

高等数学、工科数学分析基础、微积分 2019 级下学期期末试卷

1、(4 分) 设函数 $f(x, y)$ 在点 $(0, 0)$ 处连续, 且 $\lim_{\substack{x \rightarrow 0 \\ y \rightarrow 0}} \frac{f(x, y)}{\sin(x^2 + y^2)} = 1$, 则 ()

- (A) 点 $(0, 0)$ 不是 $f(x, y)$ 极值点.
- (B) 点 $(0, 0)$ 是 $f(x, y)$ 极大值点.
- (C) 点 $(0, 0)$ 是 $f(x, y)$ 极小值点.
- (D) 由条件不能确定 $(0, 0)$ 是否为极值点.

(正确答案: C)

2、(4 分) 设函数 $z = z(x, y)$ 由方程 $x - 2019z = \varphi(y - 2020z)$ 确定, 其中 φ 为可微函数, 则 $2019 \frac{\partial z}{\partial x} + 2020 \frac{\partial z}{\partial y} =$ ()

- (A) 0.
- (B) 1.
- (C) 2.
- (D) 3.

(正确答案: B)

3、(4 分) 曲面 $2z = x^2 + y^2$ 在点 $(1, 1, 1)$ 处的切平面方程是 ()

- (A) $x + y - z = 1$.
- (B) $x + y - z = 3$.
- (C) $x + y + z = 1$.
- (D) $x + y + z = 3$.

(正确答案: A)

4、(4 分) 曲面 $2z = x^2 + y^2$ 在点 $(1, 1, 1)$ 处的法线方程是 ()

- (A) $x = y = z$.
- (B) $\frac{x-1}{1} = \frac{y-1}{-1} = \frac{z-1}{1}$.

$$(C) \quad \frac{x-1}{1} = \frac{y-1}{-1} = \frac{z-1}{-1}.$$

$$(D) \quad \frac{x-1}{1} = \frac{y-1}{1} = \frac{z-1}{-1}.$$

(正确答案: D)

5、(4 分) 曲线 $x = e^t \cos t$, $y = e^t \sin t$, $z = 2e^t$ 在点 $(1, 0, 2)$ 处的切线方程是 ()

$$(A) \quad \frac{x-1}{1} = \frac{y}{1} = \frac{z-2}{-2}.$$

$$(B) \quad \frac{x-1}{1} = \frac{y}{1} = \frac{z-2}{2}.$$

$$(C) \quad \frac{x-1}{1} = \frac{y}{-1} = \frac{z-2}{2}.$$

$$(D) \quad \frac{x-1}{1} = \frac{y}{-1} = \frac{z-2}{-2}.$$

(正确答案: B)

6、(4 分) 曲线 $x = e^t \cos t$, $y = e^t \sin t$, $z = 2e^t$ 在点 $(1, 0, 2)$ 处的法平面方程是 ()

$$(A) \quad x + y + 2z = 5.$$

$$(B) \quad x + y - 2z = 5.$$

$$(C) \quad x + y + 2z = 3.$$

$$(D) \quad x + y - 2z = 3.$$

(正确答案: A)

7、(4 分) 设函数 $z = x^2 + y^2$, 则函数 z 在点 $A(1,2)$ 处, 沿从点 A 到点 $B(2, 2 + \sqrt{3})$ 方向的方向导数是 ()

$$(A) \quad 1 + 2\sqrt{3}.$$

$$(B) \quad 2 + 4\sqrt{3}.$$

$$(C) \quad 1 + \sqrt{3}.$$

$$(D) \quad 1 + 3\sqrt{3}.$$

(正确答案: A)

8、(4分) 设函数 $z = f(x+y, x-y)$, 其中 f 具有二阶连续偏导数, 则 $\frac{\partial^2 z}{\partial x \partial y} = (\quad)$

(A) $f''_{11} + f''_{22}$.

(B) $-f''_{11} - f''_{22}$.

(C) $f''_{11} - f''_{22}$.

