

統計的モデリング基礎⑪

～因果関係・ランダム化試験～

鹿島久嗣
(情報学科 計算機科学コース)

DEPARTMENT OF INTELLIGENCE SCIENCE
AND TECHNOLOGY

今回の話題： 因果推論

- 相関関係と因果関係は異なるという話：相関≠因果
- 因果関係の定量化
- ランダム化試験（RCT）：因果関係を導く方法



一般書

教科書

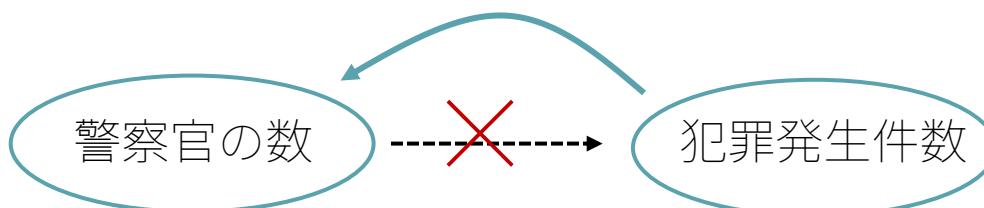
因果関係

相関と因果：

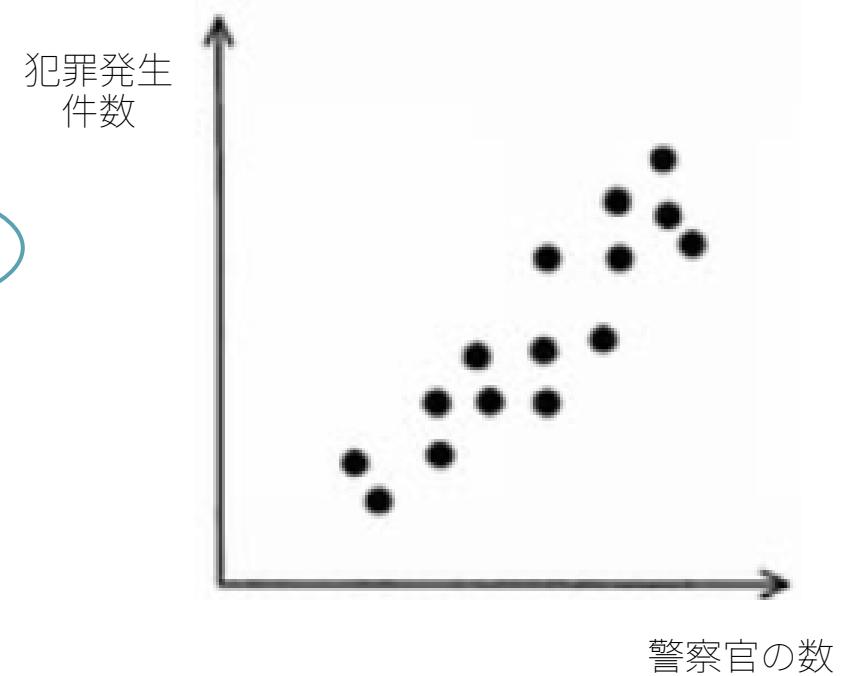
これは因果関係？

- 警察官を増やすと、犯罪率が上がる？
 - 回帰モデル： 犯罪率(%) = 3 × 警察官の人数(千人)
 - 警察官を1,000人増やすと、犯罪率が3%上がるのか？

