

بسمه تعالی



دانشگاه شاهد

دانشکده فنی مهندسی

گروه مهندسی عمران

تکنیک پاره سازه ها در روش اجزای محدود برای مسائل دوبعدی

## راهنمای کاربر

تهیه شده توسط :

هادی کدخدائی

[Hadi.kadkhodaei@yahoo.com](mailto:Hadi.kadkhodaei@yahoo.com)

تمامی حقوق این اثر متعلق به دانشگاه شاهد می باشد .

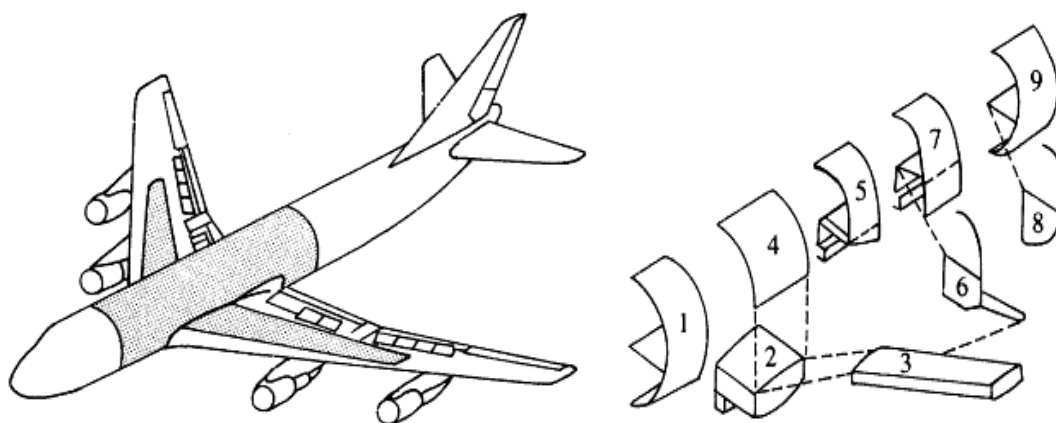
## فهرست

۳	.....مقدمه
۴	.....تئوری پاره سازه ها
۶	.....معرفی برنامه
۶	.....قابلیت های حل برنامه
۶	.....مسائل با مش بندی منظم در هندسه دوبعدی
۶	.....مسائل با مش بندی نامنظم و دارای محدوده های جداگانه برای پاره بندی
۶	.....مثال ۱: هندسه منظم (ورق کششی دارای حفره)
۷	.....اطلاعات کلی مورد نیاز برنامه :
۸	.....اطلاعات هندسه مسئله
۹	.....مشخصات المان ها
۹	.....مشخصات بارگذاری
۱۰	.....مشخصات تکیه گاهی
۱۰	.....مثال ۲: هندسه نامنظم ( ورق ترک خورده حفره دار)

## مقدمه :

امروزه دیگر در حل بسیاری از مسئله های امروزی مشکل کمبود حافظه کامپیوتری به طور محسوس وجود ندارد ، اما سازه هایی هستند که از نظر تحلیل سازه عظیم هستند و اگر بخواهیم که به عنوان یک سیستم واحد آن را از روش اجزای محدود تحلیل کنیم محاسبات ماتریس سختی و معادلات متناظر آن از حد ظرفیت حافظه تجاوز می کند . همچنین در مواقعی نیاز داریم قسمتی از سازه را آنالیز های مجدد کنیم ولی کل سازه را مورد بررسی قرار ندهیم . در این مواقع مفهوم پاره سازه ها چاره ساز کار ماست . برای فائق آمدن بر این مشکل سازه را به چندین واحد کوچک تر تقسیم می کنیم که به اصطلاح به آن پاره سازه می گوییم .

روش پاره سازه ، همان روش اجزای محدود است که فقط در حل معادله تعادل از روابط ماتریسی استفاده شده است . در این روش ابتدا سازه به تعدادی قطعه تقسیم می شود که به آن ها پاره سازه می گویند . برای مثال یک هواپیما را در نظر بگیرید که در شکل زیر نشان داده شده است که به هزاران گره و المان برای مدل کردن و توصیف کامل آن نیاز دارد . اگر این هواپیما را به تعدادی پاره سازه تقسیم کنیم ( مانند بدنه ، پره ، کلاهک و ... که در شکل نشان داده شده است ) مسئله را می توانیم به گونه ای آماده کنیم که محدودیت حافظه را در کامپیوتر از بین ببریم . به جای تحلیل یک سازه بزرگ با تحلیل قسمت های کوچک سر و کار پیدا می کنیم .



