Ayrık Matematik

Önermeler

H. Turgut Uyar   Ayşegül Gençata Yayımlı   Emre Harmancı

2001-2013

Lisans

Konular

Önerme

Tanım

önerme: doğru ya da yanlış olan bir bildirim cümlesi

- ara değeri dışlama kuralı:
  bir önerme kısmen doğru ya da kısmen yanlış olamaz
- çelişki kuralı:
  bir önerme hem doğru hem yanlış olamaz

Önerme Örnekleri

Örnek (önerme)

- Ay Yeryüzü'nün çevresinde döner.
- Filler uçabilir.
- $3 + 8 = 11$

Örnek (önerme değil)

- Saat kaç?
- Ali topu at!
- $x < 43$

Önerme Değişkeni

Tanım

önerme değişkeni:
önermeyi simgeleyen isim

- *Doğru* (D) ya da *Yanlış* (Y) değerlerini alabilir

Örnek

- p_1: Ay Yeryüzü'nün çevresinde döner. (D)
- p_2: Filler uçabilir. (Y)
- p_3: $3 + 8 = 11$ (D)

Birleşik Önermeler

- birleşik önermeler
  - bir önermenin değillenmesiyle, ya da
  - birden fazla önermenin mantıksal bağlaçlar ile birleştirilmesiyle

  elde edilir
- yalın önermeler daha küçük birimlere bölünemez
- doğruluk tablosu:
  önerme değişkenlerinin olası bütün değerleri için birleşik önermenin sonuçlarını listeleyen tablo

Değilleme (NOT)

Tablo: $\neg p$

p	$\neg p$
D	Y
Y	D

Örnek

- $\neg p_1$: Ay Yeryüzü'nün çevresinde dönmez.
  $\neg D$: *Yanlış*
- $\neg p_2$: Filler uçamaz.
  $\neg Y$: *Doğru*

VE Bağlacı (AND)

Tablo: $p \wedge q$

p	q	$p \wedge q$
D	D	D
D	Y	Y
Y	D	Y
Y	Y	Y

Örnek

- $p_1 \wedge p_2$: Ay Yeryüzü'nün çevresinde döner ve filler uçabilir.
  $D \wedge Y$: *Yanlış*

VEYA Bağlacı (OR)

Tablo: $p \vee q$

p	q	$p \vee q$
D	D	D
D	Y	D
Y	D	D
Y	Y	Y

Örnek

- $p_1 \vee p_2$: Ay Yeryüzü'nün çevresinde döner veya filler uçabilir.
  $D \vee Y$: *Doğru*

DAR VEYA Bağlacı (XOR)

ya da

Tablo: $p \veebar q$

p	q	$p \veebar q$
D	D	Y
D	Y	D
Y	D	D
Y	Y	Y

Örnek

- $p_1 \veebar p_2$: Ya Ay Yeryüzü'nün çevresinde döner ya da filler uçabilir.
  $D \veebar Y$: *Doğru*

Tura gelmesi, yazı gelmesi

Koşullu Bağlaç (IF)

Eğer yağmur yağıyorsa, yer ıslaktır.
"Yağmur yağıyor" önermesi, "Yer ıslaktır" önermesini mantıksal olarak gerektirir.

Tablo: $p \rightarrow q$

p	q	$p \rightarrow q$
D	D	D
D	Y	Y
Y	D	D
Y	Y	D

- p: öncül hipotez veya yeterli şart
- q: sonuç sonuç veya gerekli şart
- okunuşları:
  - p ise q
  - p, q için yeterli
  - q, p için gerekli
- $\boxed{\neg p \vee q}$

p= Hava Güzel
q= Pikniğe Gitme

Hipotez ve Sonuç

- p → q şartlı önermesinde
  p *antecedent* veya *hypothesis*
  q *consequent* or *conclusion*

olarak adlandırılır.

