

ELEKTRİK DEVRE TEMELLERİ

DERS NOTLARI

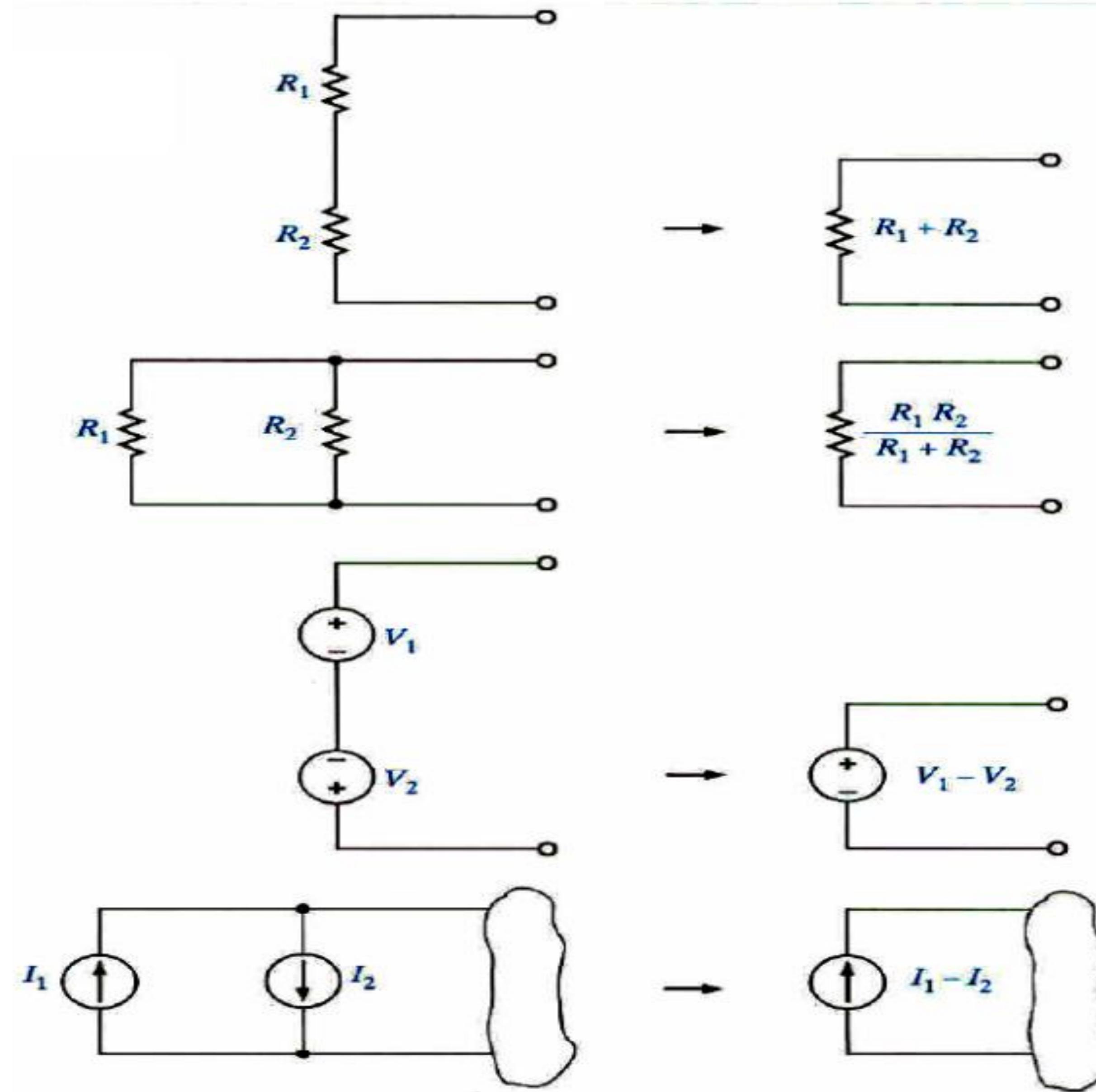
6. HAFTA

Kaynak Dönüşümü, Süperpozisyon Teoremi

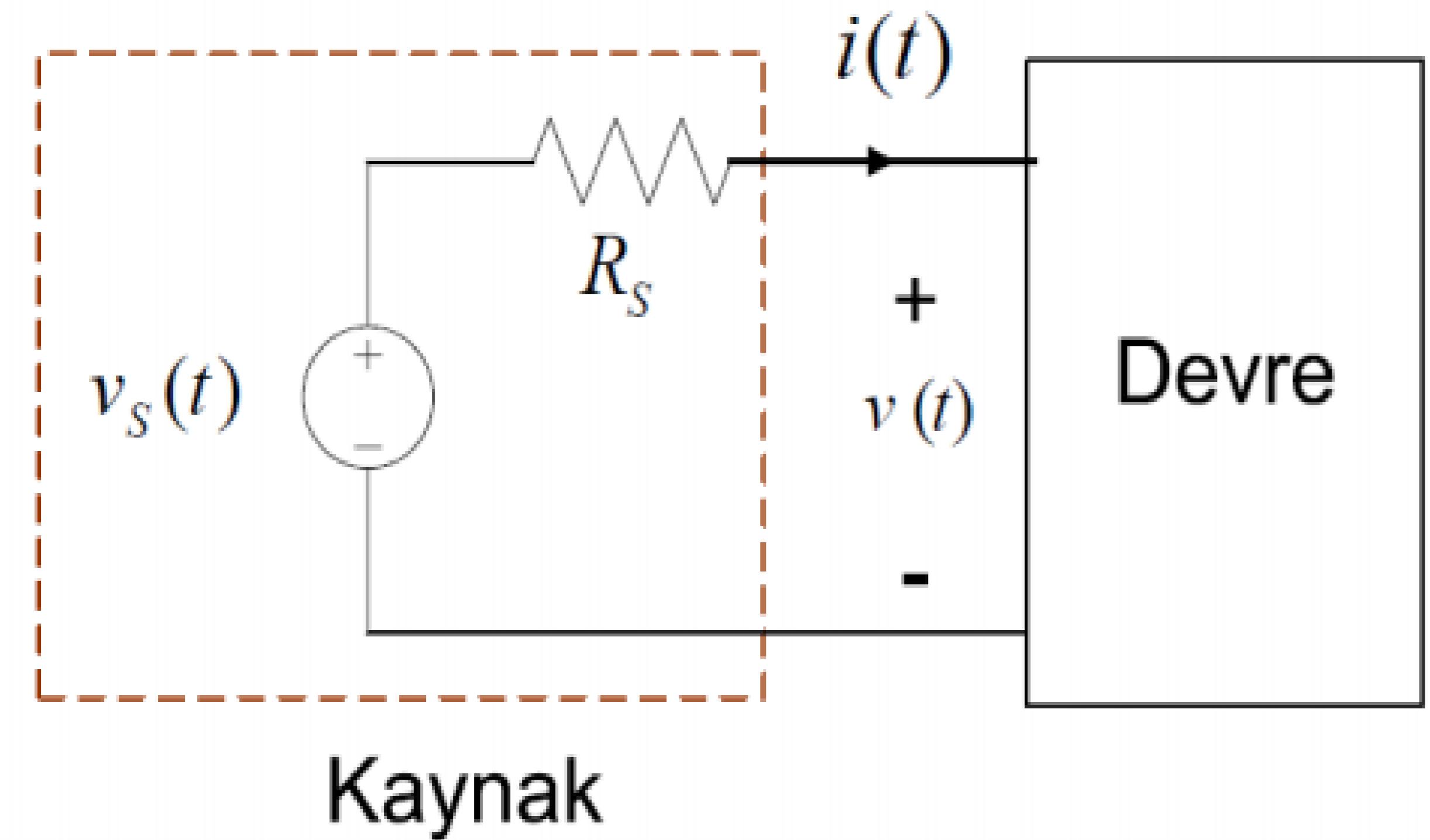
Eşdeğer Kaynaklar

- İdeal akım kaynağı *Sabit akım verir* üreteceği akımın ihtiyacı kadar gerilime sahiptir.
- İdeal gerilim kaynağı *220 volt* üreteceği gerilime oranlı bir şekilde akım verir.
- Gerçek gerilim kaynağı isteğe göre büyük miktarda akımı karşılayamaz.
- Gerçek akım kaynağı isteğe göre büyük uç gerilimine sahip olamaz.