الف

ب

شکل (۱) (قالب هواپیمای نشان دهنده مفهوم پاره سازه ها الف ) هواپیمای بوئینگ ۷۴۷ ب ) قسمت هایی سایه زده هواپیما که پاره سازی شده است )

هر پاره سازه از تعدادی نقاط تقاطعی با دیگر پاره سازه ها و تعدادی نقاط داخلی تشکیل شده است . مزیت روش پاره سازی در این است که به جای این که محاسبات معادلات تعادل را برای تمام نقاط سازه

انجام دهیم ابتدا جواب تحلیل سازه را برای نقاطی که پاره سازه ها با هم تقاطع و اشتراک دارند انجام می دهیم و سپس در صورت لزوم جداگانه برای هر پاره سازه جواب های داخلی را بدست می آوریم .

## تئوری پاره سازه ها

ایده اصلی در این روش به این صورت است که سازه به چندین پاره سازه تبدیل می شود که هر پاره سازه می تواند شامل تعدادی از المانها باشد.. هر پاره سازه از تعدادی نقاط داخلی و نقاط مرزی تشکیل شده است .هر پاره سازه دارای یک معادله تعادل برای خود است که شامل نقاط درونی و نقاط تقاطعی با پاره سازه های مجاور آن می باشد . برای این که معادله تعادل را برای کل سازه در نقاط اشتراکی پاره سازه ها با هم بنویسیم باید در هر پاره سازه معادله تعادل را به گونه ای خلاصه سازی کنیم که فقط شامل نقاط اشتراکی با دیگر سازه ها باشد و معادلات نقاط درونی در آن وجود نداشته باشد . طبیعتا با حذف معادلات نقاط درونی تاثیر آن را بر معادلات نقاط اشتراکی گذاشته ایم . به این کار خلاصه سازی استاتیکی می گویند . با این کار می توان فرض نمود که هر پاره سازه به یک المان و نقاط تقاطعی پاره سازه ها به نقاط آن المان شبیه سازی شده است . حال عملیات اسمبل کردن را برای سازه در نقاط تقاطعی انجام می دهیم. عملیات خلاصه سازی استاتیکی برای هر پاره سازه انجام می شود. درجات آزادی مرزی در معادلات باقی می ماند و درجات آزادی داخلی حذف شده و تاثیر آن در ماتریس سختی خلاصه شده درجات آزادی مرزی گذاشته می شود .

ماتریس های معادله تعادل را به صورت زیر می نویسیم به گونه ای که در ابتدا درجات آزادی داخلی ( i ) و سپس درجات آزادی مرزی ( b ) باشند .

$$\begin{bmatrix} [K]_{ib} & [K]_{ib} \\ [K]_{bi} & [K]_{bb} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \{u\}_i \\ \{u\}_b \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \{F\}_i \\ \{F\}_b \end{Bmatrix} \quad (1)$$

با یک تفکیک ساده معادله بالا به دو معادله زیر تبدیل می شود .

$$[K]_{ii} \{u\}_i + [K]_{ib} \{u\}_b = \{F\}_i \quad (2)$$

$$[K]_{bi} \{u\}_i + [K]_{bb} \{u\}_b = \{F\}_b \quad (3)$$

با حل معادله (۲) برای  $\{u\}_i$  و جایگذاری آن در معادله (۳) خواهیم داشت .

$$\{u\}_i = [K]_{ii}^{-1} (\{F\}_i - [K]_{ib} \{u\}_b) \quad (4)$$

$$(\{F\}_b - [K]_{bi} [K]_{ii}^{-1} \{F\}_i) = ([K]_{bb} - [K]_{bi} [K]_{ii}^{-1} [K]_{ib}) \{u\}_b \quad (5)$$

معادله (۵) را می توان به شکل زیر بیان کرد .

$$\{\overline{F}\} = [\overline{K}] \{u\}_b \quad (۶)$$

که در آن :

$$\{\overline{F}\} = \{\overline{F}_b\} - [K]_{bi} [K]_{ii}^{-1} \{F\}_i \quad (۷)$$

$$[\overline{K}] = [K]_{bb} - [K]_{bi} [K]_{ii}^{-1} [K]_{ib} \quad (۸)$$

معادله (۶)، معادله سختی خلاصه شده نامیده می شود که در آن  $\{\overline{F}\}$  بردار نیروی خلاصه شده و  $[\overline{K}]$  ماتریس سختی خلاصه شده می باشد .

