https://shorturl.at/K7YKT

KYOTO UNIVERSITY

アルゴリズムとデータ構造①
～ 概要 ～

鹿島久嗣
（情報学科 計算機科学コース）

DEPARTMENT OF INTELLIGENCE SCIENCE AND TECHNOLOGY

講義についての情報：
最新の情報はPandAで確認すること

- 担当教員： 鹿島久嗣
  （工学部情報学科計算機科学コース）
  - 連絡先： kashima@i.kyoto-u.ac.jp
- PandAのページ：
  https://panda.ecs.kyoto-u.ac.jp/x/JNHv4q
- 常に最新のスケジュール等をPandA で確認すること
- 評価方法：中間試験＋期末試験
  - 平常点（クイズ）は補助的に利用

参考書:
標準的なものであればなんでもよいが...

- 基本：

  杉原厚吉「データ構造とアルゴリズム」（共立出版）

  –本講義の多くの内容はこの本に依る

  –とても読みやすい

- より高度な内容：
  Cormen, Leiserson, Rivest, & Stein
  「Introduction to Algorithms」

  –翻訳：「アルゴリズムイントロダクション」（近代科学社）

  –講義内容は部分的に参照

内容（前半）：
アルゴリズムの基本的な概念、評価法、基本的な道具

1. 算法とは・算法の良さの測り方：
   アルゴリズムとデータ構造、計算のモデル、計算複雑度、…
2. 基本算法：
   挿入、削除、整列、検索、…
3. 基本データ構造：
   リスト、スタック、キュー、ヒープ、…
4. 算法の基本設計法：
   再帰、分割統治、動的計画、…
5. 探索：
   二分探索、ハッシュ、…

内容（後半）：
グラフ・計算量・難しい問題への対処法

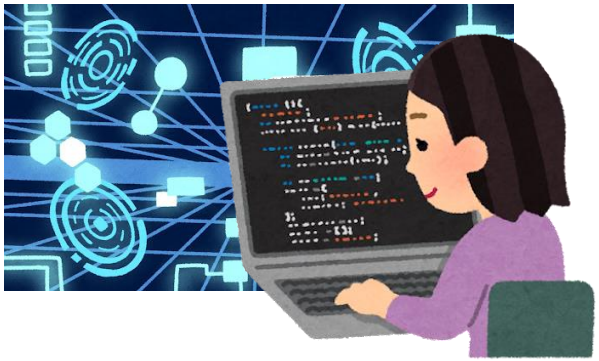
6. グラフ算法：
   深さ・幅優先探索、最短路、最大流
7. 計算複雑度：
   PとNP、NP完全、NP困難
8. 難しい問題の解き方：
   分枝限定法、貪欲法
9. 発展的話題：
   近似アルゴリズム、オンラインアルゴリズム

※ 変更・追加の可能性あり

アルゴリズムとデータ構造は

動機:
「良い」プログラムを書きたい

- プログラムの良し悪しとは：
  - 正しく動く： 想定したように動く
  - 速く動く：プログラムは速いほど良い！
  - 省資源：メモリや電気代
  - 例：お店の顧客管理



- 特定のプログラム言語やハードウェアとはなるべく独立に：
  - プログラムの良し悪しを測りたい
  - ひいては良いプログラムを書きたい

アルゴリズム:
与えられた問題を解くための有限の手続き

- アルゴリズム（algorithm）とは：
  - プログラム言語（CやPythonなど）やハードウェア（CPUやメモリなど）とは別に、どのような手続きを表現しようとするかという「問題の解き方の手順書」
  - もうすこし厳密にいうと「与えられた問題を解くための機械的操作からなる、有限の手続き」
    - 機械的操作：四則演算やジャンプなど
    - かならず有限ステップで終わるべし

