

TÖL301G Formleg mál og reiknanleiki

Heimaverkefni 10

Hjörvar Sigurðsson

Rætt var um verkefnið við Arnar Sigurðsson

1. Við aðlögum reiknirit Dijkstra:

- a. Haldið er utan um i) lista H af hnútum sem ekki hafa verið heimsóttir, ii) lista P af hæstu þekktu heildarþyngd frá upphafshnút til tiltekins hnúts, og iii) lista F af sem heldur utan um það foreldri hnúts á leiðinni sem hefur hæstu þyngd á aðliggjandi legg.
- b. Reikniritið ítrar í gegnum eftirfarandi skref þangað til að allir hnútar í netinu hafa verið heimsóttir:
 - i. Athugað er hvaða hnúta við komust í úr núverandi stöðu.
 - ii. Athugað er allar mögulegar leiðir til þeirra hnúta úr okkar núverandi stöðu, og þyngd þeirra.
 - iii. Farið er í þann undirhnút sem hefur aðliggjandi legg með hæstu þyngdina.
 - iv. Sá undirhnútur sem farið er í er fjarlægður úr H, P er uppfærður með þyngstu gildum, og F er uppfærður með því foreldri sem hnútur hefur í leiðinni.
- c. Skilað er leiðinni frá Landamæri til Höll Ottókars með hæstu heildarþyngd, sem og líkunum á að hann verði gómaður, en líkurnar eru fundnar með því að margfalda saman þyngdir leiðarinnar og draga útkomuna frá 1.

Tímaflækja reikniritsins:

Reikniritið er reiknirit Dijkstra, en það hefur tímaflækju $O(E \log V)$, þar sem E er fjöldi leggja, og V er fjöldi hnúta.

2.

Inntak:

- n – Heiltala sem táknar stærð borðsins | $n > 4$ og $n \% 2 = 0$.
- H – Listi af tvenndum sem tákna staðsetningu hindrana.
- M – Tvennd sem táknar staðsetningu marksins.
- U_R – Tvennd sem táknar upphafsstöðu rauða disksins.
- U_G – Tvennd sem táknar upphafsstöðu græna disksins.

Reiknirit:

- Gefum okkur að reitir borðsins (og því tvenndir í inntaki) séu merktir þannig að hverjum reit er gefið númer 1, 2, ... n, þar sem fyrst er merkt í gegnum dálka einna raðar, en svo næstu raðar, o.s.frv.
- Við útbúum net, N, þar sem hver hnútur netsins táknar tiltekna stöðu borðsins, hindrana og diskanna tveggja.

Dæmi:

Hnútur h {

Staða R = (1, 4).

Staða G = (2, 2).

Hindranir = [(3, 2), (1, 1)].

Mark = (4, 4).

Mögulegar næsta staðsetning R = [(1, 2), (4, 4), ...].

Mögulegar næsta staðsetning G = [(2, 1), (2, 4), ...].

// Möguleg næsta staðs. disks er fundin með einföldu reikniriti þar sem borið er saman stöðu disksins við ramma borðsins sem og staðsetningu hins disksins og hindrana.

}

- Netið inniheldur því $(n - \text{fjöldi hindrana})^2$ hnúta, þar sem til eru $(n - \text{fjöldi hindrana})^2$ mögulegar staðsetningar diskanna tveggja.
- Ítrað er í gegnum hvern hnút í netinu. Fyrir hvern hnút er farið í gegnum *Mögulegar næsta staðsetning R* og *Mögulegar næsta staðsetning G*, og leggur myndaður milli hnútsins og þess hnúts í netinu sem samsvarar næstu staðsetningu R og G.
- Þar með er komið net N sem inniheldur x hnúta, og leggir milli hnútanna tákna möguleikann á að færa sig milli hnútanna með því að færa annað hvort rauða eða græna diskinn.
- Að lokum er ítrað í gegnum allar þær stöður netsins þar sem annað hvort rauði eða græni diskurinn er í markinu, og hver staða sent sem inntak t, ásamt netinu N, og stöðunni s sem samsvarar upphafsstöðu þrautarinnar, í verkefnið REACHABILITY. Ef REACHABILITY skilar True, þá skilar reikniritið True. Ef ítrunin hefur klárast án þess að REACHABILITY skilaði True, þá skilar reikniritið False.

