

# 2022년 2학기 물리학 II

김현철<sup>a1, †</sup>

<sup>1</sup>*Hadron Theory Group, Department of Physics,  
Inha University, Incheon 22212, Republic of Korea*  
(Dated: Autumn Semester, 2022)

**Due date:** 2022년 9월 19일 15:30-16:15

## QUIZ 6

**문제 1 [20pt].** 그림 1처럼 평행판 축전기 한 판의 변의 길이는 각각 10 cm이고, 판 사이의 거리는  $d = 4.0$  mm이다. 이 축전기에 들어있는 유전 물질의 유전상수는  $\kappa = 2.0$ 이다.

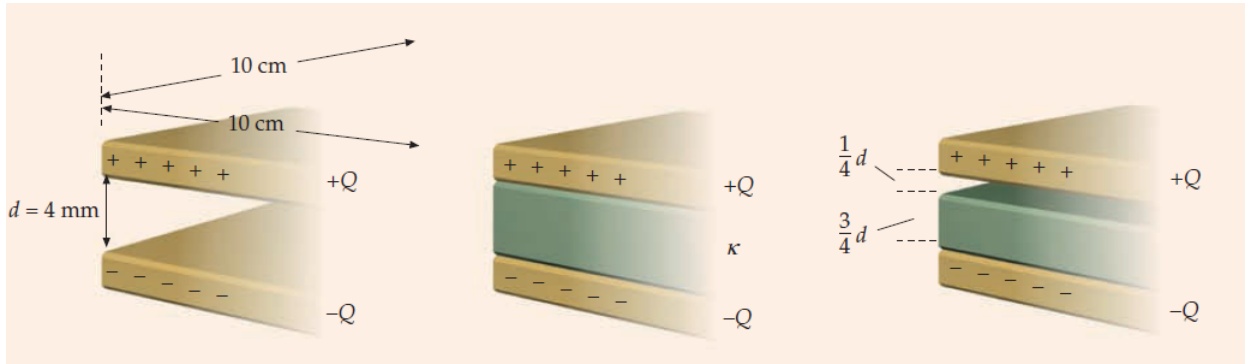


FIG. 1. 문제 1

(가) 우선 평행판 축전기의 전기용량을 구하여라.

(나) 유전물질이 들어있지 않을 때 전기용량은 얼마인가?

(다) 만약에 양 판 사이에 유전물질이 가득 차 있다면, 이 축전기의 전기용량은 얼마인가?

(라) 이 두 판 사이에 크기가  $10\text{ cm} \times 10\text{ cm} \times 3.0\text{ mm}$ 인 유전물질을 넣었다. 이 축전기의 전기용량은 얼마인가?

여기서  $\epsilon_0 = 8.85\text{ pF/m}$ 이다.

**풀이 :**

(가) 평행판 축전기의 전기용량은 평행판 사이 전위차로 구할 수 있다. 우선 크기가 같고 부호가 반대인 두 도체 사이에  $V$  만큼의 전위차가 존재한다고 가정하자. 이 때 전위차  $V$ 와 도체가 가진 전하량  $Q$ 는 비례하는 관계에 있다. 즉,

$$Q = CV \tag{1}$$

<sup>a</sup> Office: 5S-436D (면담시간 매주 수요일-16:15~19:00)

<sup>†</sup> hchkim@inha.ac.kr

이고  $C$ 는 앞으로 전기용량이라 부르게 될 비례상수이다. 이제 두 도체가 평행판의 형태로 서로에 대해 평행하게 배열되어 있다고 하자. 두 평행판 사이의 거리는  $d$ 이고 평행판의 면적은  $A$ 로 서로 같다. 평행판에 의해 평행판 사이에 생성되는 전기장  $E$ 의 크기는

$$E = \frac{\sigma}{\epsilon_0} = \frac{Q}{\epsilon_0 A} \quad (2)$$

와 같다.  $\sigma$ 는 면전하밀도로 평행판이 가진 전하량  $Q$ 를 평행판의 면적  $A$ 로 나눈 값이다. 평행판 사이가 진공이라 가정하여 진공 유전율  $\epsilon_0$ 에 반비례한다. 평행판 사이 전기장  $E$ 도 알고 거리  $d$ 도 알고 있으니 평행판 사이 전위차  $V$ 를 구할 수 있다. 전기장  $E$ 가 평행판 사이에서는 일정하므로 전위차  $V$ 는 전기장  $E$ 와 거리  $d$ 의 곱과 같다.

$$V = - \int_d^0 \vec{E} \cdot d\vec{s} = E \int_0^d ds = Ed. \quad (3)$$

여기에 식 (2)를 대입하여 평행판 사이 전위차  $V$ 를 얻을 수 있다.

$$V = Ed = \frac{Q}{\epsilon_0 A} d. \quad (4)$$

이를 다시 식 (1)에 대입하면

$$Q = C \frac{Q}{\epsilon_0 A} d \quad (5)$$

를 얻는다. 우리가 구하고자 하는 것은 전기용량  $C$ 이므로 식 (5)를 전기용량  $C$ 에 대해 정리하여

$$C = \epsilon_0 \frac{A}{d} \quad (6)$$

평행판 축전기의 전기용량  $C$ 를 얻었다.