جواب این معادله بردار  $\{u\}_b$  ( جابجایی های مرزی ) می باشد .

با بدست آمدن جابجایی نقاط مرزی و جایگذاری در معادله (۴) بردار  $\{u\}_i$  (جابجایی نقاط داخلی) در هر پاره سازه نیز بدست می آید .

اگر بخواهیم با حل اجزای محدود کلاسیک شبیه سازی کنیم و هر پاره سازه را یک المان فرض کنیم ، می توانیم بگوییم که معادله (۶) برای هر پاره سازه مانند معادله تعادل برای هر المان و سختی خلاصه شده در معادله (۶) مانند سختی هر المان می باشد . سختی خلاصه شده هر پاره سازه را سختی پاره سازه می نامیم . سختی های پاره سازه ها را اسمبل می کنیم و معادله تعادل کلی برای تمام درجات آزادی مرزی بدست می آید حال باید این معادله را هم در حالت کلی حل کنیم .

$$[\overline{K}] \{u\}_{b_t} = \{\overline{F}\}_t \quad (۹)$$

که  $[\overline{K}]$  ماتریس سختی اسمبل شده  $[\overline{K}]$  و  $\{\overline{F}\}_t$  بردار نیروی اسمبل شده  $\{\overline{F}\}$  و  $\{u\}_{b_t}$  بردار جابجایی های مرزی کل اسمبل شده است .

### مراحل گام به گام برای پاره سازی

با این فرض که اندازه و حدود پاره سازه ها مشخص شده اند مراحل زیر به طور خلاصه باید انجام شود .

۱- برای هر پاره سازه معادلات خلاصه شده یعنی سختی خلاصه شده (معادله (۷)) و بردار نیروی خلاصه شده (معادله (۸)) بدست آورده شود .

۲- برای هر پاره سازه ، معادله تعادل خلاصه شده که فقط دارای نقاط مرزی است معادله (۶) ، تشکیل شود .

۳- معادلات تعادل خلاصه پاره سازه ها با یکدیگر در معادله تعادل مرزی کل (۶) اسمبل شوند .

۴- معادله تعادل مرزی کل حل شده و جابجایی های مرزی بدست می آید .

۵- برای هر پاره سازه ، با جایگذاری جابجایی های مرزی مربوط به آن پاره سازه در معادله (۴) ، جابجایی های داخلی آن پاره سازه بدست می آیند .

## معرفی برنامه :

برنامه پاره سازه (substructure) برای حل به روش پاره سازه ها تهیه شده است . این برنامه در به زبان متلب نوشته شده است و با استفاده از زیر توابعی محاسبات را انجام می دهد همچنین برای مقایسه نتایج ، برنامه اجزای محدود (finite\_element) که از روش حل معمولی استفاده می کند هم در این مجموعه اضافه شده است .

## قابلیت های حل برنامه :

### مسائل با مش بندی منظم<sup>۱</sup> در هندسه دوبعدی

اندازه پاره سازه های مجاور با هم یکسان می باشد . مسیر افراز پاره سازه ها به صورت منظم در نظر گرفته می شود . تعداد تقسیم بندی المان ها در جهت  $x$  را  $m$  و تعداد تقسیم بندی در جهت  $y$  را  $n$  می نامیم . لازم به ذکر است که جهت های  $x$  و  $y$  لزوماً بر یکدیگر عمود نیستند . تعداد تقسیمات پاره سازه را در جهت  $x$  ،  $na$  و در جهت  $y$  ،  $nb$  می نامیم ابعاد پاره سازه ها به صورت مساوی است . در مواقعی که تعداد تقسیمات المان بر تقسیمات پاره سازه در آن جهت بخشپذیر نباشد چند پاره سازه به تعداد باقیمانده تقسیمات هستند که از بقیه پاره سازه ها یک ستون یا ردیف المان بیشتر دارند .