Athugið að netið er stefnt.

3.

- Ég gef mér, sbr. verkefnalýsingu, að ég sé með mengi S sem inniheldur n jákvæðar heiltölur, heiltölu t, og að SUBSET-SUM(S, t) gefi jákvæða niðurstöðu, þ.e. að til sé hlutmengi A.
- Til þess að finna A geri ég eftirfarandi:
 - i. Fjarlægi fyrsta stak úr S.
 - ii. Sendi S og t í SUBSET-SUM(S, t). Ef niðurstaðan er jákvæð, þá held ég áfram; ef niðurstaðan er neikvæð, þá set ég fyrsta stakið aftur í S og held áfram.

- iii. Endurtek skref i. og ii. með stak 2, 3, ... , n.
- Þegar ég hef ítrað í gegnum öll stök mengisins og fjarlægt þau sem ekki eru nauðsynleg fyrir jákvæða útkomu úr SUBSET-SUM sbr fyrra skrefi, þá hef ég fundið hlutmengið A og því skila ég því.

Sauðakóði:

```
int[] S;    // Inniheldur n jákvæðar heiltölur
int t;      // Heiltala
for (int i = 0; i < S.length; i++) { // Ítra í gegnum stök S.
    int[] temp = S.drop(i);          // Fjarlægi stak i úr S.
    if (SUBSET-SUM(temp, t) == True) { // Ef stakið var óþarfi þá set ég það
                                        ekki aftur í S.
        S = temp;
    }
}
return S;    // Hér jafngildir S hlutmengi A.
```

4. Eftirfarandi er lýsing og sauðakóði fyrir reiknirit sem ákvarðar TVIHLUTA. Reikniritið má útfæra með löggengri Turing-vél, og reikniritið er framkvæmt á $\leq O(V^2) \mid V$ er fjöldi hnúta í netinu G.

P inniheldur öll ákvörðunarvandamál sem löggeng Turing-vél getur leyst á polynomial tíma, en því vitum við að TVIHLUTA er í flokkinum P.

Lýsing:

Við ítrum í gegnum alla hnúta G. Fyrir hvern hnút, h, athugum við hvort hann sé merktur; ef hann er ómerktur þá merkjum við hann 1 eða 0 og merkjum alla undirhnúta (hnúta sem h hefur legg til) sem 0 eða 1 (þá tölu sem h var ekki merktur sem); ef h er merktur, þá merkjum við alla undirhnúta með þeirri tölu 0 eða 1 sem h er ekki merktur sem. Ef við lendum einhverntímann í því að undirhnútur hefur sama merki og yfirhnúturinn h, þá segjum við G ekki tvíhluta. Þegar allir hnútar hafa verið merktir förum við einu aftur einu sinni í gegnum alla hnúta og berum saman merki hnútsins og undirhnúta hans. Ef einhver undirhnútur hefur sama merki og yfirhnúturinn, þá höfnum við og segjum G ekki tvíhluta, en ef ekki þá samþykkjum við og segjum G tvíhluta.

Sauðakóði:

```
{
Int i = 0;
Fyrir hnútur í G:
    Ef hnútur er ómerktur:
```

Ef $i == 0$:

 hnútur.merki = 0;

$i++$;

annars ef $i == 1$:

 hnútur.merki = 1;

$i--$;

hnútarNærliggjandi [] = Listi af hnútum sem hnútur hefur legg að.

Fyrir undirhnútur í hnútarNærliggjandi:

 Ef undirhnútur er ómerktur:

 Ef hnútur er merktur 0:

 undirhnútur.merki = 1;

 Annars ef hnútur er merktur 1:

 undirhnútur.merki = 0

 Annars ef undirhnútur er merktur:

 Ef undirhnútur.merki == hnútur.merki:

 Skila Ósatt;

Fyrir hnútur í G:

 hnútarNærliggjandi [] = Listi af hnútum sem hnútur hefur legg að.

 Fyrir undirhnútur í hnútarNærliggjandi:

 Ef undirhnútur.merki == hnútur.merki:

 Skila Ósatt;

Skila Satt;

}