実際には、犯罪発生件数が多いから
警察官を多く配置している



- 握力を上げると、学力が上がる？
 - テストの点 = 3 × 握力
 - 握力を1kgw増やせば3点増える？



相関と因果：

相関と因果は異なる

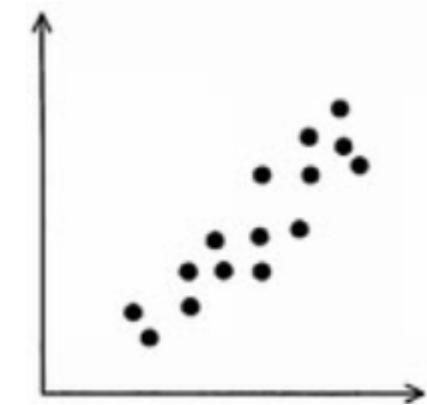
- 相関は必ずしも因果を意味しない

- 相関：片方の変数の大小関係と、もう片方の変数の大小関係が連動している
- 因果：片方の変数を変化させると、もう片方の変数も変化する



- 観察と介入の違い

- 相関があれば、観察をもとに予測ができる
- 因果があれば、介入によって操作ができる

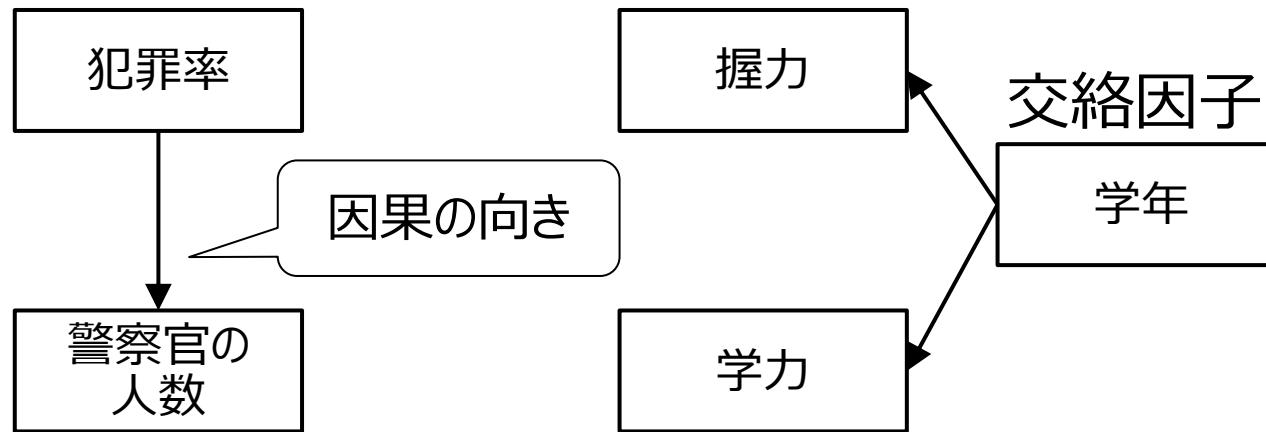
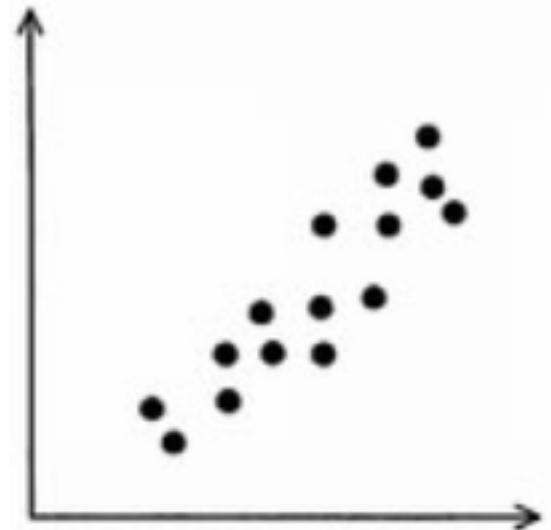