Bazı Eşdeğer Devreler

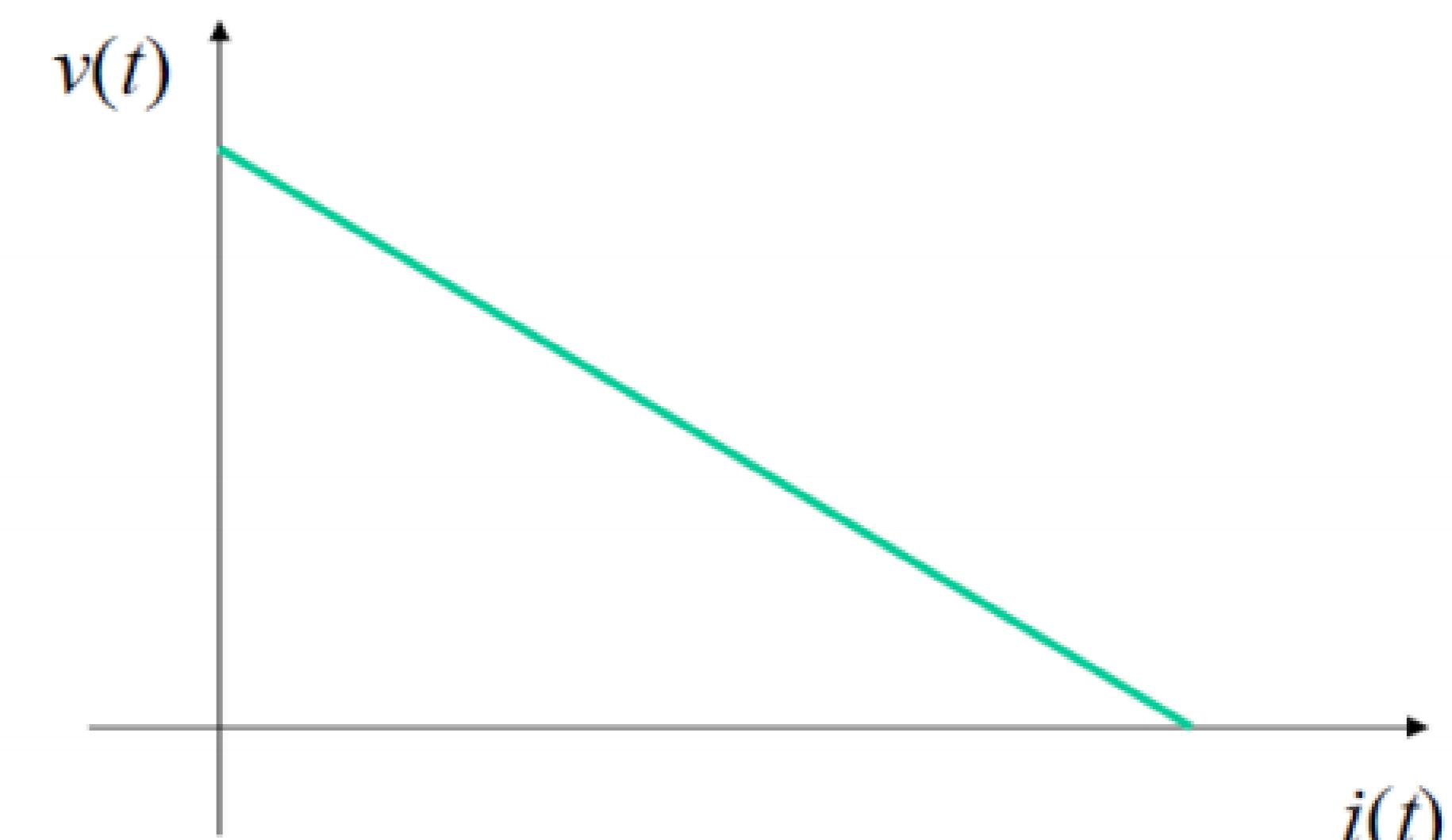


Daha Gerçekçi Kaynak Modeli



Bu kaynak modeli için I-V bağıntısı

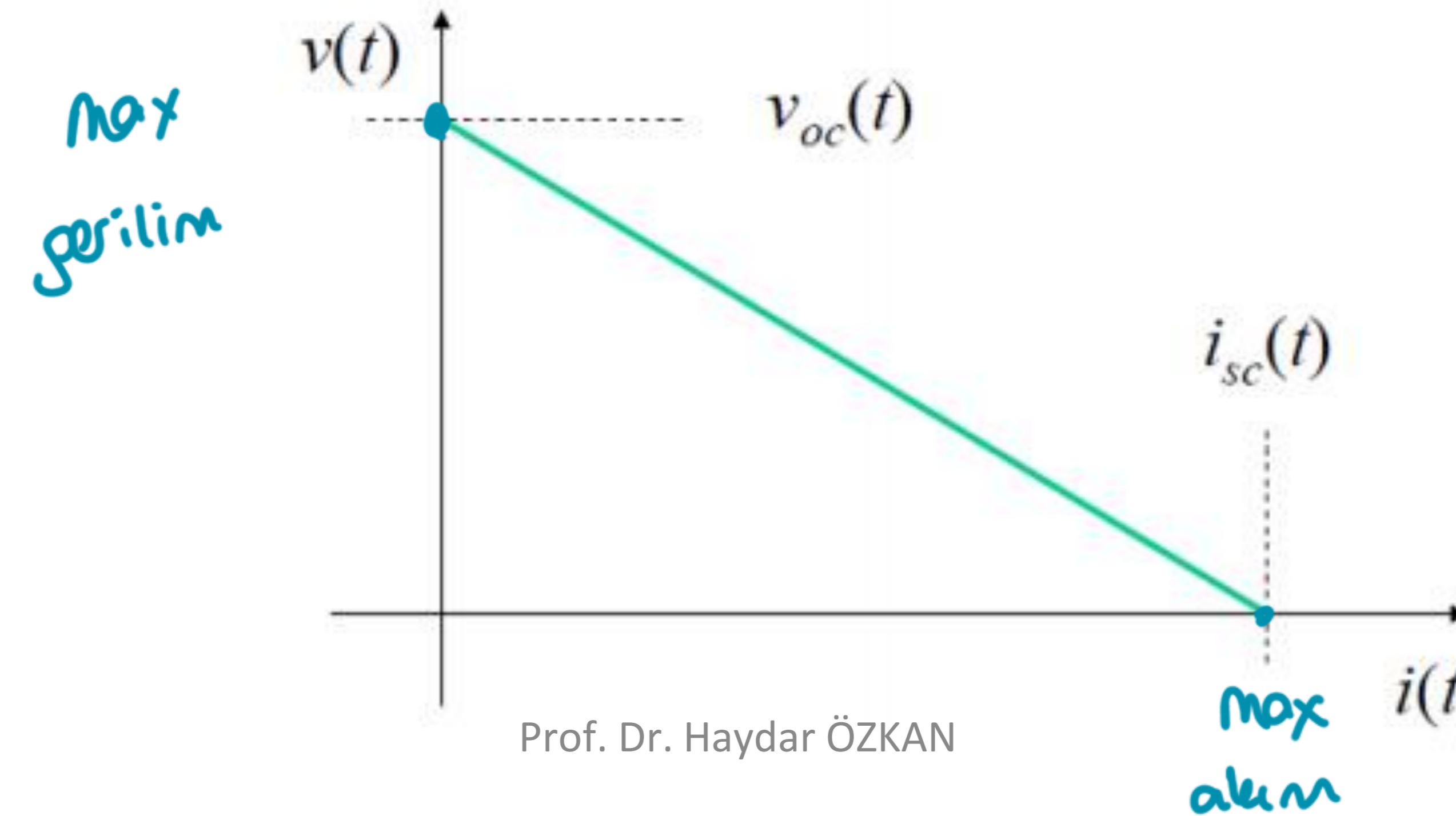
$$v(t) = v_s(t) - R_s i(t)$$



Açık Devre Gerilimi

- Eğer kaynaktan akım çekilmiyorsa kaynak açık devre olarak gösterilir.
- $i(t)$ sıfıra eşitken kaynak uçlarındaki gerilim, açık devre gerilimi olarak adlandırılır: $V_{oc}(t)$

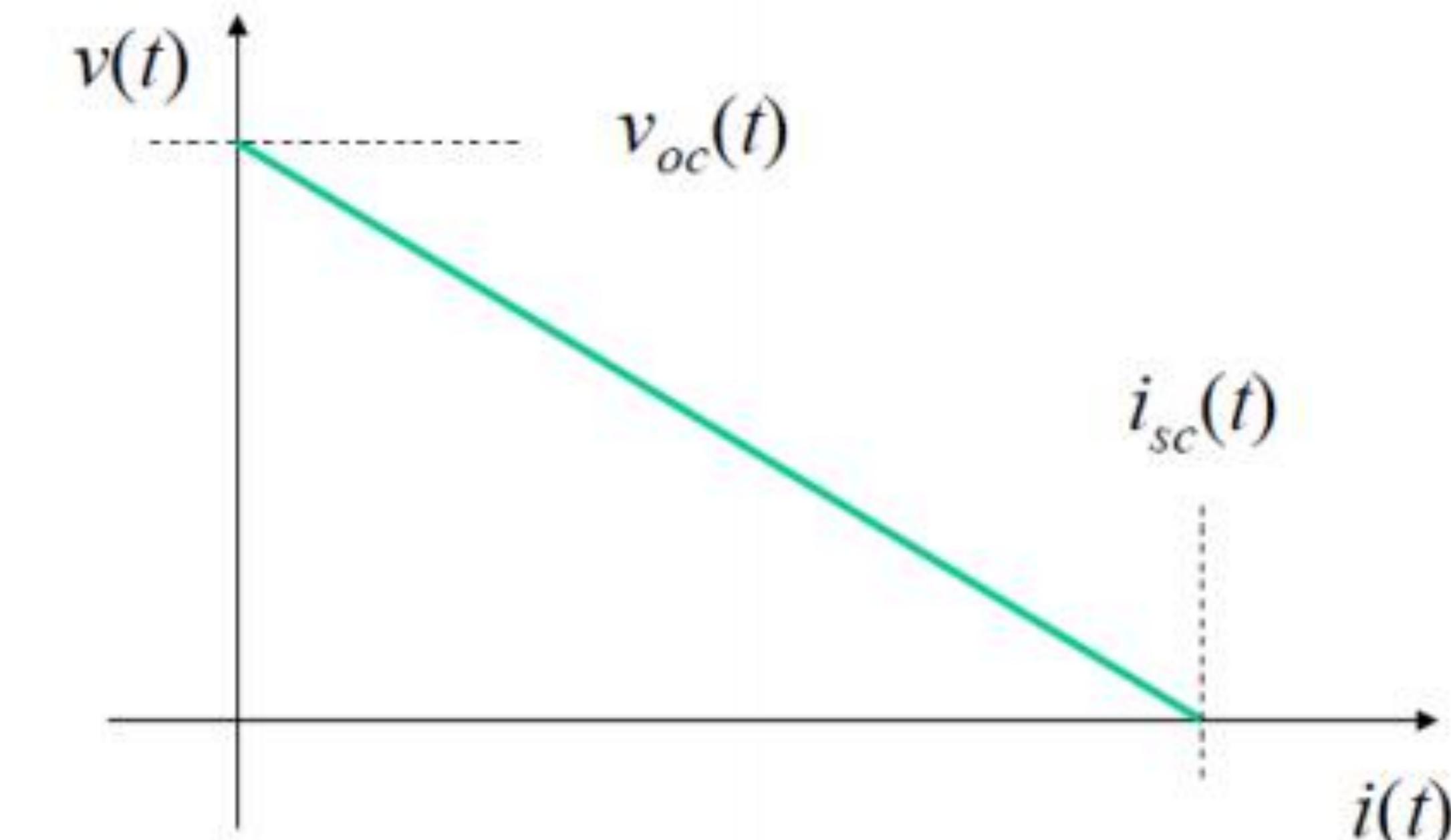
$$v_{oc}(t) \text{ ve } i_{sc}(t)$$



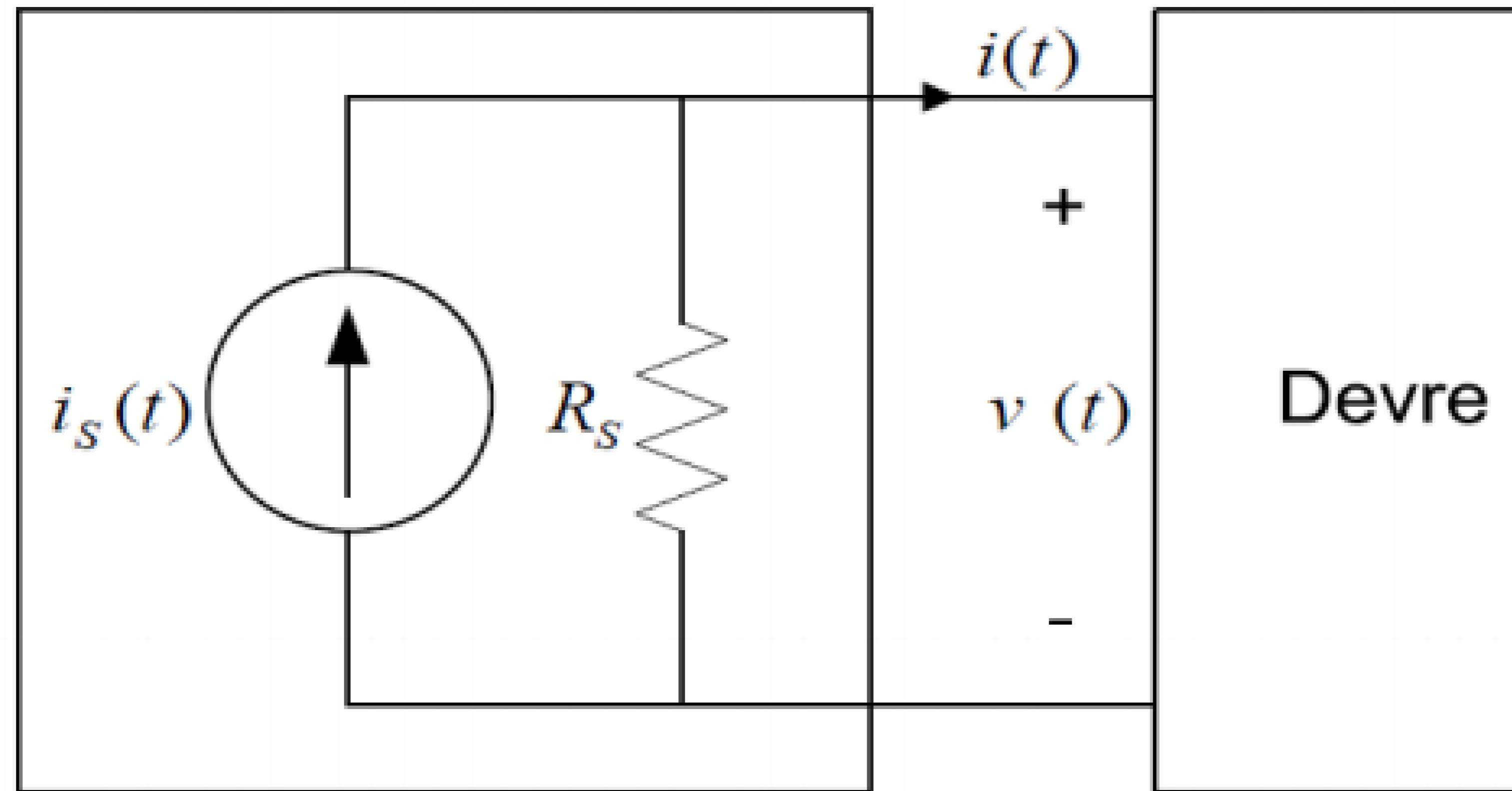
Kısa Devre Akımı

- Eğer kaynak uçlarındaki gerilim sıfır ise, kaynak kısa devre olarak gösterilir.
- $v(t)$ sıfıra eşitken akan akım, kısa devre akımı olarak adlandırılır: $i_{sc}(t)$
- I-V hattının her iki eksenin kestiği yerde, açık devre gerilimi ve kısa devre akımı belirlenir. Aynı I-V karakteristiklerine sahip her devre eşdeğer devredir.

$v_{oc}(t)$ ve $i_{sc}(t)$



Eşdeğer Akım Kaynağı



$$i_s(t) = \frac{v_s(t)}{R_s}$$

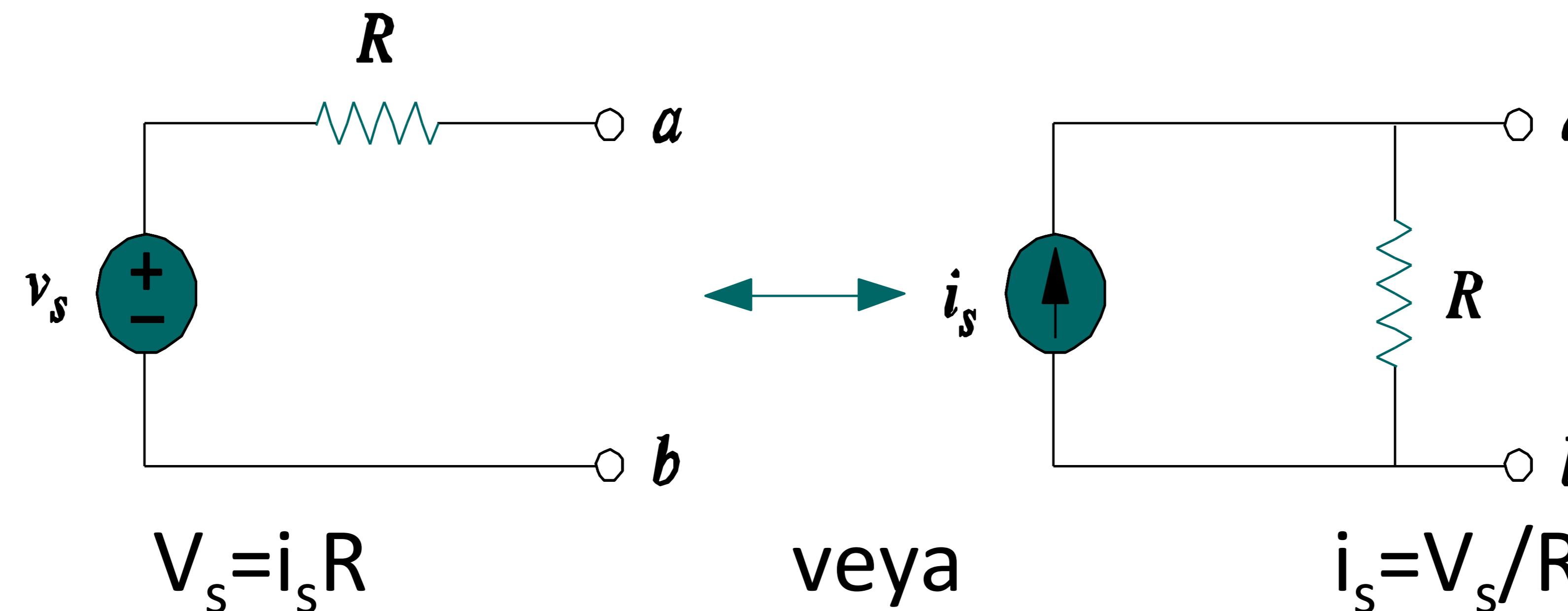
Kaynak Dönüşümü

- Eşdeğer kaynaklar bazı devrelerin analizini basitleştirmek için kullanılabilir.
- Bir dirençle seri bağlı bir gerilim kaynağı, bir dirençle paralel bağlı bir akım kaynağına dönüştürülebilir.
- Bir dirençle paralel bağlı bir akım kaynağı, bir dirençle seri bağlı bir gerilim kaynağına dönüştürülebilir.



