

2017 年上期离散数学（一）考试点评

一分耕耘一分收获，种瓜得瓜，种豆得豆，千古不变的道理。在这门课的考试里，没有侥幸，没有什么运气。只有平时的认真学习和付出。

学数学最重要的是要用心去理解，认真听讲，努力思考，充分理解所学的知识。依靠考前两天的突击背书是没有多大用处的。

那些平时经常抄作业应付了事的，应该有不少教训！

先说一下一些同学的基本数学素养的问题：

（1）逻辑混乱，思维不清。作为数学科目，凡是逻辑混乱的，扣分会很多，或者说得分会很少。因为数学就是要求最基本的逻辑正确。

（2）作为关系的运算，也演变成集合的运算，有部分同学说是 R 跟什么的析取，或者说析取另一个集合。“析取”是逻辑运算，不是集合或者关系运算！低级错误。

（3）明明已知的是集合 A ，关系 R 。硬是有同学要去求什么 A 的 i 次方， A 的闭包什么的。完全错误。 A 压根就不是关系。是关系 R 定义在这个集合上而已。

（4）在解答过程中，随心所欲地冒出一些符号或者字母（想要什么就凭空冒出什么），比如说 M, P, B, C 什么的，但不对这些字母或者符号做任何说明，不说明这些字母符号代表什么意思，就埋头写下去。这样就是典型的数学基本素养问题。我可以假设你的这些字母和符号表示任意我想表示的东西，你后面的所有解答都是错误的，都是跟题目没有任何关系的内容了。同学们不要以为，你作为老师你应该懂得我是什么意思，你懂的！告诉你，我不懂，懂也不懂。其它人更不懂。

作为数学，其实任何一个学科，任何一门课里面，或者是任何一个场合，如果不是全世界公认约定、一致认可的约定符合，在它出现使用之前就必须说明其表示什么！！

（5）我多次强调过，重复过，只要不是选择填空题目，就不能只是给一个答案或者说一个结果。如果只给一个答案，没有任何说明，没有任何过程，那么最多只能得到一个答案分！甚至是没有分。因为有可能认为你是抄的一个答案！有不少同学，这方面习惯非常糟糕，总是觉得好像我给了一个答案或者结果，而且结果是对的，就能得到满分。那么你们现在就应该知道这是不可能的！有可能一分都得不到！这就是往往很多同学在成绩出来后，总觉得老师改卷搞错了，给分给少了的原因。

结论正确但叙述不清，或者叙述混乱，或者没有叙述，是一定会扣分甚至不给分的。

无论是做作业，考试做题目，也无论是哪门课，还是将来搞科研写论文，还是将来写工作报告，绝对不可以就只写个结论！切记！！

例如：有些同学对第四大题的第 2 题的解答如下：

解（甚至这个“解”字也省略了） $r(R), s(R), t(R).$
 $tsr(R).$

这样的解答可以一分都不给。没有任何说明，没有任何过程，没有任何理由！缺

乏基本的数学素养。甚至“ $\text{tsr}(R)$ 就是所要求的答案”这句关键的话都省略了。那我的问题，在这种类似的解答里面，你的答案是什么？ $\text{tsr}(R)$ 又是什么？你是做到了第几步，这是哪一步的中间结果，还是什么的？

正确的答案的确是 R 自反闭包，的对称闭包的传递闭包。但这种解答里面并没有说 $\text{tsr}(R)$ 就是所以的答案，就是要求的结果。

不要去埋怨阅卷者要求太严，而是要怨自己缺乏基本的素养，不能满足基本的要求，对自己要求太低、太无所谓。觉得我只要是写了一个正确的结论就行了。再一次提醒各位同学，这样不可以，你将来工作也不可以这样！

(6) 有些同学，觉得老师在课堂上上课，黑板上写的就是简单的，很多过程都没写。但是，请记住，课堂上一方面是为了节省时间和空间，最重要的是，课堂上很多东西已经是口头上已经表达叙述清楚了，就没有再在黑板上重复写出来了。黑板上的字母和符号，也是课堂上口头已经解释过了，它表示什么代表什么是很清楚的，不是凭空冒出来的！

一下是具体的点评：

选择题以及填空题：

这 30 分题目都是基础题，不用再说什么。

解答题：

1 逻辑符号化的题目，是谓词符号化，出问题的地方是，两个量词后面属性谓词和特性谓词的蕴含与合取搞混了；

逻辑问题符号化是必考的内容，多次说过。这道题的表述是基本的，没有多少绕弯子的地方，也没有什么难以理解的内容。

一般在没有指定个体域的情况下，我们都用全总个体域，再用特性谓词来说明。出现比较多的问题：

(1) 没有指定个体域，也没有特性谓词来说明个体。

(2) 在使用全总个体域时，特性谓词跟主谓词之间到底是用合取 \wedge 还是蕴含 \rightarrow ，不少同学没搞清楚。这一点在课堂上是讲清楚了了的。

2. 求主范式：

这道题没有难度，没有什么技巧，考的就是基础。两种方法解决：

一种是直接做等值演算，直到转变成 范式，而且是主范式为止；另一种办法就是列出真值表，直接用最大最小项把主范式写出来就是了。课堂上讲得清楚了，PPT 上也有详细具体的说明包括例题。

