

## Heimaverkefni 5

### TÖL301G Formleg mál og reiknanleiki

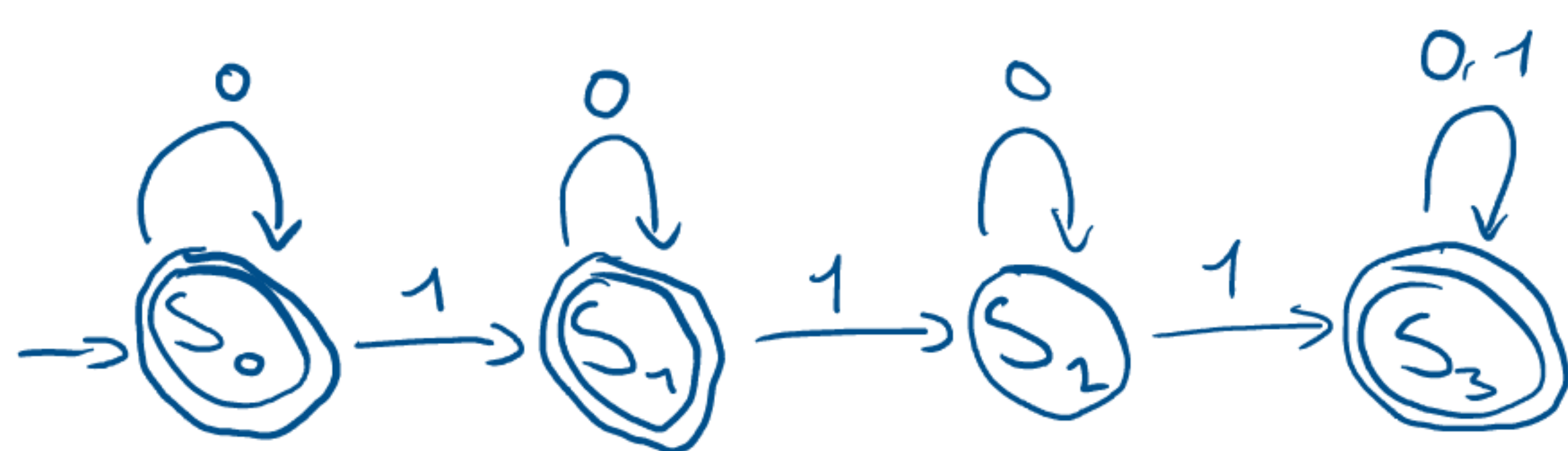
#### Hjörvar Sigurðsson

*Rætt var um verkefnið við Arnar Sigurðsson*

1. Já, HTML er samhengislaust mál. HTML er afleiða af SGML (Standard Generalized Markup Language), en SGML er samhengislaust mál. Það að HTML sé samhengislaust mál fæst staðfest með vitneskjunni um að hægt sé að parsa (e. parsing) HTML með því að útbúa LL mállýsingu (e. LL grammar). Þó ber að hafa í huga að einungis *gilt* HTML er samhengislaust mál – vafrar reyna oft að láta ógilt HTML duga, en í þeim tilvikum er HTML-ið oft ekki samhengislaust.

*Upplýsingar fengnar að hluta til frá <https://resultfor.dev/456189-is-html-a-context-free-language>.*

2. Løggeng stöðmæl  $M$ :



i. Fjögur ástandir í  $M$ , þannig er innleið;  
fjórur brygjur,  $R_0, R_1, R_2$ , og  $R_3$ .

ii. Þrjár stöðufærslur í  $M$ , þannig að

$$R_0 \rightarrow 0R_0 \mid 1R_1 \mid \epsilon$$

$$R_1 \rightarrow 0R_0 \mid 1R_2 \mid \epsilon$$

$$R_2 \rightarrow 0R_2 \mid 1R_3$$

$$R_3 \rightarrow 0R_3 \mid 1R_3 \mid \epsilon.$$

iii. Þrjár samþykktar ástandir í  $M$   
þannig að

$$R_0 \rightarrow \epsilon$$

$$R_1 \rightarrow \epsilon$$

$$R_3 \rightarrow \epsilon.$$

iv.  $S_0$  upphafsástand í  $M$ , þannig að

$R_0$  er upphafsbrýta í  $G$ .

Nú ástanda:  $G = (V, \{0,1\}, P, R_0)$

með reglur  $P$ :

$$R_0 \rightarrow 1R_1 \mid 0R_0 \mid \epsilon$$

$$R_1 \rightarrow 1R_2 \mid 0R_1 \mid \epsilon$$

$$R_2 \rightarrow 1R_3 \mid 0R_2$$

$$R_3 \rightarrow 1R_3 \mid 0R_3 \mid \epsilon$$

og  $V: \{R_0, R_1, R_2, R_3\}$ .

