1. 设 $f(x)=x^2$，$0\le x\le 1$，而 $S(x)=\sum\limits_{n=1}^{\infty}b_n\sin n\pi x$，其 $b_n=2\int_0^1 f(x)\sin n\pi x\mathrm{d}x$ ，$n=1,2,\cdots$，则 $S(-\frac{1}{2})=$_____；设 $x^2=\sum\limits_{n=0}^{\infty}a_n\cos nx$，$-\pi\le x\le\pi$，则 $a_2=$_____ .

解 $S(-\frac{1}{2})=-S(\frac{1}{2})=-\frac{1}{4}$ ；$a_2=\frac{2}{\pi}\int_0^{\pi}x^2\cos 2x\mathrm{d}x=1$

2. 设 $f(x)$ 是周期为 2π 的周期函数，且 $f(x)$ 在 $[-\pi,\pi)$ 上的表达式为 $f(x)=\begin{cases}0, & -\pi\le x<0\\ x, & 0\le x<\pi\end{cases}$，$f(x)$ 的傅里叶级数 $\frac{a_0}{2}+\sum\limits_{n=1}^{\infty}(a_n\cos nx+b_n\sin nx)$ 的和函数为 $S(x)$，则 $S(9\pi)=$_________，$b_3=$_________.

解 $S(x)=S(\pm k\cdot 2\pi+\alpha)=S(\pm k\cdot 2l+\alpha)=S(\alpha)$

$$S(9\pi)=S(4\times 2\pi+\pi)=S(\pi)=\frac{0+\pi}{2}=\frac{\pi}{2}$$

$$b_3=\frac{1}{\pi}\int_{-\pi}^{\pi}f(x)\sin 3x\mathrm{d}x=\frac{1}{\pi}\int_0^{\pi}x\sin 3x\mathrm{d}x=\frac{1}{3}$$

3. 设 $f(x)=\begin{cases}x+1, & 0\le x\le\frac{1}{2}\\ x-1, & \frac{1}{2}<x\le 1\end{cases}$ $S(x)=\sum\limits_{n=1}^{\infty}b_n\sin n\pi x\,(-\infty<x<+\infty)$，其中 $b_n=2\int_0^1 f(x)\sin n\pi x\mathrm{d}x$，则 $S(-\frac{5}{2})$ 等于（　　）

（A）$-\frac{1}{2}$　　（B）$\frac{1}{2}$　　（C）$-\frac{3}{2}$　　（D）$\frac{3}{2}$

解 $S(-\frac{5}{2})=S(-2-\frac{1}{2})=S(-\frac{1}{2})=-S(\frac{1}{2})=-\frac{1}{2}$