(D) $f''_{22} - f''_{11}$.

(正确答案: C)

9、(4分) 在以下级数中, 发散的是 ()

(A) $\sum_{n=2}^{\infty} \frac{\ln n}{n^2}$.

(B) $\sum_{n=2}^{\infty} \frac{1}{n \ln n}$.

(C) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{2n^2 + 2}{n^4 + 3n}$.

(D) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n!}{n^n}$.

(正确答案: B)

10、(4分) 设 $f(x)$ 是周期为 2π 的周期函数, $f(x)$ 在 $[-\pi, \pi)$ 上的表达式为

$$f(x) = \begin{cases} 0, & -\pi \leq x < 0 \\ x, & 0 \leq x < \pi \end{cases}, \quad f(x) \text{ 的 Fourier (傅里叶) 级数 } \frac{a_0}{2} + \sum_{n=1}^{\infty} (a_n \cos nx + b_n \sin nx)$$

的和函数是 $S(x)$, 则 $S(3\pi) = (\quad)$

(A) $\frac{\pi}{2}$.

(B) π .

(C) 0 .

(D) 3π .

(正确答案: A)

11、(4分) 在以下四式中, 正确的是 ()

- (A) $\sum_{n=0}^{\infty} (-1)^n \frac{\pi^{2n}}{(2n)!} = -1.$
- (B) $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{\pi^{2n+1}}{(2n+1)!} = 0.$
- (C) $\sum_{n=0}^{\infty} (-1)^n \frac{x^{2n}}{(2n+1)!} = \frac{\sin x}{x} \quad (x \in (-\infty, +\infty)).$
- (D) $\ln(1+x) = \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{x^n}{n} \quad (-1 < x \leq 1).$

(正确答案: A)

12、(2 分) 判断题 幂级数 $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{x^n}{n}$ 的收敛域是 $[-1,1)$. ()

- (A) 正确.
- (B) 错误.

(正确答案: A)

13、(4 分) 幂级数 $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{x^n}{n+1}$ 的和函数是 ()

- (A) $\begin{cases} \frac{-\ln(1-x)}{x} - 1, x \in [-1, 0) \cup (0, 1) \\ 0, x = 0 \end{cases}.$
- (B) $\begin{cases} \frac{-\ln(1-x)}{x} - 1, x \in (-1, 0) \cup (0, 1) \\ 0, x = 0 \end{cases}.$
- (C) $\frac{-\ln(1-x)}{x} - 1, x \in (-1, 1).$
- (D) $\frac{-\ln(1-x)}{x} - 1, x \in [-1, 1).$

(正确答案: A)

14、(4 分) $\lim_{n \rightarrow \infty} \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n \frac{n^2}{(n^2 + i^2)(n^2 + j^2)} =$ ()

- (A) $\frac{\pi}{2}.$
- (B) $\frac{\pi}{4}.$

(C) $\frac{\pi^2}{4}$.

(D) $\frac{\pi^2}{16}$.

(正确答案: D)

15、(4 分) $\int_0^1 dy \int_y^1 e^{x^2} dx = (\quad)$

(A) $\frac{e-1}{2}$.

(B) $\frac{1-e}{2}$.

(C) $e-1$.

(D) $1-e$.

(正确答案: A)

16、(4 分) 设积分域 $D = \{(x, y) | |x| + |y| \leq 1\}$, 则二重积分 $\iint_D (2|x| - y) dx dy = (\quad)$

(A) 2.

(B) 4.

(C) $\frac{2}{3}$.

(D) $\frac{4}{3}$.

(正确答案: D)

17、(4 分) 设积分域 $D = \{(x, y) | (x-1)^2 + y^2 \leq 1\}$, 则二重积分 $\iint_D (x+y) dx dy =$

()

(A) $\frac{\pi}{4}$.

(B) $\frac{\pi}{3}$.

(C) $\frac{\pi}{2}$.

(D) π .

