물리학 I 2022년 1학기

숙제 3: 2차원 운동, 뉴턴의 운동법칙 (담당교수: 김현철)

제출기한: 2022년 3월 23일 수요일 오후 15:00시까지

문제 3. [20pt] 질량이 m_1 인 공과 질량이 m_2 인 상자가 질량을 무시해도 될만큼 가벼운 줄로 마찰이 없는 도르래에 걸린 채 연결되어 있다(그림 1). 질량 m_2 인 상자는 평면과 θ 각을 이루고 있는 비탈면에 놓여있다 (비탈면과 m_2 상자 사이에는 마찰이 없다고 가정하라).

- (1) 이 두 물체의 가속도의 크기를 각각 구하고 줄에 걸리는 장력을 구하라.
- (2) 빗면의 길이를 l이라고 하자. 물체 m_2 가 최초에 빗면의 맨 위 끝에 놓여 있었다면, 빗면을 다 내려오는 데 걸린 시간은 얼마인가?

그림 1: 문제 3

풀이:

(1) 두 물체의 자유 물체 다이어 그램을 그리고 각 물체에 대한 운동 방정식을 세우자.

물체 m_1 :



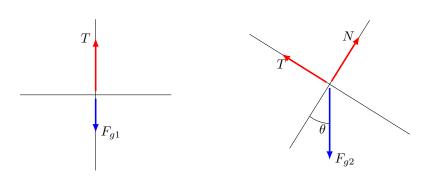


그림 2: 자유 물체 다이어 그램

물체 m_1 에 대한 운동 방정식은,

$$\sum F_x = 0 \sum F_y = T - F_{g1} = m_1 a,$$
 (1)

이다. 따라서 물체 m_1 의 가속도의 크기는,

$$a = \frac{T - F_{g1}}{m_1} \tag{2}$$

이다. 물체 m_2 에 대한 운동 방정식은,

$$\sum F_x = T - F_{g2} \sin \theta = m_2 a$$

$$\sum F_y = N - F_{g2} \cos \theta = 0,$$
(3)

이다. 따라서 물체 m_2 의 가속도의 크기는,

$$a = \frac{T - F_{g2}\sin\theta}{m_2} \tag{4}$$

이다. 두 물체는 줄에 의해 연결되어 있으므로 두 물체의 가속도는 같다는 사실을 이용하여 장력의 크기를 구할 수 있다.

$$\frac{T - F_{g2}\sin\theta}{m_2} = \frac{T - F_{g1}}{m_1}, \ T = \frac{m_2 F_{g1} - m_1 F_{g2}\sin\theta}{m_2 - m_1}.$$
 (5)

 $F_{g1}=m_1g,\; F_{g2}=m_2g$ 이므로 줄에 걸리는 장력은,

$$T = \frac{m_2 m_1 g - m_1 m_2 g \sin \theta}{m_2 - m_1} = \frac{m_1 m_2 g (1 - \sin \theta)}{m_2 - m_1}.$$
 (6)

(2) 물체 m_2 에 걸리는 가속도의 크기는 물체가 빗면을 끝까지 내려올 때 까지 일정하다. 식 (2) 과 식 (6) 에 의해,

$$a = \frac{m_1 g(1 - \sin \theta)}{m_2 - m_1} - g \sin \theta. \tag{7}$$

물체는 초기 속력이 0 인 등가속도 운동을 하므로 거리 l 만큼 움직이는데 걸린 시간은 다음과 같다.

$$l = \frac{1}{2}at^2, \quad t = \sqrt{\frac{2l}{a}} \tag{8}$$

따라서 빗면을 다 내려오는데 걸린 시간은 다음과 같다.

$$t = \sqrt{\frac{2l}{a}} = \sqrt{\frac{2l(m_2 - m_1)}{m_1 g(1 - \sin \theta) - (m_2 - m_1) g \sin \theta}}$$

$$= \sqrt{\frac{2l(m_2 - m_1)}{m_1 g - m_2 g \sin \theta}}$$
(9)