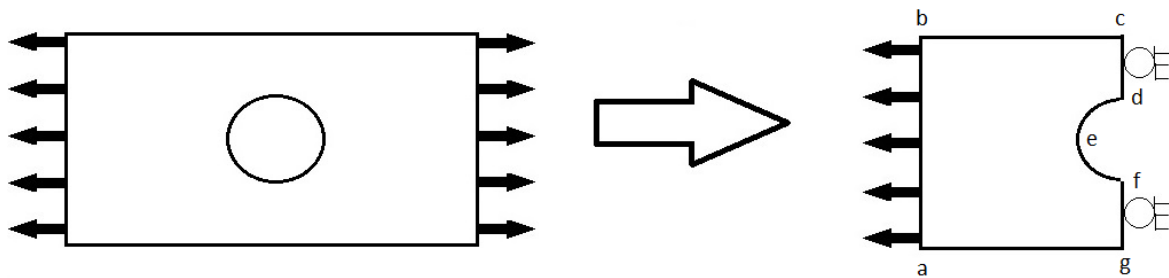
### مسائل با مش بندی نامنظم و دارای محدوده های جداگانه برای پاره بندی

در این نوع مسائل با یک مش بندی مواجه هستیم که به ناحیه هایی تقسیم شده است که هر کدام برای خود تقسیم بندی جداگانه دارد . این نوع مسائل حالت کلی هستند و هر نوع مسئله ای را شامل می شود . در این حالت نحوه افراز پاره سازه ها می تواند به صورت دلخواه باشد . به همین منظور دو مثال برای درک بهتر کار با برنامه در ادامه آورده شده است .

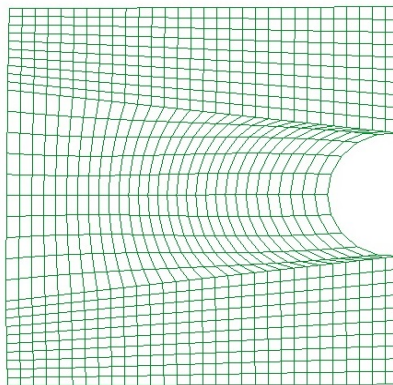
### مثال ۱ : هندسه منظم (ورق کششی دارای حفره)

مساله دوم یک ورق کششی با یک حفره دایره ای در داخل آن می باشد. در این مثال نیز از تقارن استفاده شده و نیمی از مساله مدل سازی شده است . یک شبکه بندی  $30 \times 30$  از المان های چهار گوشه برای این مساله در نظر گرفته شده است . وجوه المان بندی بالا و پایین ،  $ag$  و  $bc$  و وجوه المان بندی راست و چپ ،  $cdefg$  و  $ab$  هستند . در این مساله هم وجه المان بندی غیر مستقیم داریم . هندسه مساله و نحوه مش بندی به صورت شکل های زیر هستند . بارگذاری هر گره  $100$  نیوتن درنظر گرفته شده است و مدول الاستیسیته  $E=2E+11$  و ضریب پواسون برابر  $0.3$  است . قصد داریم که این هندسه مش بندی را در هر جهت به  $5$  قسمت پاره بندی کرده و حل کنیم .

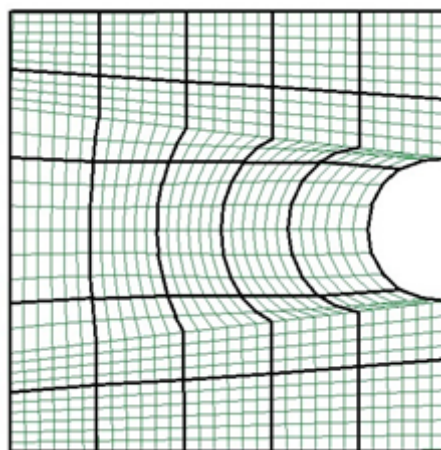
<sup>1</sup> Structure meshing



شکل ۲ (ورق کششی صلیب شکل و مدل سازی نیمه آن)



شکل ۳ (مش بندی مثال ۱)



شکل ۴ (نحوه پاره بندی مثال ۱)

## اطلاعات کلی مورد نیاز برنامه :

$Nu$  ضریب پواسون

$E$  مدول الاستیسیته

sublevel ماتریسی یک بعدی یکانی به تعداد پاره سازه هاست که این مقدار پیش فرض است و اگر بخواهیم که برای تعدادی از پاره سازه ها جواب های داخلی را محاسبه نکنیم باید برای آن پاره سازه ها sublevel برابر با صفر باشد .

Auto\_sub متغیری است که مقدار آن به صورت پیش فرض برابر یک است و این بدان معنی است که مش بندی منظم است و قرار است که به صورت اتوماتیک و طبق تقسیم بندی مساوی پاره بندی شود . اگر این

مقدار برابر با صفر باشد یعنی نحوه پاره بندی پاره سازه ها به صورت دلخواه بوده و باید از دایرکتوری region خوانده شود که نحوه کار با این دایرکتوری در مثال نامنظم توضیح داده می شود .