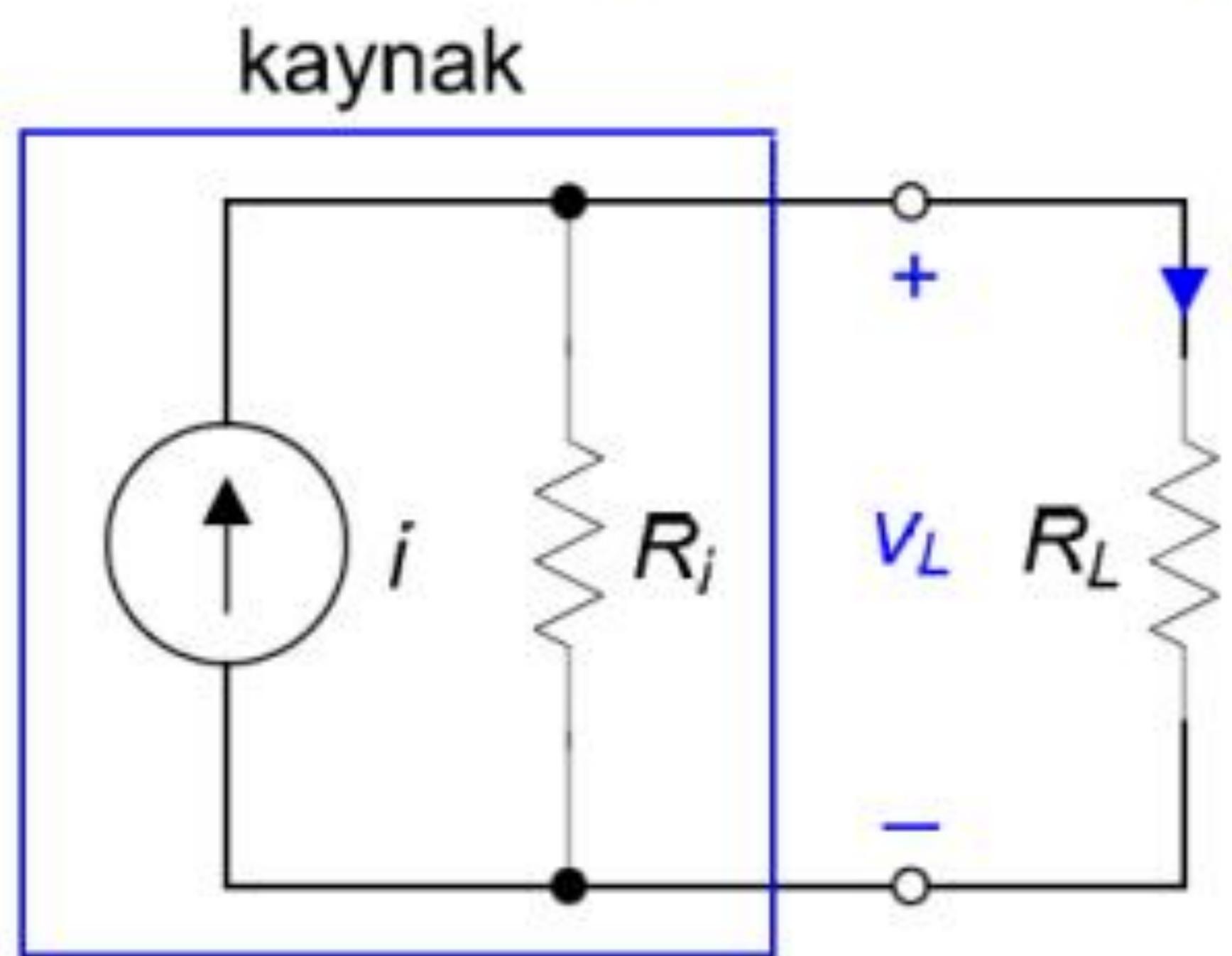
Kaynak Dönüşümü

- Kaynak dönüşümü, bir gerilim kaynağına “ V_s ” seri bağlı bir dirençten “ R ” oluşan kaynağı, bir akım kaynağı “ i_s ” ve buna paralel bağlı bir direnç “ R ” formuna dönüştürme işlemidir. Bu işlem her iki yönlüdür.



Kaynak Dönüşümü

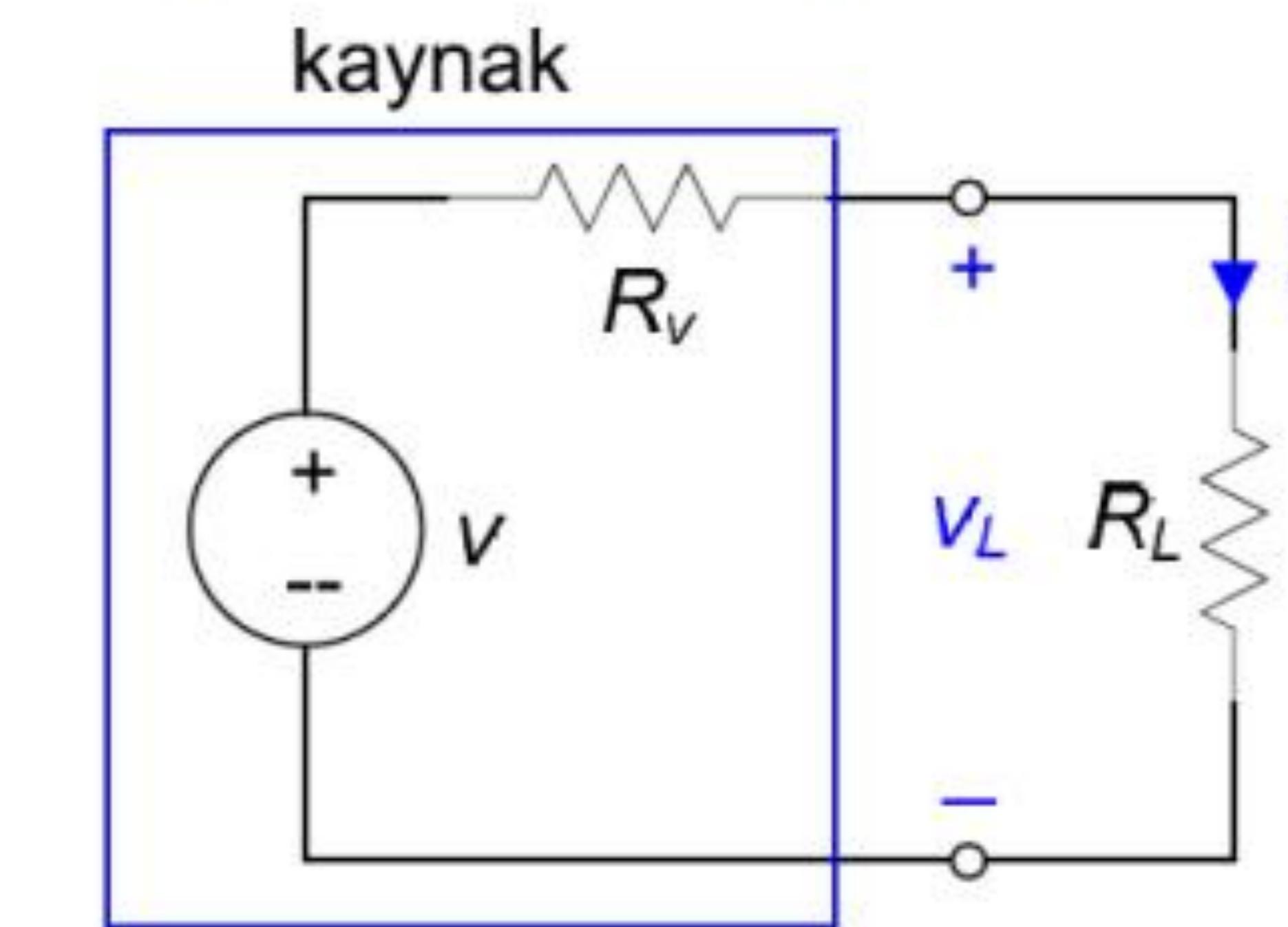
İki kaynağın eşdeğer olması için gerekli şartları belirlemeliyiz.



