

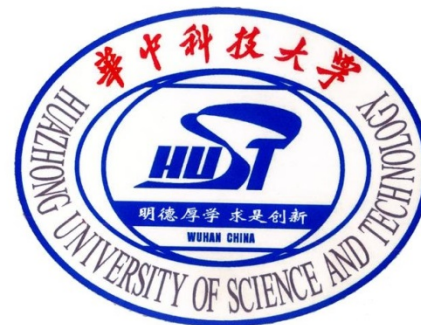
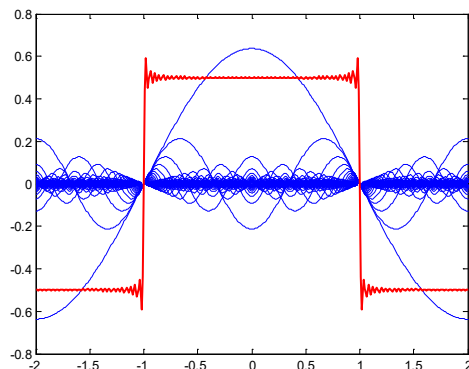
信号与系统

第16讲 离散系统的模拟&复习

郭红星

华中科技大学计算机学院

June 4, 2020



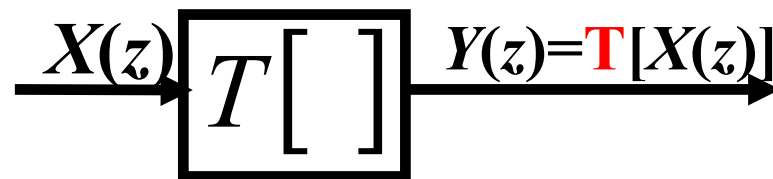
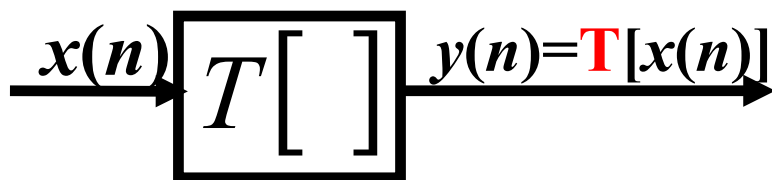
本讲内容

- 离散系统的模拟(数字滤波器的结构)
 - 非递归式数字滤波器
 - 递归式数字滤波器(直接I / II型、级联型、并联型)
- 复习：本课程的核心内容及组织
- 考试事宜
- 实验报告
- 学习目标
 - ◆ 熟悉离散系统模拟的几种结构，了解其优化途径
 - ◆ 深刻理解四种傅氏变换的内在联系与统一性
 - ◆ 掌握本课程的重点内容及其逻辑关系，争取取得好成绩

8.1 离散时间系统的模拟

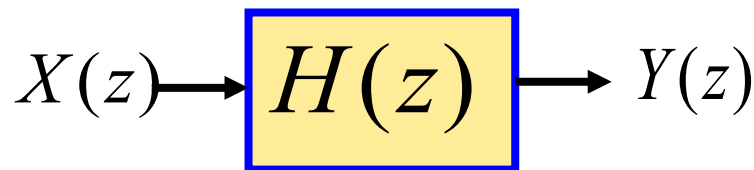
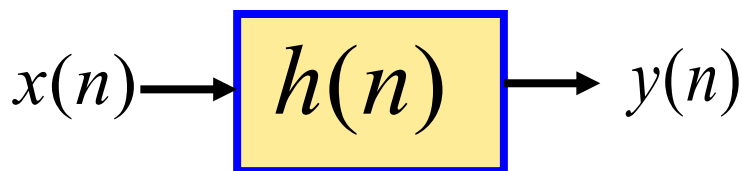
离散时间系统的描述(复习)

定义: 一个系统, 若**输入**是**离散**时间信号, **输出**也是**离散**时间信号, 则此系统为离散时间系统



$$\sum_{k=0}^N a_k y(n+k) = \sum_{r=0}^M b_r x(n+r)$$

$$\sum_{k=0}^N a_k z^k [Y(z) - \sum_{l=0}^{k-1} y(l)z^{-l}] = \sum_{r=0}^M b_r z^r [X(z) - \sum_{m=0}^{r-1} x(m)z^{-m}]$$



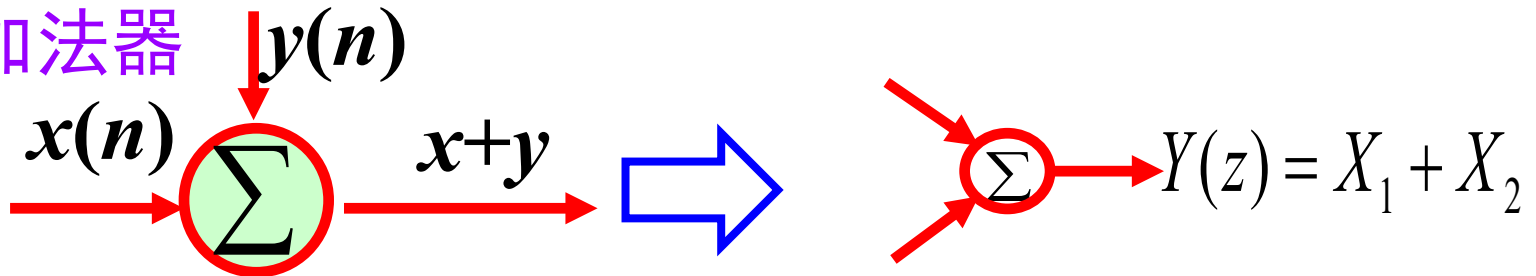
$$y(n) = x(n) * h(n)$$

$$Y(z) = X(z)H(z)$$

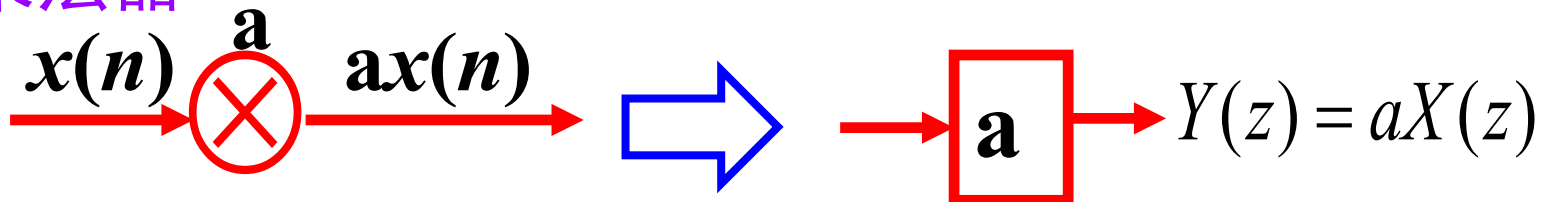
离散时间系统的模拟 (实现)