Auto\_coord متغیری است که مقدار آن به صورت پیش فرض برابر صفر است که بدان معنی است که باید از فایل node.txt مختصات گره ها خوانده شود. اگر بخواهیم که هندسه ای مستطیل شکل برای تست برنامه ایجاد کنیم و از آن استفاده کنیم باید برابر یک باشد .

Auto\_elem به صورت پیش فرض برابر صفر است که بدان معنی است که باید از فایل elem.txt مشخصات المان ها خوانده شود . فقط برای تست برنامه از آن استفاده می شود .

Manual\_rest مانند متغیر های قبلی است با این تفاوت که اگر یک باشد از فایل restrain.txt مشخصات تکیه گاهی خوانده می شود .

Condition اگر برابر با یک باشد بدان معنی است که آنالیز آزاد بر روی مساله انجام می شود یعنی جواب تمام گره ها مورد نظر ماست .

Planecondition این متغیر نشان دهنده آن است که مساله ما تنش مسطح یا کرنش مسطح است .

Keynode هر مش بندی منظم ۴ گوشه دارد که می تواند مبنای شماره گذاری منظم المان ها باشد . این متغیر به صورت اتوماتیک در برنامه ایجاد می شود ولی برای این که با تعریف ما از مساله تفاوتی نکند بهتر است که خومان مقدار دهی کنیم.

Na4,Nb4 تعداد تقسیمات پاره سازه ها در جهت x و y است که برای حالتی که پاره سازه ها مشخص نشده اند و مش بندی منظم است کاربرد دارد .

St\_add آدرس مکانی است که فایل های ورودی ما در آن جا قرار گرفته است .

```
st_add='C:\Users\Mahak110\Desktop\modify\input_data\data5';
manual_sublevel=0;
auto_sub=1;      auto_coord=0;      auto_elem=0;
manual_f=0;      manual_rest=0;
nu=0.3; planecondition=1; E=2.0000e+011;
condition=1;
keynode=961;
na4=5;  nb4=5;
```

شکل ۵ (ورودی های کلی برنامه)

## اطلاعات هندسه مسئله

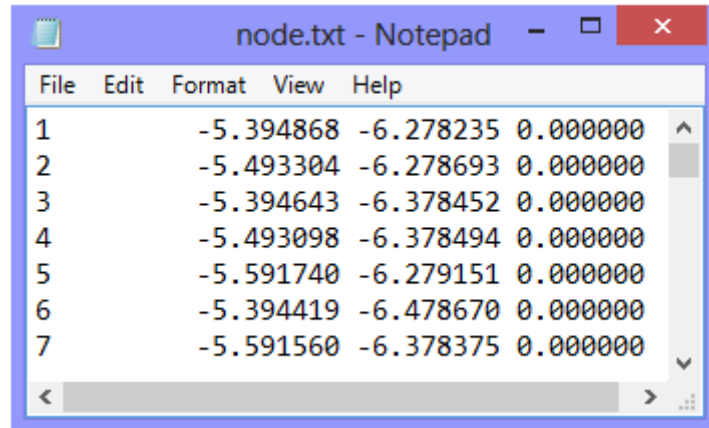
بعد از مش بندی این مثال با استفاده از نرم افزار های شبکه بندی مانند GID اطلاعات را به صورت زیر وارد می کنیم .

یک سری مشخصات باید در داخل برنامه مقدار دهی شوند که از این جمله می توان به این متغیر ها اشاره کرد .



### مختصات x و y هر گره :

این مشخصات در فایل node.txt قرار داده می شود . همانطور که در شکل زیر نشان داده شده است ستون اول شماره گره و ستون دوم و سوم به ترتیب x و y گره ها می باشد .

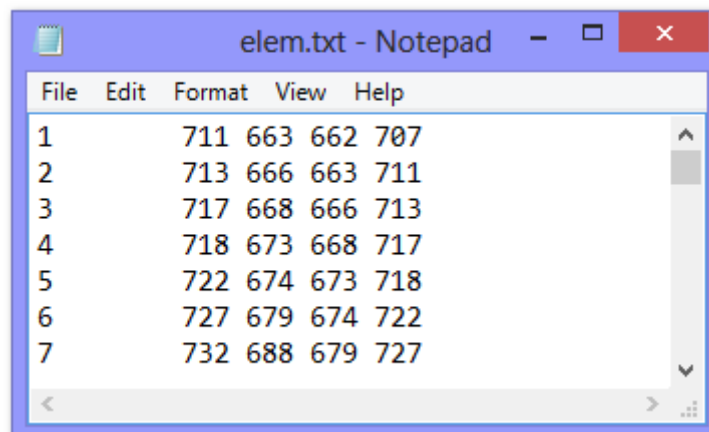


1	-5.394868	-6.278235	0.000000
2	-5.493304	-6.278693	0.000000
3	-5.394643	-6.378452	0.000000
4	-5.493098	-6.378494	0.000000
5	-5.591740	-6.279151	0.000000
6	-5.394419	-6.478670	0.000000
7	-5.591560	-6.378375	0.000000