但还是有不少同学得不到分，或者只得到一点点分，遗憾。

3. 偏序关系的题目：这道题是基本题，也就是有关偏序的基础知识。

只要理解关系矩阵跟关系的联系，理解偏序关系以及 HASSE 图就可以了，

4. 蕴含式的判断和证明：

先判断是否正确，再证明你的判断。

就这道题而言，结论是正确的。下结论后，证明它是成立的，可以直接证明，也可以用一些附加条件间接证明，也可以反正法的思路，等等。都可以。没有什么难度。

方法较多，错误集中在证明的逻辑不清楚，只要按课本所讲的来证都能出来，错的都是不能理清蕴含的定义，就瞎写。

5. 函数的单满射判断：

同学们对函数的理解还不够，还停留在中学和高等数学中常见的初等函数，还是老想着从数映射到数，或者从一般集合映射到数集的函数，也即函数值是数。这里的区别不过是从一个笛卡尔集到另一个集合的函数而已。理解笛卡尔集合、理解单满射、理解这个函数本身就可以了。

该题目正确答案是，内射，非满射。错误最多的是说成了满射，错误点在与没有看清楚函数的定义域在 Z^2 集合上，如果定义域是 R^2 集合，则是满射。

6. 二元关系复合运算计算，画关系图：基础题，没有难度，没有什么技巧要求。也是一直说要考的的内容。

证明与综合题

1. 命题逻辑形式证明：一再说明这种题目是必考的。

一些错误的原因在于没有掌握形式化证明的过程；

再一点容易出错的地方，中间消除 Q 的过程，没有使用简便的方法，转成 Q 蕴含 $P \rightarrow S$ ；

有同学自己用等值演算消除 Q ，中间过程出错。

2. 求最小等价关系的题目，并且说明理由。

这一道 10 分题目有点综合的意思。既涉及到了三种闭包的概念和计算，又涉及到等价关系的概念。这道题得分率比较低一些。

这道题目的情况是一个很好的例子，说明一个问题：数学，尤其是离散数学，要学好就必须理解！依靠死背，或者是临时复习一下，或者是刷几道题目，是解决不了什么问题的。

这道题需要做三件事：求出所要求的等价关系；写出计算公式（表达式）；说明理由，也即说明求出来的的确就是包含 R 的最小的等价关系。

得满分 10 分的每个班只有极少数 2 到 3 个人。

(1) 很多人的答案是: $I_A \cup R^{-1} \cup_1^n R^i$

这个表达式表面上好像是开始考虑了自反性,用了自反闭包,接着又考虑了对称性,再用了 R 的传递闭包。但这个表达式的关系 既不满足自反性又不满足可传递性。自己去考虑为什么不满足。

(2) 有些人的答案是: $I_A \cup \bigcup_1^n R^i \cup_1^n R^{-i}$

这个表达式还是不满足可传递性。

(3) 有些人是先求自反闭包,在这个基础上再求传递闭包,再在传递闭包的基础上求 对称闭包; 这种求法满足自反性和对称性,但传递性不满足 (同上 3)

也有些同学谈一些没有任何关系的分划什么的,与本题解答没有任何关系。

正确的答案应该是: $I_A \cup (\bigcup_1^n (R^{-1} \cup R)^i)$

也就是: R 的对称闭包的传递闭包,再并上恒等关系,也即再求自反闭包。这样求出来的关系,肯定是等价关系,而且包含 R ,也是所有包含 R 的等价关系中的最小的关系 (好比是“等价”意义上的闭包)

这里说明理由就需要说明以下理由:这个关系是 等价关系,它是包含 R 的,而且是包含 R 的等价关系中最小的; **没有几个人说清楚了这些理由。**

自己去想想,怎么说明这个关系是满足自反性、对称性和可传递性的,而且是包含 R 的所有等价关系中最小的;

3. 函数单满射证明:

题目: hgf, gfh 都是满射, fgh 是单射。证明 f, g, h 都是双射。

分析: 首先必须正确理解单射、满射和双射的意思,否则没办法做。

其次,这道题的证明,需要知道一个定理: **fg 为单射,则 g 一定是单射; fg 为满射则 f 一定是满射。**

证明: 由于 hgf, gfh 都是满射, fgh 是单射, 所以很直接就得出 h, g 都是满射, hg, g 一定是单射是单射; 于是知道了 g 就是双射了。

在 g 是双射的前提下, hg 是单射还是满射就完全取决于 h 了, 于是有 hg 是单射就能推出 h 也是单射; 因此有 h 也是双射了;

由于 h, g 都是双射, 那么 hg 也就必然是双射 (双射的复合函数一定是双射), 同样的道理, $f(hg)$ 是否是单射也就取决于 f 是否是单射了。有已知 fgh 是单射, 所以得出 f 是单射;

由于 hg 是双射, $(hg)f$ 是满射, f 必然是满射, 否则。因为假设 f 不是满射, 那么一定至少有一个元素 $b \in B$, 使得 b 在 f 下没有源像。考察 $hg(b) \in A$, 因为 hg 是双射, 那么 $hg(b)$, 因此 $hg(b)$ 在函数 $(hg)f$ 下没有源像。与 hgf 是满射矛盾。所以 f 必然是满射。综合上面得出的结论, 知道 f 也是双射。

这道题的得分率比较低, 问题主要是同学们对基本概念的理解不透, 以致对定理的记忆混乱。答题时错误主要有两种情形:

1. 定理的结论弄错了，解题时将错就错；
2. 不用定理，直接用概念的定义，但是概念又理解不透，基本操作模式也不会，于是跟着感觉写。