**TÖL301G Formleg mál og reiknanleiki**

**Heimaverkefni 13**

**Hjörvar Sigurðsson**

Verkefnið er í NP þar sem hægt er að sannreyna lausn í margliðutíma. Það væri hægt með því að lesa einu sinni í gegnum alla dálka og hafna ef dálkurinn inniheldur fleiri en eina tegund af spilapening. Síðan væri lesið í gegnum allar raðir og hafnað ef röð inniheldur engann spilapening. Að lokum væri staðfest. Þetta reiknirit keyrir á O(n).

3-SAT verkefnið er það verkefni að ákvarða hvort til sé lausn á Booljöfnu á CNF-formi þar sem hver klausa hefur að mesta leyti þrjár breytur (e. literals).

Við útbúum Booljöfnu b sem er sönn þ.þ.a. til sé lausn á einmenningsspilinu e.

Breyturnar í Booljöfnu b eru eftirfarandi:

DiR táknar að dálkur i inniheldur rauða spilapeninga.

DiB táknar að dálkur i inniheldur bláa spilapeninga.

RiR táknar að röð j inniheldur a.m.k. einn rauðann spilapening.

RjB táknar að röð j inniheldur a.m.k. einn bláann spilapening.

Fyrir hvern dálk i á spilaborðinu búum við til eftirfarandi bool-segð:

(DiR ∨ DiB) ∧ (¬ DiR ∨ ¬ DiB).

Þessi liður er aðeins sannur af dálkur i inniheldur aðeins rauða eða aðeins bláa spilapeninga.

Fyrir hverja línu á spilaborðinu búum við til eftirfarandi bool-segð:

(RjR ∨ RjB).

Þessi liður er aðeins sannur ef röð j inniheldur a.m.k. einn spilapening.

Dæmi:

Diagram, shape

Description automatically generated

Þetta spilaborð væri táknað með eftirfarandi Booljöfnu (rauður litur táknar FALSE, grænn táknar TRUE):

(D1R ∨ D1B) ∧ (¬ D1R ∨ ¬ D1B) ∧ (D2R ∨ D2B) ∧ (¬ D2R ∨ ¬ D2B).

∧ (D3R ∨ D3B) ∧ (¬ D3R ∨ ¬ D3B) ∧ (D4R ∨ D4B) ∧ (¬ D4R ∨ ¬ D4B)

∧ (R1R ∨ R1B) ∧ (R2R ∨ R2B) ∧ (R3R ∨ R3B) ∧ (R4R ∨ R4B).

A picture containing shoji, crossword puzzle

Description automatically generated

Þetta spilaborð væri táknað með eftirfarandi Booljöfnu (rauður litur táknar FALSE, grænn táknar TRUE):

(D1R ∨ D1B) ∧ (¬ D1R ∨ ¬ D1B) ∧ (D2R ∨ D2B) ∧ (¬ D2R ∨ ¬ D2B).

∧ (D3R ∨ D3B) ∧ (¬ D3R ∨ ¬ D3B) ∧ (D4R ∨ D4B) ∧ (¬ D4R ∨ ¬ D4B)

∧ (R1R ∨ R1B) ∧ (R2R ∨ R2B) ∧ (R3R ∨ R3B) ∧ (R4R ∨ R4B).

SUBSET-SUM verkefnið snýst um að ákvarða hvort til sé hlutmengi, H, í gefnu mengi, M, þar sem summa, S, staka hlutmengisins jafngildir einhverju gefnu gildi, G.

Við yfirfærum frá SUBSET-SUM yfir á RECTANGLE-TILING:

1. Við táknum G sem flatarmál ferhyrnings, F, og sýnum allar mögulegar útfærslur á ferhyrning F með flatarmál G. T.d. getur ferhyrningur með flatarmál 8 verið í laginu 1x8, 2x4, 4x2, og 8x1.
2. Við ímyndum okkur ristir (e. grid) með víddir hverra útfærsla á F.
3. Við táknum hvert stak í hlutmengi H sem flatarmál ferhyrnings, f, og sýnum allar mögulegar útfærslur á f.
4. Við ímyndum okkur ristir með víddir hverra útfærsla á f.
5. Að lokum athugum við hvort til sé samsetning útfærslna á f sem passar í einhverja útfærslu á F. Þetta gerum við með því að ítra í gegnum útfærslur á F, og fyrir hverja útfærslu ítrum við í gegnum hverja útfærslu á f, og fyrir hverja útfærslu á f ítrum við í gegnum allar mögulegar staðsetningar f inni í rist útfærslunnar á F. Sé til samsetning útfærslna f sem passa nákvæmlega í rist útfærslu F, þá samþykkjum.

Þar með höfum við yfirfært SUBSET-SUM yfir á RECTANGLE-TILING svo að til sé lausn á SUBSET-SUM þ.þ.a. til sé lausn á RECTANGLE-TILING.

Við ítrum í gegnum a#b#c. Í lokin samþykkjum við ef a x b == c, en höfnum ef að a x b != c.

Reikniritið felur í sér eina ítrun yfir a#b#c (það má ímynda sér a#b#c sem band á Turing-vél). Breyturnar a, b, og c eru tvíundartölur og því táknaðar með log2 n bitum. Minnisnotkun verkefnisins er því O(log n) og verkefnið því í L.