شکل ۶ (طریقه وارد کردن مختصات گره ها)

### مشخصات المان ها :

هر المان با ۴ نقطه مشخص می شود بنابراین برای مشخص کردن یک المان به شماره گره های تشکیل دهنده آن نیاز داریم که باید به این شکل در فایل elem.txt همانند شکل زیر پر شود . هر ردیف نشان دهنده یک المان است که ستون اول شماره المان و ۴ ستون بعدی شماره های تشکیل دهنده آن المان هستند که به صورت پادساعتگرد کنار هم قرار گرفته اند .

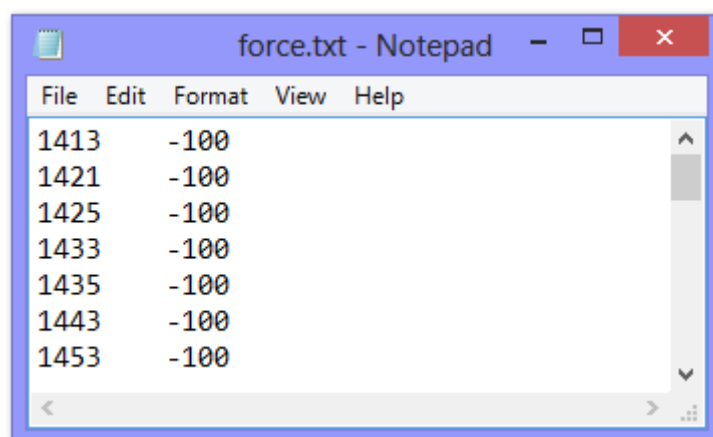


1	711	663	662	707
2	713	666	663	711
3	717	668	666	713
4	718	673	668	717
5	722	674	673	718
6	727	679	674	722
7	732	688	679	727

شکل ۷ (طریقه وارد کردن مشخصات المان)

### مشخصات بارگذاری :

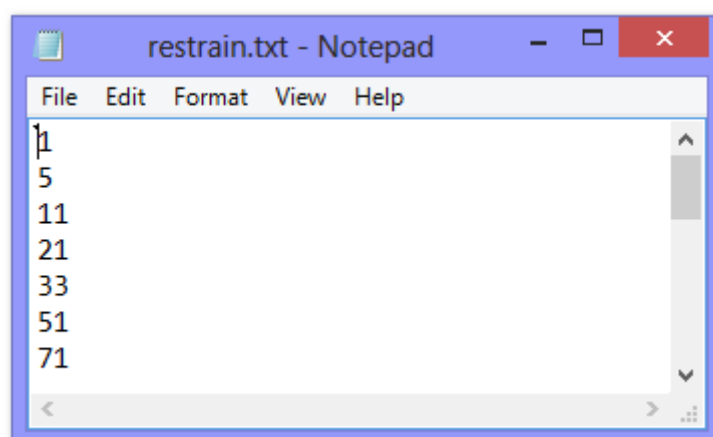
بعضی از درجات آزادی دارای بار می باشند که شماره درجه آزادی به همراه مقدار بار وارد بر آن باید به صورت شکل زیر در فایل force.txt وارد شوند . ستون اول شماره درجه آزادی و ستون دوم بار مربوط به آن درجه آزادی می باشد .



شکل ۸ (طریقه وارد کردن بارگذاری)

### مشخصات تکیه گاهی :

شماره درجات آزادی که از نظر تکیه گاهی بسته شده اند و حرکتی ندارند برای اعمال شرایط مرزی باید در فایل restrain.txt آورده شود .



