물리학 I (3, 2022)

Assignment 1

문제 7 [10pt]: 평면 위에 놓여있는 용수철의 왼쪽 끝은 벽에 고정되어 있고, 오른쪽 끝에는 질량이 m인 물체가 달려있다. 이 용수철의 탄성계수(또는 용수철 상수)는 k이다. 이 용수철은 후크의 법칙에 따라 F=-kx 만큼의 힘을 받는다. 여기서 x는 용수철이 평형점에서부터 늘어난 변위를 뜻한다. 차원분석을 이용해서 이 용수철의 주기가 무엇에 비례하는지 보여라. 여기서 힘의 단위는 $kg\cdot m/s^2$

풀이:

힘의 단위가 $kg \cdot m/s^2$ 이므로 용수철 상수의 단위는 k = -F/x임을 이용하면

$$[k] = \frac{[F]}{[x]} = \frac{\text{kg} \cdot \text{m/s}^2}{\text{m}} = \text{kg/s}^2$$
(1)

임을 알 수 있으므로 따라서 주기 T는

$$[T] \propto \frac{[m^{1/2}]}{[k^{1/2}]} = \frac{kg^{1/2}}{kg^{1/2}/s} = s.$$
 (2)

따라서 주기는

$$T \propto \sqrt{\frac{m}{k}}$$
 (3)

와 같이 $\sqrt{m/k}$ 에 비례함을 알 수 있다. (이 문제에서 [A]는 A의 단위를 의미한다.)

문제 8 [10pt]: 다음과 같이 세 개의 벡터가 주어져 있다.

$$\vec{d}_{1} = -3.0\hat{i} + 3.0\hat{j} + 2.0\hat{k}
\vec{d}_{2} = -2.0\hat{i} - 4.0\hat{j} + 2.0\hat{k}
\vec{d}_{3} = 2.0\hat{i} + 3.0\hat{j} + 1.0\hat{k}$$
(4)

다음을 계산하라.

$$(7) \vec{d}_1 \cdot (\vec{d}_2 + \vec{d}_3)$$

(나)
$$\vec{d_1} \cdot (\vec{d_2} \times \vec{d_3})$$

(다)
$$\vec{d_1} \times (\vec{d_2} + \vec{d_3})$$

풀이:

$$\begin{array}{l} (\vec{c}) \ \vec{d_2} + \vec{d_3} = -1.0 \hat{\pmb{j}} + 3.0 \hat{\pmb{k}} \\ \vec{d_1} \cdot (\vec{d_2} + \vec{d_3}) = (-3.0)(0) + (3.0)(-1.0) + (2.0)(3.0) = 3.0. \end{array}$$

(나)

$$\vec{d}_{2} \times \vec{d}_{3} = \begin{vmatrix} \hat{\boldsymbol{i}} & \hat{\boldsymbol{j}} & \hat{\boldsymbol{k}} \\ -2.0 & -4.0 & 2.0 \\ 2.0 & 3.0 & 1.0 \end{vmatrix}
= \{(-4.0)(1.0) - (2.0)(3.0)\}\hat{\boldsymbol{i}} - \{(-2.0)(1.0) - (2.0)(2.0)\}\hat{\boldsymbol{j}} + \{(-2.0)(3.0) - (-4.0)(2.0)\}\hat{\boldsymbol{k}}
= -10.0\hat{\boldsymbol{i}} + 6.0\hat{\boldsymbol{j}} + 2.0\hat{\boldsymbol{k}}$$
(5)

따라서

$$\vec{d}_1 \cdot (\vec{d}_2 \times \vec{d}_3) = (-3.0)(-10.0) + (3.0)(6.0) + (2.0)(2.0) = 52.0.$$
 (6)

$$\vec{d}_{1} \times (\vec{d}_{2} + \vec{d}_{3}) = \begin{vmatrix} \hat{i} & \hat{j} & \hat{k} \\ -3.0 & 3.0 & 2.0 \\ 0.0 & -1.0 & 3.0 \end{vmatrix}
= \{(3.0)(3.0) - (2.0)(-1.0)\}\hat{i} - \{(-3.0)(3.0) - (2.0)(0.0)\}\hat{j} + \{(-3.0)(-1.0) - (3.0)(0.0)\}\hat{k}
= 11.0\hat{i} + 9.0\hat{j} + 3.0\hat{k}$$
(7)