相関≠因果が生じるケース： 逆向きの因果、共通の要因、下流選別

■ 因果関係がないのに相関が生じるケース：

- まったくの偶然
- 逆向きの因果関係
- 交絡：別の（共通の）要因がある

■ 「因果ダイアグラム」で表現



相関≠因果が生じるケース： まったくの偶然によっても起きる



米国の科学技術予算
首吊り自殺者の数

プールでの溺死者数
ニコラスケイジの出演映画数

ミス・アメリカの年齢
暖房器具が原因の死者数

<https://tylervigen.com/spurious-correlations>

交絡の例：

握力と学力の相関

- 交絡因子：原因変数と結果変数に影響を与える

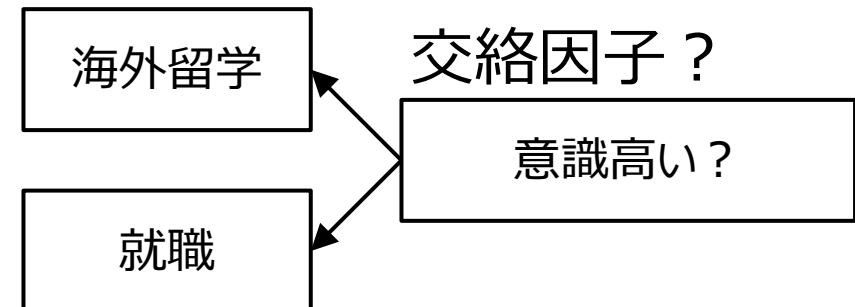
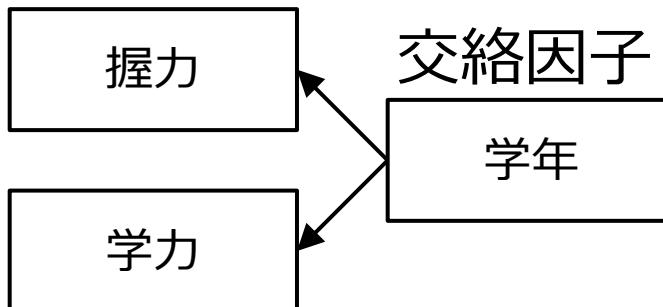
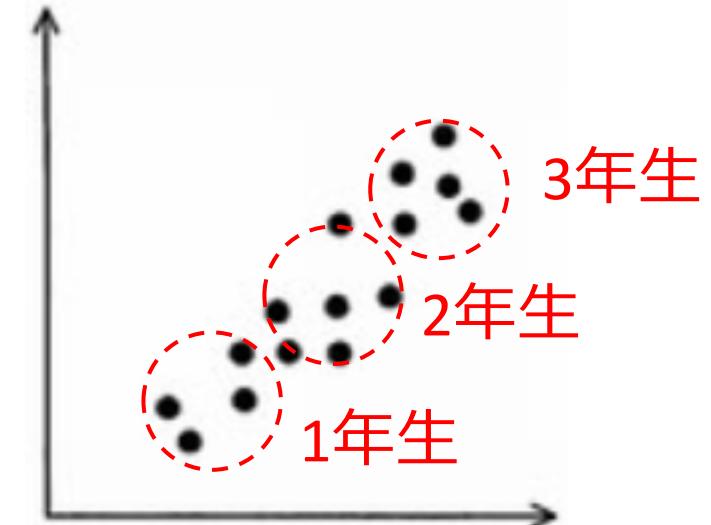
- 例 1：握力があがると学力が上がる？

- 握力と学力の間に相関がある

- 実際には学年が交絡因子になっている

- ◆ 学年を固定すると無相関

- 例 2：海外留学をすると、就職に有利？



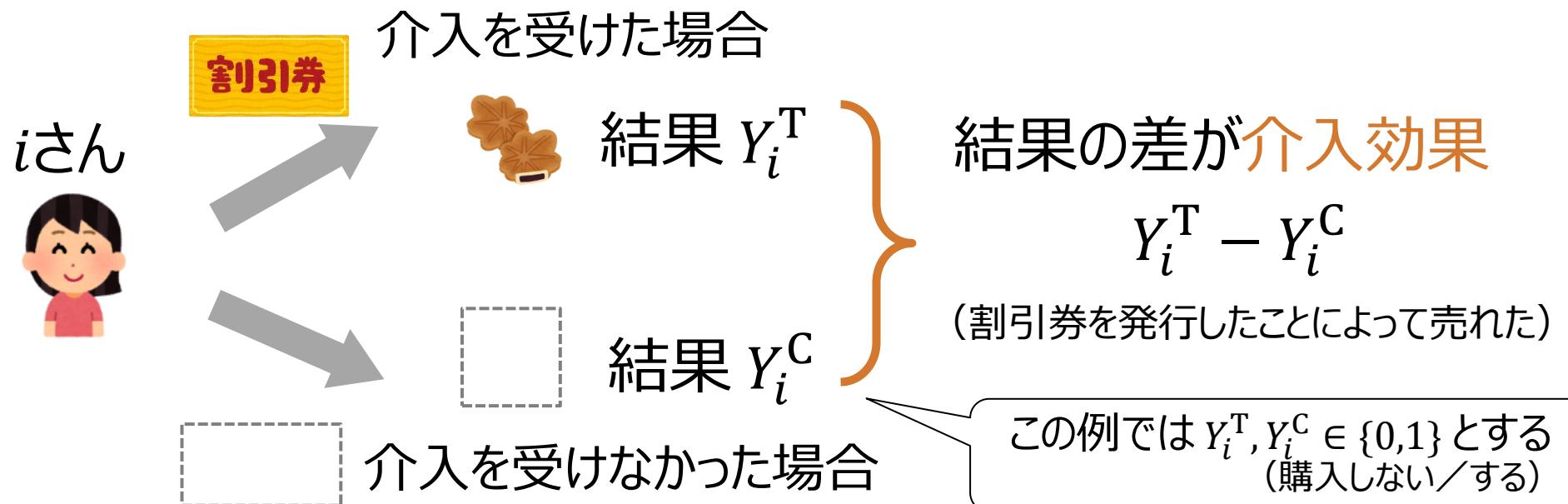
因果関係の定量化

介入効果：

因果関係の有無・強さの定量化

- 全く同じ状況において「介入を受けた場合」と「介入を受けなかった場合」の結果の違いが介入による因果的な効果を表す
- i さんが介入を受けた場合の結果変数 Y_i^T と、受けなかった場合の結果変数 Y_i^C の差 $Y_i^T - Y_i^C$ が i さんへの（個別）介入効果

※ T : Treatment C : Control



平均介入効果：

母集団に対する平均的な介入効果で測る

- i さんが介入を受けた場合の結果変数 Y_i^T と、受けなかった場合の結果変数 Y_i^C の差 $Y_i^T - Y_i^C$ が i さんへの介入による（個別）効果