■ 基于三种基本部件 (Building blocks) (P322)

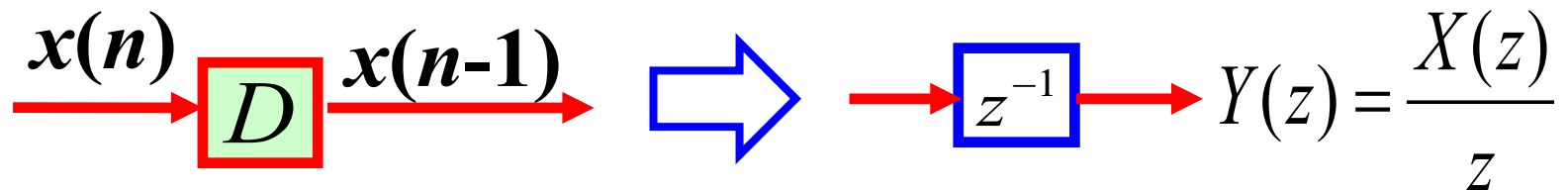
① 加法器 $y(n)$



② 乘法器



③ 延时器

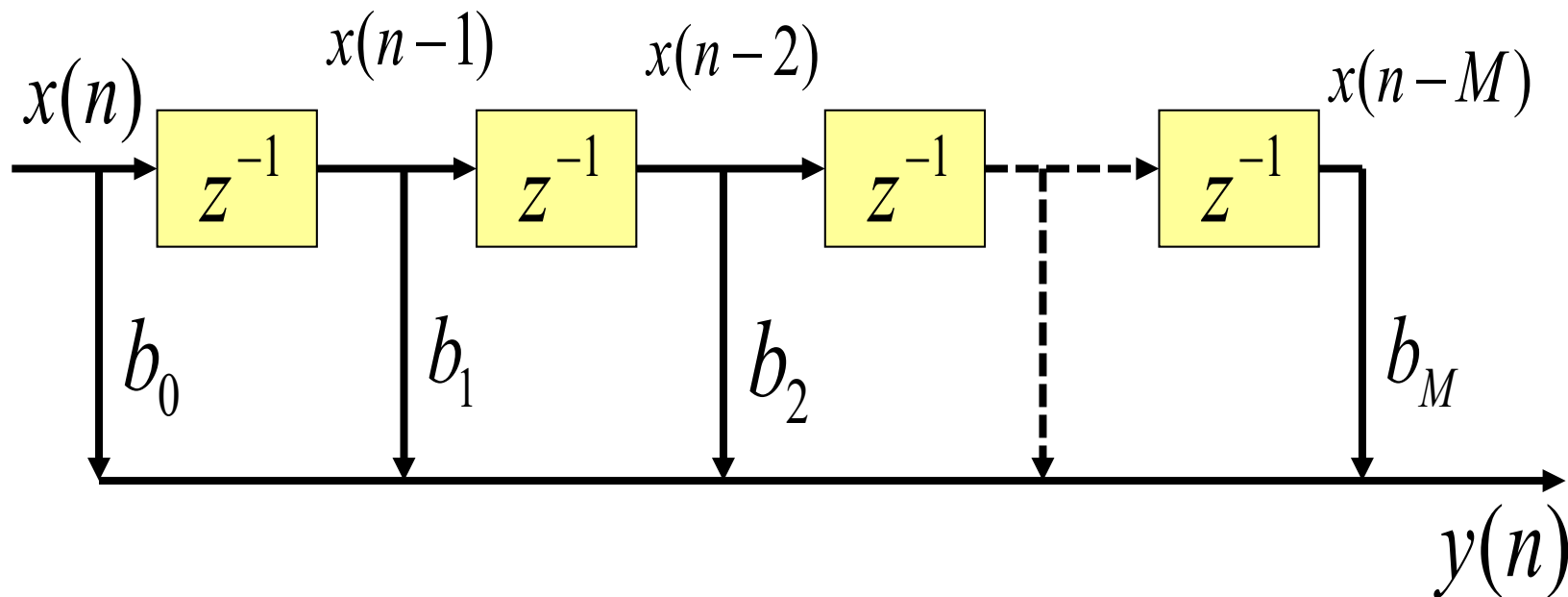


时域

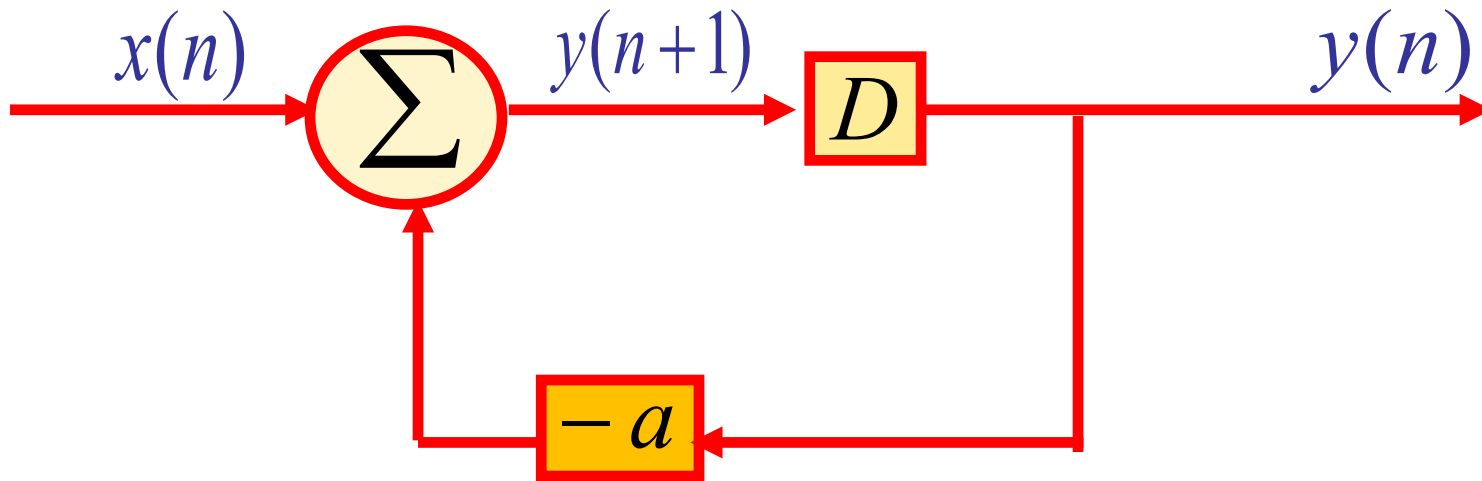
z 变换域

非递归式数字滤波器的模拟

$$y(n) = \sum_{r=0}^M b_r x(n-r) \quad H(z) = \sum_{r=0}^M b_r z^{-r}$$



递归式数字滤波器的模拟：一阶系统

