2022년 2학기 물리학 II

Byeong-woo Han,[1,*] Hui-Jae Lee,[1,†] and 김현철[‡1,§]

[1] *Hadron Theory Group, Department of Physics, Inha University, Incheon 22212, Republic of Korea*

(Dated: Autumn Semester, 2022)

Quiz 10

문제 1 [20pt]: 그림 1과 같이 간격이 $d = 1.00$ m인 2개의 긴 직선 도선에 지면에서 나오는 방향으로 각각 전류 $I_1 = 0.600$ A와 $I_2 = 0.400$ A가 흐른다. 두 직선 도선 사이에 작용하는 단위길이당 힘의 크기와 방향을 구하여라. 이때 두 직선 도선 사이에 전류가 흐르는 제3의 도선을 두었을 때 이 도선이 받는 힘의 합력이 0이 되는 x축상의 위치는 어느 곳인가?

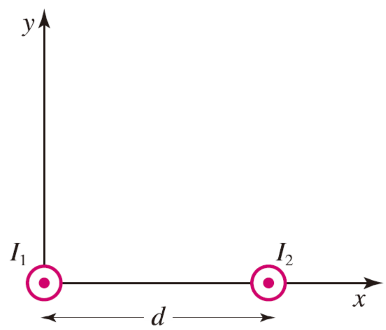

FIG. 1: **문제 1**

풀이 : 우선 두 직선 도선 사이에 작용하는 단위길이당 힘의 크기를 구하자. 도선의 길이를 L이라 하면 비오-사바르 법칙에 의해 두 도선이 서로에 의해 받는 힘 $\vec{F}_{12}$와 $\vec{F}_{21}$은

$$\vec{F}_{12} = I_1\vec{L} \times \vec{B}_2, \;\; \vec{F}_{21} = I_2\vec{L} \times \vec{B}_1 \tag{1}$$

이다.$\vec{F}_{12}$는 전류 I_1이 흐르는 도선이 받는 힘이고 $\vec{F}_{21}$는 전류 I_2가 흐르는 도선이 받는 힘이다. 전류의 방향이 $\hat{\boldsymbol{k}}$이므로 도선의 길이에 대한 벡터 $\vec{L}$은

$$\vec{L} = L\;\hat{\boldsymbol{k}} \tag{2}$$

이고 자기장 $\vec{B}_1$과 $\vec{B}_2$는 각각 직선 도선에 흐르는 전류 I_1, I_2에 의해 생성되는 자기장이므로

$$\vec{B}_1 = \frac{\mu_0 I_1}{2\pi d}\hat{\boldsymbol{\phi}}, \;\; \vec{B}_2 = \frac{\mu_0 I_2}{2\pi d}\hat{\boldsymbol{\phi}} \tag{3}$$

인데 각 도선의 위치에 작용하는 자기장의 방향을 고려하면 $\hat{\boldsymbol{\phi}}$는 $\hat{\boldsymbol{j}}$에 평행하다. 따라서

$$\vec{B}_1 = \frac{\mu_0 I_1}{2\pi d}\;\hat{\boldsymbol{j}}, \;\; \vec{B}_2 = -\frac{\mu_0 I_2}{2\pi d}\;\hat{\boldsymbol{j}} \tag{4}$$

---

‡ Office: 5S-436D (면담시간 매주 수요일-16:15∼19:00)
*Electronic address: 12191964@inha.edu
†Electronic address: hjlee6674@inha.edu
§Electronic address: hchkim@inha.ac.kr

로 쓸 수 있다. 따라서 각 도선에 작용하는 힘 $\vec{F}_{12}$, $\vec{F}_{21}$은

$$\vec{F}_{12} = \frac{\mu_0 I_1 I_2 L}{2\pi d}\ \hat{\boldsymbol{i}},\ \ \vec{F}_{21} = -\frac{\mu_0 I_1 I_2 L}{2\pi d}\ \hat{\boldsymbol{i}} \tag{5}$$

이고 단위길이당 힘의 크기는

$$\begin{aligned} \frac{\vec{F}_{12}}{L} &= \frac{\mu_0 I_1 I_2}{2\pi d}\ \hat{\boldsymbol{i}},\ \ \frac{\vec{F}_{21}}{L} = -\frac{\mu_0 I_1 I_2}{2\pi d}\ \hat{\boldsymbol{i}} \\ \frac{\mu_0 I_1 I_2}{2\pi d} &= \frac{(4\pi \times 10^{-7}\ \mathrm{T\cdot m/A})(0.600\ \mathrm{A})(0.400\ \mathrm{A})}{2\pi(1.00\ \mathrm{m})} = 4.8 \times 10^{-8}\ \mathrm{N} \end{aligned} \tag{6}$$