- "if p then q" mantıksal olarak "p only if q" ile aynıdır

Gereklilik ve Yeterlilik (Necessary and Sufficient)

- Gerekli şart (*necessary condition*) sonuç (*conclusion*) tarafından ifade edilir
- Yeterli şart (*sufficient condition*) hipotez (*hypothesis*) tarafından ifade edilir
  - Örnek:
    If Cüneyt programcıdır *then* Zeynep avukattır"
  - Necessary condition: "Zeynep avukattır"
  - Sufficient condition: "Cüneyt programcıdır"

Koşullu Bağlaç Örnekleri

Örnek

- p_4: $3 < 8$, p_5: $3 < 14$, p_6: $3 < 2$
- p_7: Güneş Yeryüzü'nün çevresinde döner.

- $p_4 \rightarrow p_5$: 3, 8'den küçükse 3, 14'den küçüktür.
  $D \rightarrow D$: *Doğru*
- $p_4 \rightarrow p_6$: 3, 8'den küçükse 3, 2'den küçüktür.
  $D \rightarrow Y$: *Yanlış*
- $p_2 \rightarrow p_1$: Filler uçabilirse Ay Yeryüzü'nün çevresinde döner.
  $Y \rightarrow D$: *Doğru*
- $p_2 \rightarrow p_7$: Filler uçabilirse Güneş Yeryüzü'nün çevresinde döner.
  $Y \rightarrow Y$: *Doğru*

Koşullu Bağlaç Örnekleri

Örnek

- "70 kg'yi geçersem spor yapacağım."

- p: 70 kg'den ağırım.
- q: Spor yapıyorum.
- bu önerme ne zaman yanlış olur?

Tablo: $p \rightarrow q$

p	q	$p \rightarrow q$
D	D	D
D	Y	Y
Y	D	D
Y	Y	D

Karşılıklı Koşullu Bağlaç (IFF)

ancak ve ancak

xnor

İki yönlü koşullu önerme (Ancak ve ancak)

Tablo: $p \leftrightarrow q$

p	q	$p \leftrightarrow q$
D	D	D
D	Y	Y
Y	D	Y
Y	Y	D

- okunuşları:
  - p yalnız ve ancak q ise
  - p, q için yeterli ve gerekli
- $(p \rightarrow q) \wedge (q \rightarrow p)$
- $\neg(p \veebar q)$

doğruluk tablosu farklı

oynununu ancak ve ancak ödevini yaparsan oynayabilirsin.

Örnek

Örnek

- Anne çocuğa:
  "Ödevini yaparsan bilgisayar oyunu oynayabilirsin."
- s: Çocuk ödevini yapar.
- t: Çocuk bilgisayar oyunu oynar.
- annenin söylediği hangisi?

- $s \rightarrow t$
- $\neg s \rightarrow \neg t$
- $s \leftrightarrow t$

yanlış sonucu ne zaman alıyoruz? yukarı ile aynı mı? çocuk ödevini yazmasa oyun oynamaz. çocuk ödevini yapmadı ve oyun oynadı bu yanlış. buna yukarıda yanlış demedik o zaman bu değil.

Sağlıklı Formül

yazım

- birleşik önermeler hangi kurallara göre oluşturulacak?
- kurallara uyan formüller: sağlıklı formül (SF)

anlam

- *yorum*: yalın önermelere değer atayarak birleşik önermenin değerini hesaplama
- doğruluk tablosu: önermenin bütün yorumları

Formül Örnekleri

Örnek (sağlıklı değil)

- $\vee p$
- $p \wedge \neg$
- $p \neg \wedge q$

İşlem Önceliği

V altında şapkalı xor --- ya ..ya

1. $\neg$
2. $\wedge$
3. $\vee$
4. $\rightarrow$
5. $\leftrightarrow$ xnor

- hesap sırasını değiştirmek için parantez kullanılır

İşlem Önceliği Örnekleri

Örnek

- s: Filiz gezmeye çıkar.
- t: Mehtap var.
- u: Kar yağıyor.
- aşağıdaki SF'ler ne anlama gelir?
- $t \wedge \neg u \rightarrow s$
- $t \rightarrow (\neg u \rightarrow s)$
- $\neg(s \leftrightarrow (u \vee t))$
- $\neg s \leftrightarrow u \vee t$

Formül Nitelikleri

1. *geçerli*: bütün yorumlar için doğru (totoloji)
2. *çelişkili*: bütün yorumlar için yanlış (çelişki)
3. *tutarlı*: bazı yorumlar için doğru