(나) 식 (6)으로부터, 면적이  $A$ , 판 사이 거리  $d$ 이고 판 사이가 진공인 평행판 축전기의 전기용량  $C$ 는 다음과 같다.

$$C = \epsilon_0 \frac{A}{d}. \quad (7)$$

$A = (10 \text{ cm})^2 = 1.0 \times 10^{-2} \text{ m}^2$ ,  $d = 4.0 \text{ mm} = 4.0 \times 10^{-3} \text{ m}$ 이고  $\epsilon_0 = 8.85 \text{ pF/m}$ 이므로 평행판 축전기의 전기용량  $C$ 는

$$C = (8.85 \text{ pF/m}) \frac{1.0 \times 10^{-2} \text{ m}^2}{4.0 \times 10^{-3} \text{ m}} = 22 \text{ pF} \quad (8)$$

이다.

(다) 유전체의 유전상수는 유전체의 유전율과 진공의 유전율의 비로 주어진다. 즉,

$$\epsilon = \kappa \epsilon_0 \quad (9)$$

이다.  $\epsilon$ 는 유전체의 유전상수이다. 이 식으로부터 평행판 축전기의 사이에 유전체가 차있는 경우와 진공인 경우의 유전상수 비를 구할 수 있다. 진공인 경우의 유전상수를  $C_0$ , 유전체가 차있는 경우의 유전상수를  $C$ 라고 한다면  $C/C_0$ 는

$$\frac{C}{C_0} = \left( \epsilon \frac{A}{d} \right) \left( \epsilon_0 \frac{A}{d} \right)^{-1} = \frac{\epsilon}{\epsilon_0} = \kappa \quad (10)$$

유전체의 유전상수와 같다. 따라서 유전체가 가득 찬 평행판 축전기의 전기용량  $C$ 는

$$C = \kappa C_0 = (2.0)(22 \text{ pF}) = 44 \text{ pF} \quad (11)$$

44 pF이다.

(라)

**문제 2 [20pt].** 100 W 전구를 120 V 전원에 꽂았다.

(가) 전구를 계속해서 켜두려면, 31일 동안의 비용은 얼마인가? 전기에너지의 가격은 60 원 / kW · h라고 가정한다.

(나) 전구의 저항은 얼마인가?

(다) 전구에 흐르는 전류는 얼마인가?

**풀이 :**

(가) 100 W 전구를 31일 동안 켜두었을 때 소모되는 전기 에너지  $W$ 는

$$W = (100 \text{ W})(31 \text{ 일}) = (100 \text{ W})(31 \text{ 일}) \left( \frac{24 \text{ h}}{1 \text{ 일}} \right) = 74000 \text{ W} \cdot \text{h} = 74 \text{ kW} \cdot \text{h} \quad (12)$$

이다. 따라서 31일 동안 켜두었을 때 지불해야할 비용  $A$ 는

$$A = (60 \text{ 원/kW} \cdot \text{h})(74 \text{ kW} \cdot \text{h}) = 4440 \text{ 원} \quad (13)$$

4400원이다.

(나) 줄의 법칙에 의해 전구의 일률  $P = 100 \text{ W}$ 는 전구에 걸리는 전압  $V = 120 \text{ V}$ 와 전구의 저항  $R$ 에 대해 다음의 관계에 있다.

$$P = \frac{V^2}{R}. \quad (14)$$

따라서 전구의 저항  $R$ 은

$$R = \frac{V^2}{P} = \frac{(120 \text{ V})^2}{100 \text{ W}} = 144 \text{ } \Omega \quad (15)$$

144  $\Omega$ 이다.

(다) 전구에 흐르는 전류  $I$ 는 옴의 법칙을 통해 구할 수 있다. 옴의 법칙으로부터 전구에 흐르는 전류  $I$ 는

$$I = \frac{V}{R} = \frac{120 \text{ V}}{144 \text{ } \Omega} = 0.83 \text{ A} \quad (16)$$

0.83 A이다.

문제 3 [20pt]. 그림 2에 주어진  $a$ 와  $b$  사이에 연결되어 있는 이 축전기들의 등가 전기용량을 구하여라.

