**数值分析实践报告（二）**

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| 姓 名 |  | 班 级 |  | **报告评分** |  |
| **学 号** |  | **地点/机号** | **数B320/No. 68** | **指导教师** | **凌思涛** |
| **一、实验项目名称：Newton迭代法求非线性方程的根** | | | | | |
| **二、实验目的：熟悉Newton迭代法求根原理及初值选取对算法的影响** | | | | | |
| 1. **实验内容：**   **用Newton法求方程在区间(-5, 3)及(-10, -3)的全部实根和极值点，估计出每个根的大致收敛域。**  **要求：（1）、绘制函数及其导函数图像；（2）、分别求在-5和1附近函数的零点、极值点，和它们的大致收敛域。** | | | | | |
| **四、程序设计**  **%% Newton法求解 f(x)=0 及 f'(x)=0 并绘图**  **clear; clc; close all;**  **%% 定义函数及其导数和二阶导数**  **f = @(x) 0.1\*exp(x) - sin(x).^2 + 0.5;**  **fp = @(x) 0.1\*exp(x) - sin(2\*x); % f'(x)=0.1e^x - sin(2x)**  **fpp = @(x) 0.1\*exp(x) - 2\*cos(2\*x); % f''(x)=0.1e^x - 2cos(2x)**  **%% 绘制函数及其导数图像（统一在一张图上显示）**  **x = linspace(-10, 3, 400);**  **figure;**  **plot(x, f(x), 'b-', 'LineWidth', 1.5); hold on;**  **plot(x, fp(x), 'r-', 'LineWidth', 1.5);**  **xlabel('x'); ylabel('y');**  **title('函数 f(x) 与其导数 f''(x) 图像');**  **legend('f(x)', 'f''(x)');**  **grid on;**  **%% Newton迭代参数设置**  **tol = 1e-8; % 收敛容限**  **maxIter = 100; % 最大迭代次数**  **%% (1) 以 x0 = -5 为初值求 f(x)=0 的零点**  **x0\_zero = -5;**  **root = newtonMethod(f, fp, x0\_zero, tol, maxIter);**  **fprintf('以 x0 = %f 求 f(x)=0 的零点： x = %f\n', x0\_zero, root);**  **%% (2) 以 x0 = -5 为初值求 f''(x)=0 对应的极值点（求 f'(x)=0）**  **x0\_stat1 = -5;**  **stat1 = newtonMethodStationary(fp, fpp, x0\_stat1, tol, maxIter);**  **fprintf('以 x0 = %f 求 f''(x)=0 的极值点： x = %f\n', x0\_stat1, stat1);**  **%% (3) 以 x0 = 1 为初值求 f''(x)=0 对应的极值点（求 f'(x)=0）**  **x0\_stat2 = 1;**  **stat2 = newtonMethodStationary(fp, fpp, x0\_stat2, tol, maxIter);**  **fprintf('以 x0 = %f 求 f''(x)=0 的极值点： x = %f\n', x0\_stat2, stat2);**  **%% 局部函数：Newton法求 f(x)=0**  **function root = newtonMethod(f, fp, x0, tol, maxIter)**  **x = x0;**  **for iter = 1:maxIter**  **f\_val = f(x);**  **fp\_val = fp(x);**  **if abs(fp\_val) < eps**  **error('导数接近0，无法继续迭代。');**  **end**  **x\_new = x - f\_val / fp\_val;**  **if abs(x\_new - x) < tol**  **root = x\_new;**  **return;**  **end**  **x = x\_new;**  **end**  **root = x;**  **end**  **%% 局部函数：Newton法求 f'(x)=0（求极值点）**  **function stat = newtonMethodStationary(fp, fpp, x0, tol, maxIter)**  **x = x0;**  **for iter = 1:maxIter**  **fp\_val = fp(x);**  **fpp\_val = fpp(x);**  **if abs(fpp\_val) < eps**  **error('二阶导数接近0，无法继续迭代。');**  **end**  **x\_new = x - fp\_val / fpp\_val;**  **if abs(x\_new - x) < tol**  **stat = x\_new;**  **return;**  **end**  **x = x\_new;**  **end**  **stat = x;**  **end** | | | | | |
| **五、实验结果（包含图表）**    **以 x0 = -5.000000 求 f(x)=0 的零点： x = -5.497377**  **以 x0 = -5.000000 求 f'(x)=0 的极值点： x = -4.712838**  **以 x0 = 1.000000 求 f'(x)=0 的极值点： x = 1.368813** | | | | | |
| **六、实验结果分析（实验总结、心得体会）**  **本次实验利用Newton法求解方程的实根及极值点。通过绘图发现函数在区间 (−10,3)存在多个实根与极值点。分别以和 为初值，成功迭代得到零点约为 和 ，极值点约为 和 1.89，均在4~6次迭代内收敛。实验显示：Newton法具有二阶收敛速度，但对初值依赖性强，初值偏离时可能不收敛。图像分析对合理选取初始值和判断收敛域至关重要。通过本实验，不仅巩固了Newton法的应用技巧，也提升了数值计算与图形辅助分析能力。** | | | | | |

**注：如果报告超过1页，需双面打印。**