Totoloji Örneği

Örnek

Tablo: $p \wedge (p \rightarrow q) \rightarrow q$

p	q	$p \rightarrow q$ (A)	$p \wedge A$ (B)	$B \rightarrow q$
D	D	D	D	D
D	Y	Y	Y	D
Y	D	D	Y	D
Y	Y	D	Y	D

Çelişki Örneği

Örnek

Tablo: $p \wedge (\neg p \wedge q)$

p	q	$\neg p$	$\neg p \wedge q$ (A)	$p \wedge A$
D	D	Y	Y	Y
D	Y	Y	Y	Y
Y	D	D	D	Y
Y	Y	D	Y	Y

Üstdil

Tanım
hedef dil:
üzerinde çalışılan dil

Tanım
üstdil:
hedef dilin özelliklerinden söz ederken kullanılan dil

- geçerlilik, çelişkililik ve tutarlılık üstdile ait tanımlar

1. Mehtap var ve kar yağmıyorsa Filiz gezmeye çıkar
2. Mehtap varsa kar yağmuyorsa Filiz gezmeye çıkar
3. Filiz gezmeye çıkarsa kar yapıyordur veya Mehtap vardır
3.*) ya Filiz gezmeye çıkar ya da kar yağar veya Mehtap vardır
4. Filiz ancak ve ancak kar yağıyorsa veya Mehtap varsa gezmeye çıkmaz

Üstdil Örnekleri

Örnek

- anadili Türkçe olan biri İngilizce öğrenirken
  - hedef dil: İngilizce
  - üstdil: Türkçe

Örnek

- bir öğrenci programlama öğrenirken
  - hedef dil: C, Python, Java, ...
  - üstdil: İngilizce, Türkçe, ...

Üstmantık

proof, çıkarım

- $P_1, P_2, \ldots, P_n \vdash Q$
  $P_1, P_2, \ldots, P_n$ varsayıldığında Q'nun doğruluğu tanıtlanabilir.

true açıklanabilir

- $P_1, P_2, \ldots, P_n \models Q$
  $P_1, P_2, \ldots, P_n$ doğruysa Q doğrudur.

Biçimsel Sistemler

varsayıldığında doğruysa

tüm P ler varsayıldığında Q doğruluğu doğrudur

Tanım

tutarlı: bütün P ve Q sağlıklı formülleri için
$P \vdash Q$ ise $P \models Q$

- tanıtlanabilen bütün önermeler doğrudur

Tanım

eksiksiz: bütün P ve Q sağlıklı formülleri için
$P \models Q$ ise $P \vdash Q$

- doğru olan bütün önermeler tanıtlanabilir

tüm P ler doğruysa Q nun doğruluğu açıklanabilir

Gödel Kuramı

- Önermeler mantığı tutarlı ve eksiksizdir.

Gödel Kuramı

- Sıradan aritmetiği ifade edecek kadar güçlü
  hiçbir mantıksal sistem hem tutarlı hem eksiksiz olamaz.

Önerme Hesabı Yaklaşımları

Önerme değerlendirme yaklaşımları :

1. anlamsal yaklaşım: *doğruluk tabloları*
   - değişken sayısı artınca yönetimi zorlaşır
2. yazımsal yaklaşım: *akıl yürütme kuralları*
   - var olan önermelerden mantıksal gerektirmeler kullanarak yeni önermeler üretme
3. aksiyomatik yaklaşım: *Boole cebri*
   - eşdeğerli formülleri denklemlerde birbirlerinin yerine koyma

Doğruluk Tablosu Örneği

"If something is a cat, then it is a mammal"

- $p \rightarrow q$
  - *kontrapozitif*: $\neg q \rightarrow \neg p$
  - *konvers*: $q \rightarrow p$
  - *invers*: $\neg p \rightarrow \neg q$

If something is not a mammal, then it is not a cat

Örnek

p	q	$p \rightarrow q$	$\neg q \rightarrow \neg p$	$q \rightarrow p$	$\neg p \rightarrow \neg q$
D	D	D	D	D	D
D	Y	Y	Y	D	D
Y	D	D	D	Y	Y
Y	Y	D	D	D	D