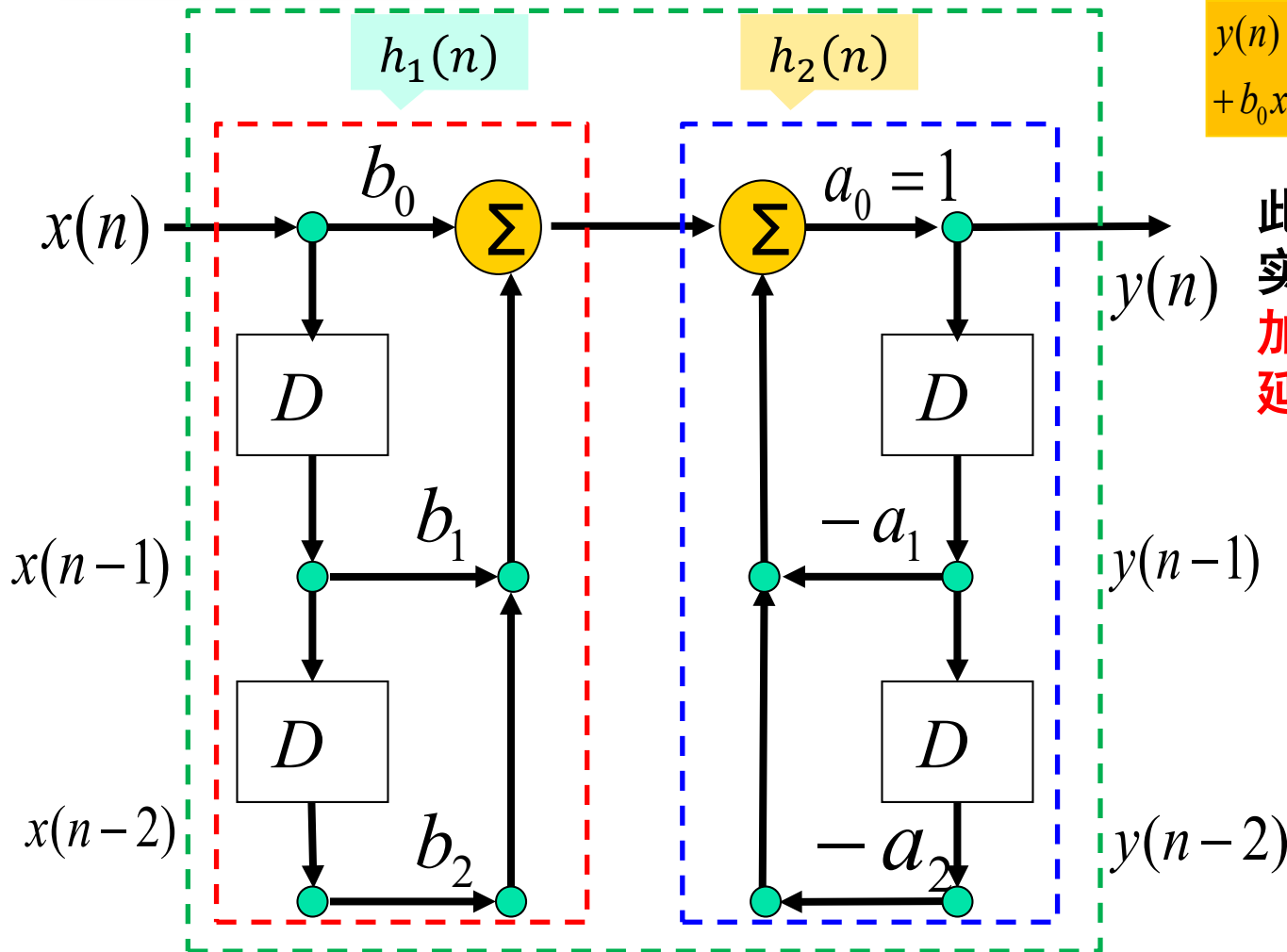


$$y(n+1) + ay(n) = x(n)$$

递归式数字滤波器的直接模拟

(a) 直接I 型

$$h(n) = h_1(n) * h_2(n) = h_2(n) * h_1(n)$$



$$y(n) = -a_1 y(n-1) - a_2 y(n-2) + b_0 x(n) + b_1 x(n-1) + b_2 x(n-2)$$

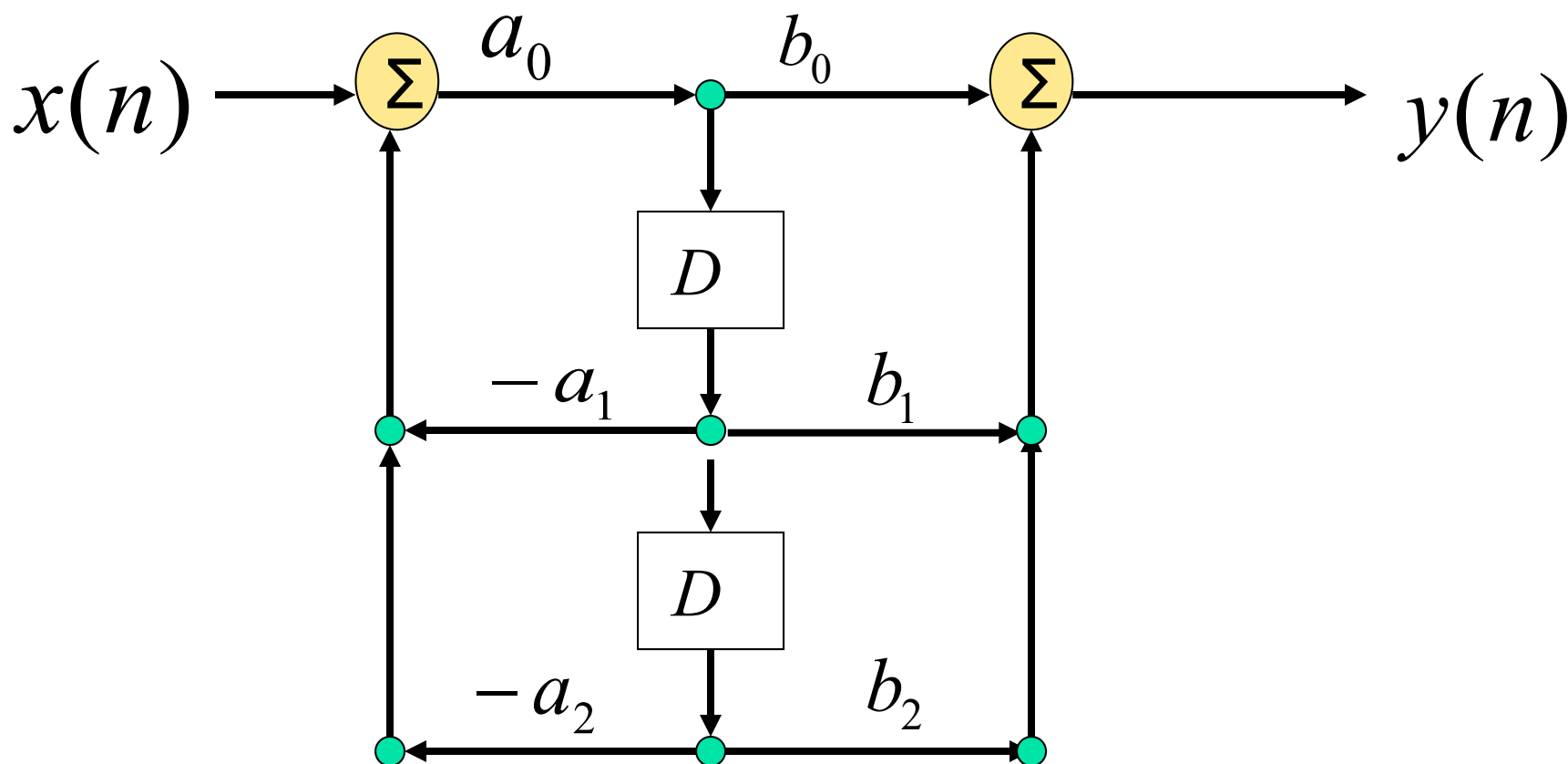
此二阶数字滤波器实现需要用到若干**加法器**、**乘法器**和**延时器**（存储器）