4.8×10^{-8} N이며 방향은 각 도선을 끌어당기는 방향이다. 이제 제 3의 도선을 두었을 때 힘의 합력이 0인 x축 상의 위치를 구해보자. 전류는 지면에서 나오는 방향으로 흐른다고 가정한다. x축 위 두 도선 사이인 $x = x_0$에 위치한 제 3의 도선에 전류 I_3이 흐르고 있을 때 전류 I_1이 흐르는 도선에 의한 힘 $\vec{F}_1$과 전류 I_2가 흐르는 도선에 의한 힘 $\vec{F}_2$는

$$\vec{F}_1 = \frac{\mu_0 I_1 I_3 L}{2\pi x_0}\ \hat{\boldsymbol{i}},\ \ \vec{F}_2 = -\frac{\mu_0 I_2 I_3 L}{2\pi(d - x_0)}\ \hat{\boldsymbol{i}} \tag{7}$$

이고 도선이 받는 힘의 합력이 0이 되어야 하므로

$$\vec{F}_1 + \vec{F}_2 = \vec{0} \Longrightarrow \frac{\mu_0 I_1 I_3 L}{2\pi x_0} = \frac{\mu_0 I_2 I_3 L}{2\pi(d - x_0)} \tag{8}$$

를 만족하는 x_0를 찾아야 한다. 식을 정리하면

$$\frac{I_1}{x_0} = \frac{I_2}{d - x_0} \Longrightarrow x_0 = \frac{I_1 d}{I_1 + I_2} = \frac{(0.600\ \mathrm{A})(1.00\ \mathrm{m})}{(0.600\ \mathrm{A} + 0.400\ \mathrm{A})} = 0.600\ \mathrm{m} \tag{9}$$

를 얻는다. 따라서 도선이 받는 힘의 합력이 0이 되는 위치는 0.600 m이다.

문제 2 [30pt]: 구름과 땅 사이에 수직으로 벼락이 칠 때 순간적으로 1.00×10^4 A의 전류가 흐른다고 한다. 벼락으로부터 100.0 m 떨어진 산 위에서 벼락에 의해 순간적으로 형성되는 자기장의 크기를 계산하라.

풀이 : 구름과 땅 사이에 수직으로 벼락이 치는 것을 수직으로 무한히 긴 직선도선이 있는 것으로 생각할 수 있다. 그렇다면 벼락에 의한 자기장을 앙페르 법칙으로 구할 수 있다. 앙페르 법칙은 다음과 같다.

$$\oint_C \vec{B} \cdot d\vec{l} = \mu_0 I_{enc} \tag{10}$$

벼락과 중심을 공유하고 반지름이 r인 원을 앙페르 고리로 생각하자. 그렇다면 식 10의 좌변의 적분은 다음과 같다.

$$\oint_C \vec{B} \cdot d\vec{l} = 2\pi r B \tag{11}$$

식 10에서 $I_{enc} = I$ 이므로, 앙페르 법칙으로 구한 자기장의 크기는

$$\begin{aligned} 2\pi r B &= \mu_0 I \\ B &= \frac{\mu_0 I}{2\pi r} \end{aligned} \tag{12}$$

이다. 여기서 $r = 100.0$ m, $I = 1.00 \times 10^4$ A, $\mu_0 \approx 1.256 \times 10^{\grave{}6}\ \mathrm{N \cdot A^{-2}}$이므로,

$$\begin{aligned} B &= \frac{\mu_0 I}{2\pi r} \\ &= \frac{1.256 \times 10^{\grave{}6}\ \mathrm{N\cdot A^{-2}} \times 1.00 \times 10^4\ \mathrm{A}}{2\pi \times 100.0\ \mathrm{m}} \\ &= 0.200\ \mathrm{T} \end{aligned} \tag{13}$$

이다.

