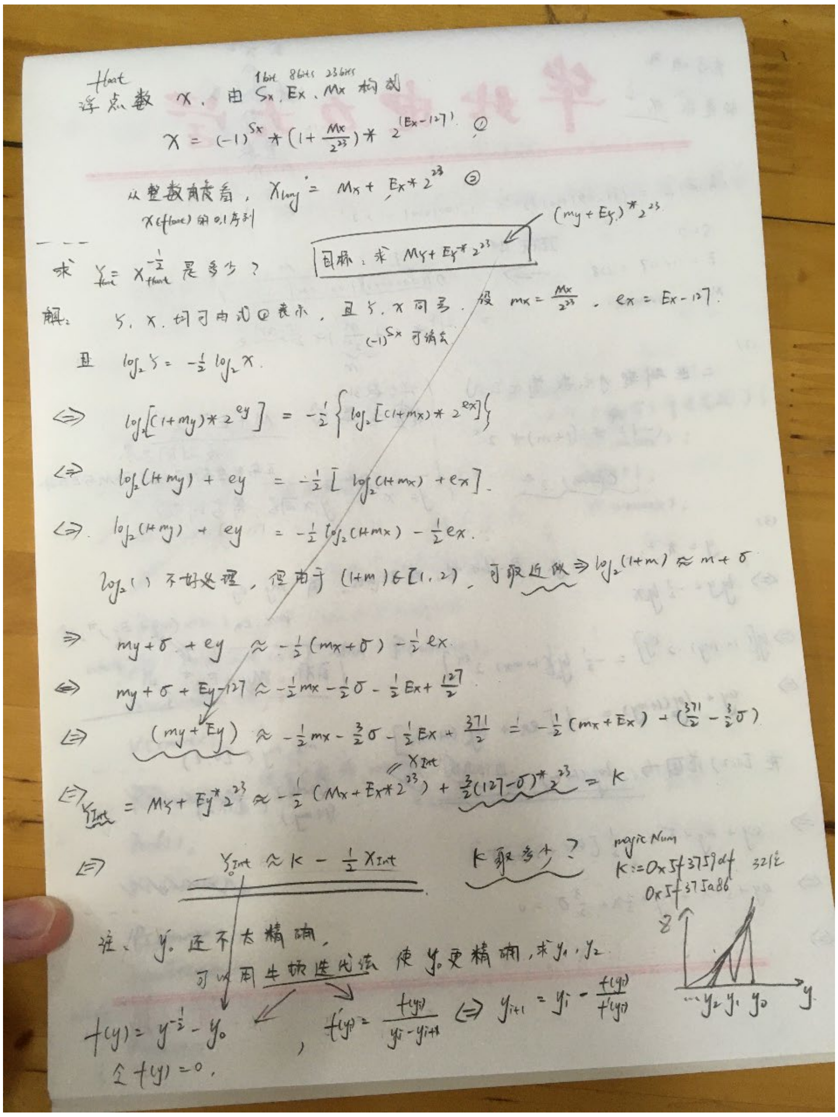
相关链接：

https://time.geekbang.org/column/article/730

https://oi-wiki.org/math/numerical/newton/



float 浮点数 x，由 S_x（1bit）、E_x（8bits）、M_x（23bits）构成

$$x = (-1)^{S_x} * \left(1+\frac{M_x}{2^{23}}\right) * 2^{(E_x-127)} \quad ①$$

从整数角度看，$x_{long} = M_x + E_x * 2^{23}$ ②

x(float) 的 0,1 序列

求 $y_{float} = x_{float}^{-\frac{1}{2}}$ 是多少？

$\boxed{目标：求 M_y + E_y * 2^{23}}$ $(m_y + E_y) * 2^{23}$

解：y、x 均可由式① 表示，且 y、x 同号，$(-1)^{S_x}$ 可消去。设 $m_x = \frac{M_x}{2^{23}}$，$e_x = E_x - 127$。

且 $\log_2 y = -\frac{1}{2}\log_2 x$.

$$\Leftrightarrow \log_2[(1+m_y) * 2^{e_y}] = -\frac{1}{2}\{\log_2[(1+m_x) * 2^{e_x}]\}$$

$$\Leftrightarrow \log_2(1+m_y) + e_y = -\frac{1}{2}[\log_2(1+m_x) + e_x].$$

$$\Leftrightarrow \log_2(1+m_y) + e_y = -\frac{1}{2}\log_2(1+m_x) - \frac{1}{2}e_x.$$

$\log_2()$ 不好处理，但由于 $(1+m) \in [1,2)$，可取近似 $\Rightarrow \log_2(1+m) \approx m + \sigma$

$$\Rightarrow m_y + \sigma + e_y \approx -\frac{1}{2}(m_x+\sigma) - \frac{1}{2}e_x$$

$$\Leftrightarrow m_y + \sigma + E_y - 127 \approx -\frac{1}{2}m_x - \frac{1}{2}\sigma - \frac{1}{2}E_x + \frac{127}{2}$$

$$\Leftrightarrow (m_y + E_y) \approx -\frac{1}{2}m_x - \frac{3}{2}\sigma - \frac{1}{2}E_x + \frac{371}{2} = -\frac{1}{2}(m_x + E_x) + \left(\frac{371}{2} - \frac{3}{2}\sigma\right)$$

$$\Leftrightarrow y_{Int} = M_y + E_y * 2^{23} \approx -\frac{1}{2}(\underbrace{M_x + E_x * 2^{23}}_{x_{Int}}) + \frac{3}{2}(127-\sigma) * 2^{23} = K$$

$$\Leftrightarrow y_{Int} \approx K - \frac{1}{2}x_{Int}$$

K 取多少？

magic Num $K := 0x5f3759df$ 32位

$0x5f375a86$

注、y_0 还不太精确，可以用牛顿迭代法使 y_0 更精确，求 y_1，y_2

$f(y) = y^{-\frac{1}{2}} - y_0$，令 $f(y) = 0$，$f'(y) = \frac{f(y_i)}{y_i - y_{i+1}} \Leftrightarrow y_{i+1} = y_i - \frac{f(y_i)}{f'(y_i)}$