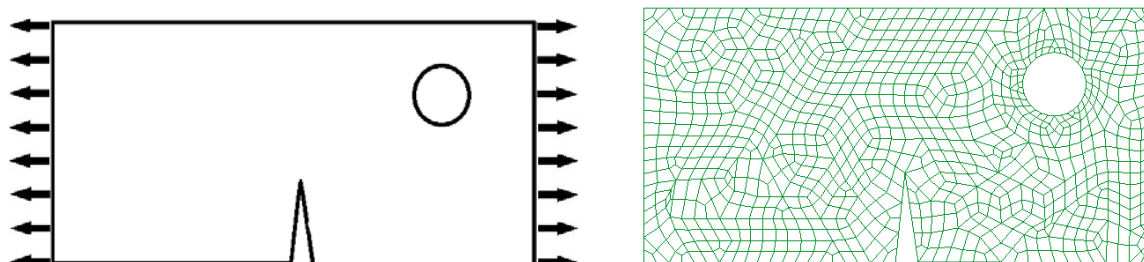
شکل ۹ (طریقه وارد کردن مشخصات تکیه گاهی)

دقت شود که تمام فایل ها باید در مسیر st\_add وجود داشته باشد .  
بعد از اجرای برنامه ، خروجی ماتریس جابجایی U است که از طریق برنامه قابل دسترسی است .

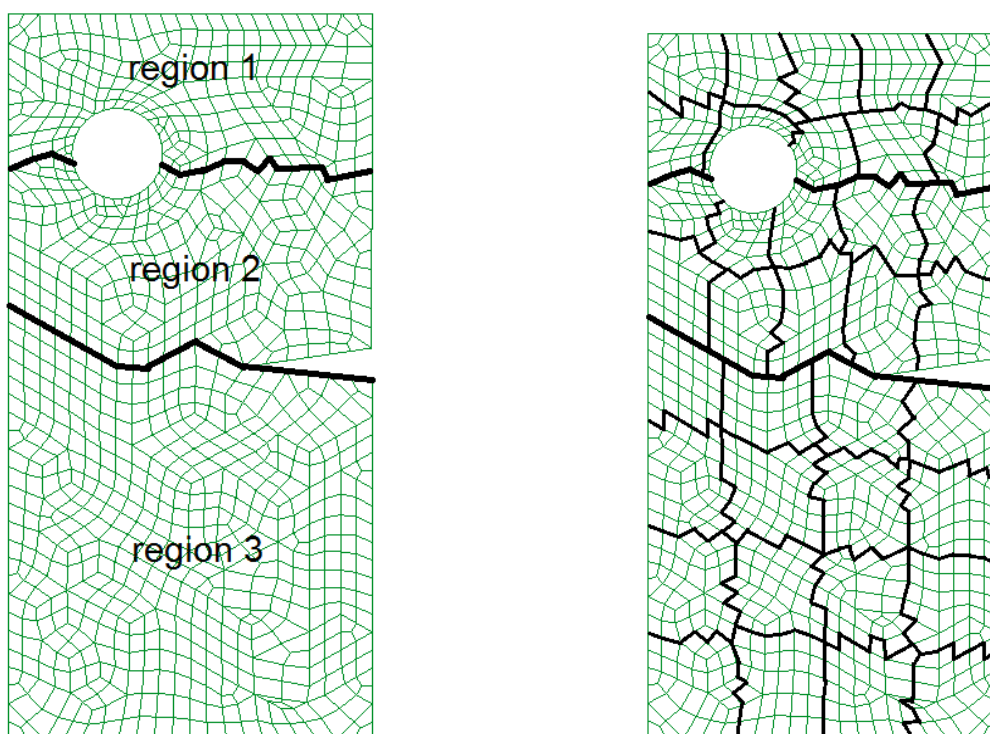
## مثال ۲ : هندسه نامنظم ( ورق ترک خورده حفره دار)

در این مساله می خواهیم که یک مساله با شبکه ساخت نیافته را حل کنیم .  
مثال زیر را در نظر بگیرید که از دو طرف تحت کشش قرار گرفته است و دارای یک حفره در گوشه سمت راست بالا و یک ترک در میانه پایین می باشد . مش بندی مساله از نوع ساخت نیافته است . ضلع شرقی،

غربی، شمالی و جنوبی به ترتیب دارای ۲۴، ۲۰، ۲۴ و ۲۰ المان در کناره های خود هستند. هندسه و مش بندی در شکل های زیر آورده شده است. قرار است که مشخصات پاره بندی هر ناحیه به صورت مجزا آورده شود.