$$i = i_L + \frac{v_L}{R_i}$$

*Kaynağın
gerilimi*

$$iR_i = R_i i_L + v_L$$

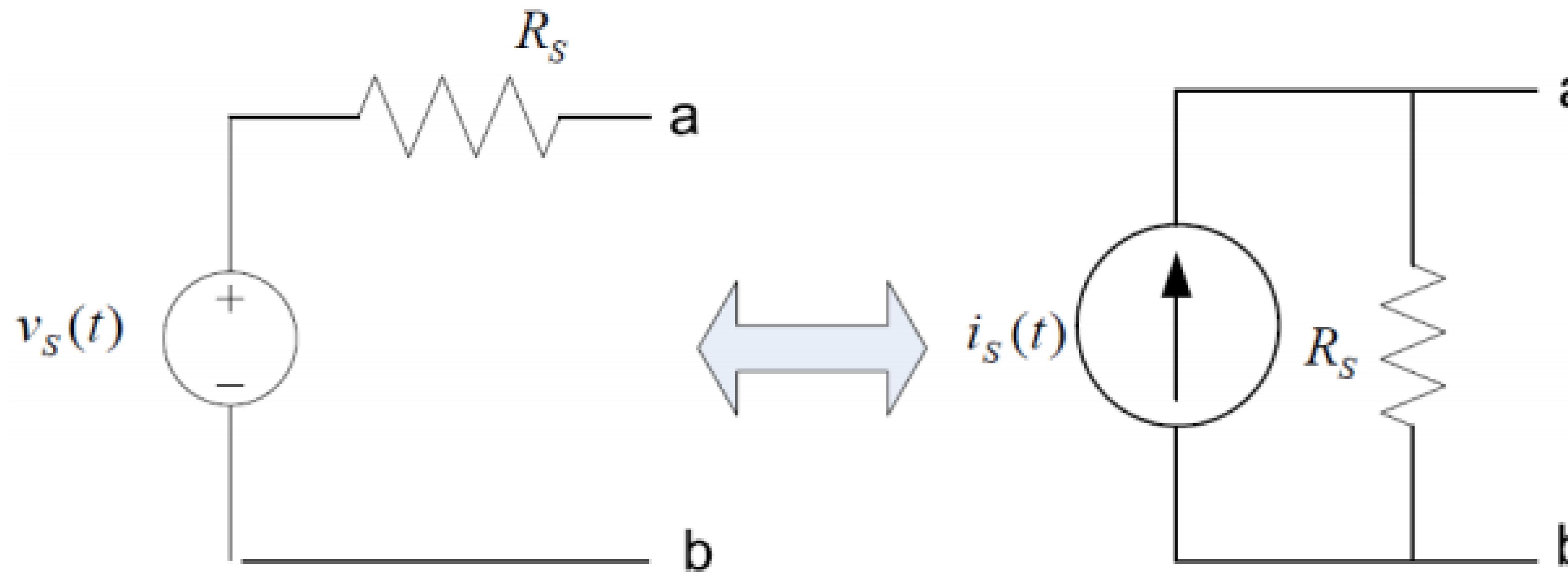


$$v = i_L R_v + v_L$$

İki devrenin eşdeğer olması için üç karakteristiklerinin aynı olması gereklidir

$$v = iR_i \quad \text{ve} \quad R_i = R_v \quad \text{olmalı}$$

Kaynak Dönüşümü



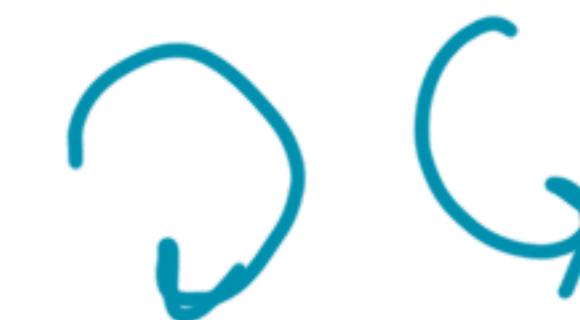
$$I_s = \frac{V_s}{R_s}$$

$$V_s = R_s I_s$$

Kaynak Dönüşümü

- Örnek Devre

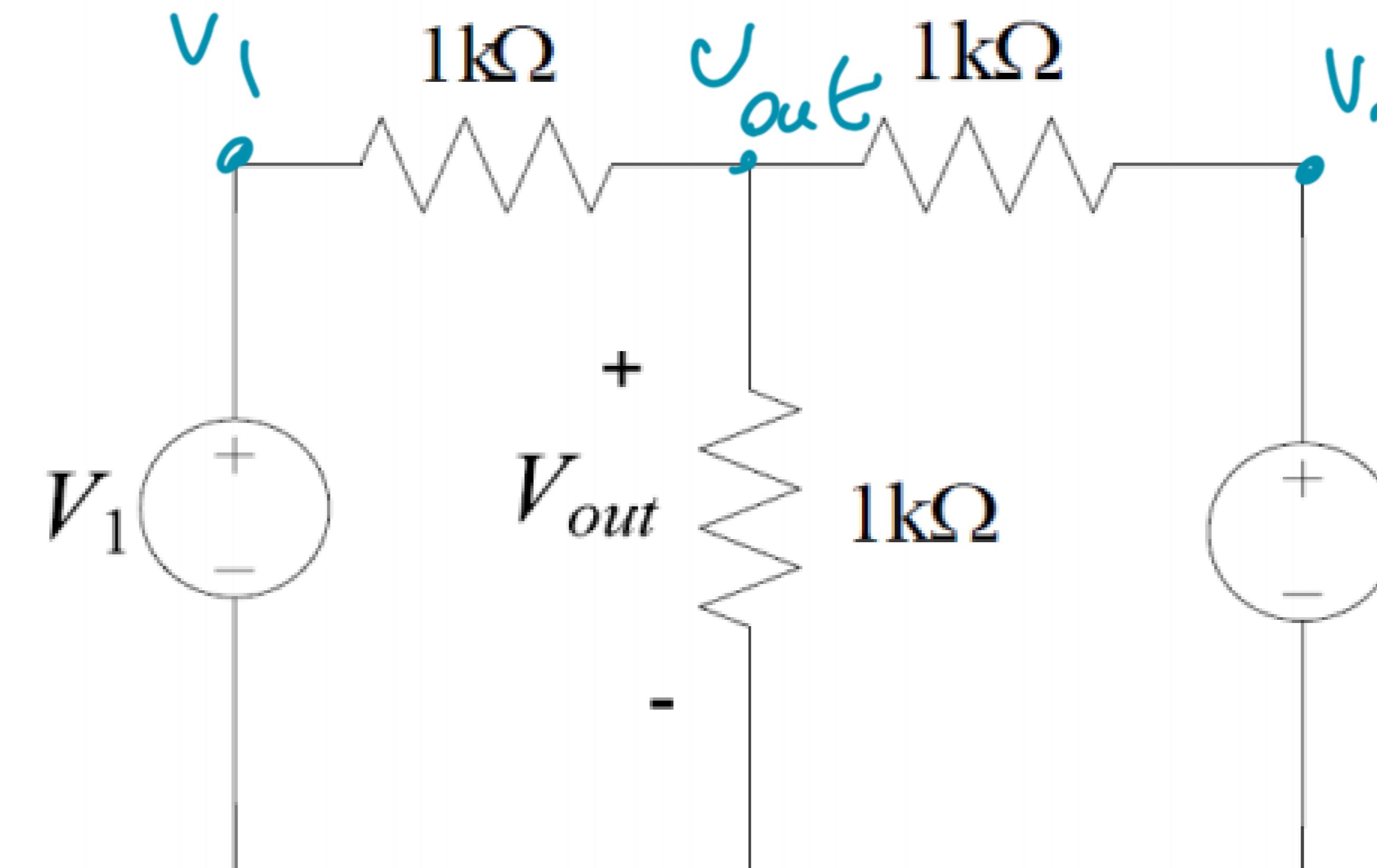
1.yol \rightarrow Devre analizi



2.yol \rightarrow

Düğüm

3.yol \rightarrow Kaynak
dönüşümü

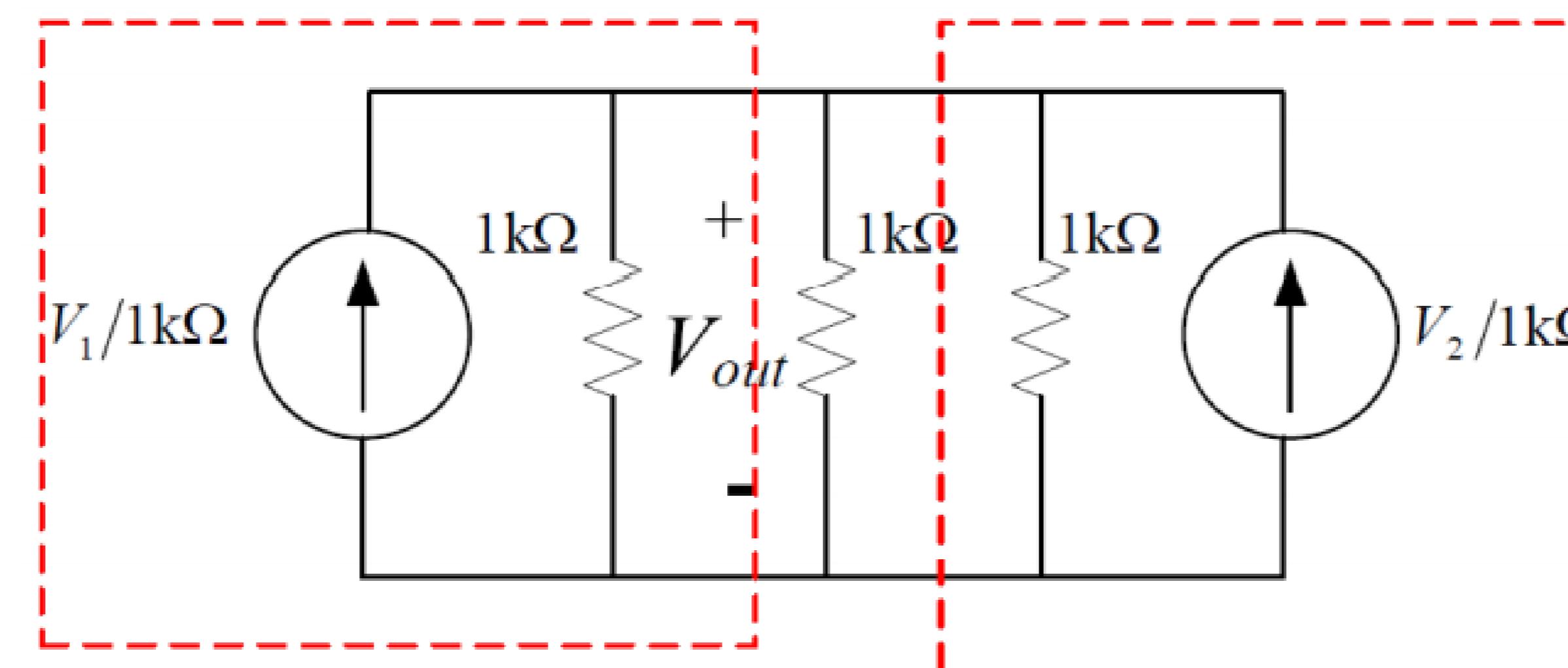
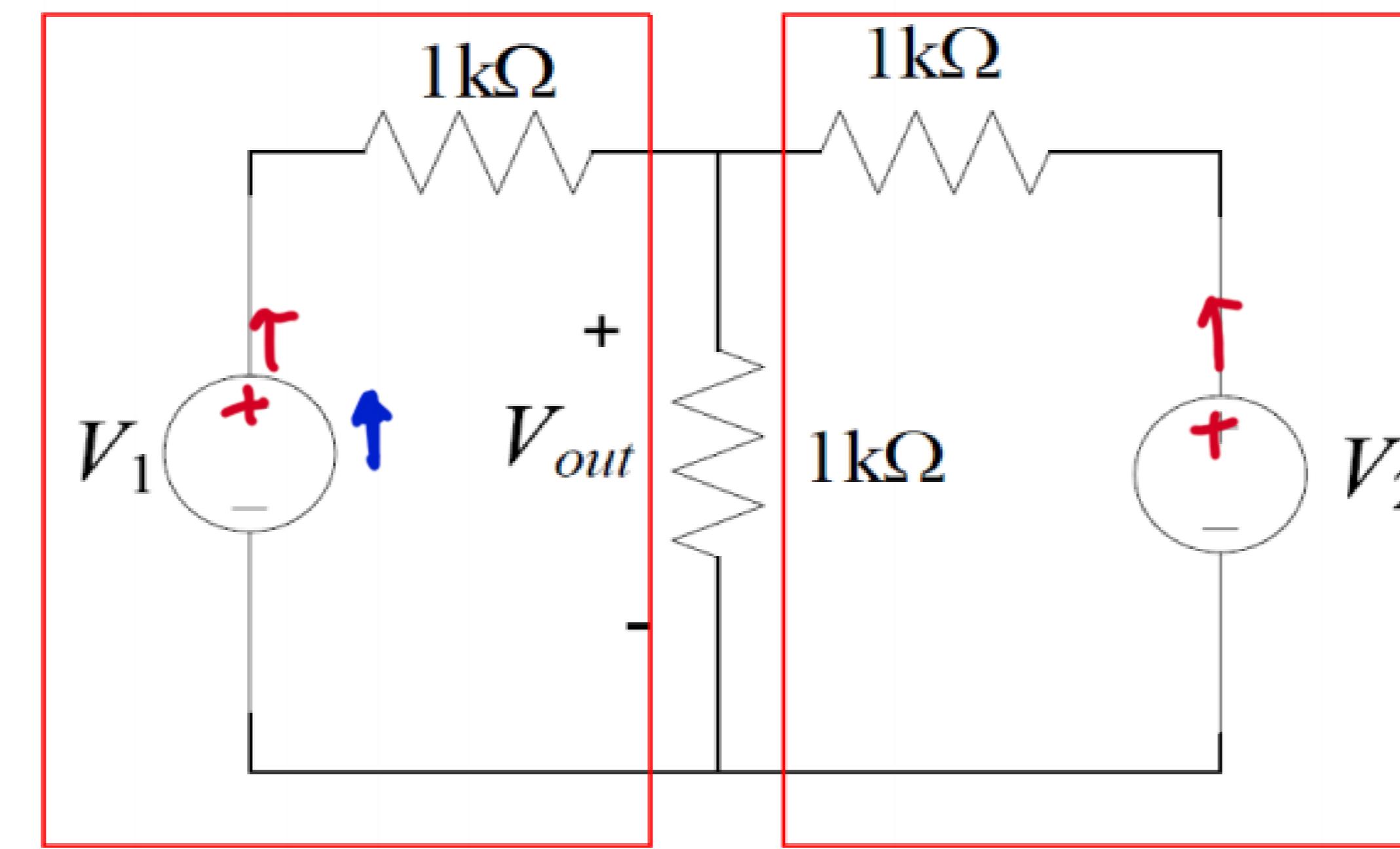


Kaynak dönüşümü bu devrenin analiz edilmesini nasıl kolaylaştırır?

Kaynak Dönüşümü

- Örnek Devre

*idealdeki
gerilim
ve ısmar
direnç*



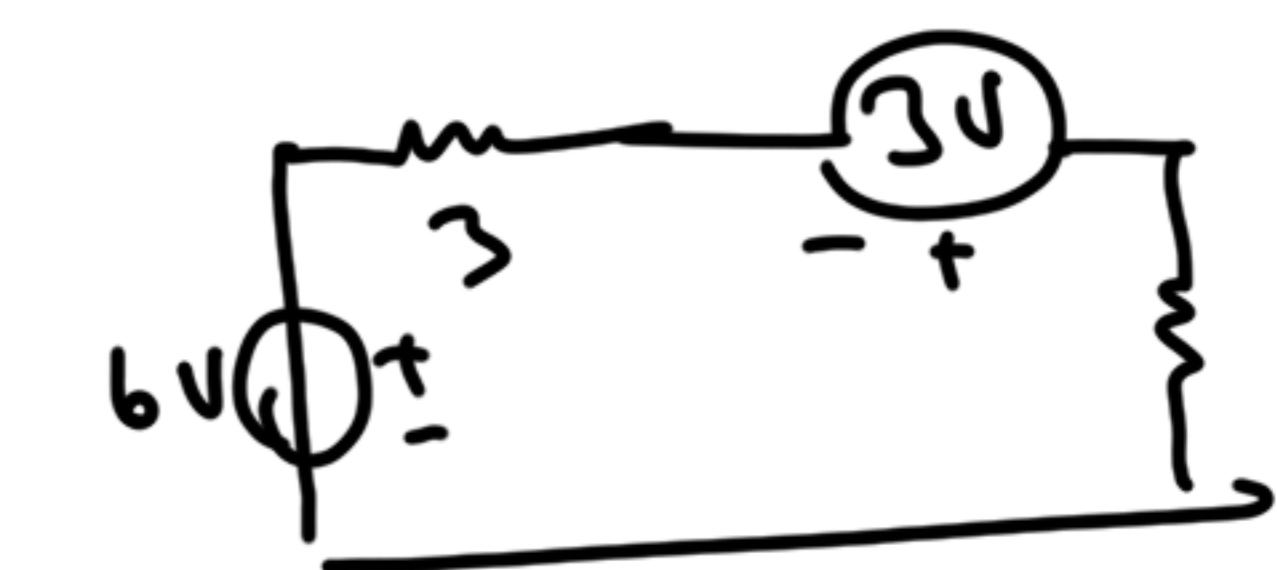
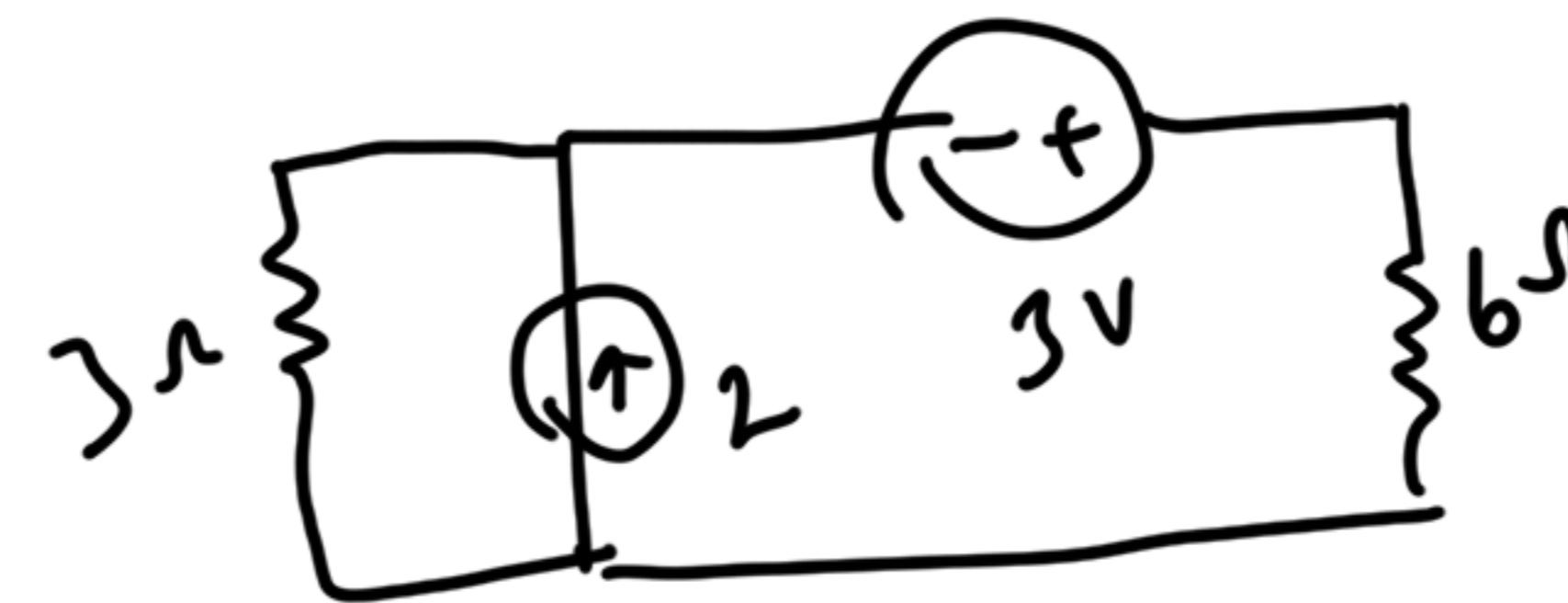
Tek düğüm çiftli devre olduğundan,
akım bölüşümü kuralı uygulanabilir.