※ T : Treatment C : Control

- 母集団全体に対してどの程度効果があったか？

母集団に対する平均的な介入効果を因果関係の強さとする：

$$E[Y^T - Y^C]$$

これを推定するのが目的

※ ひとまず介入は2値（介入するT／しないC）とする

介入が量的変数の場合は、介入Zと結果Yに線形の関係を仮定して

$$E[Y | Z] - E[Y | Z = 0] = \beta Z$$
 であるときの β を見たりする

因果関係の推定：

平均介入効果は直接計測できない

- 我々の知りたい因果関係の強さ： $E[Y^T - Y^C]$
- その推定量は $\frac{1}{n} \sum_i (Y_i^T - Y_i^C)$ で推定できそう？
 - $Y_i^T - Y_i^C$ は直接観測できない：介入の有無はどちらか一方のみが実現するので、 Y_i^T と Y_i^C のいずれか一方のみ観測可能
 - ◆ 観測されないほうの結果を「反事実」とよぶ
- では、 $E[Y^T - Y^C] = E[Y^T] - E[Y^C]$ なので、介入群と対照群からそれぞれ $E[Y^T]$ と $E[Y^C]$ を推定すればよい？
→ これもダメ 🎭 (介入に「バイアス」がありうるから)
 - これは、 $E[Y^T | Z = T]$ と $E[Y^C | Z = C]$



例：

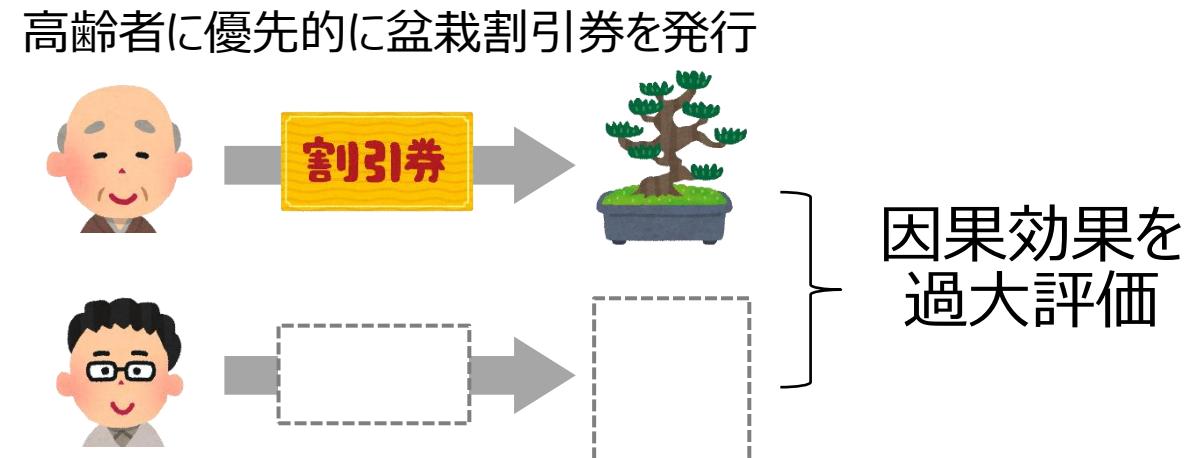
$$E[Y^T \mid Z = T] - E[Y^C \mid Z = C] \neq E[Y^T] - E[Y^C]$$

ID	Z	$Y^{(1)}$	$Y^{(0)}$	Y	効果	$Y Z=1$	$Y Z=0$
1	1	1	1	1	0	1	
2	1	1	1	1	0	1	
3	1	1	0	1	1	1	
4	1	1	0	1	1	1	
5	0	1	0	0	1		0
6	0	1	0	0	1		0
7	0	0	1	1	-1		1
8	0	0	1	1	-1		1
9	1	0	0	0	0	0	
10	0	0	0	0	0		0
平均	0.5	0.6	0.4	0.6	0.2	0.8	0.4

介入のバイアス：

データ収集の際の介入判断の偏りが推定を偏らせる

- 過去のデータには、その時の介入判断に偏りがある
 - いかにも買いそうな人に割引券を発行した (or その逆)
- 偏ったデータからは偏った因果効果が導かれうる
 - 効果を過大評価・過小評価する恐れ
 - 理想的にはランダムに介入された (RCT) データが必要



介入におけるバイアス：

計測は介入の判断に影響をうける

- それぞれの対象に対して、介入する ($Z = T$) か介入しない ($Z = C$) かが決まるとする
- 我々が直接推定できるのは、母集団において
 - 介入した人 ($Z = T$) に介入した結果 (Y^T)
 - 介入しなかった人 ($Z = C$) に介入しなかった結果 (Y^C)