3.a.

$$G = (V, \Sigma, R, S),$$

$$V = \{S, A\}$$

$$\Sigma = \{0, 1\}$$

$$R = P:$$

$$S \rightarrow 0S11 \mid \epsilon$$

$S$  er byrjunar stæðan. Ef  $n=0$ , þá er strengurinn tómur og því  $\epsilon$ .

Ef  $n > 0$ , þá er hægt að veita  $(0S)$   $n$  oft en það kemur alltaf næst  $2n \times (1)$ .

$$S = S$$

Svo:  $G = (\{S\}, \{0, 1\}, P, S)$  með  
reglu  $S \rightarrow 0S11 \mid \epsilon$



3.b.  $G = (\{S, A, B\}, \{a, b\}, P, S)$

Þar sem reglur  $P$ :

(i)  $S \rightarrow aA \mid Bb$

(ii)  $A \rightarrow \varepsilon \mid aA \mid aAb$

(iii)  $B \rightarrow \varepsilon \mid bB \mid aBb$

i. Ef fleiri  $a$ -tákn eru í strengnum en  $b$ -tákn, þá er valið " $aA$ ", en  $a$ -táknid tryggir að  $a$ -táknin verða fleiri.

Ef fleiri  $b$ -tákn eru í strengnum þá er valið " $Bb$ ", en  $b$ -táknid tryggir að  $b$ -táknin verða fleiri.

ii. " $aAb$ " tryggir að ef bara skelur  $b$ -táknin, þá helst alltaf meiri fjöldi  $a$ -tákna.

iii. Það sama gildir um " $aBb$ ", nema að þá er tryggt að  $b$ -táknin séu fleiri.

4. Málum má lýsa sem

$$L = \{IF^n ELSE^m \mid n > 0 \text{ og } n \geq m\}.$$

Málid L hefur máljöfnuna

$$G = (\{S, A\}, \{IF, ELSE\}, P, S),$$

þar sem reglur P:

$$S \rightarrow IF A \mid IF A ELSE$$

$$A \rightarrow S \mid \epsilon.$$

Setningarnar í Java geta verið

eitt eða fleiri IF,

eitt eða fleiri IF-ELSE,

eða blanda af báðum.

5. a.  $G_A = (\{S, A, B\}, \{a, b\}, P, S)$   
med regler P:

$$S \rightarrow A \mid B$$

$$A \rightarrow aA \mid B$$

$$B \rightarrow bBc \mid \epsilon$$

b.  $G_B = (\{S, C, D\}, \{a, b\}, P, S)$   
med regler P:

$$S \rightarrow CD$$

$$C \rightarrow aCb \mid \epsilon$$

$$D \rightarrow cD \mid \epsilon$$



4. Í sniðmáli  $A \cap B$  þarf hver strengur að uppfylla kröfur A sem og kröfur B.

Skilyrðin sem strengurinn þarf þá að uppfylla eru:

- i. a- og b-tákn skulu vera í veldi  $x \geq 0$ .
- ii. b- og c-táknið skulu vera í sama veldi.
- iii. a- og b-táknið skulu vera í sama veldi.

Af skilyrðum ii. og iii. má þá sjá að a-, b-, og c-táknið þurfa öll að vera í sama veldi.

Þá má lýsa máli  $A \cap B$  sem:

$$A \cap B = \{a^n b^n c^n \mid n \geq 0\}.$$

Við vitum, samkvæmt fyrirlestri, að málið  $\{a^n b^n c^n \mid n \geq 0\}$  er ekki samhengisfjálfst.

Þar sem A og B eru samhengisfjálfst, en sniðmengi  $A \cap B$  er ekki samhengisfjálfst, þá höfum við sést fram á að samhengisfjálfst máli eru ekki lokuð með tilliti til sniðmáls.



6. Gerum ráð fyrir að  $A$  sé samhengisfjafalst mál og lát  $p$  vera gefið með dalsetningu.

Vel strenginn  $s = a^p b^p b^p a^p$ . Það er lögð  
 að  $s \in A$  og  $|s| \geq p$ .

Athuga:

i. Til að skilyrðið  $|vxy| \leq p$  sé uppfyllt, þarf skiptingun að vera þess eðlis að  $vxy$  nái aðeins yfir einn af föllum táknum  $s$ .  
 (1, 2, 3, 4)

ii. Ef  $vxy$  inniheldur annað af

$a$ -táknunum eða  $b$ -táknunum, eða bæði  $a$ - og  $b$ -tákn, þá

inniheldur  $uv^2xy^2z$  runur af táknum sem eru eðlis

til stæðar á hinum enda strengsins

og því forsenda málstus, eða

að  $w = w^R$ , brostin.

iii. Ef  $vxy$  inniheldur bæði  $b$ -táknin (2, 3),

þá fylgir aukning á  $i$  hjákrumilega

ójafn fjöldi  $a$ - og  $b$ -tákna og því

er strengurinn ekki lengur í  $A$ .

Þetta dekkur öll tilfelli og við höfum

þannig sést fram á málstögn og

$A$  er því ekki reglulegt mál.