Heimaverkefni 6

TÖL301G Formleg mál og reiknanleiki

Hjörvar Sigurðsson

Rætt var um verkefnið við Arnar Sigurðsson

1.

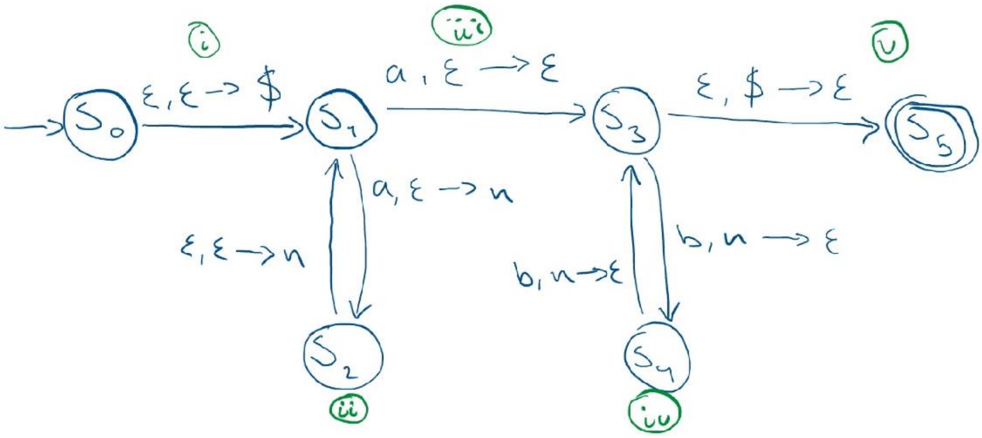
n	
0	a
1	aa bb
2	aaa bbbb
3	aaaa bbbbbb
4	aaaaa bbbbbbbb

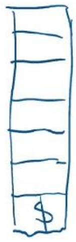
$S \to aX$

$X \to aX \mid \varepsilon$

$Y \to bYb \mid \varepsilon$

Þar sem fjöldi a-tákna er $n+1$, og fjöldi b-tákna er $2n$, þá má væntanlega nota n sem teljara, og telja eitt auka n og setja á staflann þegar a-tákn er lesið. Því næst þarf bara að finna leið til að bæta við stöku a-tákni til að fá $n+1$ a-tákn.





(i) Byrja á að setja $ á staflann svo ég viti hvenær hann er tómur.

(ii) Þegar lesið er a-tákn, þá er bætt tveimur n-táknum á staflann. Ég nota þau svo seinna til að vita hversu mörg b-tákn ég get lesið.

(iii) Bæti við stöku a-tákni. Þar með hef ég lesið n+1 fjölda a-tákna.

(iv) Í hvert sinn sem b-tákn er lesið, er fjarlægt eitt n-tákn af staflanum. Til að eiga möguleika á að komast í samþykktarástand þurfa b-táknin að vera lesin í tvenndum þar sem fjöldi b-táknanna skal vera 2n.

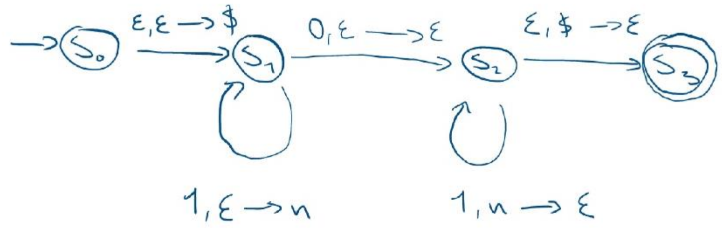
(v) Þegar $ er efst á staflanum, þá vitum við að hann er tómur (fyrir utan $), svo við samþykkjum.

2.

a. $G = (S, \{0,1\}, R, S)$, þar sem regla R:

$$S \to 1S1 \mid 0$$

c.



b. Ástand S_0 gegnir því hlutverki að bæta við \$-tákni á staflann svo það sé skýrt hvenær staflinn er orðinn tómur.

Ástand S_1 gegnir því hlutverki að lesa 1-tákn og telja fjölda þeirra með því að bæta n-tákni á staflann.

Þegar 0-tákn er lesið, þá vitum við það er að miðjan á strengnum, og við færum okkur yfir í ástand S_2 og byrjum að lesa 1-tákn og fjarlægja n-tákn af stafla til þess að tryggja að fjöldi 1-tákna sé sami fyrir og eftir 0-táknið.