      ↕

    - 手続き（procedure）：有限ステップでの終了が保証されない

データ構造:
データを管理し、アルゴリズムを効率化する

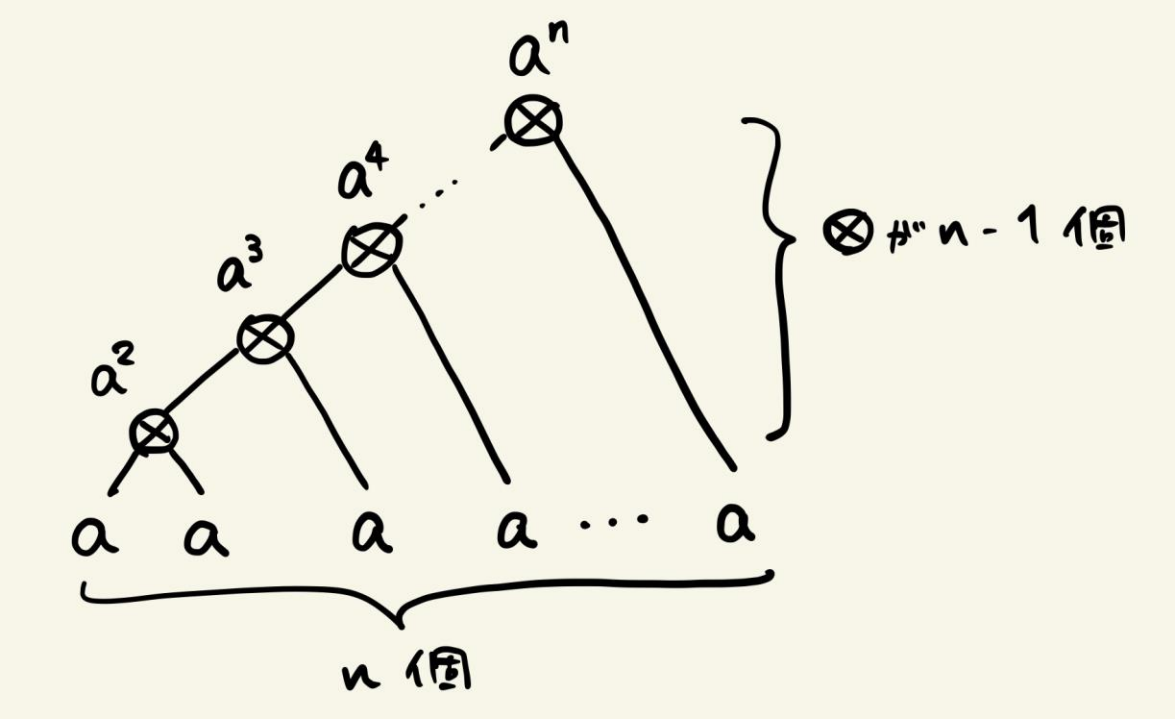
- 多くのプログラムは「データ」を扱う
  - データは繰り返し使用するもの
  - 使用の仕方が予め決められているわけではない
- アルゴリズムがうまく動くためには、データをどのようにもっておくか（＝データ構造）が重要
  - 名前を、入力順に格納？ アイウエオ順？
- データ構造はアルゴリズムと切り離せないもの
  - お互いの良さに影響を与え合う

アルゴリズムの例:
指数演算のアルゴリズム

- 問題：べき乗計算
  - 入力： 2つの正整数 a と n
  - 出力：a^n
  - 仮定：許されるのは四則演算のみとする
    （いきなりn乗するのはダメとする）
- a^nの計算には四則演算が何回必要か？