の平均的な差のみ：

この等号は一般には成り立たない

$$E[Y^T | Z = T] - E[Y^C | Z = C] \quad (\neq E[Y^T] - E[Y^C])$$

本当に推定したいもの

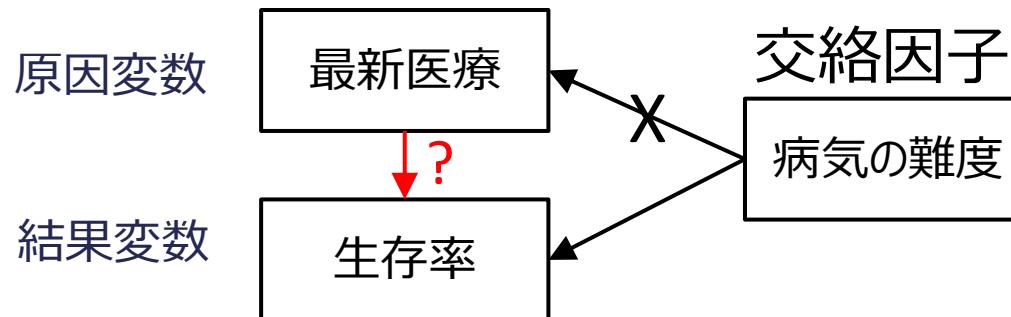
- この値が非零だからといって、因果関係があるとは限らない
- 「ビッグデータでも因果関係はわからない」

ランダム化試験による因果関係の計測

因果関係を導くためには： 原因変数と交絡因子の因果を切る

- 真の因果関係を導くには、交絡因子の影響を切る必要がある
 - データを増やしてもバイアスは消えない意味なし
- 例：ある最新の治療法を実施したほうが、死亡率が高い？
 - ◆ 因果関係：「最新の治療法はむしろ死亡率を上げている」？
 - ◆ 交絡：そもそも難病患者にのみ治療法を適用している可能性（難病患者かどうかが交絡因子）

の2つを区別する必要がある



ランダム化試験 (RCT) :

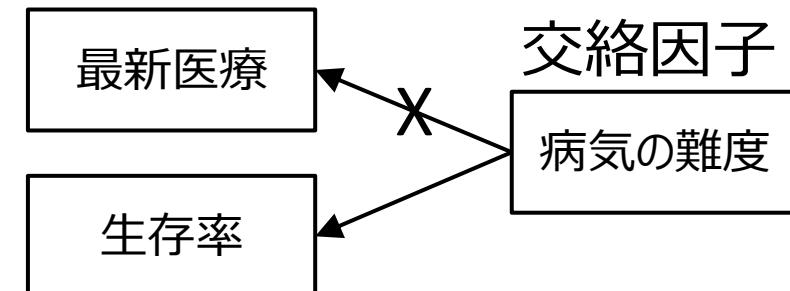
介入を交絡因子と独立にすることで交絡因子の影響を切る

■ 因果効果がただししく推定されるためには... :

- 原因変数の割り付けを交絡因子と独立にする
- または、交絡因子を固定する
- 原因変数と結果変数以外の変数の分布を、介入群と対照群で同一にする

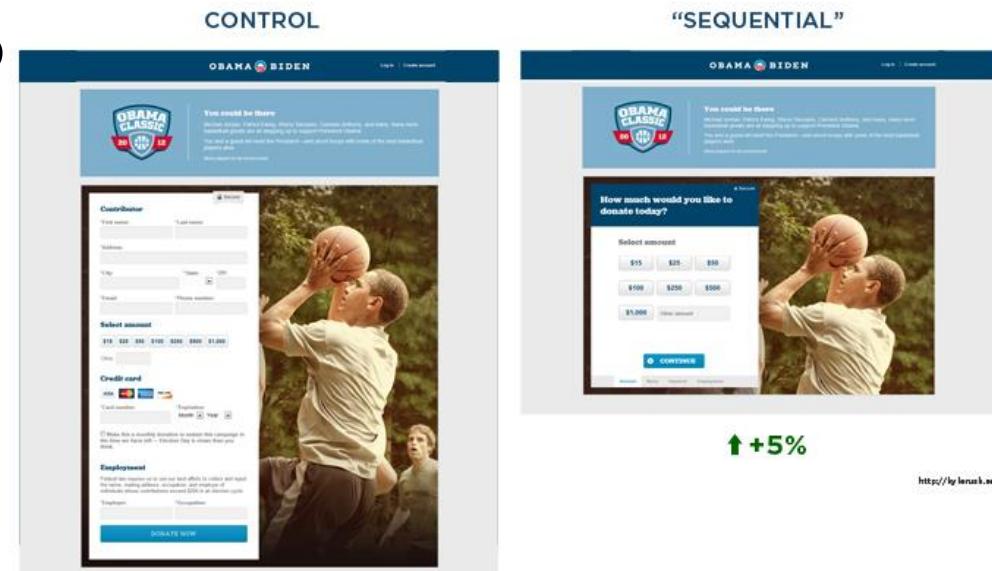
■ ランダム化試験 (Randomized Controlled Trial; RCT) :