Þegar \$-táknið er efst á stafla, þá samþykkjum við strenginn og förum í samþykktar ástand S_3.

Staflinn gegnir hlutverki teljara sem tryggir að fjöldi 1-tákna sé jafn sitt hvoru megin við 0-táknið.

3.

a)

$\varepsilon, E \rightarrow E+T$

$\varepsilon, E \rightarrow T$

$\varepsilon, T \rightarrow T*F$

$\varepsilon, T \rightarrow F$

$\varepsilon, F \rightarrow (E)$

$\varepsilon, F \rightarrow a$

$a, a \rightarrow \varepsilon$

$+, + \rightarrow \varepsilon$

$*, * \rightarrow \varepsilon$

$(, (\rightarrow \varepsilon$

$),) \rightarrow \varepsilon$

b)

i) Stafli Strengur

E
$

a+a*a

ii) Stafli Strengur

E
+
T
$

a+a*a

iii) Stafli Strengur

a
+
T
$

a+a*a

iv) Stafli Strengur

~~a+~~a*a

T
$

v) Stafli Strengur

T
*
F
$

~~a+~~a*a

vi) Stafli Strengur

a
*
F
$

~~a+~~a*a

vii) Stafli Strengur

~~a+a*~~a

F
$

viii) Stafli Strengur

~~a+a*~~a

a
$

ix) Stafli Strengur

$

~~a+a*a~~

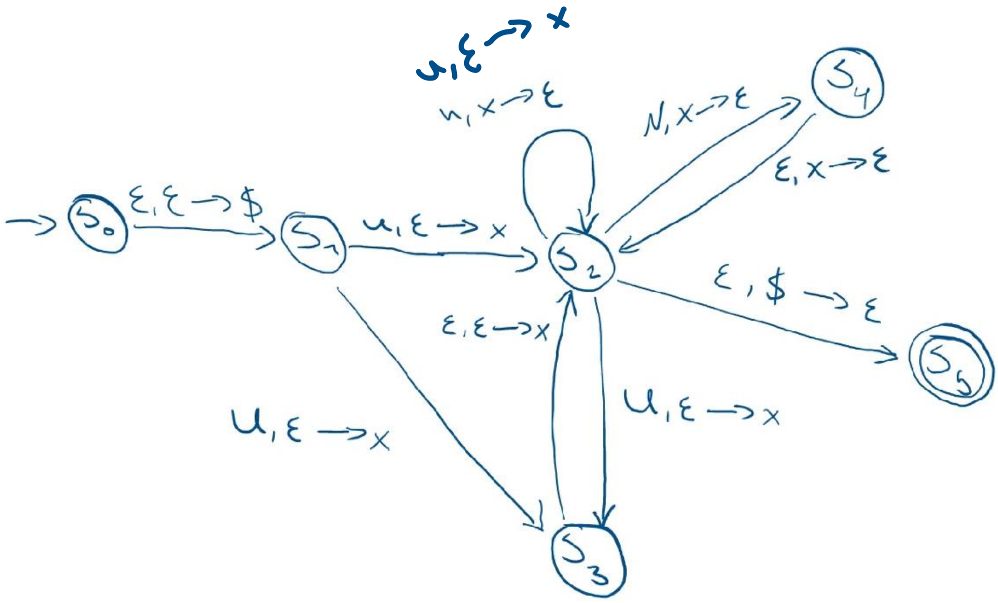
4.

a.