Örnek

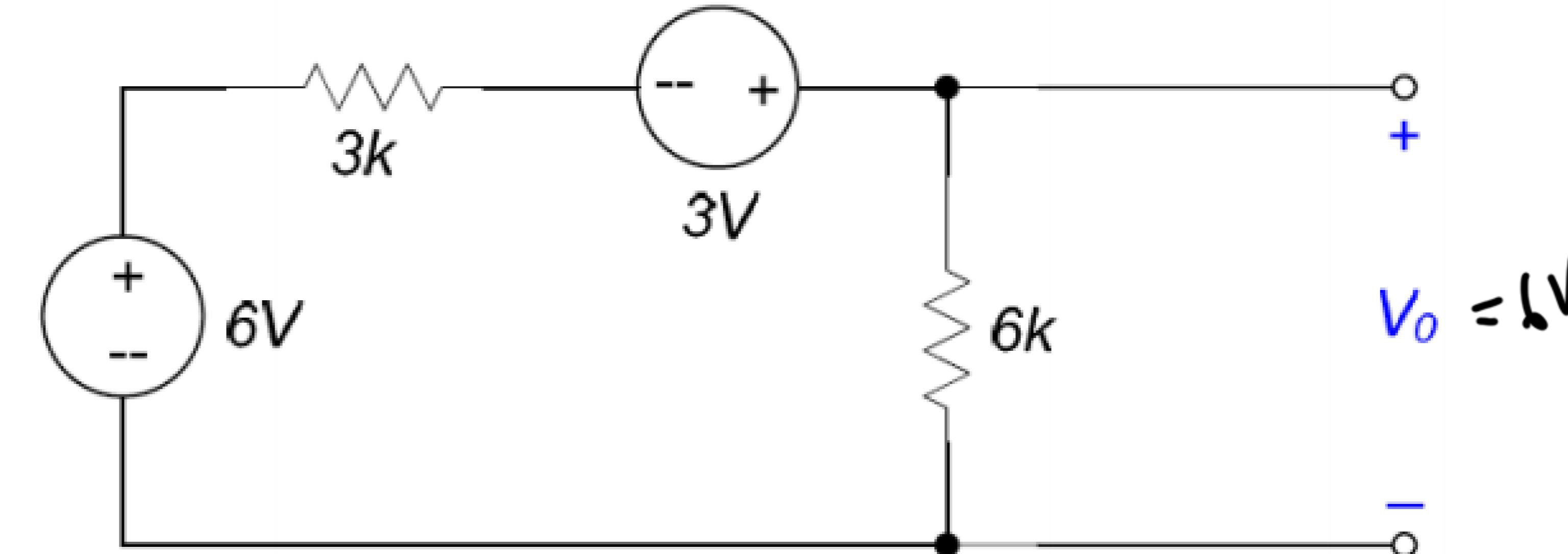
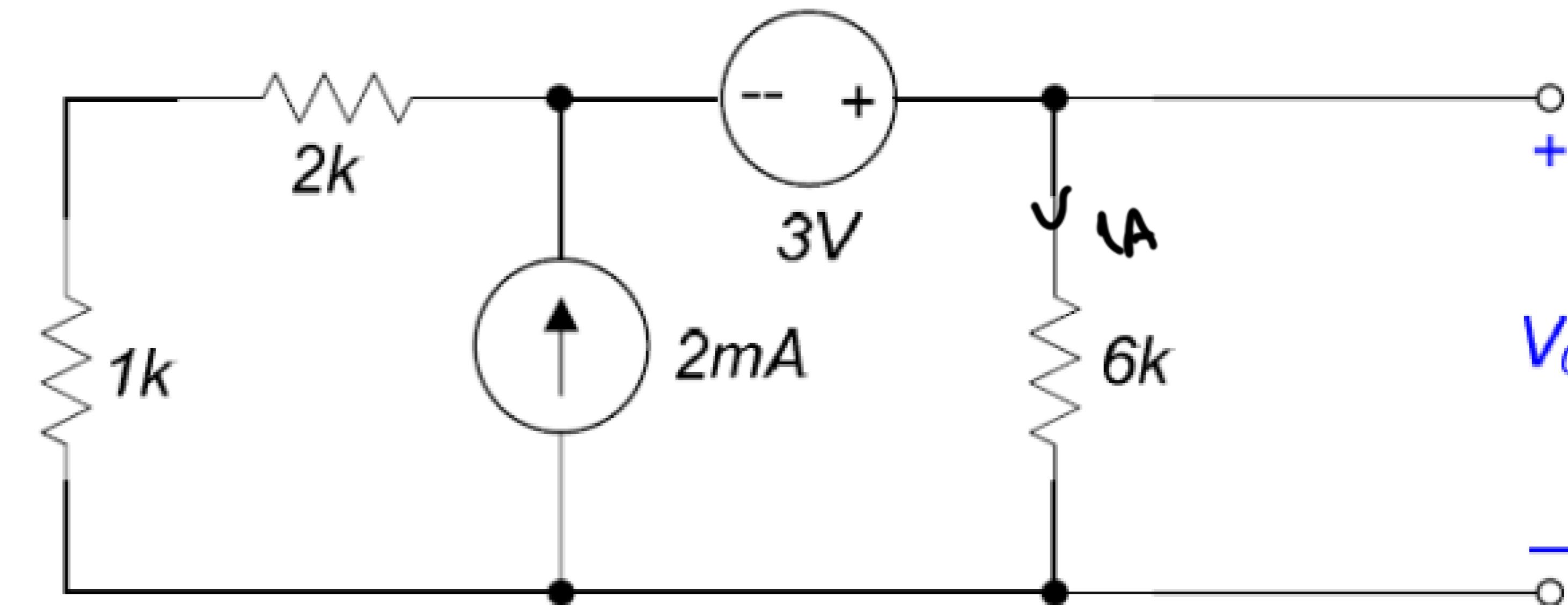
- V_0 gerilimini bulunuz.

