2022년 1학기 물리학 I: Quiz 2

Hui-Jae Lee[1,*] and 김현철[†1,‡]

[1]*Hadron Theory Group, Department of Physics,*
Inha University, Incheon 22212, Republic of Korea

(Dated: Spring semester, 2022)

Abstract

주의: 단 한 번의 부정행위도 절대 용납하지 않습니다. 적발 시, 학점은 F를 받게 됨은 물론이고, 징계위원회에 회부합니다. One strike out임을 명심하세요.

문제는 다음 쪽부터 나옵니다.

Date: 2022년 3월 7일 (월) 15:30-16:15

학번: **이름:**

† Office: 5S-436D (면담시간 매주s 화요일-16:00∼20:00)
*Electronic address: hjlee6674@inha.edu
‡Electronic address: hchkim@inha.ac.kr

문제 1 [20pt] 그림 ??과 같이 크기가 각각 1, 2, 4인 세 벡터 $\vec{A}$, $\vec{B}$, $\vec{C}$가 같은 평면상에 놓여 있다. 벡터 $\vec{A}$와 벡터 $\vec{B}$는 서로 수직이고, 벡터 $\vec{B}$와 벡터 $\vec{C}$의 끼인각이 30°일 때, 벡터 $\vec{C}$는 벡터 $\vec{A}$와 벡터 $\vec{B}$를 사용하여

$$\vec{C} = \alpha\vec{A} + \beta\vec{B}$$

로 나타낼 수 있다. 두 상수 α와 β를 구하여라.

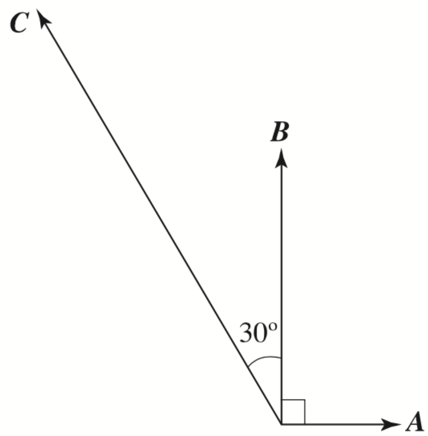

FIG. 1: 문제 1

해답 $\vec{A}$ 와 $\vec{B}$ 가 서로 수직이므로, $\vec{A}\cdot\vec{B} = 0$ 이다. 이는 다음을 의미한다.

$$\vec{C}\cdot\vec{A} = \alpha(\vec{A}\cdot\vec{A}) + \beta(\vec{B}\cdot\vec{A}) = \alpha|\vec{A}|^2 = \alpha$$
$$\vec{C}\cdot\vec{B} = \alpha(\vec{A}\cdot\vec{B}) + \beta(\vec{B}\cdot\vec{B}) = \beta|\vec{B}|^2 = 4\beta$$

스칼라곱의 정의를 이용하면 α 와 β 를 구할 수 있다. 스칼라곱의 정의는 다음과 같다.

$$\vec{a}\cdot\vec{b} = |\vec{a}||\vec{b}|\cos\theta$$

이로부터 α 와 β 는 다음과 같이 표현이 가능하다.

$$\alpha = \vec{C}\cdot\vec{A} = |\vec{C}||\vec{A}|\cos 120° = (4)(1)\left(-\frac{1}{2}\right) = -2$$
$$4\beta = \vec{C}\cdot\vec{B} = |\vec{C}||\vec{B}|\cos 30° = (4)(2)\left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right) = 4\sqrt{3}$$

따라서, $\alpha = -2$, $\beta = \sqrt{3}$ 이고 $\vec{C}$ 는 다음과 같다.

$$\vec{C} = -2\vec{A} + \sqrt{3}\vec{B}$$

문제 2 [**10pt**] 물리학자이자 의사였던 미공군 존 스탭(John P. Stapp) 대령은 제트기에서 조정사가 비상탈출을 했을 때 살아남을 수 있는지 직접 실험을 했다. 1954년 3월 19일, 그는 로켓을 단 차를 선로 위를 달릴 수 있도록 제작한 뒤, 1 011 km/h의 속력으로 달렸다. 그리고 도착점에 거의 다 도달했을 때, 제동을 걸어 1.40 s만에 멈췄다.