شکل ۱۰-۰ (هندسه و مش بندی مثال ۳)



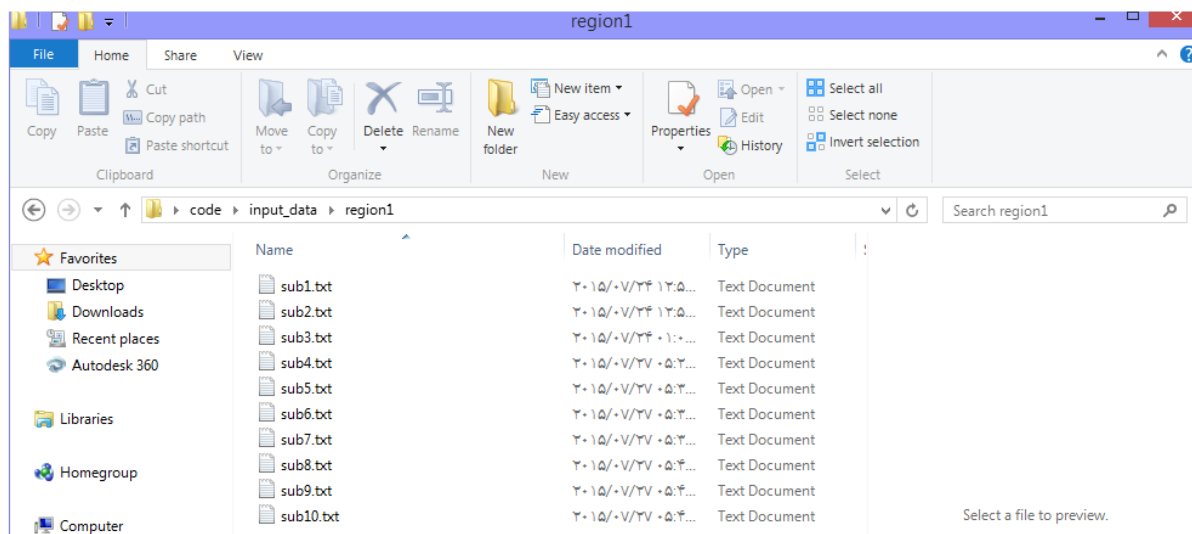
شکل ۱۰-۱ (ناحیه ها و نحوه پاره بندی)

یک سری داده ها در مثال قبل توضیح داده شد و حالا بقیه داده ها که مورد نیاز این نوع حل است را توضیح می دهیم.

هر ناحیه پاره بندی مخصوص به خود را دارد که برای این کار باید در مسیر اصلی معرفی شده به برنامه (st\_add) به تعداد ناحیه ها یعنی ۳ فولدر با نام های region 1، region 2 و region 3 ایجاد کنیم. باید دقت شود که حتما باید از کلمه کلیدی region به همراه شماره استفاده شود.

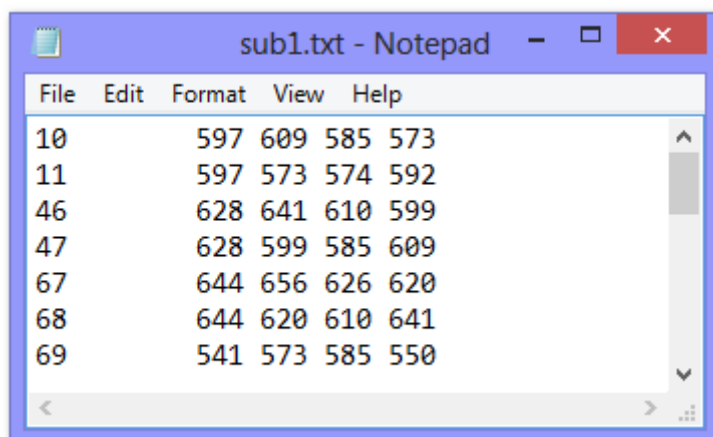
در هر کدام از این فولدر ها فایل های متنی وجود دارند که با نام های sub1, sub2, ..., sub(n) وجود دارد که هر کدام از این فایل های متنی مشخصات آن پاره سازه یعنی المان های تشکیل دهنده آن را شامل می

شود. مثلاً برای ناحیه ۱ مطابق مساله ۱۰ پاره سازه تعیین شده بود که باید ۱۰ فایل متنی در داخل فولدر region1 داشته باشیم. ۲۰۱۶/۰۳/۱۳



شکل ۱۲ (محتویات نمونه فولدر region)

به طور مثال sub1 به این شکل مقدار دهی شده است.



شکل ۱۳ (نمونه یک فایل sub برای یک region)