$$V_0 = 9 \left(\frac{6k}{3k + 6k} \right) = 6v$$

*Toplam
kaynak
gerilimi*

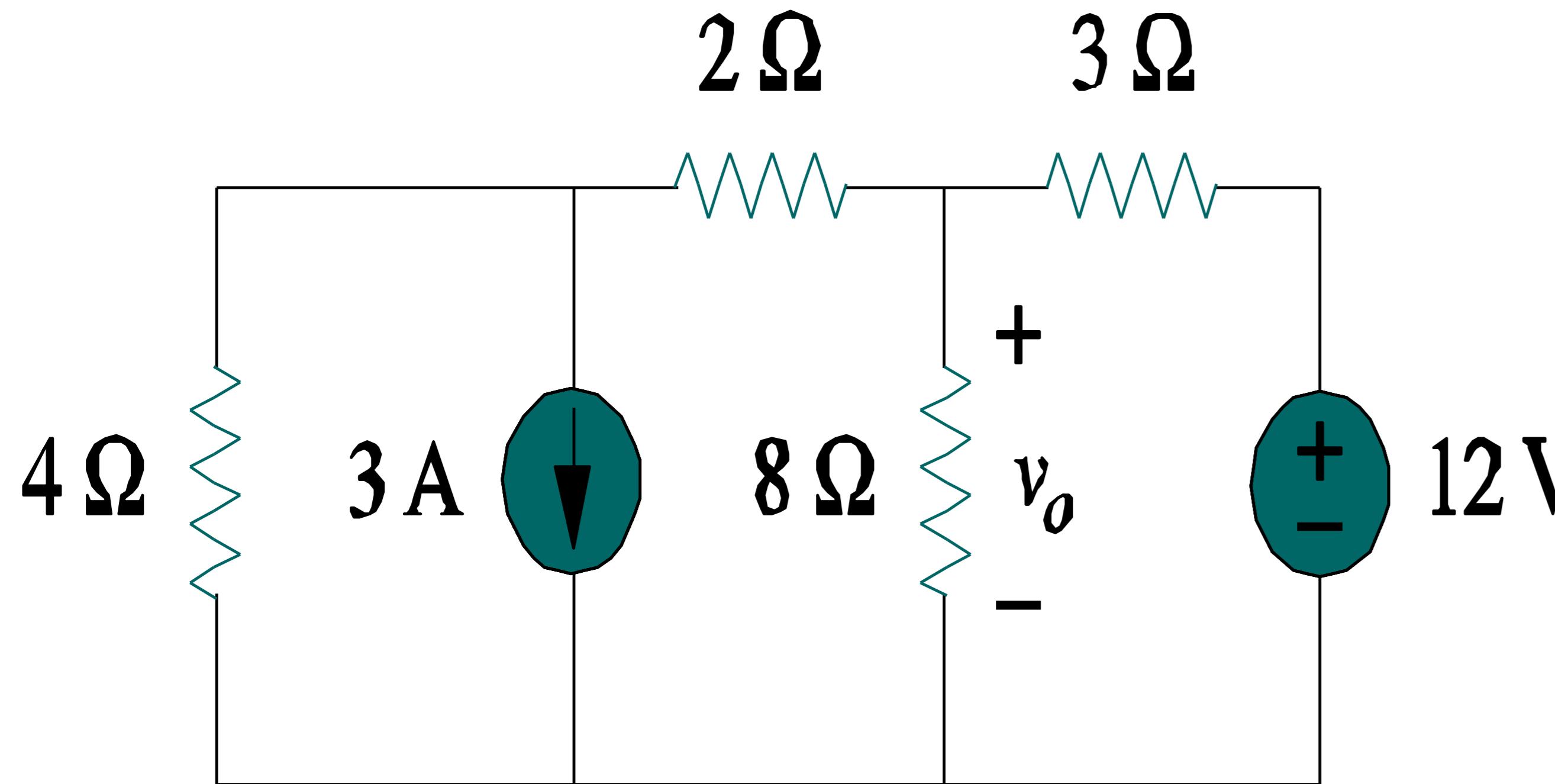


$$\frac{9V}{9k} = 1A$$



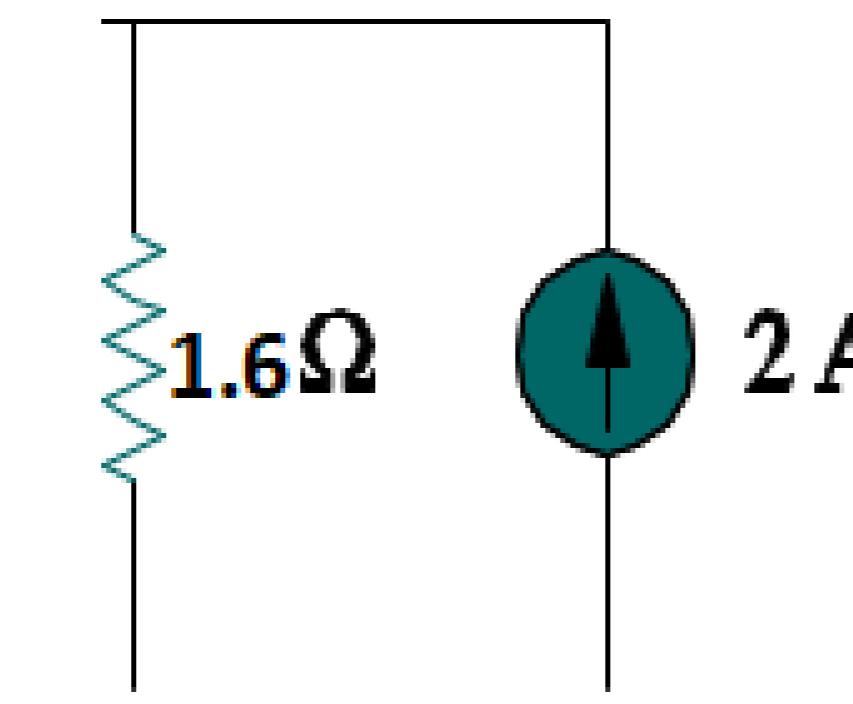
$$V_0 = 6V$$

Örnek: Aşağıdaki devrede V_o gerilimini kaynak dönüşümü yöntemi ile bulunuz

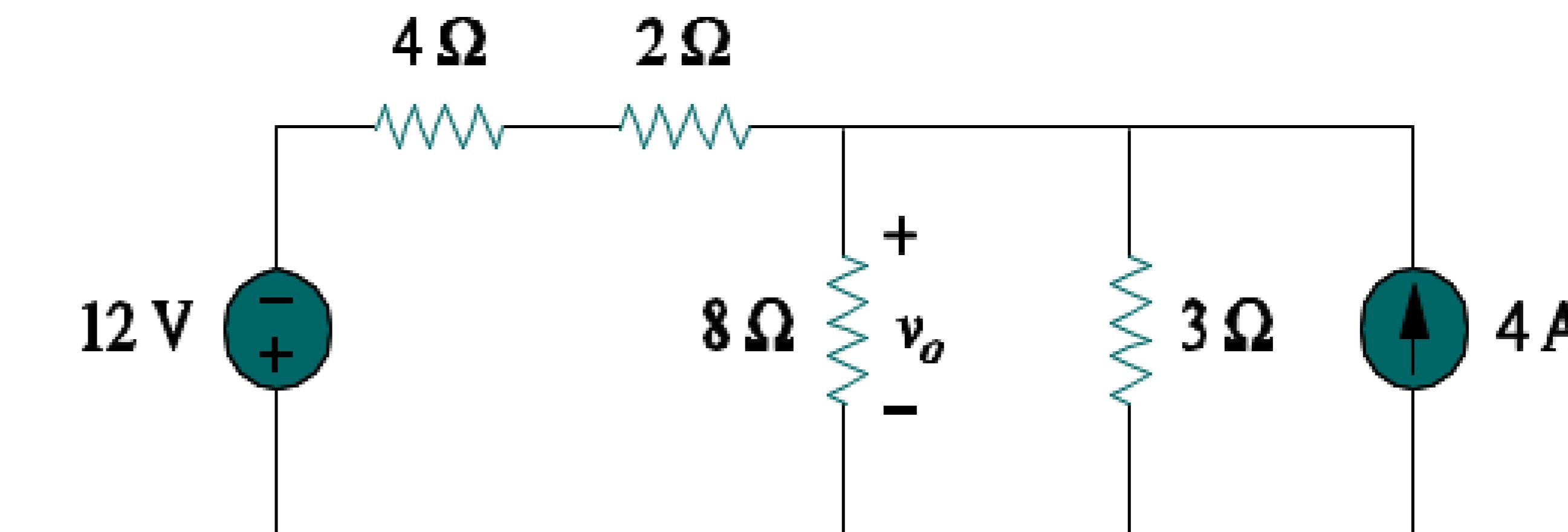


$$i = 2 \cdot \frac{2}{8+2} = 0.4$$

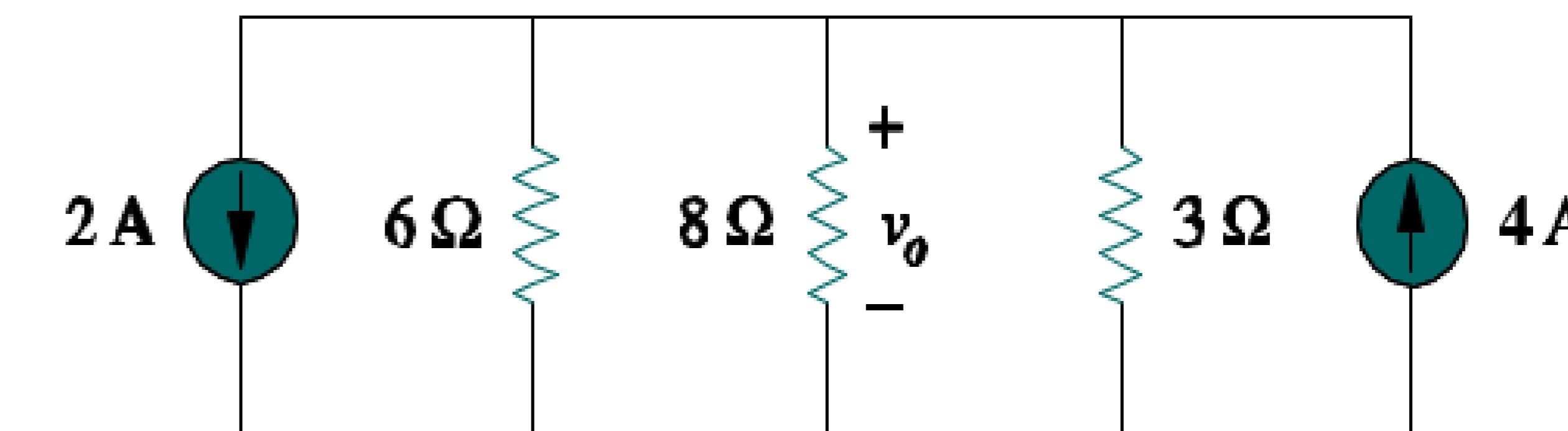
Aynı 60Üzür
 $i = 2 \cdot \frac{2}{8+2} = 0.4$



Böylece, $V_o = 1.6 \cdot 2 = 3.2V$ olarak bulunur.

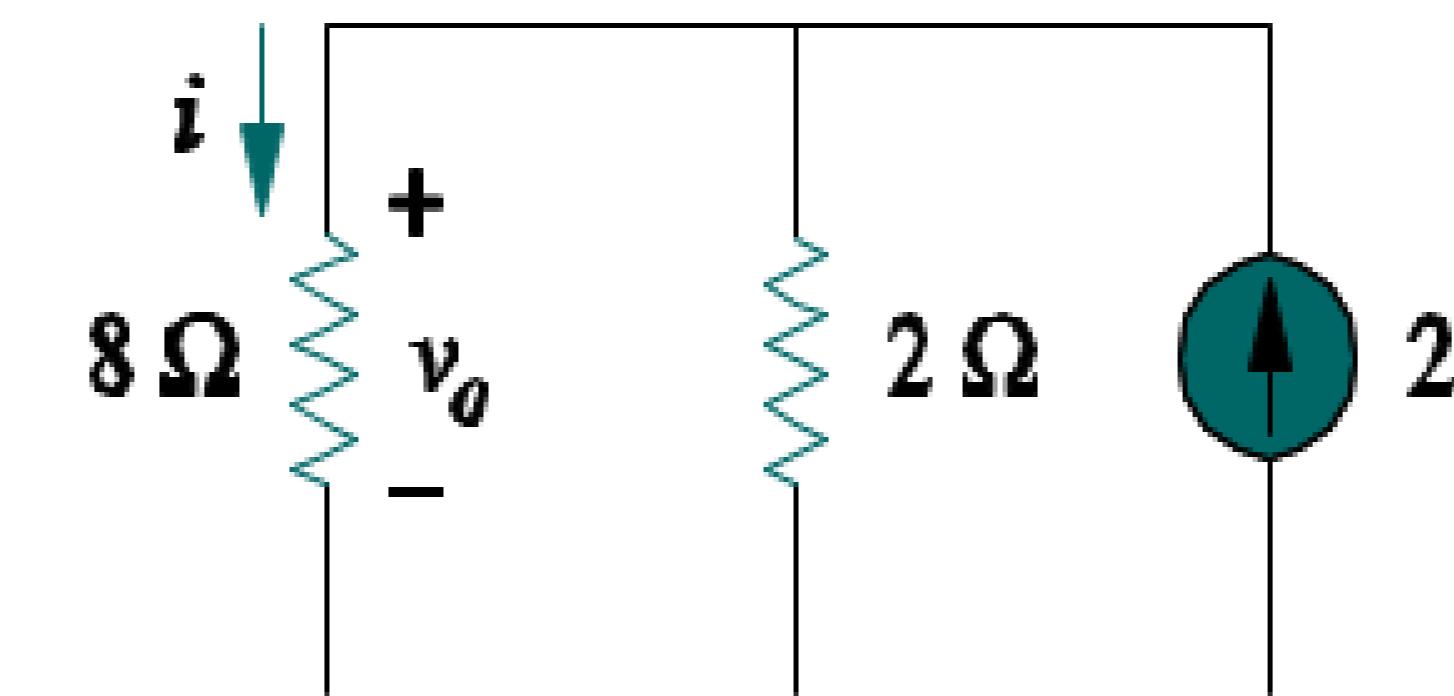


(a)



(b)

Hedet (Burada)
bir düğüm noktası
iki arası uygun
bağlayabilece



(c)

$$V_o = (0.4) 8 = 3.2$$

Doğrusallık

- Doğrusallık, toplanabilirlik ve çarpımsallık ilkelerinin bir arada olmasını gerektirir.

$y = Tu$ DOGRUSALDIR,

EGER;

$$1. \quad T(u_1 + u_2) = Tu_1 + Tu_2, \quad \forall u_1, u_2 \quad \text{toplamsallik}$$

$$2. \quad T(\alpha u) = \alpha Tu, \quad \forall \alpha, \forall u \quad \text{carpimsallik}$$

Topomsalik

$$\tau(u_1 + u_2) = \tau u_1 + \tau u_2$$

$$v_3 = v_1 + v_2$$

Gesle
10v verlijden

20v verneet gesla

$$\tau(\alpha u_1) = \alpha u_1 \tau$$

$$\alpha v_1 = \alpha v_1$$

Sistemin %95'i
Lineer sistemlerdir

Doğrusallık

Bir direnç elemanına

$i_1(t)$ akımı uygulanırsa; $v_1(t) = R i_1(t)$

$i_2(t)$ akımı uygulandığında; $v_2(t) = R i_2(t)$

Eğer, $i_1(t)+i_2(t)$ akımı uygulanırsa,

$$v(t) = R[i_1(t) + i_2(t)] = R i_1(t) + R i_2(t) = v_1(t) + v_2(t)$$

Bu durum, toplanabilirlik özelliğini gösterir.

Ayrıca, akım sabit bir K_1 değeri ile çarpılırsa, gerilim de K_1 sabit değeri ile çarpılır.

$$R K_1 i(t) = K_1 R i(t) = K_1 v(t)$$

Bu durum ise çarpımsallık özelliğini gösterir.

Doğrusallık

- Doğrusallık devrenin birçok açıdan kullanışlılığını sağlar:
 - Süperpozisyon: Her kaynağın ayrı ayrı devreye etkisi hesaba katılır.
 - Eşdeğer devreler: her devre eşdeğer kaynak ve direnç şeklinde gösterilebilir.(Thevenin ve Norton teoremleri)

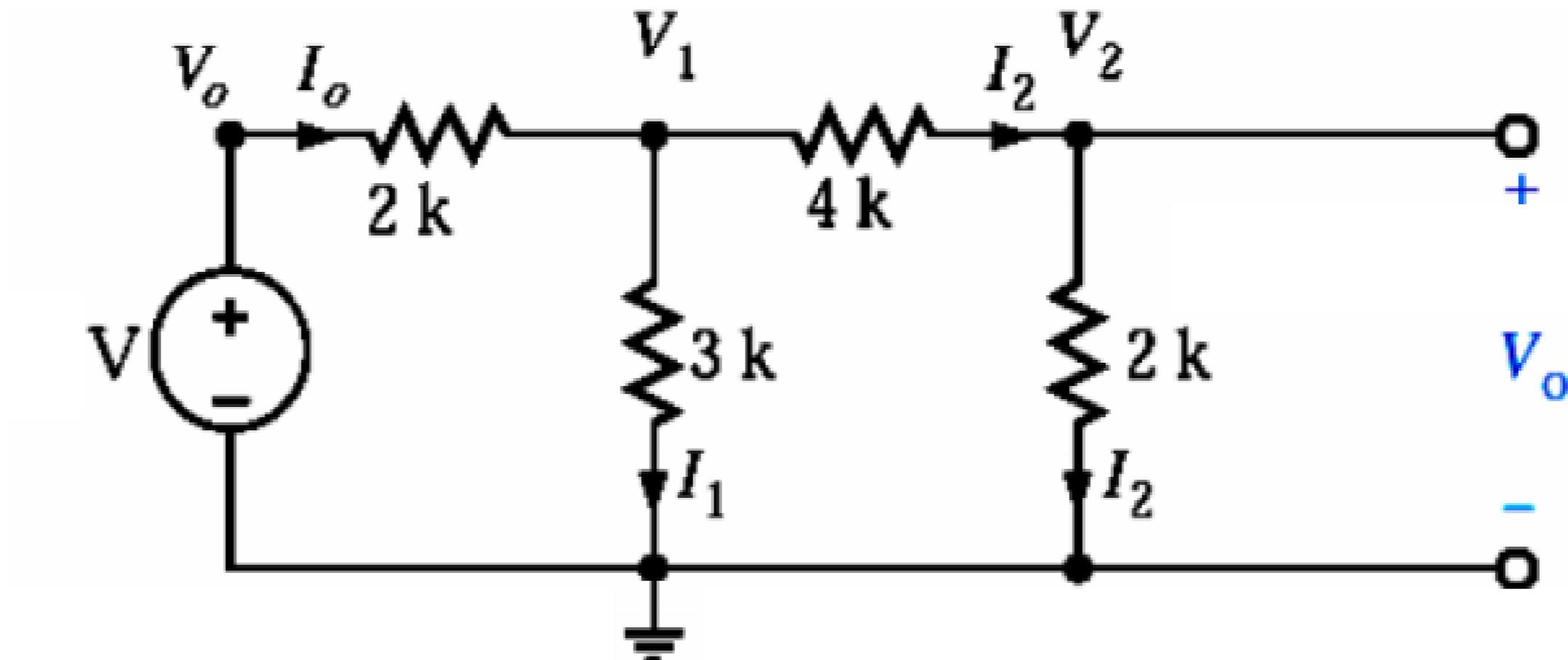
Konu olarak analiz metodlarından daha önemlidir, akım/gerilim değerlerinin toplamsallığına ve çarpımsallığına izin verir.