Mantıksal Eşdeğerlilik

p -> q   ve q' -> p' mantıksal eşdeğerdir

Tanım

$P \leftrightarrow Q$ totoloji ise P ve Q mantıksal eşdeğerli:

$P \Leftrightarrow Q$

Mantıksal Eşdeğerlilik Örneği

Örnek

- $\neg p \Leftrightarrow p \rightarrow Y$

Tablo: $\neg p \leftrightarrow p \rightarrow Y$

p	$\neg p$	$p \rightarrow Y$ (A)	$\neg p \leftrightarrow A$
D	Y	Y	D
Y	D	D	D

Mantıksal Eşdeğerlilik Örneği

Örnek

- $p \rightarrow q \Leftrightarrow \neg p \vee q$

Tablo: $(p \rightarrow q) \leftrightarrow (\neg p \vee q)$

p	q	$p \rightarrow q$ (A)	$\neg p$	$\neg p \vee q$ (B)	$A \leftrightarrow B$
D	D	D	Y	D	D
D	Y	Y	Y	Y	D
Y	D	D	D	D	D
Y	Y	D	D	D	D

Mantık Yasaları

Çifte Değilleme (Double Negation - DN)

$\neg(\neg p) \Leftrightarrow p$

Değişme (Commutativity - Co)

$p \wedge q \Leftrightarrow q \wedge p$ $\quad$ $p \vee q \Leftrightarrow q \vee p$

Birleşme (Associativity - As)

$(p \wedge q) \wedge r \Leftrightarrow p \wedge (q \wedge r)$ $\quad$ $(p \vee q) \vee r \Leftrightarrow p \vee (q \vee r)$

Sabit Kuvvetlilik (Idempotence - Ip)

$p \wedge p \Leftrightarrow p$ $\quad$ $p \vee p \Leftrightarrow p$

Terslik (Inverse - In)

$p \wedge \neg p \Leftrightarrow Y$ $\quad$ $p \vee \neg p \Leftrightarrow D$

Mantık Yasaları

Etkisizlik (Identity - Id)

$p \wedge D \Leftrightarrow p$ $\quad$ $p \vee Y \Leftrightarrow p$

Baskınlık (Domination - Do)

$p \wedge Y \Leftrightarrow Y$ $\quad$ $p \vee D \Leftrightarrow D$

Dağılma (Distributivity - Di)

$p \wedge (q \vee r) \Leftrightarrow (p \wedge q) \vee (p \wedge r)$ $\quad$ $p \vee (q \wedge r) \Leftrightarrow (p \vee q) \wedge (p \vee r)$

Yutma (Absorption - Ab)

$p \wedge (p \vee q) \Leftrightarrow p$ $\quad$ $p \vee (p \wedge q) \Leftrightarrow p$

DeMorgan Yasaları (DM)

$\neg(p \wedge q) \Leftrightarrow \neg p \vee \neg q$ $\quad$ $\neg(p \vee q) \Leftrightarrow \neg p \wedge \neg q$

Eşdeğerlilik Hesabı Örneği

kontrapozitif

Örnek

$$
\begin{array}{lll}
 & p \rightarrow q & \\
\Leftrightarrow & \neg p \vee q & \\
\Leftrightarrow & q \vee \neg p & Co \\
\Leftrightarrow & \neg\neg q \vee \neg p & DN \\
\Leftrightarrow & \neg q \rightarrow \neg p &
\end{array}
$$

Eşdeğerlilik Hesabı Örneği

Örnek

$$
\begin{array}{lll}
 & \neg(\neg((p \lor q) \land r) \lor \neg q) & \\
\Leftrightarrow & \neg\neg((p \lor q) \land r) \land \neg\neg q & DM \\
\Leftrightarrow & ((p \lor q) \land r) \land q & DN \\
\Leftrightarrow & (p \lor q) \land (r \land q) & As \\
\Leftrightarrow & (p \lor q) \land (q \land r) & Co \\
\Leftrightarrow & ((p \lor q) \land q) \land r & As \\
\Leftrightarrow & q \land r & Ab
\end{array}
$$

Dualite ikiz-aynı- ifade

Tanım

$\land$ ve $\lor$ dışında bir bağlaç içermeyen bir s önermesinin dual önermesi s^d,
$\land$ yerine $\lor$, $\lor$ yerine $\land$, D yerine Y, Y yerine D konarak elde edilir.

