 옴의 법칙을 만족한다. 즉,

$$V' = I'(R + R') \tag{8}$$

이다. 저항을 추가로 연결한다고 회로의 전압이 달라지지는 않으므로 $V = V'$이고 식 (7)과 식 (8)로부터

$$IR = I'(R+R') \Longrightarrow R = \frac{I'}{I+I'}R' = \frac{4.0\ \text{A}}{5.0\ \text{A} + 4.0\ \text{A}}(5.0\ \Omega) = 2.2\ \Omega \tag{9}$$

를 얻는다. 따라서 처음 저항 R은 2.2 Ω이다.

문제 4 [20pt]. 그림 1은 번개가 치는 날 나무 옆에 있으면 왜 안 되는지 보여준다. 나무에 낙뢰가 떨어지면, 나무껍질을 타고 번개전류가 흐른다. 그런데 번개전류가 나무껍질 중에서 물기가 없는 부분에 도달하면 전류 중 일부분이 습기가 높은 공기 중으로 새어나가 옆에 서 있는 사람에게로 흘러간다. 사람은 습도가 높은 공기에 비해 전도도가 훨씬 높아서 그렇다. 이때 나무와 사람 사이의 거리가 d이고, 사람의 키가 h라고 하면, 번개전류의 일부분이 나무에서 사람으로 d만큼 거리를 흐르고, 다시 사람을 따라 h만큼 높이를 흘러 바닥으로 간다고 하자. 만약에 $d/h = 0.400$이고, 총전류는 $I = 5\,000$ A라고 하면, 사람을 지나는 전류는 얼마인가?

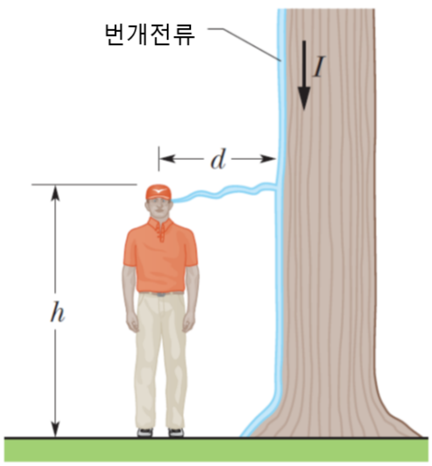

FIG. 1: **문제 4**

풀이 : 저항 R은

$$R = \rho\frac{A}{l} = \frac{1}{\sigma}\frac{A}{l} \tag{10}$$

이고 이동한 거리에 반비례한다. 사람의 전기전도도가 훨씬 높으므로 사람의 저항 R_h을 0라고 가정하자. 또한 나무껍질의 습도가 높은 공기를 타고 전류가 내려가므로 전기전도도는 σ로 같다. 따라서 넓이 A는 매우 작으므로 같다고 가정한다. d로 이동한 거리가 수평이라고 가정할 때, 먼저 거리가 h인 저항R_h와 거리가 d인 저항R_d와의 비는 다음과 같다.

$$\frac{R_h}{R_d} = \frac{d}{h} = 0.400 \tag{11}$$

이제 사람을 지나는 전류를 구하기 위해 옴의 법칙을 이용하자. 처음 전압을 V, 땅의 전압을 0 V라 가정하고 사람을 따라 땅까지 흐르는 전류를 I_d, 나무껍질을 따라 땅까지 흐르는 전류를 I_h라고 하자. 전하량 보존법칙에 의해서 다음이 성립한다.

$$I = I_d + I_h. \tag{12}$$

또한, 두 저항이 병렬로 연결되있으므로, 옴의 법칙에 의해 다음이 성립한다.

$$\begin{aligned} I_h &= \frac{V}{R_h}, \\ I_d &= \frac{V}{R_d}. \end{aligned} \tag{13}$$

식 (13)을 식 (12)에 대입하면 다음과 같은 결과를 얻을 수 있다.

$$\begin{aligned} I &= V\left(\frac{1}{R_d} + \frac{1}{R_h}\right) \\ &= \frac{V}{R_h}\left(1 + \frac{R_h}{R_d}\right) \end{aligned} \tag{14}$$

식 (13)과 $I = 5\,000$ A, $R_h/R_d = 0.400$을 대입하면

$$5000 \text{ A} = 1.40 I_h \Longrightarrow I_h = \frac{5000}{1.40} \text{ A} \tag{15}$$

이다. 즉, 사람에게 흐르는 전류 I_h는

$$I_h = 3570 \text{ A} \tag{16}$$

으로 사람에게는 3570 A만큼의 전류가 흐르게 된다.

문제 5 [20pt]. 그림 2처럼 a와 b 사이에 똑같이 생긴 저항 다섯 개가 연결되어 있을 때, 등가저항을 구하여라.

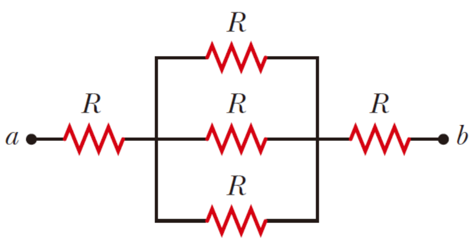

FIG. 2: **문제 5**

풀이 : 먼저 회로의 가운데에 있는 세 병렬저항들의 합성저항을 구하자. 세 개의 병렬저항 R_j의 합성저항 R_{eq}는 다음과 같이 쓸 수 있다.

$$\frac{1}{R_{eq}} = \sum_{j=1}^{N} \frac{1}{R_j}. \tag{17}$$

여기서, $N = 3,\ R_1 = R_2 = R_3 = R$이므로

$$\begin{aligned} \frac{1}{R_{eq}} &= \sum_{j=1}^{N} \frac{1}{R_j} \\ &= \frac{1}{R} + \frac{1}{R} + \frac{1}{R} \\ &= \frac{3}{R} \end{aligned} \tag{18}$$

이다. 따라서

$$R_{eq} = \frac{R}{3} \tag{19}$$

를 얻는다. 이제 전체 합성저항들을 구하자. 가운데 합성저항이 양 옆의 저항과 직렬로 연결되어 있으므로 세 직렬저항 R'_j의 합성저항 R'_{eq}는 다음과 같이 쓸 수 있다.

$$R'_{eq} = \sum_{j=1}^{N} R'_j. \tag{20}$$

여기서, $N = 3,\ R'_1 = R'_3 = R,\ R'_2 = R_{eq} = R/3$이므로,

$$\begin{aligned} R'_{eq} &= R + \frac{R}{3} + R \\ &= \frac{7}{3} R \end{aligned} \tag{21}$$

이다. 따라서 총 합성저항 R'_{eq}는

$$R'_{eq} = \frac{7}{3} R \tag{22}$$

이다.