문제 3 [50pt]: 반지름이 6.00 cm인 원형 회로의 면에 수직으로 통과하는 균일한 자기장이 0.0100 s 동안에 5.30 T에서 0 T까지 일정한 비율로 변하였다. 그동안 회로에 유도되는 기전력을 구하여라.
풀이 : 폐회로를 지나는 자기장이 일정한 비율로 변할 때, 회로의 유도되는 기전력은 패러데이 법칙으로 구할 수 있다. 패러데이법칙은 다음과 같다.

$$\mathcal{E} = -\frac{d\Phi_B}{dt} \tag{14}$$

여기서 Φ_B는 자기선속이다. 반지름이 r인 원형회로를 통과하는 균일한 자기장 B가 있을 때, 자기선속 Φ_B는 다음과 같다.

$$\Phi_B = \pi r^2 B \tag{15}$$

그런데 자기장이 시간 t동안 일정한 비율로 변하므로 dB/dt는 상수이고, 원형 회로의 넓이가 바뀌지 않으므로 자기선속의 변화량 $d\Phi_B/dt$는

$$\begin{aligned} \frac{d\Phi_B}{dt} &= \pi r^2 \frac{dB}{dt} \\ &= \pi r^2 \frac{\Delta B}{\Delta t} \end{aligned} \tag{16}$$

따라서, 유도되는 기전력은

$$\mathcal{E} = -\pi r^2 \frac{\Delta B}{\Delta t} \tag{17}$$

이다. $\Delta B = 0\ \text{T} - 5.30\ \text{T} = -5.30\ \text{T}$이고, $\Delta t = 0.0100\ \text{s}$, $r = 6.00\ \text{cm} = 0.06\ \text{m}$이므로 기전력을 구하면,

$$\begin{aligned} \mathcal{E} &= -\pi r^2 \frac{\Delta B}{\Delta t} \\ &= \pi (0.06\ \text{m})^2 \frac{5.30\ \text{T}}{0.0100\ \text{s}} \\ &\approx 5.99\ \text{V} \end{aligned} \tag{18}$$

이다.

문제 4 [50pt]: 각 변의 길이가 2.00 m인 정사각형 고리 전류가 그림 2에서처럼 대각선으로 절반만 자기장에 수직한 면에 놓여있다. 이 고리에는 기전력이 $\mathcal{E}_{\text{emf}}$인 이상적인 배터리가 연결되어 있다. 자기장은 시간에 대해 $B = 0.02420 - 0.820t$와 같이 변한다. 여기서 B의 단위는 테슬라이고, 시간은 초로 주어진다.

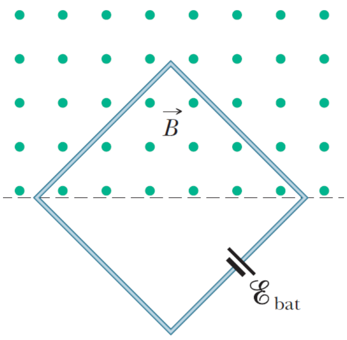

FIG. 2: **문제 4**

(가) 이 도선에 가해지는 알짜 기전력은 얼마인가?

(나) 이 고리를 흐르는 전류는 어떤 방향으로 흐르는가?

풀이 :

(가) 도선 내 자기장이 시간에 따라 줄어들기 때문에 렌츠의 법칙에 의해 도선에는 자기장이 증가하도록 하는 방향인 반시계 방향으로 기전력이 생성된다. 도선 고리 안을 통과하는 자기장의 선속을 Φ_B라고 하면 기전력의 크기 $\mathcal{E}$는

$$\mathcal{E} = -\frac{d\Phi_B}{dt} = -A\frac{dB}{dt} \tag{19}$$

이다. 여기서 A는 자기장이 통과하는 면적이고 B는 자기장의 크기이다. $\mathcal{E}$를 구해보면

$$\mathcal{E} = (-2.00\ \mathrm{m}^2)\frac{d(0.02420 - 0.820t\ \mathrm{T})}{dt} = 1.64\ \mathrm{T}\cdot\mathrm{m}^2/\mathrm{s} = 1.64\ \mathrm{V} \tag{20}$$

이고 이상적인 배터리의 기전력 $\mathcal{E}_{\mathrm{emf}}$ 또한 시계 반대 방향의 기전력을 생성하므로 알짜 기전력 $\mathcal{E}_{tot}$는

$$\mathcal{E}_{tot} = \mathcal{E} + \mathcal{E}_{\mathrm{emf}} = 1.64\ \mathrm{V} + \mathcal{E}_{\mathrm{emf}} \tag{21}$$

이다.

(나) 기전력이 시계 반대 방향으로 발생하므로 전류 또한 기전력을 따라 시계 반대 방향으로 흐른다.