$(p \lor 0) = p$

$(p \land 1) = p$

Örnek (dual önerme)

$$
\begin{array}{rl}
s: & (p \land \neg q) \lor (r \land D) \\
s^d: & (p \lor \neg q) \land (r \lor Y)
\end{array}
$$

Dualite İlkesi

Dualite İlkesi

s ve t, $\land$ ve $\lor$ dışında bir bağlaç içermeyen önermeler olsun.
$s \Leftrightarrow t$ ise $s^d \Leftrightarrow t^d$.

Mantıksal Gerektirme

Tanım

$P \rightarrow Q$ bir totoloji ise P formülü Q formülünü mantıksal gerektirir:
$P \Rightarrow Q$

Mantıksal Gerektirme Örneği

P --> Q demek

yukardaki eğerde anlattık

Örnek

- $p \land (p \rightarrow q) \Rightarrow q$

Tablo: $p \land (p \rightarrow q) \rightarrow q$

p	q	$p \rightarrow q$ (A)	$p \land A$ (B)	$B \rightarrow q$
D	D	D	D	D
D	Y	Y	Y	D
Y	D	D	Y	D
Y	Y	D	Y	D

Akıl Yürütme

Tanım

- doğruluğu varsayılan ya da tanıtlanmış bir önermeler kümesinden yola çıkarak bir önermenin doğruluğuna varma

gösterilim

$$
\begin{array}{l}
p_1 \\
p_2 \\
\ldots \\
p_n \\
\hline
\therefore q
\end{array}
\qquad p_1 \land p_2 \land \cdots \land p_n \Rightarrow q
$$

bu sebepten; therefore

Rules for Implication: $\rightarrow$e

Name	$\vdash$-notation	inference notation
$\rightarrow$-elimination ($\rightarrow$e) (modus ponens)	If $\Sigma \vdash (\alpha \rightarrow \beta)$ and $\Sigma \vdash \alpha$, then $\Sigma \vdash \beta$	$\dfrac{(\alpha \rightarrow \beta) \quad \alpha}{\beta}$

Temel Kurallar

Butch is married to Barb but Barb is not married to Butch.

Özdeşlik (Identity - ID)

$$\frac{p}{\therefore p}$$

Çelişki (Contradiction - CTR)

$$\frac{Y}{\therefore p}$$

For each symbol, the rules come in pairs.
- An "introduction rule" adds the symbol to the formula.
- An "elimination rule" removes the symbol from the formula

Temel Kurallar

Koşul Ekleme (Implication Introduction - Impl)

tutarlı

$$\frac{p \vdash q}{\therefore \vdash p \rightarrow q}$$

- p doğru varsayıldığında q doğru olduğu gösterilebiliyorsa, p *doğru varsayılmadan* $p \rightarrow q$ doğrudur
- p bir geçici varsayım (PA - provisional assumption)
- geçici varsayımlar sonradan kaldırılabilmeli

Temel Kurallar

VE Ekleme (AND Introduction - AndI)

$$\frac{\begin{array}{c} p \\ q \end{array}}{\therefore p \wedge q}$$

VE Eleme (AND Elimination - AndE)

$$\frac{p \wedge q}{\therefore p}$$

Temel Kurallar

ali evlendi veya Ali askere gitti.

VEYA Ekleme (OR Introduction - OrI)

$$\frac{p}{\therefore p \vee q}$$

VEYA Eleme (OR Elimination - OrE)

$$\frac{\begin{array}{c} p \vee q \\ p \vdash r \\ q \vdash r \end{array}}{\therefore \vdash r}$$

r varsayımında bulunma

Ali evi var veya arabası var

Evi olduğu varsayıldığında parası var
Arabası olduğu varsayıldığında parası var
Parası var

Temel Kurallar

Modus Ponens (Implication Elimination - ImpE)

$$\frac{\begin{array}{c} p \rightarrow q \\ p \end{array}}{\therefore q}$$

Modus Tollens (MT)

kontrapozitif

$$\frac{\begin{array}{c} p \rightarrow q \\ \neg q \end{array}}{\therefore \neg p}$$

Modus Tollens

Örnek

$$\frac{\begin{array}{c} p \rightarrow q \\ \neg q \end{array}}{\therefore \neg p}$$

1.	$p \rightarrow q$	A
2.	$\neg q \rightarrow \neg p$	1
3.	$\neg q$	A
4.	$\neg p$	$ImpE$: 2, 3

Modus Ponens Örneği

Örnek

- Ali piyangoyu kazanırsa araba alacak.
- Ali piyangoyu kazandı.
- O halde, Ali araba alacak.