思考：实现所用的基本部件还可以**减少**吗？

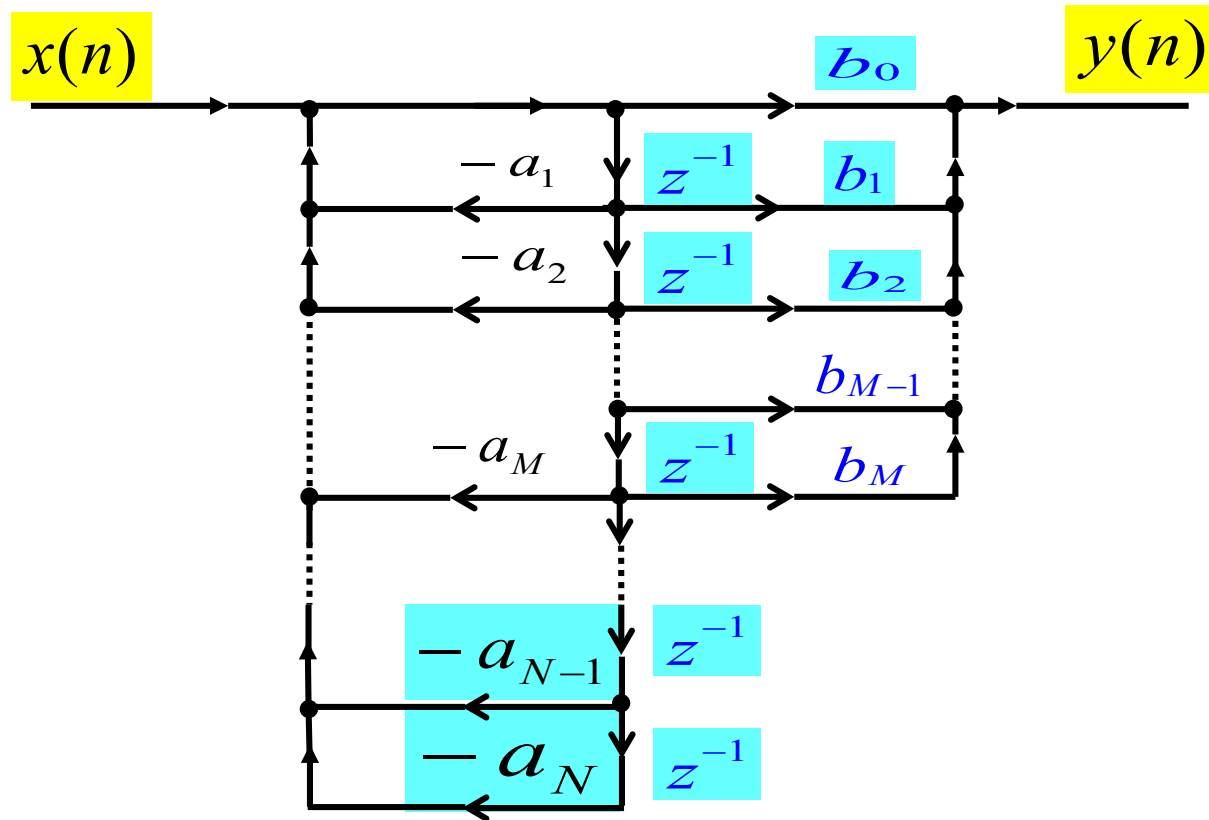
递归式数字滤波器的直接模拟

(b) 直接II型(简化直接型)