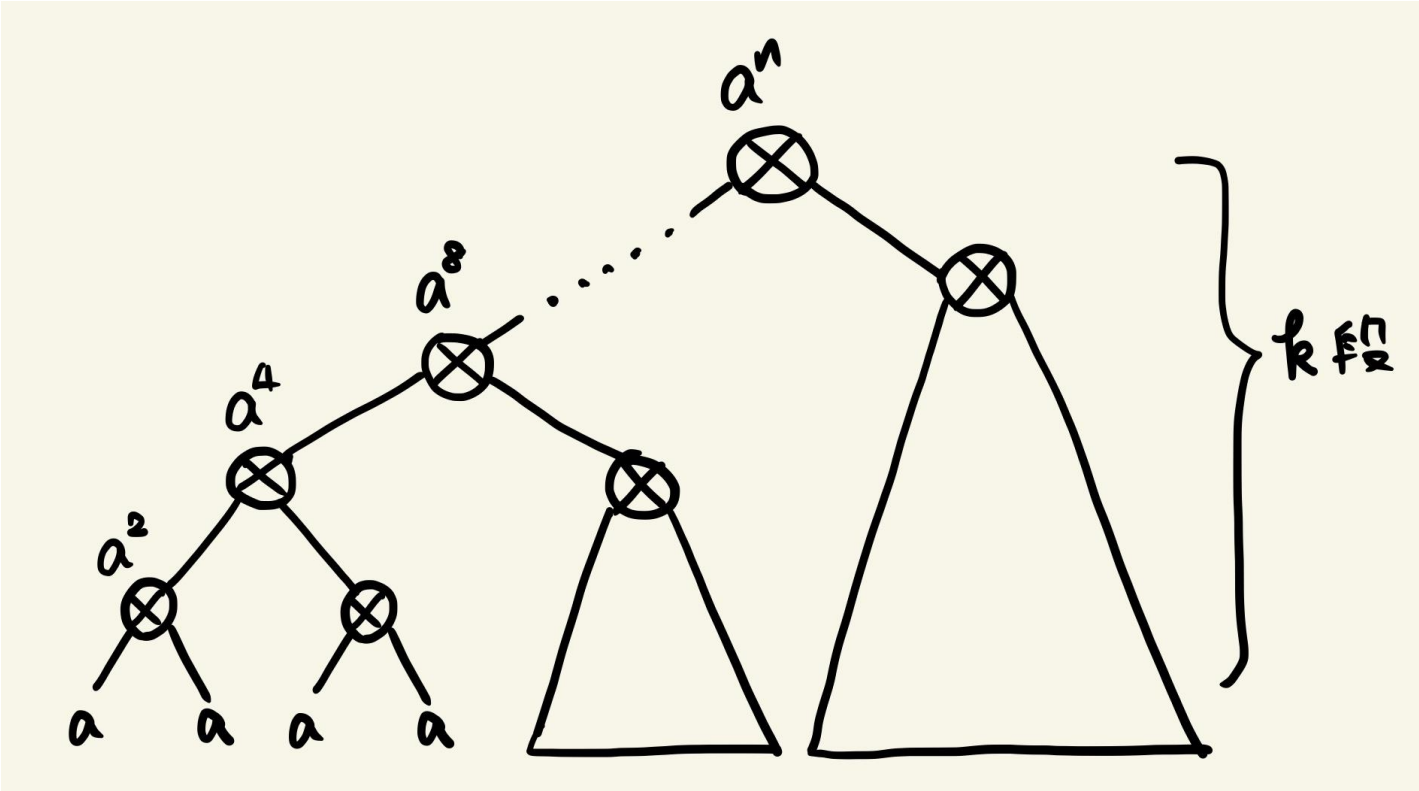
指数演算のアルゴリズム①:
単純な掛け算の繰り返しだと**線形時間**がかかる

- $a^n = ((\ldots(((a \times a) \times a) \times \cdots) \times a)$ で計算
- $n - 1$回の掛け算でできる（演算回数が n の線形関数）