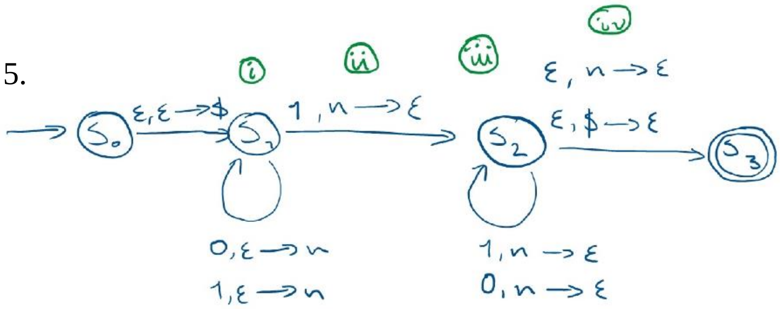
Gerum ráð fyrir að D sé reglulegt mál og lát p vera gefið með dælusetningu.
Vel strenginn $s = U^p u^p N^p n^p$, en $s \in D$ og $|s| \geq p$.
Athuga allar skiptingar s í þrjá hluta x, y, og z þannig að $s = xyz$, $|y| > 0$ og $|xy| \leq p$.
Til þess að strengur sé í málinu D þarf vægi upp-tákna (U, u) og niður-tákna (N, n) að vera jafnt, en U vegur tvöfalt meira en u og N tvöfalt meira en n. Með öðrum orðum: U = +2, u = +1, N = -2, n = -1, og til þess að strengur sé í málinu þarf heildarsumma tákna í strengnum að vera 0.
Af því leiðir að y-hluti skiptingarinnar getur ekki aðeins innihaldið U-, u-, N-, né n-tákn. Né heldur getur y-hlutinn aðeins innihaldið U- og u-tákn eða N- og n-tákn. Ástæðan er sú að í slíkum tilfellum væri strengurinn xy^iz ekki í málinu ef t.d. i = 5, en þá væru hlutfallslega of mörg tákn af þeirri gerð sem y-hlutinn inniheldur. T.d. ef y-hlutinn inniheldur aðeins u-tákn, þá væri strengurinn xy^5z $U^pu^p uuuuuN^pn^p$, en slíkur strengur er ekki í málinu D.
Eini möguleikinn sem eftir er eða sá að y-hlutinn innihaldi bæði u- og N-tákn. Sá möguleiki stenst þó heldur ekki, þar sem að í hvert skipti sem að gildið i í strengnum xy^iz hækkar, þá verður heildarsumma vægis táknanna í strengnum > 0, og því er strengurinn ekki í málinu D. T.d. ef i = 5, þá væri strengurinn xy^5z $U^pu^p uuuuuNNNNNN^pn^p$, en heildarsumma vægis táknanna í strengnum væri +1+1+1+1+1-2-2-2-2-2 = -5, og strengurinn því ekki í málinu.
Þar með höfum við sýnt að ekki sé hægt að skipta strengnum s í þrjá hluta x, y, og z þannig að þannig að xy^iz sé í málinu sé t.d. i = 5.
Þar sem að það væri hægt ef D væri reglulegt mál, þá leiðir sú forsenda að D sé reglulegt mál til mótsagnar, en því er D ekki reglulegt mál.

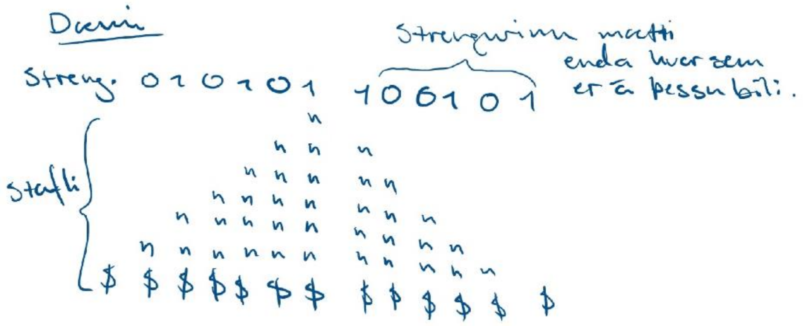
Lesið	Stafli
u	+ x
U	+ 2 x
n	− x
N	− 2 x

b)



5.





i. Vélin les inn 0-, og 1-tákn u-hluta strengsins. Þegar tákn er lesið er bætt við n á staflann, en við notum n til að halda utan um $|u|$.

ii. Vélin notar brigðgengni og giskar, þegar 1-tákn er lesið, að þetta 1-tákn sé í v-hluta strengsins. Þar með er a.m.k. eitt 1-tákn í v-hlutanum.

iii. Vélin les 1-, og 0-tákn v-hlutans og fjarlægir n af staflanum til að tryggja að $|u| \geq |v|$. Ef v-hlutinn inniheldur fleiri tákn en u-hlutinn, og \$ er efst á staflanum þegar þarf að lesa 0-, eða 1-tákn, þá deyr vélin.

iv. Ef, þegar strengurinn hefur verið lesinn, það er n eða \$ á staflanum þá samþykkir vélin strenginn.