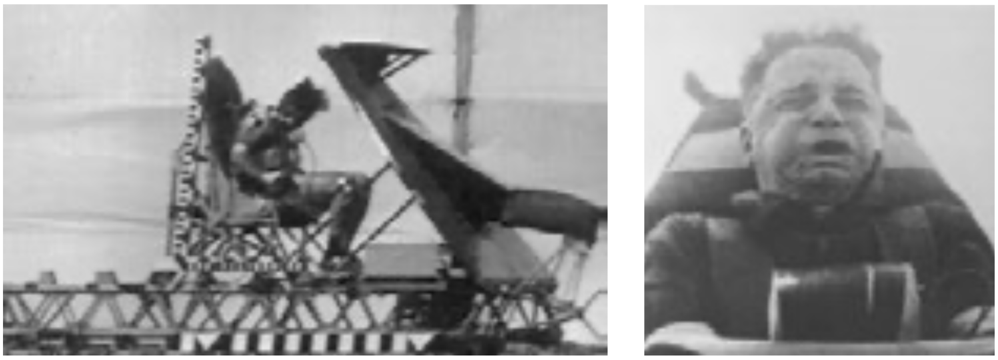

FIG. 2: 문제 2

(가) 스탭 대령이 경험한 음의 가속도(감속도)를 구하여라. 구한 가속도의 크기를 중력가속도 $g = 9.80\,\mathrm{m/s^2}$로 나타내어라.

(나) 이 가속도를 받는 1.40 s 동안 스탭 대령이 간 거리는 얼마인가?

(이 실험으로 스탭 대령은 무릎뼈가 골절되고, 눈에 심각한 부상을 입어서 훗날 백내장으로 고생했다고 한다. 이 실험으로 스탭 대령은 자동차에 안전벨트를 도입하는 데 지대한 공을 세웠다.)

풀이 (가) 스탭 대령의 처음 속력은 1 011 km/h 이고 정지하였으므로, 나중 속력은 0 km/h 이다. 걸린 시간 1.40 s 와 단위 환산을 고려하여 다음과 같이 평균 가속도를 계산할 수 있다.

$$\begin{aligned} a_{\mathrm{avg}} &= \frac{v_f - v_i}{t_f - t_i} = \frac{(0 - 1\,011)\,\mathrm{km/h}}{(1.40 - 0)\,\mathrm{s}} \\ &= -\left(\frac{(722.143\,\mathrm{km/s})}{1\,\mathrm{h}}\right)\left(\frac{1\,000\,\mathrm{s}}{1\,\mathrm{km}}\right)\left(\frac{1\,\mathrm{h}}{3\,600\,\mathrm{s}}\right) = -(2.01 \times 10^2)\,\mathrm{m/s^2} \end{aligned} \quad (1)$$

이 된다. 따라서 평균가속도의 크기는

$$|a_{\mathrm{avg}}| = (2.01 \times 10^2)\,\mathrm{m/s^2}$$

이 된다.
중력 가속도의 크기를 g 라고 하면, 평균가속도의 크기는

$$a_{\mathrm{avg}} = \left(201\,\mathrm{m/s^2}\right)\left(\frac{1\,g}{9.80\,\mathrm{m/s^2}}\right) = 20.5\,g \tag{2}$$

스탭 대령은 감속하면서 중력 가속도의 크기의 약 20.5배에 달하는 가속도를 받았다.

(나) 처음 속력과 나중 속력, 평균 가속도를 알고 있으므로, 다음의 공식을 이용해 이동한 거리를 구할 수 있다.

$$v^2 = v_0^2 + 2a_{\mathrm{avg}}(x - x_0) \tag{3}$$

여기서 v_0는

$$v_0 = (1\,011\,\mathrm{km/h})\left(\frac{1\,000\,\mathrm{s}}{1\,\mathrm{km}}\right)\left(\frac{1\,\mathrm{h}}{3\,600\,\mathrm{s}}\right) = 280.8\,\mathrm{m/s}$$

이다. 따라서 $x - x_0$는

$$x - x_0 = \frac{v^2 - v_0^2}{2a_{\mathrm{avg}}} = \frac{-(280.8)^2\,\mathrm{m^2/s^2}}{2(-201)\,\mathrm{m/s^2}} = 1.96 \times 10^2\,\mathrm{m}$$

이동하였다.