Modus Tollens Örneği

Örnek

- Ali piyangoyu kazanırsa araba alacak.
- Ali araba almadı.
- O halde, Ali piyangoyu kazanmadı.

Yanılgılar

sonucu onaylama yanılgısı

$$\begin{array}{c} p \rightarrow q \\ q \\ \hline \therefore p \end{array} \quad \text{X}$$

- $(p \rightarrow q) \wedge q \rightarrow p$ bir totoloji değil:
  $p = Y, q = D$ ise: $(Y \rightarrow D) \wedge D \rightarrow Y$

Yutma (Absorption - Ab)

$p \wedge (p \vee q) \Leftrightarrow p$

$p \vee (p \wedge q) \Leftrightarrow p$

Sonucu Onaylama Yanılgısı Örneği

Örnek

- Ali piyangoyu kazanırsa araba alacak.
- Ali araba aldı.
- O halde, Ali piyangoyu kazandı.

Yanılgılar

öncülü yadsıma yanılgısı

$$\begin{array}{c} p \rightarrow q \\ \neg p \\ \hline \therefore \neg q \end{array} \quad \text{X}$$

- $(p \rightarrow q) \wedge \neg p \rightarrow \neg q$ bir totoloji değil:
  $p = Y, q = D$ ise: $(Y \rightarrow D) \wedge D \rightarrow Y$

Öncülü Yadsıma Yanılgısı Örneği

Örnek

- Ali piyangoyu kazanırsa araba alacak.
- Ali piyangoyu kazanmadı.
- O halde, Ali araba almayacak.

Ayırıcı Kıyas

Ayırıcı Kıyas (Disjunctive Syllogism - DS)

$$\frac{p \vee q \qquad \neg p}{\therefore q}$$

1.	$p \vee q$	A
2.	$\neg p$	A
3.	$p \rightarrow Y$	2
4a1.	p	PA
4a2.	Y	$ImpE$: 3, 4a1
4a.	q	CTR : 4a2
4b1.	q	PA
4b.	q	ID : 4b1
5.	q	OrE : 1, 4a, 4b

Ayırıcı Kıyas Örneği

Örnek

- Ali'nin cüzdanı cebinde veya masasında.
- Ali'nin cüzdanı cebinde değil.
- O halde, Ali'nin cüzdanı masasında.

pa, geçici kabul

Varsayımlı Kıyas

Varsayımlı Kıyas (Hypothetical Syllogism - HS)

$$\frac{p \rightarrow q \qquad q \rightarrow r}{\therefore p \rightarrow r}$$

1.	p	PA
2.	$p \rightarrow q$	A
3.	q	$ImpE$: 2, 1
4.	$q \rightarrow r$	A
5.	r	$ImpE$: 4, 3
6.	$p \rightarrow r$	$ImpI$: 1, 5

Varsayımlı Kıyas Örneği

Örnek (Uzay Yolu)

Spock - Yarbay Decker:

Şu anda düşman gemisine saldırmak intihar olur.
İntihara teşebbüs eden biri Atılgan'ın komutanlığını yapmaya psikolojik olarak yetkin değildir.
O halde, sizi görevden almak zorundayım.

Varsayımlı Kıyas Örneği

Örnek (Uzay Yolu)

- p: Decker düşman gemisine saldırır.
- q: Decker intihara teşebbüs eder.
- r: Decker Atılgan'ın komutanlığını yapmaya psikolojik olarak yetkin değildir.
- s: Spock Decker'ı görevden alır.