- 介入群と対照群をランダムに割りつける
- 介入と交絡因子が独立になる



ランダム化試験 (RCT) のやり方： とにかくランダムに介入を割り付ける

- ランダム化試験 (Randomized Controlled Trial; RCT)：
 - 対象をランダムに2つのグループに分ける
 - 片方のグループを介入群に、もう一方のグループを対照群として前者にのみ介入を行う
 - それぞれの群の結果を比較する
- A/BテストはRCT



Source: <http://kylerush.net/blog/optimization-at-the-obama-campaign-ab-testing/>

ランダム化の効果：

平均介入効果が正しく計測可能

- ランダム化の効果：因果関係が測れる！

一般には等号は成り立たない

$$E[Y^T | Z = T] - E[Y^C | Z = C] = E[Y^T - Y^C]$$

介入群・対照群それぞれの結果の差から…

平均介入効果が測れる

- なぜならば、 Z と Y が独立なら $E[Y | Z] = E[Y]$
- 観測されない変数も含め、介入変数が他の全ての変数と独立になる

RCTの限界：

現実には実行困難な場合あり

- RCTをいつでもできるわけではない
 - そもそもできない（倫理的にできないなど）
 - できたとしても完全にランダムな割り付けを実行できない
 - ◆ 案内を出しても実行しないなど
- 準実験：すでにあるデータから因果関係を導きたい
 - 回帰不連続デザイン
 - 層別解析／回帰モデル
 - マッチング／傾向スコア
 - ...

アップリフトモデリング

アップリフトモデリングの目的： 個別因果効果に基づく意思決定

- 特定の対象（人）に何らかの働きかけ（介入）を行うことで、特定の結果（行動など）を促したい場面：
 - あるユーザに対して、キャンペーンを打つことで、購買行動を期待



- ある患者に対して、ある治療を行うことで、治癒を期待
- このような場合、個別の対象に対する働きかけ（介入）の個別因果効果に応じて、意思決定を行うことになる
 - どの対象に介入すべきか？ ある対象に介入すべきか否か？

一般的な予測モデルの問題： 意思決定（介入）のもたらす効果を考慮していない

■ 一般的な予測モデリングにもとづく意思決定：

- キャンペーン対象ユーザ X_i が購入したかどうかのデータ $Y_i \in \{1,0\}$

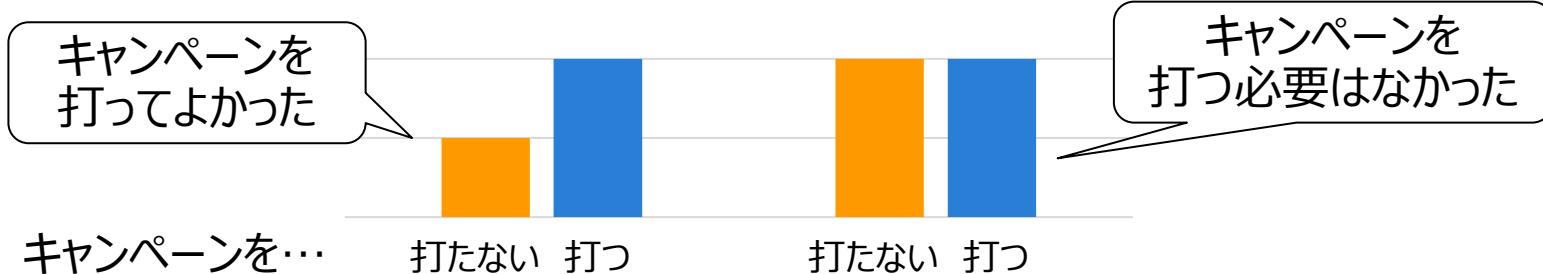
1. X から Y を予測するモデル $Y = f(X)$ を推定

2. $f(X) = 1$ となるユーザ X にキャンペーンを打つ（クーポン発行など）

■ 問題点：キャンペーンを打たなくても買う人はいるのでは？

- キャンペーンによる効果（＝購買可能性の増分）をみていない

両方ともキャンペーンの結果は良いが…



意思決定のあるべき姿：

介入効果のある対象にこそ介入すべき

- 対象は介入／非介入に対する反応によって4タイプに分けられる

介入した場合の結果	購入する	確実 (Sure Thing)	説得可能 (Persuadable)
	買わない	あまのじやく (Do-Not-Disturb)	見込みナシ (Lost Cause)
	購入する	買わない	
介入しなかった場合の結果			