指数演算のアルゴリズム②:
ちょっと工夫すると**対数時間**で計算可能

- 少し工夫すると$k = \log_2 n$ 回の掛け算でできる
  - 仮定： $n = 2^k$ （この仮定はあとで取り除ける）



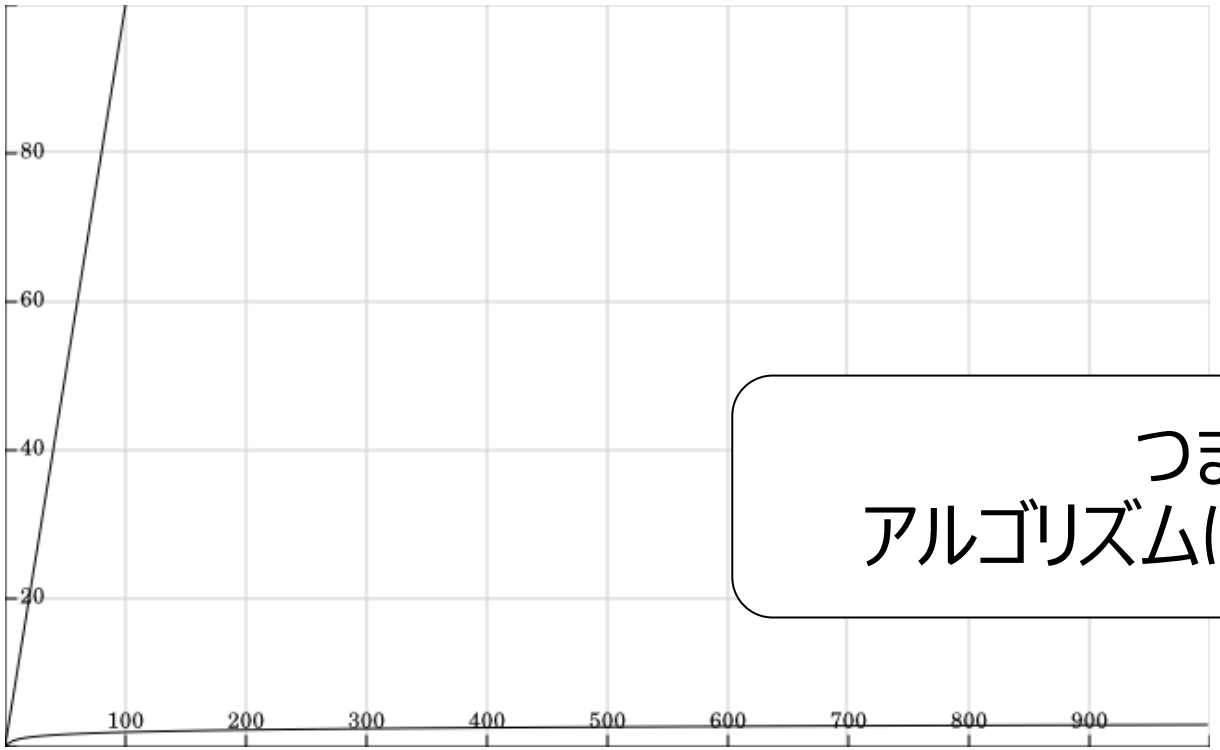
指数演算のアルゴリズム②（補足）：ちょっと工夫すると**対数時間**で計算可能

- なお、$n \neq 2^k$の場合も凡そ $3\log_2 n$ 回の演算で可能
  - nを2進表現する（$\lceil \log_2 n \rceil - 1 = 5$ 回の割り算）
    - 例： $n = 22 = 10110$
  - 1が立っている桁数に対し2の冪を求める（$\lceil \log_2 n \rceil - 1$ 回の掛け算）
    - 例： $n = \cancel{2^0} + 2^1 + 2^2 \cancel{+ 2^3} + 2^4$
  - すべて足す（$\lceil \log_2 n \rceil - 1$回の足し算）

アルゴリズムの重要性:
アルゴリズムの工夫で計算効率に大きな差が生じる

- $n = 1024 = 2^{10}$のとき、掛け算の回数は
  - 解法① では 1023回　（大体 n 回）
  - 解法② では　　10回　（大体 $\log n$回）

} 指数的な差



つまり
アルゴリズムはすごく重要

データ構造の例:
データに対して繰り返し操作を行う場合に有効

- 前のアルゴリズムの例では1回限りの計算を対象としていた
- データに対して繰り返し計算を行う場合には、予めデータを処理して、うまい構造（＝データ構造）を作っておくことでその後の計算を高速に行えるようになる（ことがある）
- 例えば、これから S 回の計算を行うとして