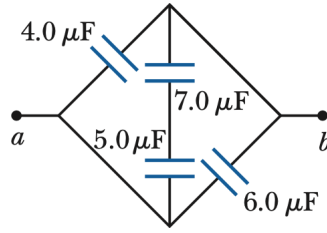


FIG. 2. 문제 3

풀이 :

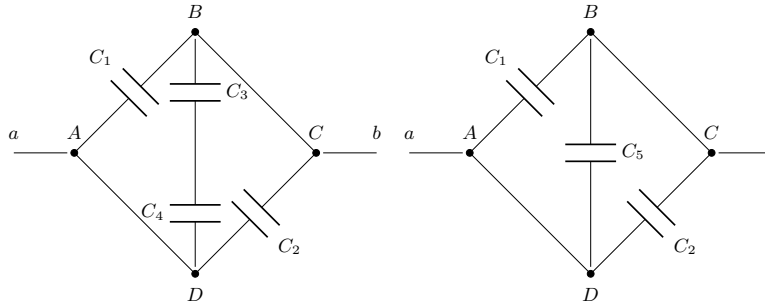


FIG. 3.  $C_3, C_4$ 의 합성

먼저 각 전선들이 만나는 마디들을 FIG. 3와 같이  $A, B, C, D$ 라 하고 각 축전기들의 전기용량을  $C_1, C_2, C_3, C_4$ 라고 하자. 직렬로 연결된 축전기의 전기용량  $C_3, C_4$ 를 합성한 전기용량  $C_5$ 는 다음과 같이 구할 수 있다(FIG. 3).

$$\frac{1}{C_5} = \frac{1}{C_3} + \frac{1}{C_4} \Rightarrow C_5 = \frac{C_3 C_4}{C_3 + C_4}. \quad (17)$$

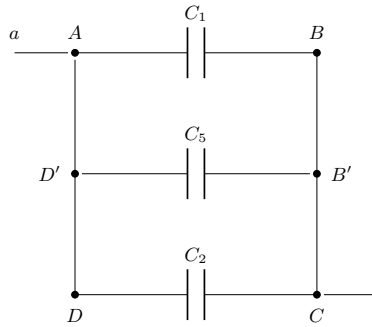


FIG. 4. fig 3의 병렬화

이제 축전기  $C_5$ 가 연결된 마디  $B$ 와  $D$ 를 이동시켜 축전기  $C_5$  새로운 마디  $B'$ 와  $D'$ 에 연결되어 있다고 생각하자 (FIG. 4). 마디는 같은 도선 내에서 움직인 것이므로 마디를 이동시키기 전의 회로와 후의 회로는 동일하다. 이 회로는 축전기  $C_1, C_5, C_2$ 가 병렬로 연결된 회로이므로 세 축전기의 합성 전기용량  $C_{tot}$ 는

$$C_{tot} = C_1 + C_5 + C_2 = C_1 + C_2 + \frac{C_3 C_4}{C_3 + C_4} \quad (18)$$

이다. 각각의 전기용량들은  $C_1 = 4.0 \mu\text{F}$ ,  $C_2 = 6.0 \mu\text{F}$ ,  $C_3 = 7.0 \mu\text{F}$ ,  $C_4 = 6.0 \mu\text{F}$ 로 주어졌으므로  $C_{tot}$ 의 값은

다음과 같이 계산하여 얻을 수 있다.

$$C_{tot} = 4.0 \mu\text{F} + 6.0 \mu\text{F} + \frac{(7.0 \mu\text{F})(6.0 \mu\text{F})}{(7.0 \mu\text{F}) + (6.0 \mu\text{F})} = 13 \mu\text{F}. \quad (19)$$

따라서 회로의 등가 전기용량  $C_{tot}$ 는  $13 \mu\text{F}$ 이다.

**문제 4 [20pt].** 가벼운 전기자동차가 있다. 이 차는 12.0 V의 배터리를 직렬로 연결해서 힘을 얻는다. 이 각각의 배터리 내부 저항은 무시할 수 있다. 각각의 배터리는 다시 충전하기 전까지  $160 \text{ A} \cdot \text{h}$ 의 전하를 자동차에 전달한다. 이 자동차가  $80.0 \text{ km/h}$ 의 속력으로 갈 때 이 자동차가 받는 공기 저항과 구름마찰력(rolling friction)은  $1.20 \text{ kN}$ 이다.

- (가) 만약에 자동차가  $80.0 \text{ km/h}$ 로 가고 있을 때 전기 모터가 자동차에 전해주는 최소 일률은 얼마인가?
- (나) 충전이 필요하기 전까지 이 직렬로 연결되어 있는 열 개의 배터리가 전달하는 총전하는 얼마인가?(coulomb의 단위를 써서 나타내어라.)
- (다) 재충전이 필요하기 전까지 열 개의 배터리가 전달하는 총 전기에너지는 얼마인가?
- (라) 배터리가 재충전을 필요로 하기 전까지 이 자동차는 얼마나 멀리 갈 수 있는가?(자동차의 속력은  $80.0 \text{ km/h}$ 로 일정하다.)
- (마) 배터리를 충전하는 데  $1 \text{ kW} \cdot \text{h}$  당 100원이 든다면, 킬로미터 당 전기료는 얼마가 필요한가?

**풀이 :**