(正确答案: D)

18、(4 分) 设积分域 $D = \{(x, y) | x^2 + y^2 \leq 1\}$, 二重积分 $I_1 = \iint_D (x^2 + y^2) dx dy$,

$$I_2 = \iint_D \sin(x^2 + y^2) dx dy, \quad I_3 = \iint_D \tan(x^2 + y^2) dx dy, \quad \text{则 ()}$$

(A) $I_1 < I_2 < I_3$.

(B) $I_2 < I_1 < I_3$.

(C) $I_3 < I_2 < I_1$.

(D) $I_2 < I_3 < I_1$.

(正确答案: B)

19、(4 分) 设 V 是由曲面 $z = x^2 + y^2$ 与平面 $z = 4$ 所围成的闭区域, 则三重积分

$$\iiint_V z dV = ()$$

(A) $\frac{64\pi}{3}$.

(B) $\frac{32\pi}{3}$.

(C) $\frac{16\pi}{3}$.

(D) $\frac{8\pi}{3}$.

(正确答案: A)

20、(4 分) 设积分域 $V = \{(x, y, z) | x^2 + y^2 + z^2 \leq 1, z \geq 0\}$, 则三重积分

$$\iiint_V (x^2 + y^2 + z^2) dV = ()$$

(A) $\frac{\pi}{5}$.

(B) $\frac{2\pi}{5}$.

(C) $\frac{\pi}{4}$.

(D) $\frac{\pi}{3}$.

(正确答案: B)

21、(4 分) 设 V 是由曲面 $z = \sqrt{x^2 + y^2}$ 与平面 $z = 1$ 所围成的闭区域, 则三重积分

$$\iiint_V z(x^2 + y^2) dV = ()$$

(A) $\frac{\pi}{3}$.

- (B) $\frac{\pi}{6}$.
 (C) $\frac{\pi}{9}$.
 (D) $\frac{\pi}{12}$.

(正确答案: D)

22、(4 分) 设曲线 $L: y = x^2$ ($0 \leq x \leq \sqrt{2}$), 则第一型曲线积分 $\int_L x \, ds =$ ()

- (A) $\frac{7}{6}$.
 (B) $\frac{13}{6}$.
 (C) $\frac{7}{3}$.
 (D) $\frac{13}{3}$.

(正确答案: B)

23、(4 分) 设 $S = \{(x, y, z) | x^2 + y^2 + z^2 = 1\}$, 则第一型曲面积分 $\oiint_S z^2 \, dS =$ ()

- (A) $\frac{\pi}{3}$.
 (B) $\frac{2\pi}{3}$.
 (C) π .
 (D) $\frac{4\pi}{3}$.

(正确答案: D)

24、(4 分) 设 L 为曲线 $y = \sqrt{1-x^2}$ 上从点 $A(0,1)$ 到点 $B(1,0)$ 的有向弧段, 则第二

型曲线积分 $\int_L \frac{y \, dx - x \, dy}{\sqrt{x^2 + y^2}} =$ ()

- (A) 0.
 (B) $\frac{\pi}{2}$.
 (C) π .
 (D) $\frac{\pi}{3}$.

(正确答案: B)

25、(4 分) 设 S 是锥面 $z = \sqrt{x^2 + y^2}$ ($0 \leq z \leq 1$) 的下侧, 则第二型曲面积分

$$\iint_S (x^3 - xy) dydz + (y^3 - yz \sin x) dzdx - 3z(x^2 + y^2) dxdy = (\quad)$$

(A) $\frac{3\pi}{2}$.

(B) $-\frac{3\pi}{2}$.

(C) 2π .

(D) -2π .

(正确答案: A)

26、(2 分) 判断题 若 $\lim_{x \rightarrow x_0} f'_x(x, y_0) = f'_x(x_0, y_0)$, $\lim_{y \rightarrow y_0} f'_y(x_0, y) = f'_y(x_0, y_0)$, 则函数 $f(x, y)$ 在点 (x_0, y_0) 处可微. ()

(A) 正确.

(B) 错误.

(正确答案: B)