  ① (1回限りの計算時間) × S 回

  ② (データ構造の構築にかかる計算時間) +
  (データ構造を利用した1回分の計算時間) × S

  で① ＞ ② となる場合にはデータ構造を考えることが有効

具体的な問題例:
店舗における顧客情報管理システム

- n 人の顧客情報 $\{(n_i, p_i)\}_{i=1,\ldots,n}$ が載った名簿を考える
  - n_i ：名前、p_i ：情報
  - 例： (元田中 将大, mmototanaka@kyoto-u.ac.jp)
- 客が来るたびに名前を聞いて入力すると、その人の情報が得られるシステムを考える
  - S 人分の問い合わせ $n_{k_1}, n_{k_2}, \ldots, n_{k_S}$ が順に与えられる
  - それぞれに対して p_{k_j} を返す

単純なアルゴリズム：並び順がでたらめな場合は最悪で約nS 回のチェックが必要

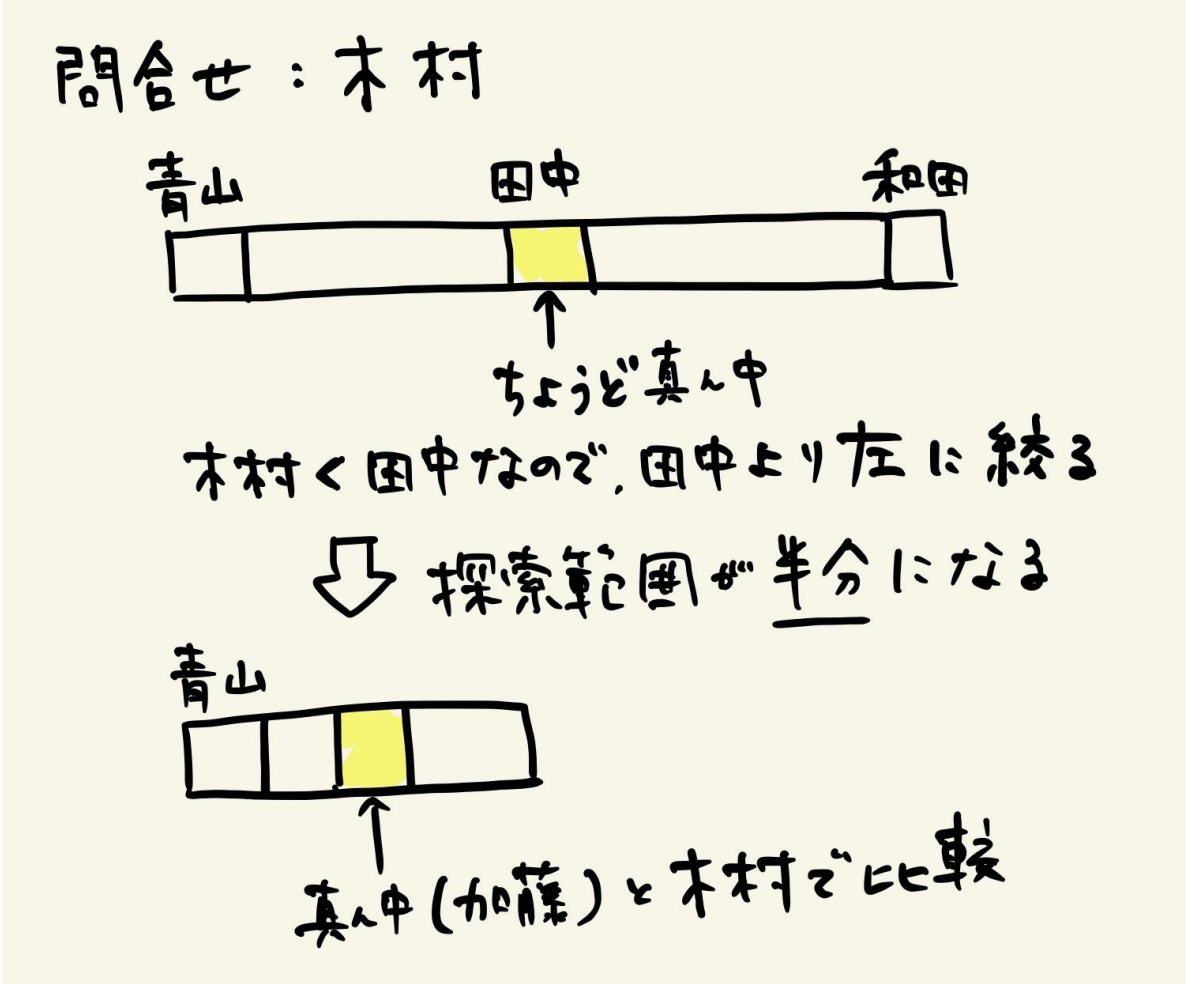
- 名簿の並び順が登録順（つまり、特に規則性なく並んでいる）の場合を考える
- 探索のアルゴリズムとしては、前から順に探していく（しかない）とする
- この場合、各問い合わせで、最悪n回のチェックが必要
  - 名簿上の位置（ページ）を指定してチェックすることは単位時間でできるものとする
- 合計 約 nS 回のチェックが（最悪ケースで）必要となる

