

1. 幂级数  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{x^n}{n \cdot (5^n + (-3)^n)}$  的收敛域为\_\_\_\_\_.

A.  $(-5, 5)$ ;

B.  $[-5, 5)$ ;

C.  $(-3, 3)$ ;

D.  $[-3, 3]$ .

解 答案 B

$$\rho = \lim_{n \rightarrow \infty} \left| \frac{a_{n+1}}{a_n} \right| = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n[5^n + (-3)^n]}{(n+1)[5^{n+1} + (-3)^{n+1}]} = \frac{1}{5}, \quad R = 5$$

当  $x = 5$  时, 级数  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{5^n}{n \cdot (5^n + (-3)^n)}$  发散 (因为  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{5^n}{\frac{1}{n}} = 1$ )

当  $x = -5$  时, 级数  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-5)^n}{n \cdot (5^n + (-3)^n)}$  收敛

$$\text{因为 } \frac{(-5)^n}{n \cdot (5^n + (-3)^n)} = (-1)^n \frac{5^n + (-3)^n - (-3)^n}{n \cdot (5^n + (-3)^n)} = \frac{(-1)^n}{n} - \frac{3^n}{n \cdot (5^n + (-3)^n)}$$

$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{3^n}{n \cdot (5^n + (-3)^n)}$  收敛 (由比值法

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\frac{3^{n+1}}{(n+1) \cdot (5^{n+1} + (-3)^{n+1})}}{\frac{3^n}{n \cdot (5^n + (-3)^n)}} = \frac{3}{5} < 1$$

2. 若级数  $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$  条件收敛, 则  $x = \sqrt{6}$  与  $x = \sqrt{10}$  依次为幂级数

$\sum_{n=1}^{\infty} n a_n (x-2)^n$  的\_\_\_\_\_.

A. 收敛点, 收敛点

B. 收敛点, 发散点

C. 发散点, 收敛点

D. 发散点, 发散点

解 答案 B

级数  $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$  条件收敛  $\Rightarrow \sum_{n=1}^{\infty} a_n x^n$  的收敛半径为 1, 所以  $\sum_{n=1}^{\infty} n a_n x^{n-1}$  的收敛半径为

$1 \Rightarrow \sum_{n=1}^{\infty} na_n x^n$  的收敛半径为1  $\Rightarrow \sum_{n=1}^{\infty} na_n (x-2)^n$  收敛半径为1

3. 若级数  $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$  条件收敛, 则  $x = \sqrt{2}$  与  $x = 2\sqrt{2}$  依次为幂级数  $\sum_{n=1}^{\infty} a_n (x-3)^n$  的 ( )

- (A) 收敛点, 收敛点;                      (B) 收敛点, 发散点;  
(C) 发散点, 收敛点;                      (D) 发散点, 发散点。

解 答案 C

4. 设  $\sum_{n=1}^{\infty} a_n (x-1)^n$  在  $x = -1$  处条件收敛, 则该级数在  $x = 2$  处\_\_\_\_\_.

- A. 条件收敛;                      B. 绝对收敛;  
C. 发散;                              D. 由已知条件不能确定敛散性.

解 答案 B

5. 设数列  $\{a_n\}$  单调减少,  $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n = 0$ ,  $s_n = \sum_{k=1}^n a_k$  无界, 则幂级数

$\sum_{n=1}^{\infty} a_n (x-1)^n$  收敛域是 ( )

- (A)  $(-1, 1]$    (B)  $[-1, 1)$    (C)  $[0, 2)$    (D)  $(0, 2]$

解 答案 C