2022년 1학기 물리학 I: Quiz 2

김현철[a1,†] and Hwi-Jae Lee[1,‡]

[1] *Hadron Theory Group, Department of Physics,*
Inha University, Incheon 22212, Republic of Korea

(Dated: Spring semester, 2022)

Abstract

주의: 단 한 번의 부정행위도 절대 용납하지 않습니다. 적발 시, 학점은 F를 받게 됨은 물론이고, 징계위원회에 회부합니다. One strike out임을 명심하세요.

문제는 다음 쪽부터 나옵니다.

Date: 2022년 2월 28일 (월) 15:30-16:15

학번: **이름:**

[a] Office: 5S-436D (면담시간 매주 화요일-16:00∼20:00)
[†] hchkim@inha.ac.kr
[‡] hjlee6674@inha.edu

문제 1. 다음 측정값들의 유효숫자의 자리수를 정하여라.

(가) 2.008 m

(나) 9.06 cm

(다) 17.097 kg

(라) 0.017 μs

풀이:

(가) 숫자 중간에 있는 0 은 유효하므로, 유효숫자의 개수는 4개 이다.$(2, 0, 0, 8)$

(나) (가) 와 같은 이유로, 유효숫자의 개수는 3개 이다.$(9, 0, 6)$

(다) (가) 와 같은 이유로, 유효숫자의 개수는 5개 이다.$(1, 7, 0, 9, 7)$

(라) 숫자의 첫머리 0은 유효하지 않으므로, 유효숫자의 개수는 2개 이다.$(1, 7)$

[문제 풀이 쪽]

문제 2. 측정한 각 변의 길이가 각각 $a = (3.265 \pm 0.003)$ cm, $b = (12.356 \pm 0.002)$ cm 이고, 두께가 $d = (0.652 \pm 0.005)$ cm인 판이 있다. 유효숫자를 고려하여 이 판의 부피를 구하여라.

풀이: 판의 부피는 a, b, d 를 모두 곱한 값이다. 곱셈과 나눗셈에서 유효수자의 계산은 주어진 수를 곱한 다음, 유효숫자 중에서 가장 작은 값과 유효숫자가 같아야 한다. a, b, d 중, 유효숫자가 가장 작은 값은 d 로 3개 이다.

주어진 범위 하에 계산한 부피의 최솟값은 다음과 같다.

$$((3.265 - 0.003) \times (12.356 - 0.002) \times (0.652 - 0.005))\text{cm}^3 = (3.262 \times 12.354 \times 0.647)\text{cm}^3$$
$$= 26.1\text{cm}^3$$

주어진 범위 하에 계산한 부피의 최댓값은 다음과 같다.

$$((3.265 + 0.003) \times (12.356 + 0.002) \times (0.652 + 0.005))\text{cm}^3 = (3.268 \times 12.358 \times 0.657)\text{cm}^3$$
$$= 26.5\text{cm}^3$$

따라서, 이 판의 부피는 다음과 같다.

$$(26.3 \pm 2)\text{cm}^3$$

[문제 풀이 쪽]

문제 3. $\vec{A} = (1, -1, 2)$, $\vec{B} = (-1, 1, 3)$일 때 다음을 계산하여라.

(가) $\vec{A} + \vec{B}$

(나) $\vec{A} - 2\vec{B}$

(다) $\vec{A} \cdot \vec{B}$

(라) $\vec{A} \times \vec{B}$

풀이:

(가) 벡터의 덧셈은 각 성분끼리 더하는 연산이다. 계산과정은 다음과 같다.

$$\vec{A} + \vec{B} = (1, -1, 2) + (-1, 1, 3) = (0, 0, 5)$$

(나) 벡터의 뺄셈은 각 성분끼리 빼는 연산이다. 계산과정은 다음과 같다.

$$\vec{A} - 2\vec{B} = (1, -1, 2) - 2(-1, 1, 3) = (1, -1, 2) - (-2, 2, 6) = (3, -3, -4)$$

(다) 벡터의 스칼라곱은 결과가 스칼라인 연산이다. 계산과정을 다음과 같다.

$$\vec{A} \cdot \vec{B} = (1 \cdot (-1)) + ((-1) \cdot 1) + (2 \cdot 3) = -1 + -1 + 6 = 4$$

(라) 벡터의 벡터곱은 결과가 새로운 벡터인 연산이다. 계산과정은 다음과 같다.

$$(\vec{A} \times \vec{B})_i = (((-1) \times 3) - (2 \times 1)) = -5$$
$$(\vec{A} \times \vec{B})_j = (2 \times (-1) - (1 \times 3)) = -5$$
$$(\vec{A} \times \vec{B})_k = ((1 \times 1) - ((-1) \times (-1))) = 0$$

따라서, 연산의 결과는 다음과 같다.

$$\vec{A} \times \vec{B} = (-5, -5, 0)$$

[문제 풀이 쪽]

문제 4 [10pt] 스칼라곱의 정의

$$\begin{aligned}\vec{a}\cdot\vec{b} &= ab\cos\theta \\ &= a_x b_x + a_y b_y + a_z b_z \end{aligned} \tag{1}$$

를 이용해서 아래에 주어진 두 벡터

$$\begin{aligned}\vec{a} &= 3.0\hat{\boldsymbol{i}} + 2.0\hat{\boldsymbol{j}} + 3.0\hat{\boldsymbol{k}}, \\ \vec{b} &= 2.0\hat{\boldsymbol{i}} + 1.0\hat{\boldsymbol{j}} + 3.0\hat{\boldsymbol{k}} \end{aligned} \tag{2}$$

사이의 각도를 구하여라.

풀이: 스칼라곱의 정의에 따르면 다음과 같다.

$$\cos\theta = \frac{\vec{a}\cdot\vec{b}}{|\vec{a}||\vec{b}|} \tag{3}$$

$\vec{a}\cdot\vec{b}$ 과 $|\vec{a}|$,$|\vec{b}|$ 은 간단하게 계산할 수 있다.

$$\begin{aligned}\vec{a}\cdot\vec{b} &= (3.0)(2.0) + (2.0)(1.0) + (3.0)(3.0) = 6.0 + 2.0 + 9.0 = 17 \\ |\vec{a}| &= \sqrt{3.0^2 + 2.0^2 + 3.0^2} = \sqrt{9.0 + 4.0 + 9.0} = \sqrt{22} \\ |\vec{b}| &= \sqrt{2.0^2 + 1.0^2 + 3.0^2} = \sqrt{4.0 + 1.0 + 9.0} = \sqrt{14} \end{aligned}$$

계산한 결과를 스칼라곱의 정의에 대입하자.

$$\cos\theta = \frac{17}{\sqrt{22\cdot 14}} = \frac{17}{2\sqrt{77}}$$

따라서, 각도는 다음과 같다.

$$\theta = \cos^{-1}\left(\frac{17}{2\sqrt{77}}\right) \approx 14^\circ$$

[문제 풀이 쪽]