ちょっと頭を使ったアルゴリズム：辞書順に並んでいる場合は$S \log n$回のチェックで可能

- 予め名簿を辞書順に並べてデータを保存しておくとする
  - そのような「データの持ち方」をする＝「データ構造」を作る
- 問い合わせ名を名簿の「ほぼ真ん中」の人の名前と比較
  - 前者が辞書順で前ならば、目的の人は名簿の前半分にいるはず
  - 今後は前半分だけを調べればよい
  - こんどは前半分の「ほぼ真ん中」の人と比較
  - ・・・
  - 計$S \log n$回のチェックで可能

ちょっと頭を使ったアルゴリズム：辞書順に並んでいる場合は$S \log n$回のチェックで可能

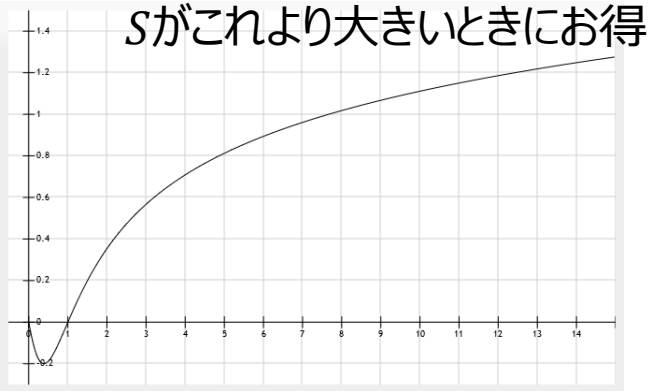
- 計$S \log n$回のチェックで発見可能



データ構造の重要性:
データを正しく持つことで計算コストが大きく削減される

- データ構造＝「データをどのように管理するか」
- 先ほどの「賢いほうのアルゴリズム」の恩恵にあずかるにはデータが予め整列（ソート）されている必要がある
  - 一般に整列は $n \log n$ 回 に比例する演算回数が必要
- よって ① $n\,S$ と ② $n \log n + S \log n$ の比較
  - S が大きくなると②の方がお得になってくる

$\frac{n \log n}{n - \log n}$



つまり
データ構造もすごく重要

まとめ:
アルゴリズムとデータ構造を学ぶ意義

- アルゴリズムはソフト／ハードに（あまり）依存しない、計算機による問題解決の手順書
- データ構造は、データの管理を行うアルゴリズム
- いずれも賢く設計すると、すごく得する
  （逆に、賢くやらないと、すごく損する）