Doğrusallık

- Örnek olarak ($V=RI$):

- Eğer akım KI ise,
yeni gerilim $R(KI)=KV$

- Eğer akım I_1+I_2
ise, yeni gerilim
 $R(I_1+I_2)=R I_1+R I_2 = V_1+V_2$



FARZEDİN $V_{out} = V_2 = 1[V]$

$$I_2 = \frac{V_2}{2k} = 0.5 \text{ mA}$$

$$V_1 = 4kI_2 + V_2 \\ = 3 \text{ V}$$

$$I_1 = \frac{V_1}{3k} = 1 \text{ mA}$$

$$I_o = I_1 + I_2 = 1.5 \text{ mA}$$

$$V_o = 2kI_o + V_1 \\ = 6 \text{ V}$$

$$V_o = 6[V] \rightarrow V_{out} = 1[V]$$

$$V_o = 12[V] \rightarrow V_{out} = 2[V]$$

V dolayısıyla I_o iki katına çıkartalım

$V=12V$ olsun bu durumda $I_o=3$ mA olursa $V_{out}=?$

KAYNAK SÜPERPOZİSYONU

- Bu teknik doğrusallığın doğrudan uygulamasıdır.
- Lineer bir devre elemanı üzerindeki toplam voltaj (veya üzerinden geçen toplam akım) **her bir bağımsız kaynağın, tek başına o devre elemanı üzerinde oluşturduğu voltajın** (veya üzerinden geçirdiği akımın) cebirsel toplamına eşittir.
- Bu prensip birden çok bağımsız kaynak bulunan devrelerde uygulanır ve her bağımsız kaynağın etkisinin ayrı ayrı elde edilmesi prensibine dayanır.



«Birçok bağımsız kaynak içeren herhangi bir doğrusal devrede, devrenin herhangi bir noktasındaki gerilim ve akım her kaynağın tek başına etkilerinin cebirsel toplamı olarak hesaplanabilir. »

Süperpozisyon İşlem Basamakları

1. Her bağımsız gerilim ve akım kaynağı için:

a) Diğer bağımsız gerilim kaynakları kısa devre edilir. (i.e., $V=0$). $\text{V}=\mathbf{0}$:

b) Diğer bağımsız akım kaynakları açık devre edilir (i.e., $I=0$). $\text{I}=\mathbf{0}$:

Not: Bağımlı kaynaklara dokunulmaz.

c) Bu gerilim veya akım kaynağının çıkış parametresine ne kadar etki yaptığı hesaplanır.

2. Her bağımsız kaynağı yaptığı etki cebirsel olarak toplanır.

Düzen bağımsız kaynaklar sıfırlanarak, seçilmiş bağımsız kaynağı devreye yaptığı katkı bulunmaktadır.



$$I_2'' = \frac{V_2(t)}{R_2} = \frac{V_2(t)}{6 + \frac{9}{6}} = \frac{V_2(t)}{\frac{15}{2}}$$

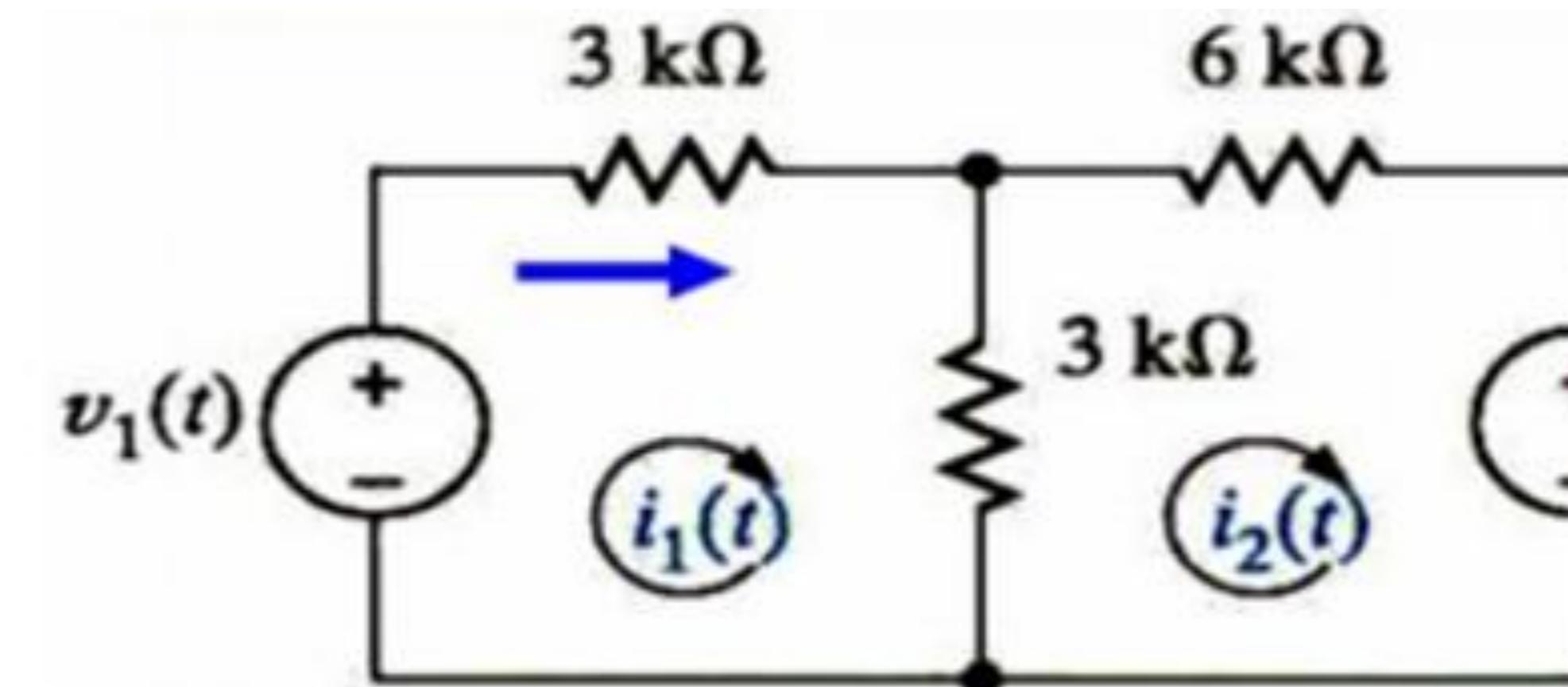
Gerilim kaynağı \Rightarrow Kısa devre

Akım kaynağı \Rightarrow Açık devre

$$I_1'' = I_2'' \cdot \frac{3}{(3+3)} = \frac{V_2(t)}{6 + \frac{9}{6}} \cdot \frac{3}{6}$$

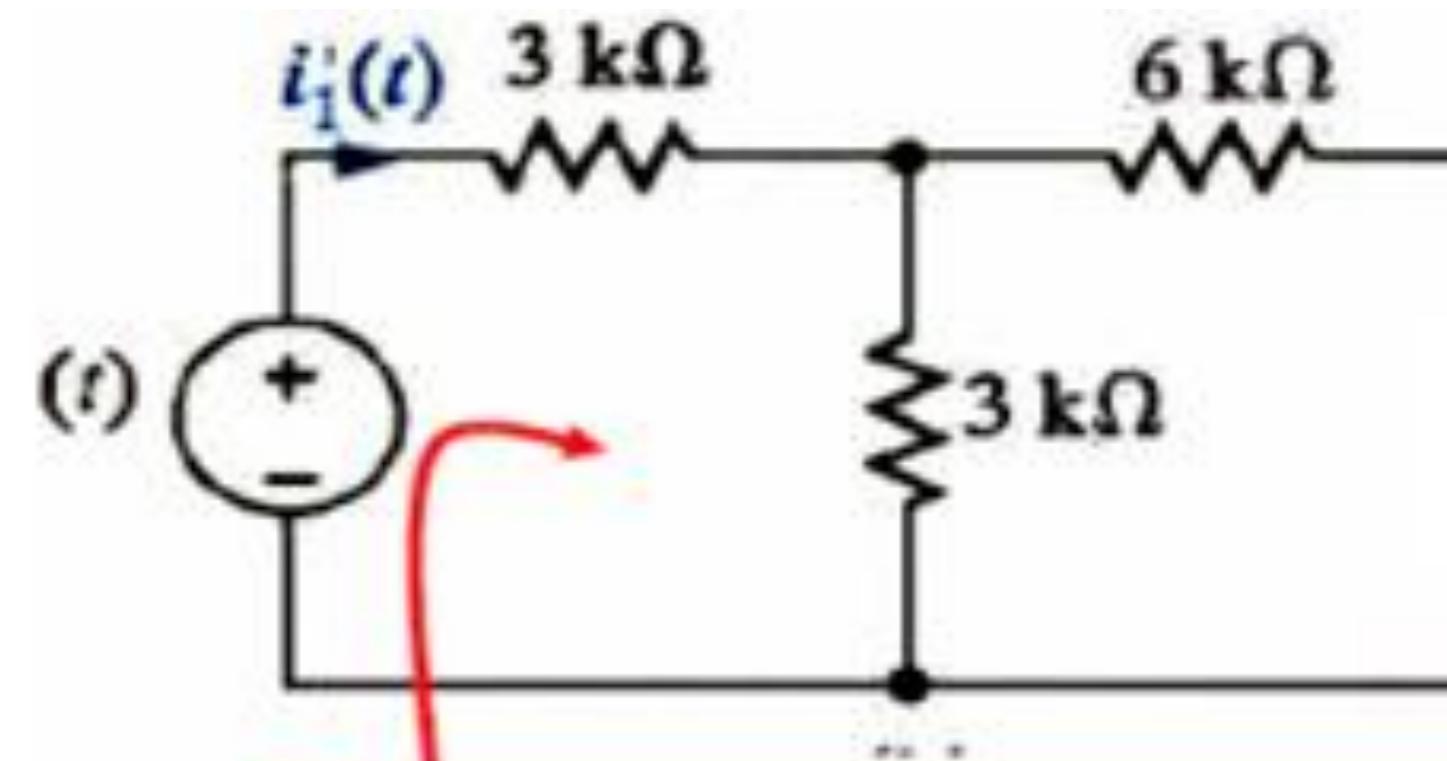
$$\text{Ano volta akımı} \cdot \left(\frac{\text{korsak devre}}{\text{korsak + kadi devre}} \right) = \frac{V_2(t) \cdot 6}{4\tau} \cdot \frac{3}{6} - \frac{V_2(t)}{15}$$

Örnek: Süperpozisyon teoremini kullanarak ok işaretini ile gösterilen akımı hesaplayınız



$$\left. \begin{aligned} I_1'' &= I_{\infty} \cdot \frac{3}{6} \\ &= \frac{\sqrt{2}}{R_e} \cdot \frac{3}{6} = \frac{v_2}{6+3} \cdot \frac{3}{6} \end{aligned} \right\} \text{okum bölümü}$$

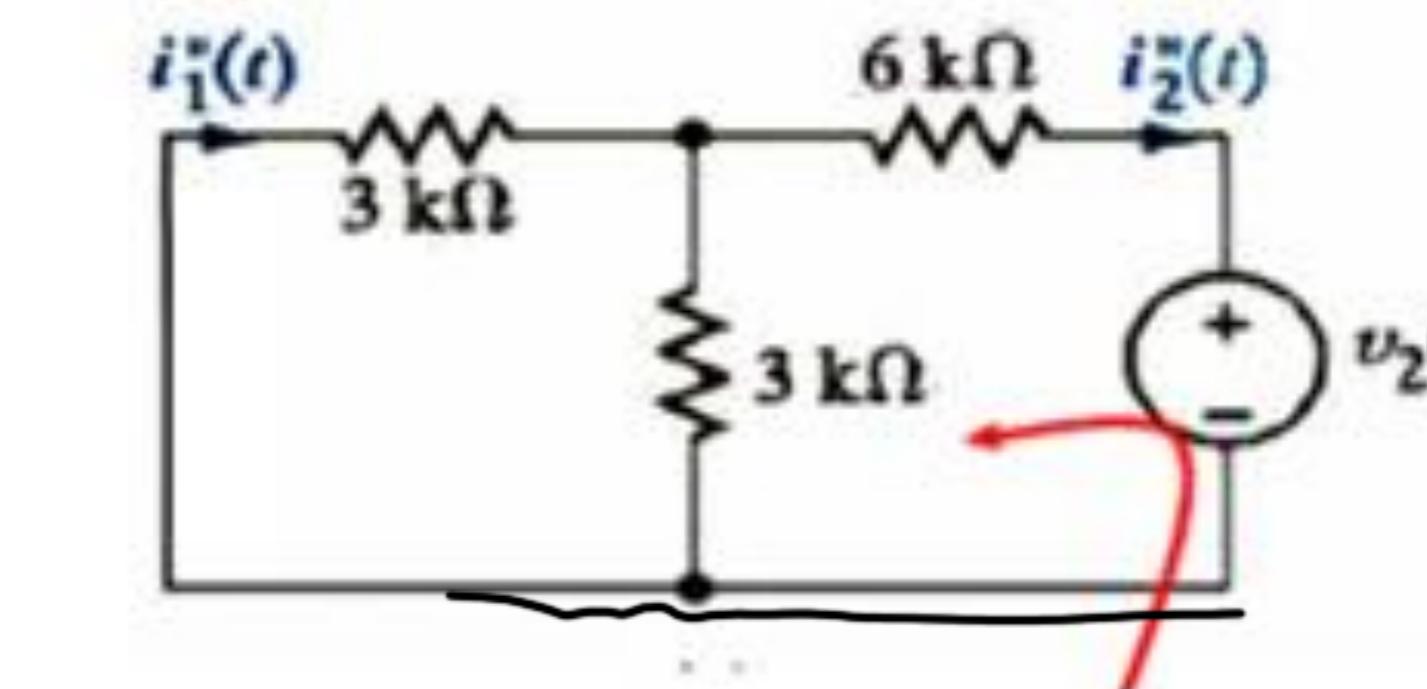
$$\frac{\sqrt{2} \cdot 3}{15} \checkmark$$



