

保密★启用前

2020-2021 学年第二学期期末考试

《工科数学分析基础 2》

A 卷

考生注意事项

1. 答题前，考生须在试题册指定位置上填写考生学号和考生姓名。
2. 在答题卡指定位置上填写考试科目、考生姓名和考生学号，并涂写考生学号信息。
特别提醒 答题卡上学号设了十一位空格，2020 级学生在答题卡上填涂完整的学号。由于其它年级同学的学号是九位，所以在填涂学号时，请在前面多加“20”。例如，学号为 201912345，则应填涂 20201912345。
3. 第一题的答案必须涂写在答题卡相应题号的选项上，其它题的答案必须书写在答题卡指定位置的边框区域内。超出答题区域书写的答案无效；在草稿纸、试题册上答题无效。
4. 填（书）写部分必须使用黑色字迹签字笔书写，字迹工整、笔迹清楚；涂写部分必须使用 2B 铅笔填涂。
5. 考试结束，必须按规定将答题卡和试题册交回。

（以下信息考生必须认真填写）

考生学号											
考生姓名											

一、选择题 每小题 5 分，共 50 分. 下列每题给出的四个选项中，只有一个选

项是符合题目要求的, 请将答案涂写在答题卡上.

1、曲面 $z = x^3 + y^2$ 在点 $(1, 1, 2)$ 处的切平面和法线方程依次为 ()

(A) $3x + 2y - z = 3, \frac{x-1}{3} = \frac{y-1}{2} = 2 - z.$

(B) $3x + 2y + z = 7, \frac{x-1}{3} = \frac{y-1}{2} = z - 2.$

(C) $\frac{x-1}{3} = \frac{y-1}{2} = 2 - z, 3x + 2y - z = 3.$

(D) $\frac{x-1}{3} = \frac{y-1}{2} = z - 2, 3x + 2y + z = 7.$

2、设函数 $f(x, y) = 3x + 4y - x^2 - 2y^2 - 2xy$, 则 $f(x, y)$ 有唯一的 ()

(A) 极小值 $\frac{5}{2}.$ (B) 极大值 $\frac{5}{2}.$

(C) 极大值 $-\frac{15}{2}.$ (D) 极小值 $-\frac{15}{2}.$

3、设函数 $f(x, y) = \begin{cases} xy \frac{x^2 - y^2}{x^2 + y^2}, & x^2 + y^2 \neq 0 \\ 0, & x^2 + y^2 = 0 \end{cases}$, 则 ()

(A) $f'_x(0, 0) = 0, f''_{xy}(0, 0) = -1.$ (B) $f'_x(0, 0) = 1, f''_{xy}(0, 0) = -1.$

(C) $f'_x(0, 0) = 0, f''_{xy}(0, 0) = 1.$ (D) $f'_x(0, 0) = 1, f''_{xy}(0, 0) = 1.$

4、将函数 $f(x) = \begin{cases} x, & x \in [0, 1] \\ 1 - x, & x \in (1, 2] \end{cases}$ 展成 Fourier 级数 $\sum_{n=1}^{\infty} b_n \sin \frac{n\pi x}{2}$, 其中 Fourier

系数 $b_n = \int_0^2 f(x) \sin \frac{n\pi x}{2} dx (n = 1, 2, \dots)$, 级数的和函数记为 $S(x)$, 则 ()

(A) $S(1) = 1, S(\frac{7}{2}) = -\frac{1}{2}.$ (B) $S(1) = \frac{1}{2}, S(\frac{7}{2}) = \frac{1}{2}.$

(C) $S(1) = \frac{1}{2}, S(\frac{7}{2}) = -\frac{1}{2}.$ (D) $S(1) = 1, S(\frac{7}{2}) = \frac{1}{2}.$

5、设函数 $f(x) = \begin{cases} \frac{\sin x}{x}, & x \neq 0 \\ 1, & x = 0 \end{cases}$, 则级数 $f(0) + f'(0) + \dots + f^{(n)}(0) + \dots$ ()

(A) 绝对收敛.

(B) 条件收敛.

(C) 发散, 且部分和数列趋于 $+\infty$.

(D) 发散, 且部分和数列趋于 $-\infty$.

6、以下四个正项级数中，发散的是 ()

(A) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^2}{2^n}$.

(B) $\sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{1}{n} - \sin \frac{1}{n} \right)$.

(C) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^2 + \ln n}{n^4 - \cos n}$.

(D) $\sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{1}{2} \cdot \frac{3}{4} \cdots \frac{2n-1}{2n} \right)$.

7、设曲面 $S: z = \sqrt{x^2 + y^2}$ ($0 \leq z \leq 1$)，则曲面积分 $\iint_S z \, dS =$ ()

(A) $\frac{2}{3}\pi$.

(B) $\frac{2\sqrt{2}}{3}\pi$.

(C) $\sqrt{2}\pi$.

(D) π .

8、设 V 是由两个曲面 $z = x^2 + y^2$ 和 $z = 2 - x^2 - y^2$ 围成的 \mathbf{R}^3 中的有界闭区域，则

三重积分 $\iiint_V z \, dV =$ ()

(A) $\frac{4}{3}\pi$.

(B) $\frac{8}{3}\pi$.

(C) π .

(D) $\frac{1}{2}\pi$.

9、二次积分 $\int_0^1 dx \int_0^{x^2} x \cos(1-y)^2 dy =$ ()

(A) $\frac{1}{4} \sin 1$.

(B) $-\frac{1}{4} \sin 1$.

(C) $\frac{1}{4} \cos 1$.

(D) $-\frac{1}{4} \cos 1$.

10、设曲线 $L: x^2 + y^2 = 1$ ($x \geq 0, y \geq 0$)，质量线密度 $\rho \equiv 1$ ，则 L 对 x 轴的转动惯量等于 ()

(A) $\frac{\pi}{8}$.

(B) $\frac{\pi}{4}$.

(C) $\frac{\pi}{2}$.

(D) π .

二、(10 分) 求微分方程 $y'' + y' - 2y = e^x$ 的通解.

三、(10 分) 通过 $\begin{cases} x = e^u \\ y = e^v \end{cases}$, 变换方程 $2x^2 \frac{\partial^2 z}{\partial x^2} + xy \frac{\partial^2 z}{\partial x \partial y} + y^2 \frac{\partial^2 z}{\partial y^2} = 0$.

四、(10 分) 求曲线积分 $\int_L f'(x) \sin y \, dx + (f(x) \cos y + \pi x) \, dy$, 其中函数 $f(x)$ 具有二阶连续导数, L 是圆周线 $(x-1)^2 + (y-\pi)^2 = 1 + \pi^2$ 上从点 $A(2, 2\pi)$ 沿逆时针方向到点 $O(0, 0)$ 的有向弧段.

五、(10 分) 求幂级数 $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^2 + 2n + 2}{n+1} x^{n+1}$ 的收敛域、和函数 $S(x)$.

六、(10 分) 求曲面积分 $\iint_{\Sigma} x^2 \, dy \, dz$, 其中 Σ 是曲面 $z = x^2 + y^2$ 被平面 $z = x$ 所截下的有限部分, 取下侧.