- 「説得可能」カテゴリに介入するべき
- 「あまのじやく」に介入してはいけない
- その他は介入しても意味がない（介入するだけ無駄）：
従来の予測モデリングだと「確実」カテゴリにも介入している可能性

通常の予測モデリングとのデータの違い：

アップリフトでは介入のデータがあり、介入の効果を予測

■ 通常の予測モデリングでは：

- X ：対象の表現
(性別、年齢など)

- Y ：結果

がデータとして与えられ、
対象と結果の関係を予測

■ アップリフトモデリングでは：

- X ：対象の表現
(性別、年齢など)

- Z ：介入の有無

- Y ：結果

がデータとして与えられ、
介入の効果を予測

アップリフトの問題設定：

介入の有無を伴うデータから介入効果の予測モデルを得る

- データ： $\{(X_i, Z_i, Y_i)\}_i$
 - i 番目の対象 X_i に対して、
介入をした or しなかった ($Z_i \in \{0,1\}$) ところ、結果が Y_i だった
- X からこれに対する介入効果 $\tau = Y^T - Y^C$ を予測したい
 - 介入した場合の結果を Y^T 、しなかった場合の結果を Y^C とする
- ただし、 X_i に対して $\tau_i = Y_i^T - Y_i^C$ は観測されない
 - 観測されるのは Y_i^T か Y_i^C のいずれか一方のみ
 - 本質的なデータ欠損：原理的に両方とも観測できない

「反事實」

仮定：

介入と結果の条件付独立性

- 重要な仮定： X_i が与えられたもとで、
 Z_i （介入の有無）と Y_i^T, Y_i^C （結果）は独立
 - 結果によって介入の有無が変わる状況では介入効果が正しく推定されない
- たとえば、ランダム化試験（A/Bテスト）は仮定をみたす：
 - i によらず $1/2$ の確率で介入／非介入 $Z_i \in \{0,1\}$ を決める
 - Z_i （介入の有無）と Y_i^T, Y_i^C （結果）が独立
- 以下、ひとまずランダム化試験が実施されていると仮定する