$$y(n] = -a_1y[n-1] - a_2y[n-2] + b_0x[n] + b_1x[n-1] + b_2x[n-2]$$



直接模拟高阶数字滤波器的问题

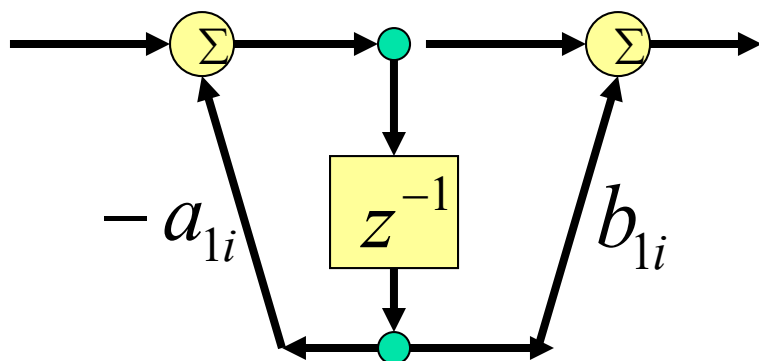


你能想出什么解决方法吗？

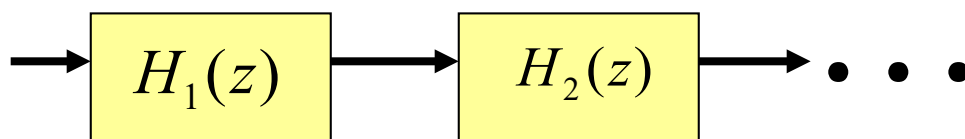
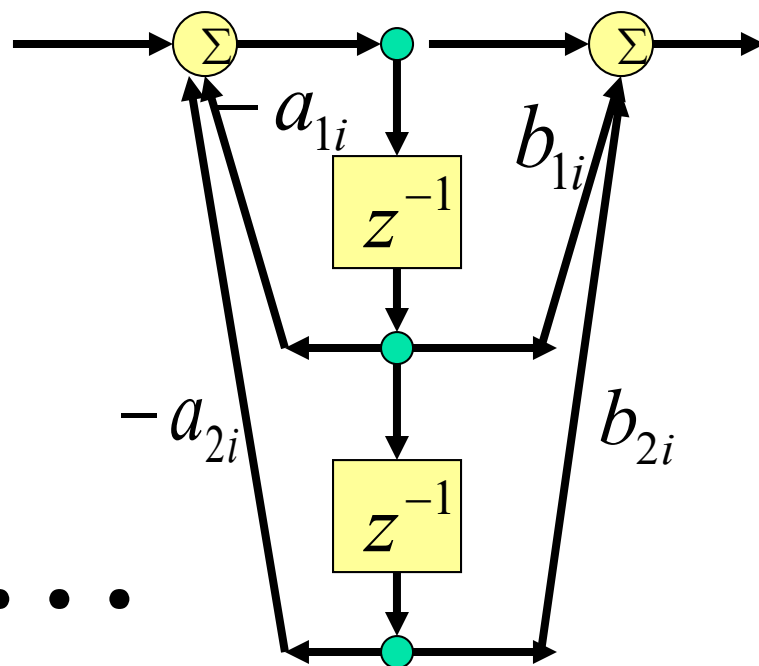
递归式数字滤波器的串联式模拟

(c) 串联形式 $H(z) = A_0 \prod_{i=1}^k H_i(z)$

$$H_i(z) = \frac{1 + b_{1i}z^{-1}}{1 + a_{1i}z^{-1}}$$



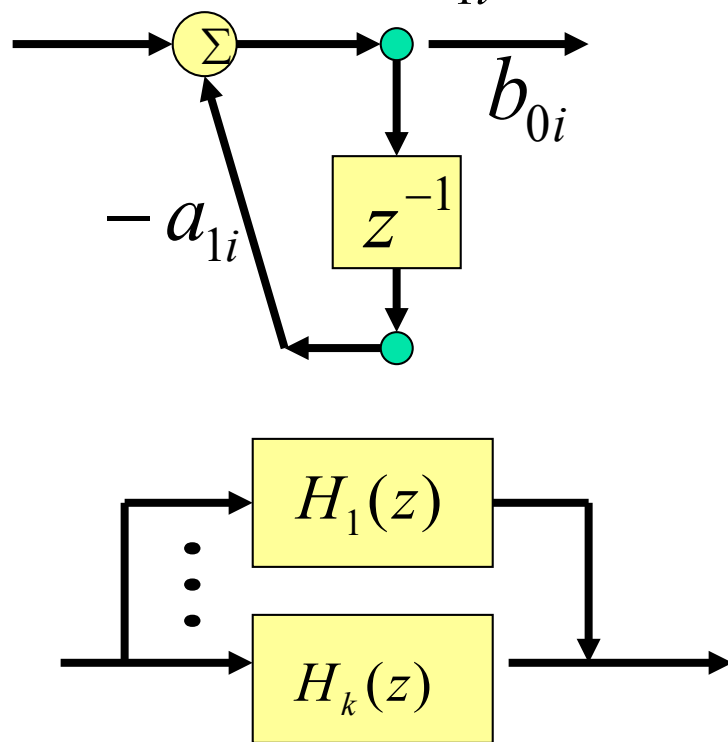
$$H_i(z) = \frac{1 + b_{1i}z^{-1} + b_{2i}z^{-2}}{1 + a_{1i}z^{-1} + a_{2i}z^{-2}}$$