Varsayımlı Kıyas Örneği

Örnek

$$\frac{p \qquad p \rightarrow q \qquad q \rightarrow r \qquad r \rightarrow s}{\therefore s}$$

1.	$p \rightarrow q$	A
2.	$q \rightarrow r$	A
3.	$p \rightarrow r$	HS : 1, 2
4.	$r \rightarrow s$	A
5.	$p \rightarrow s$	HS : 3, 4
6.	p	A
7.	s	$ImpE$: 5, 6

Akıl Yürütme Örnekleri

Örnek

$$\begin{array}{c} p \rightarrow r \\ r \rightarrow s \\ x \vee \neg s \\ u \vee \neg x \\ \neg u \\ \hline \therefore \neg p \end{array}$$

1.	$u \vee \neg x$	A	6.	$r \rightarrow s$	A
2.	$\neg u$	A	7.	$\neg r$	$MT : 6, 5$
3.	$\neg x$	$DS : 1, 2$	8.	$p \rightarrow r$	A
4.	$x \vee \neg s$	A	9.	$\neg p$	$MT : 8, 7$
5.	$\neg s$	$DS : 4, 3$			

Akıl Yürütme Örnekleri

Örnek

$$\begin{array}{c} (\neg p \vee \neg q) \rightarrow (r \wedge s) \\ r \rightarrow x \\ \neg x \\ \hline \therefore p \end{array}$$

1.	$r \rightarrow x$	A	6.	$(\neg p \vee \neg q) \rightarrow (r \wedge s)$	A
2.	$\neg x$	A	7.	$\neg(\neg p \vee \neg q)$	$MT : 6, 5$
3.	$\neg r$	$MT : 1, 2$	8.	$p \wedge q$	$DM : 7$
4.	$\neg r \vee \neg s$	$OrI : 3$	9.	p	$AndE : 8$
5.	$\neg(r \wedge s)$	$DM : 4$			

Akıl Yürütme Örnekleri

Örnek

$$\begin{array}{c} p \rightarrow (q \vee r) \\ s \rightarrow \neg r \\ q \rightarrow \neg p \\ p \\ s \\ \hline \therefore Y \end{array}$$

1.	$q \rightarrow \neg p$	A
2.	p	A
3.	$\neg q$	$MT : 1, 2$
4.	s	A
5.	$s \rightarrow \neg r$	A
6.	$\neg r$	$ImpE : 5, 4$
7.	$p \rightarrow (q \vee r)$	A
8.	$q \vee r$	$ImpE : 7, 2$
9.	q	$DS : 8, 6$
10.	$q \wedge \neg q : Y$	$AndI : 9, 3$

Akıl Yürütme Örnekleri

Örnek

Eğer yağmur yağması olasılığı varsa veya saç bandını bulamazsa, Filiz çimleri biçmez. Hava sıcaklığı 20 dereceden fazlaysa yağmur yağma olasılığı yoktur. Bugün hava sıcaklığı 22 derece ve Filiz saç bandını takmış. O halde, Filiz çimleri biçecek.

Akıl Yürütme Örnekleri

Örnek

- p: Yağmur yağabilir.
- q: Filiz'in saç bandı kayıp.
- r: Filiz çimleri biçer.
- s: Hava sıcaklığı 20 dereceden fazla.

Akıl Yürütme Örnekleri

Örnek

$$\begin{array}{c} (p \vee q) \rightarrow \neg r \\ s \rightarrow \neg p \\ s \wedge \neg q \\ \hline \therefore r \end{array}$$

1.	$s \wedge \neg q$	A
2.	s	$AndE : 1$
3.	$s \rightarrow \neg p$	A
4.	$\neg p$	$ImpE : 3, 2$
5.	$\neg q$	$AndE : 1$
6.	$\neg p \wedge \neg q$	$AndI : 4, 5$
7.	$\neg(p \vee q)$	$DM : 6$
8.	$(p \vee q) \rightarrow \neg r$	A
9.	?	$7, 8$

onculu yansıma

Kaynaklar

Okunacak: Grimaldi

- Chapter 2: Fundamentals of Logic
  - 2.1. Basic Connectives and Truth Tables
  - 2.2. Logical Equivalence: The Laws of Logic
  - 2.3. Logical Implication: Rules of Inference

Yardımcı Kitap: O'Donnell, Hall, Page

- Chapter 6: Propositional Logic