アップリフトモデリングのアプローチ： 以下では既存の予測モデルを利用するアプローチを紹介

■ 既存の予測モデルを利用するアプローチ

- 2段階のアプローチ：

介入・非介入それぞれの結果を予測してから、その差を見る

- 目的変数を変換するアプローチ：

单一の予測モデルで介入効果を直接推定する

■ 専用のモデルを設計するアプローチ

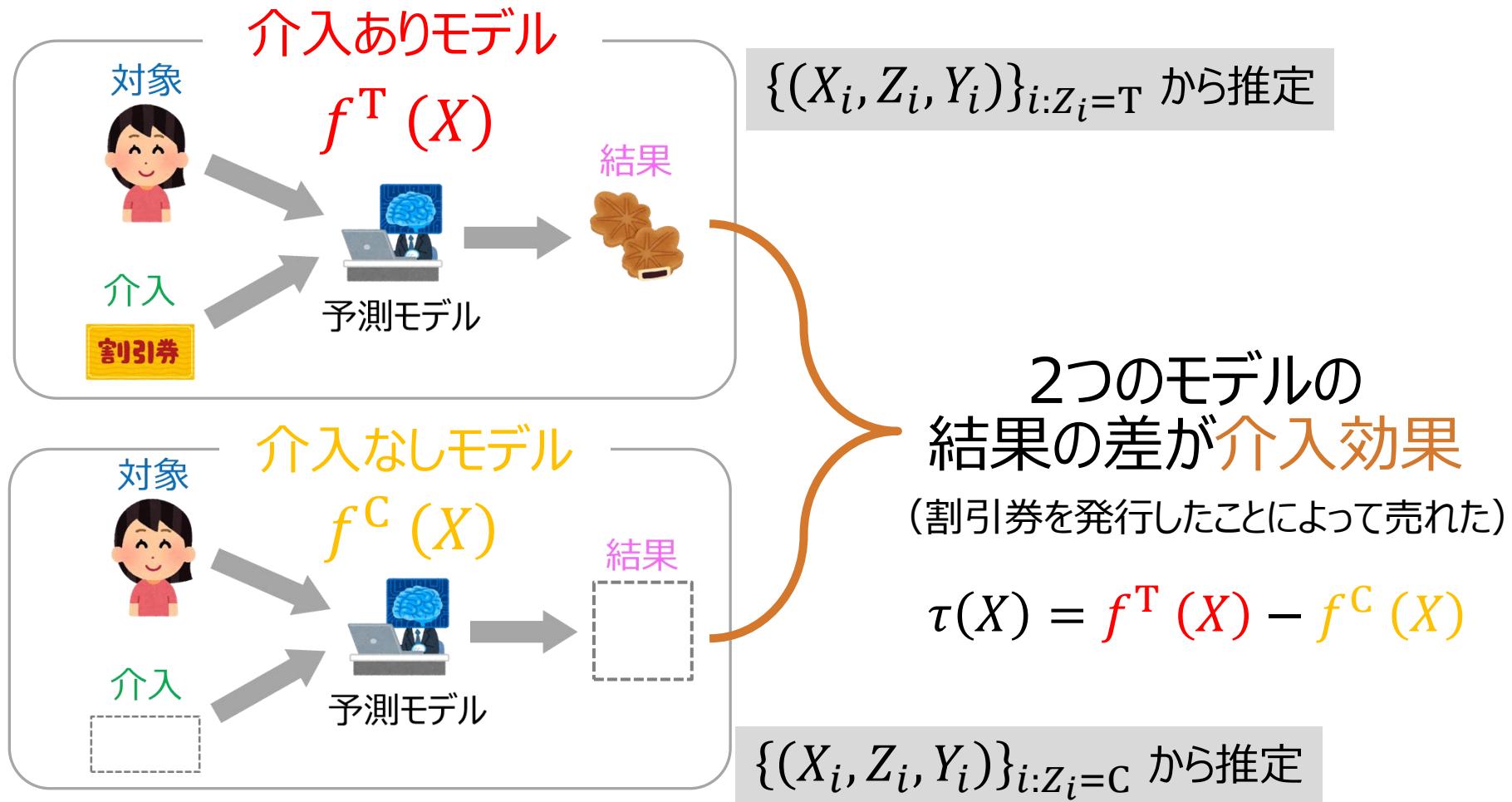
- 決定木を介入効果推定用にカスタマイズするなど

◆ 決定木の分割指標を変えるなど

2段階アプローチ：

介入・非介入それぞれの結果を回帰モデル化して、差をとる

- 介入がある場合とない場合の結果の予測モデルをつくる



2段階アプローチ：

介入・非介入それぞれの結果を回帰モデル化して、差をとる

- 2段階のアプローチ：

1. 介入・非介入それぞれの結果の回帰モデルをつくる
2. 介入・非介入の予測結果の差を介入効果の予測とする

- 介入ありの場合の回帰モデル： $Y^T(X) = f^T(X)$

- $\{(X_i, Z_i, Y_i)\}_{i:Z_i=T}$ ($Z_i = T$ の場合のデータ) から推定

- 介入なしの場合の回帰モデル： $Y^C(X) = f^C(X)$

- $\{(X_i, Z_i, Y_i)\}_{i:Z_i=C}$ ($Z_i = C$ の場合のデータ) から推定

- $\tau(X) = f^T(X) - f^C(X)$ を介入効果とする

介入効果の直接推定： 目的変数を変換することで、単一のモデルで介入効果推定

- 介入効果を直接予測するモデル

I は条件が満たされるとき1
そうでないとき0をとる関数

- $\hat{\tau}_i = 2\{Y_i \ I(Z_i = T) - Y_i \ I(Z_i = C)\}$ とおきかえる

- ランダム化試験のもとでは $I(Z_i = T), I(Z_i = C)$ の期待値は $1/2$ なので $E[\hat{\tau}_i] = \tau_i$

- $\hat{\tau}_i$ を予測するモデルをつくる

- ランダム化試験でない場合に一般化すると：

- $Y_i^* = \frac{Y_i I(Z_i = T)}{e(X_i)} - \frac{Y_i I(Z_i = C)}{1 - e(X_i)}$ (因果推論における重みづけ法)

- ◆ $e(X_i)$ は介入確率 ($\text{Prob}[Z_i = T | X_i]$)

アップリフトに基づく決定： 予測アップリフトの大きい順に介入する

- 実際に反応未知の対象に対して、介入すべきかどうかを決定する

1. すべての対象に対して介入効果を推定する

$$\hat{\tau}(X) = Y^T(X) - Y^C(X)$$

2. $\hat{\tau}(X)$ が大きい順に介入する

- $\hat{\tau}(X) > 0$ であるものは介入効果がプラスなので基本的には介入すればよい

まとめ： 因果推論

- 相関関係は因果関係を必ずしも意味しない
- 因果効果（介入効果）は、介入した場合の結果と介入しなかつた場合の結果の差で定義する
- 因果効果を正しく計るには、ランダム化試験（RCT）を用いる
- アップリフトモデリングは因果効果に着目した予測モデリング