문제 3 [10pt] 어떤 전투기가 그림 **??**에서처럼 35 m의 높이에서 1 300 km/h의 속력으로 수평하게 날고 있다. $t = 0$에서 이 전투기는 $\theta = 4.3°$의 각도로 기울어져 있는 언덕 위를 비행하기 시작했다. 만일 조종사가 이 전투기의 방향을 바꾸지 않는다면, 이 전투기는 언제 언덕과 충돌하게 되겠는가?
풀이 전투기가 일정한 속도로 움직이고 있으므로 t초 동안 비행기가 움직인 거리는 속도와

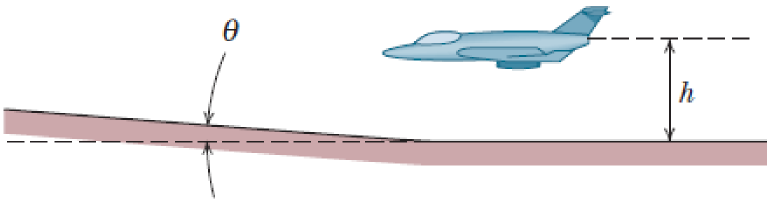

FIG. 3: 문제 1

시간의 곱으로 구할 수 있다.

$$\ell = vt = (1300\ \mathrm{km/h})t \tag{4}$$

전투기의 비행높이를 h라고 하면, h와 전투기가 이동한 거리 ℓ의 관계식은 탄젠트 함수로 주어진다.

$$\tan\theta = \frac{h}{\ell} = \frac{h}{vt}, \quad \text{또는} \quad t = \frac{h}{v\tan\theta} \tag{5}$$

경사면의 각도가 4.3°이고 $h = 3.5$ m이므로 유효숫자를 고려하여 계산하면 다음과 같다.

$$\begin{aligned} t &= \frac{(3.5\ \mathrm{m})}{(1300\ \mathrm{km/h})(\tan 4.3°)} \\ &= \frac{(3.5\times10^{-3}\ \mathrm{km})}{(1.3\times10^{3}\ \mathrm{km/h})(0.075)} \\ &= 3.6\times10^{-4}\ \mathrm{h} = (3.6\times10^{-4}\ \mathrm{h})\frac{3600\ \mathrm{s}}{1\ \mathrm{h}} = 1.3\ \mathrm{s} \end{aligned} \tag{6}$$

즉 전투기는 약 1.3초 후 언덕과 충돌한다.

QSfig3-1-20220307.png

FIG. 4: 문제 2 풀이

문제 4 [**20pt**] 공사 중인 다리에서 볼트가 다리 아래 계곡으로 90 m 떨어진다.

(가) 낙하거리의 마지막 20% 지나는 데 걸리는 시간을 구하여라.

(나) 볼트가 낙하거리의 마지막 20%를 들어설 때의 속력을 구하여라.

(다) 다리 아래 계곡에 도달할 때 볼트의 속력을 구하여라.

풀이 (가) 초기 속도 $v_0 = 0$이므로, 볼트의 자유낙하는

$$y - y_0 = -\frac{1}{2}gt^2$$

이 기술한다. $y_0 = 0$, $y = -90$ m이므로, $y - y_0 = -90$ m이다. 볼트가 $y - y_0$의 80%에 이르렀을 때 거리는 $(0.8)(-90)\,\mathrm{m} = -72$ m이므로 여기까지 도달하는 데 걸린 시간 τ는

$$-72\,\mathrm{m} = -\frac{g}{2}\tau^2$$

이 되고,

$$\tau = \sqrt{\frac{(2)(72\,\mathrm{m})}{9.8\,\mathrm{m/s^2}}} = 3.83\,\mathrm{s}$$

이다. 그런데 -90 m 떨어지는 데까지 걸린 시간 t는

$$t = \sqrt{\frac{2(y_0 - y)}{g}} = \sqrt{\frac{(2)(90\,\mathrm{m})}{9.8\,\mathrm{m/s^2}}} = t = 4.29\,\mathrm{s}$$

이다. 따라서 볼트가 마지막 구간 20%를 지나는 데 걸린 시간은

$$t' = t - \tau = (3.83 - 4.29)\,\mathrm{s} = 0.45\,\mathrm{s}$$

이다.

(나) 볼트가 마지막 남은 20% 구간에 들어설 때 속도 v는

$$\vec{v} = -g\tau\hat{\boldsymbol{j}} = -(9.80\,\mathrm{m/s^2})(3.83\,\mathrm{s})\hat{\boldsymbol{j}} \approx 38\,\mathrm{m/s}\,\hat{\boldsymbol{j}}$$

가 되므로 속력은

$$v = |\vec{v}| = 38\,\mathrm{m/s}$$

이다.

(다) 마찬가지 방법으로 볼트가 바닥에 도달할 때 속도는

$$\vec{v}_f = -gt\hat{\boldsymbol{j}} = -(9.80\,\mathrm{m/s^2})(4.29\,\mathrm{s})\hat{\boldsymbol{j}} = -42\,\mathrm{m/s}\hat{\boldsymbol{j}}$$

이고 속력은

$$v_f = |\vec{v}_f| = 42\,\mathrm{m/s}$$

가 된다.