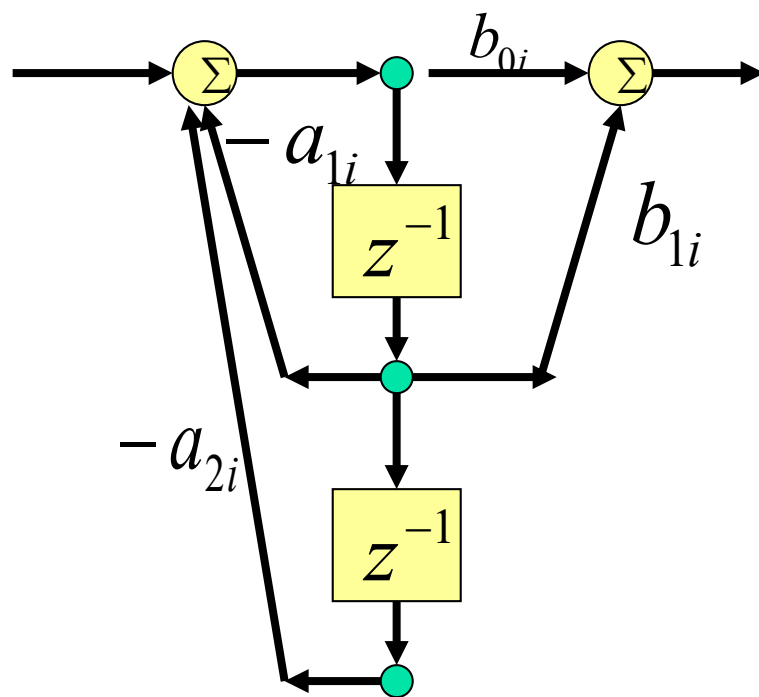
递归式数字滤波器的并联式模拟

(d) 并联形式 $H(z) = C + \sum_{i=1}^k H_i(z)$

$$H_i(z) = \frac{b_{0i}}{1 + a_{1i}z^{-1}}$$



$$H_i(z) = \frac{b_{0i} + b_{1i}z^{-1}}{1 + a_{1i}z^{-1} + a_{2i}z^{-2}}$$



例题1及解答

画出如下系统函数所表示系统的模拟框图，建立串联、并联和级联形式的结构图并进行分析

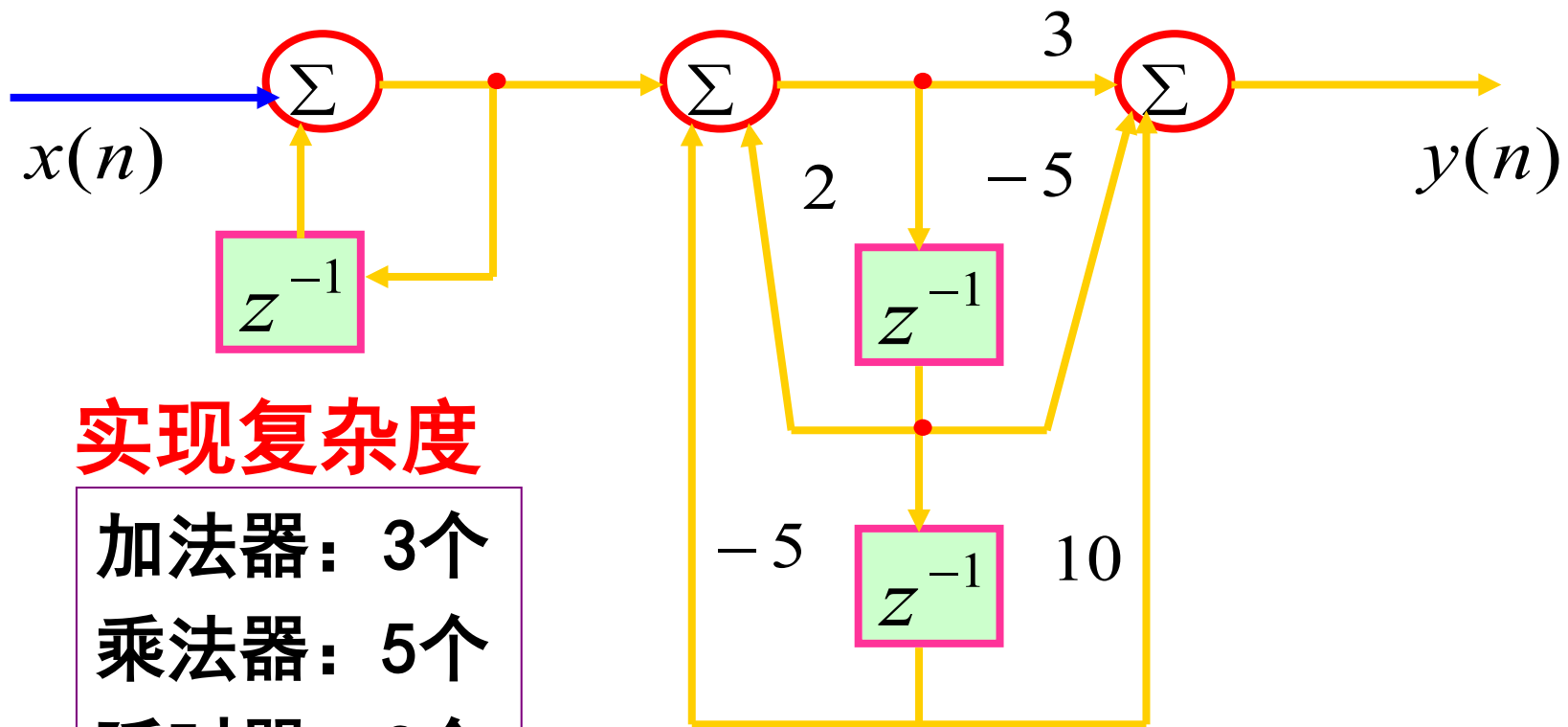
$$H(z) = \frac{3z^3 - 5z^2 + 10z}{z^3 - 3z^2 + 7z - 5}$$

解：

$$H(z) = \frac{z(3z^2 - 5z + 10)}{(z-1)(z^2 - 2z - 5)} = \frac{1}{1-z^{-1}} \frac{3 - 5z^{-1} + 10z^{-2}}{1 - 2z^{-1} + 5z^{-2}}$$

例题1解答

$$H(z) = \frac{1}{1-z^{-1}} \frac{3-5z^{-1}+10z^{-2}}{1-2z^{-1}+5z^{-2}} = \frac{y(z)}{x(z)}$$



实现复杂度

加法器：3个

乘法器：5个

延时器：3个

串联方式的结构图

例题1解答

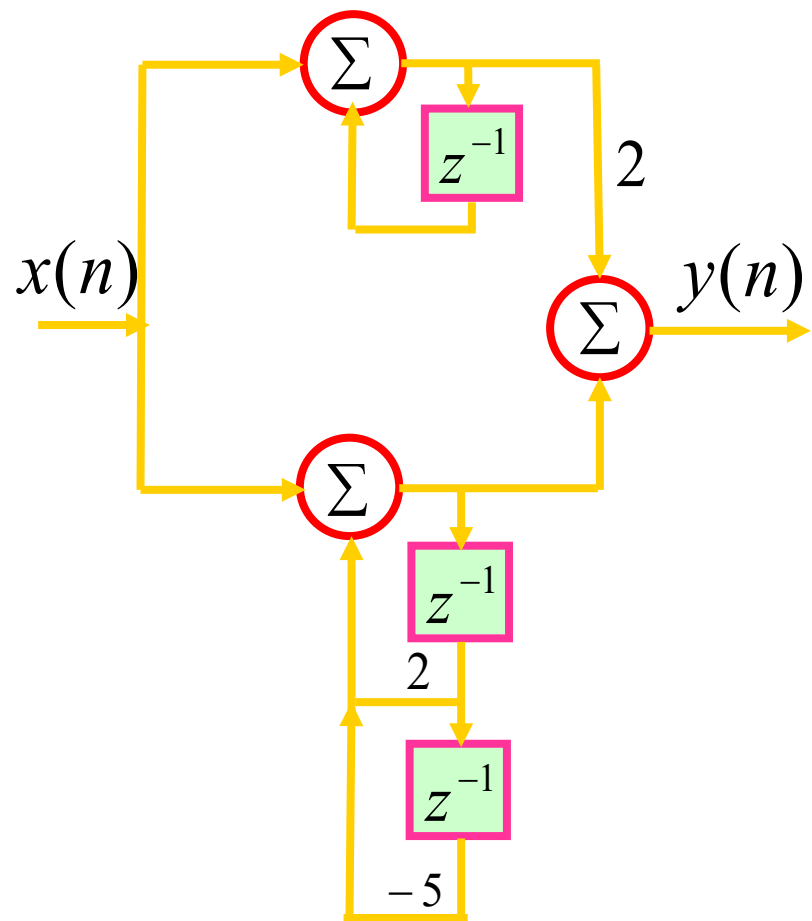
$$H(z) = \frac{2z}{z-1} + \frac{z^2}{z^2 - 2z + 5}$$
$$= \frac{2}{1-z^{-1}} + \frac{1}{1-2z^{-1}+5z^{-2}}$$

实现复杂度

加法器：3个

乘法器：3个

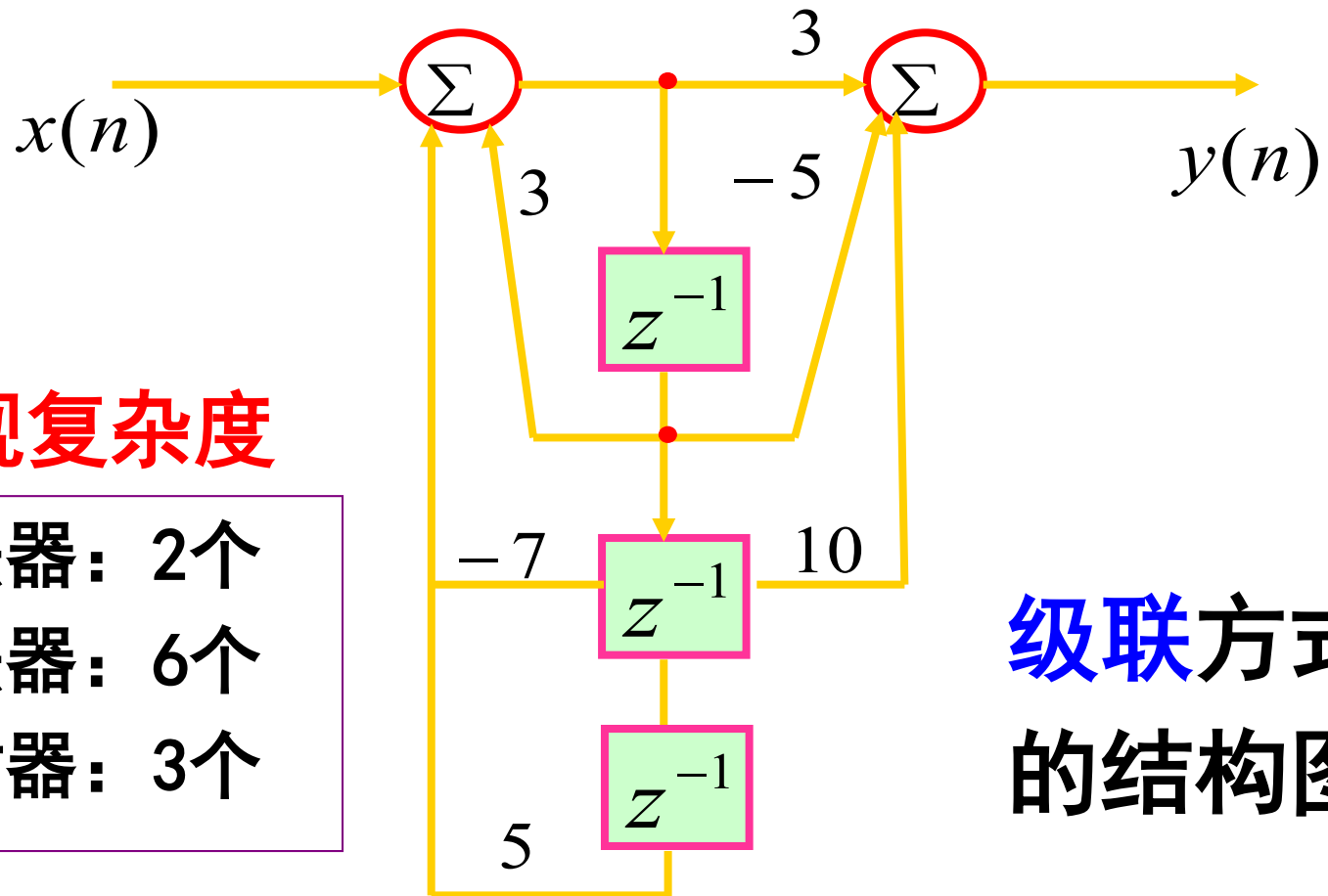
延时器：3个



并联方式的结构图

例题1解答

$$H(z) = \frac{3 - 5z^{-1} + 10z^{-2}}{1 - 3z^{-1} + 7z^{-2} - 5z^{-3}}$$



实现复杂度

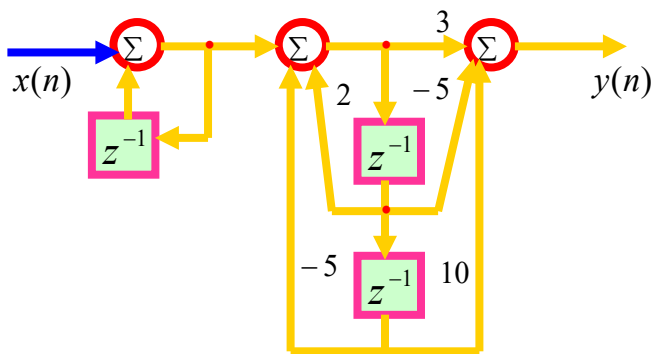
加法器：2个
乘法器：6个
延时器：3个

**级联方式
的结构图**

三种模拟方式的性能分析

■ 串联方式

加法器： 3个
乘法器： 5个
延时器： 3个

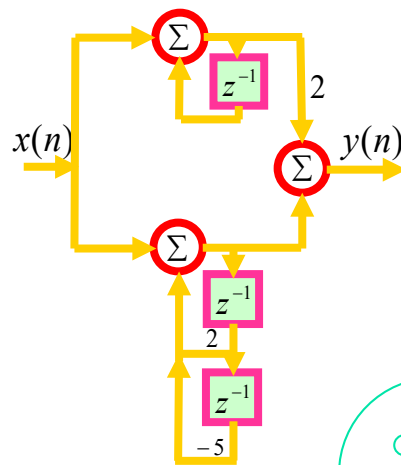


■ 并联方式

加法器： 3个

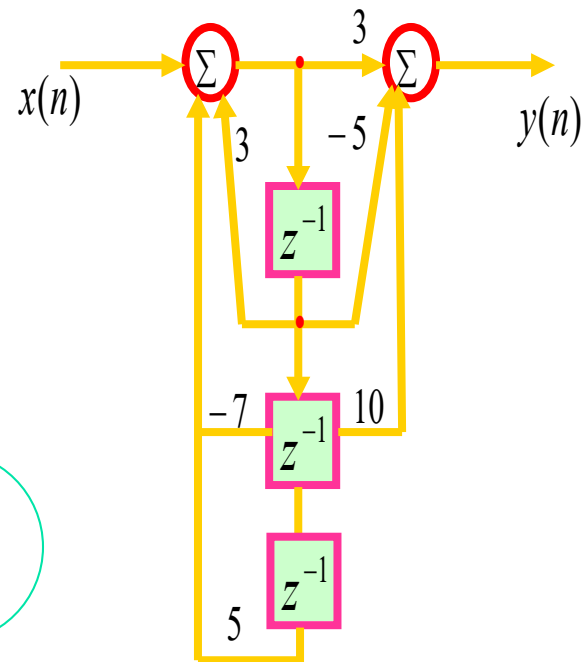
乘法器： 3个

定时器： 3个



■ 级联方式

加法器：2个
乘法器：6个
延时器：3个



课外作业

作业：课外补8.2题

- 每星期三晚23:59:59前交上星期布置的作业
 - 请按照新版教学指南要求按时上传提交

地点：南一楼中402室

8.2 复习

教学内容与课时安排

- 信号与系统**概论**-----4课时
- **连续**时间系统的**时域**分析-----4课时
- **连续**时间信号的**正交**分解-----6课时
- **连续**时间系统的**频域**分析-----2课时
- **连续**时间系统的**复频域**分析-----2课时
- **连续**时间系统的**系统函数**-----2课时
- **离散**时间系统的**时域**分析-----4课时
- **离散**时间系统的**变换域**分析-----7课时
- 复习-----1课时
- 实验(课外)-----8课时

内容组织

● 两大类系统

- 连续时间信号与系统
- 离散时间信号与系统

● 两种分析方法

- 时域分析
- 变换域分析

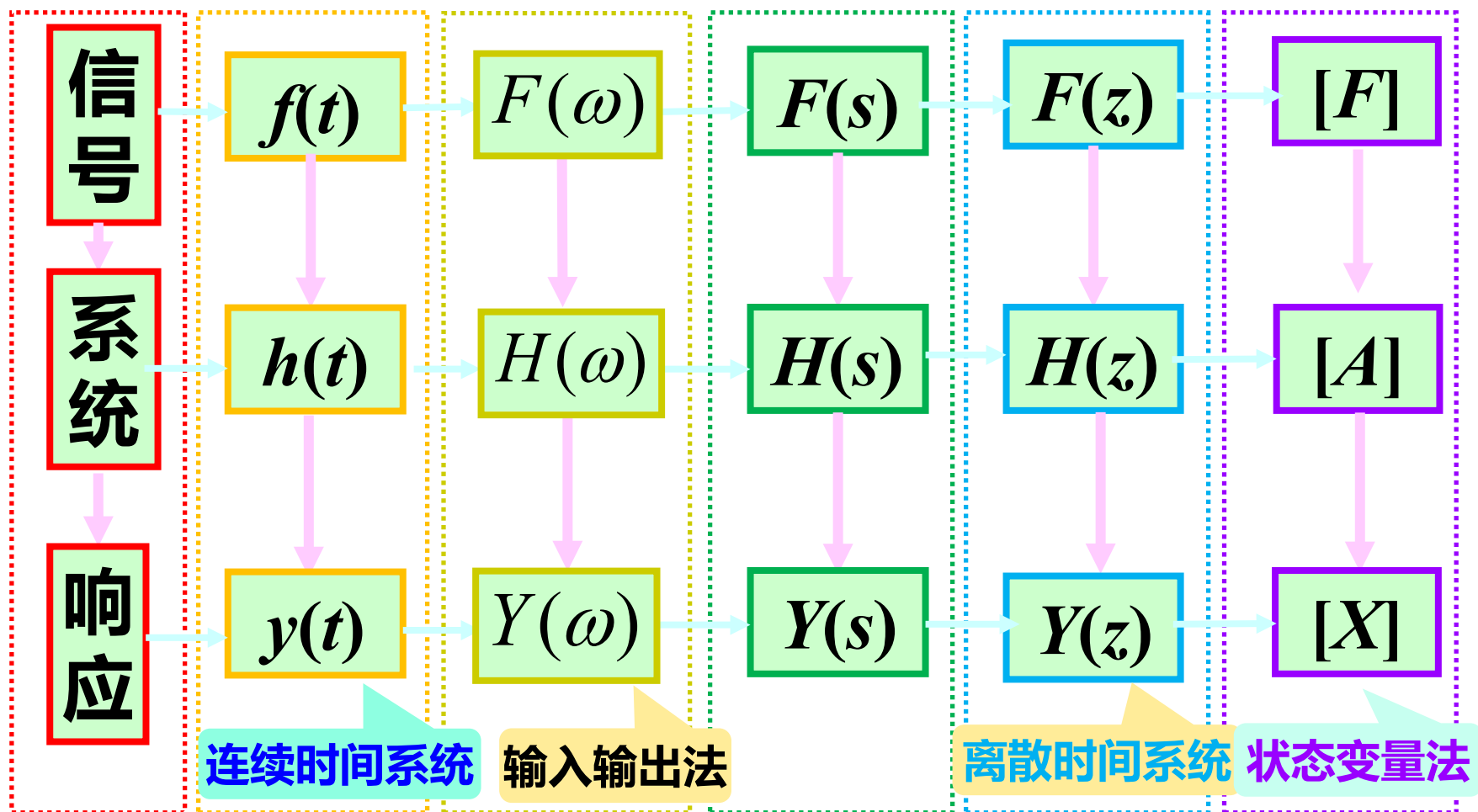
● 两种系统模型

- 输入输出法
- 状态变量法

对确定性信号，
线性时不变系统

1 → 2 → 3 → 4 → 5 → 6 → 7 → 8

分析主线



绪论 \Rightarrow 时域 \Rightarrow 频域 \Rightarrow 复频域 \Rightarrow 离散 \Rightarrow 状态

复习—信号方面的核心内容

■ 信号的描述与分类及典型信号

- 信号的典型运算：延时 / 移序、尺度、相加 / 乘、微 / 差分
- 模拟与数字信号，脉冲信号、冲激信号、正弦信号、复指数信号

■ 卷积及其性质

- 求两信号的卷积，任意信号与冲激信号的卷积
- 交换律 / 结合律 / 分配律

■ 连续时间傅里叶变换及其性质

- 典型信号的傅里叶变换，频谱图
- 线性、对称、尺度、微积分、时 / 频移等

■ 拉普拉斯变换及其性质

- 常用信号的拉普拉斯变换，收敛域
- 反变换的求取—利用性质/部分分式分解

■ z 变换及其性质

- 常用信号的 z 变换，收敛域， z 域微分性质，卷积定理
- 反变换的求取—部分分式法，注意与收敛区间的关系
- 离散时间傅里叶变换，序列的频谱图

复习—系统方面的核心内容

■ 系统的分类与描述

- 线性时(移)不变系统及其建模(微/差方程)
- 系统微/差方程、系统函数($H(s)/H(z)$)与模拟框图间的相互转换(级联型—直接II型、串/并联型)

■ 系统的响应

- 零状态和零输入响应（利用卷积积分/和求解）
- 电路的s域模型与变换域解
- 系统响应的构成分析及其相互关系

■ 系统的性质

- 连续和离散系统的频响特性，稳定性，可实现性
- 信号通过系统的时延和失真

考试安排

- 时间：具体时间待复学后再另行安排
- 地点：具体地点待复学后再另行安排
- 闭卷考试，禁止携带任何电子设备
- 6-7个题目(第一大题包含若干填空题+4-5个基本计算题+1-2个综合题)，主要考查基础知识的理解和应用，不涉及单纯记忆内容！
- 范围不会超过复习时所列内容，不会超出上课所讲内容
- 有疑问可通过电邮联系，考前也可安排答疑