$$R_e = 3 + 3 \parallel 6 [k]$$

$$\begin{aligned} i_1'(t) &= \frac{v_1}{3k + \frac{(3k)(6k)}{3k + 6k}} \\ &= \frac{v_1(t)}{5k} \end{aligned}$$

v1'in etkisi



$$R_e = 6 + (3 \parallel 3) [k] = 7.5$$

$$i_2'' = \frac{v_2}{R_e}$$

$$i_2 = \frac{v_2}{7.5}$$

+

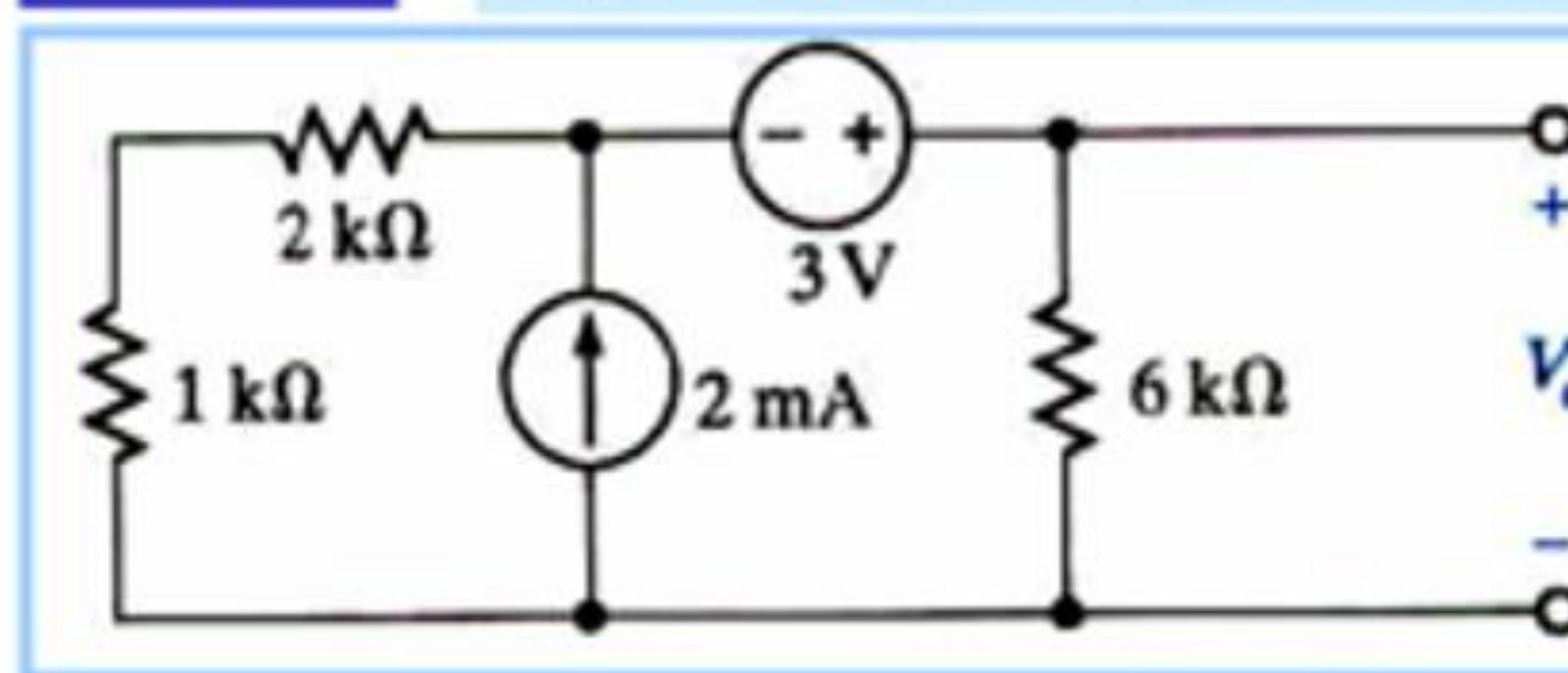
$$\begin{aligned} i_1''(t) &= \frac{-2v_2(t)}{15k} \left(\frac{3k}{3k + 3k} \right) \\ &= \frac{-v_2(t)}{15k} \end{aligned}$$

v2'nin etkisi

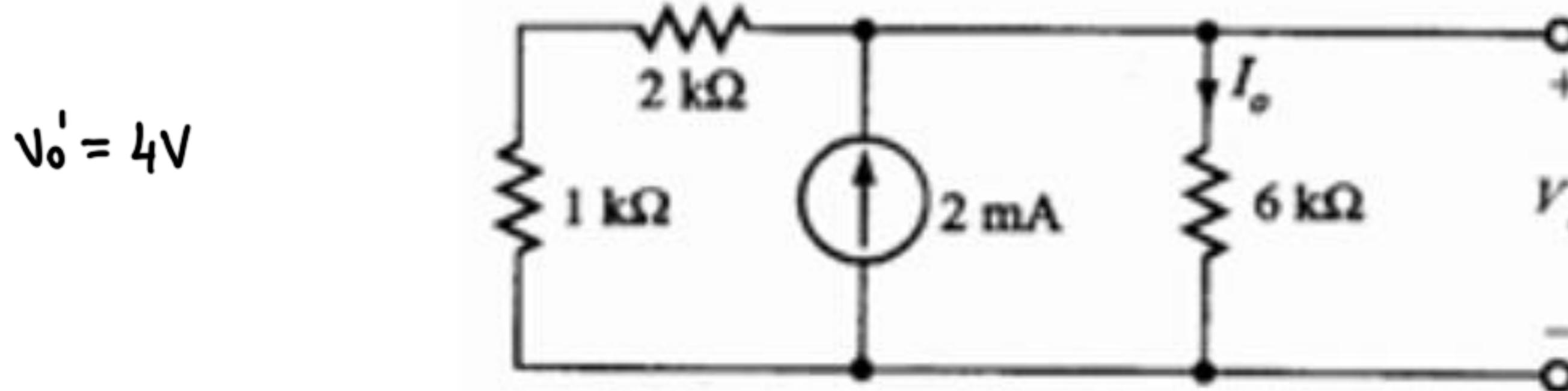
Örnek

ÖRNEK

V_0' ı superpozisyon ile bulunuz



Gerilim kaynağı sıfır volt yapılır

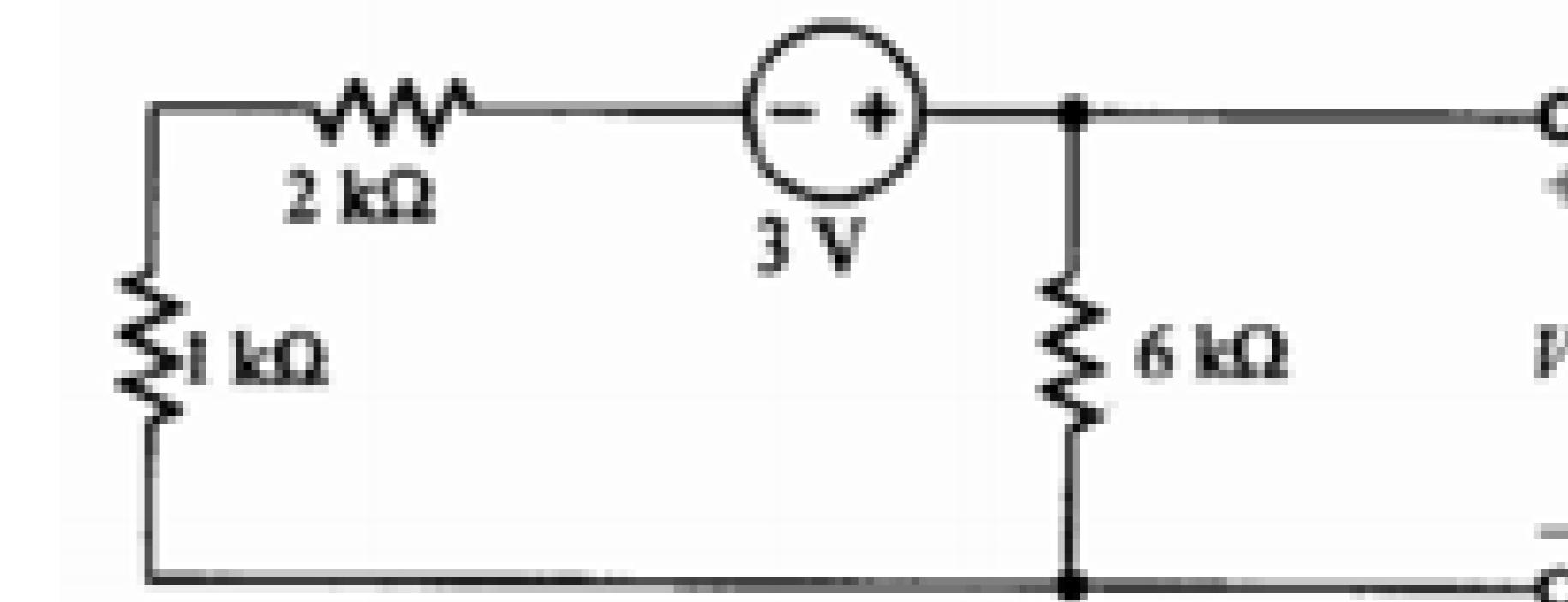


$$I_o = (2 \times 10^{-3}) \left(\frac{1k + 2k}{1k + 2k + 6k} \right) \quad \text{Akım bölüşümü}$$

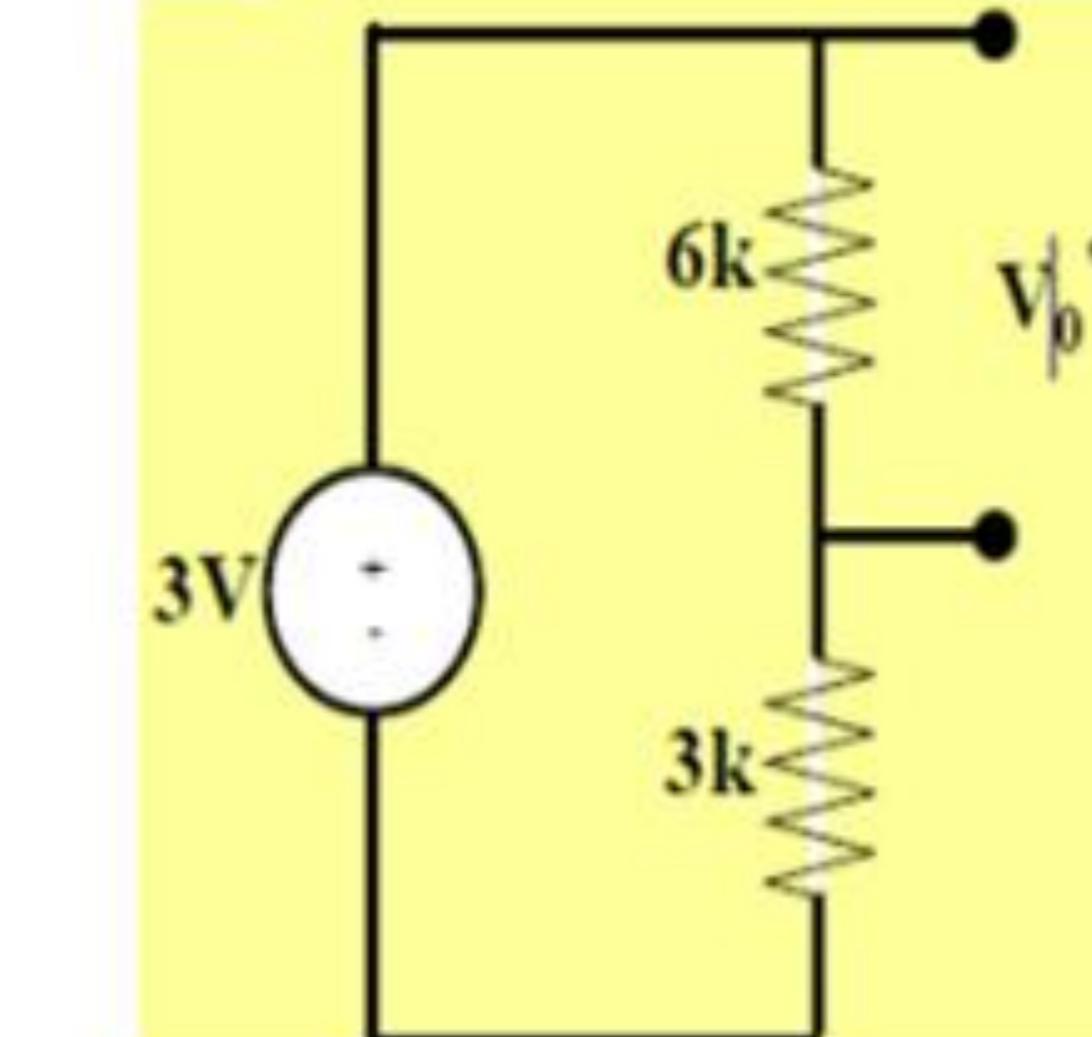
$$V'_o = I_o(6k) = 4 \text{ V}$$

Sadece akım kaynağı

Akım kaynağı sıfır amper yapılır



Gerilim Bölücü



$$V''_o = 3 \left(\frac{6k}{1k + 2k + 6k} \right) = 2[V]$$

Sadece gerilim kaynağı

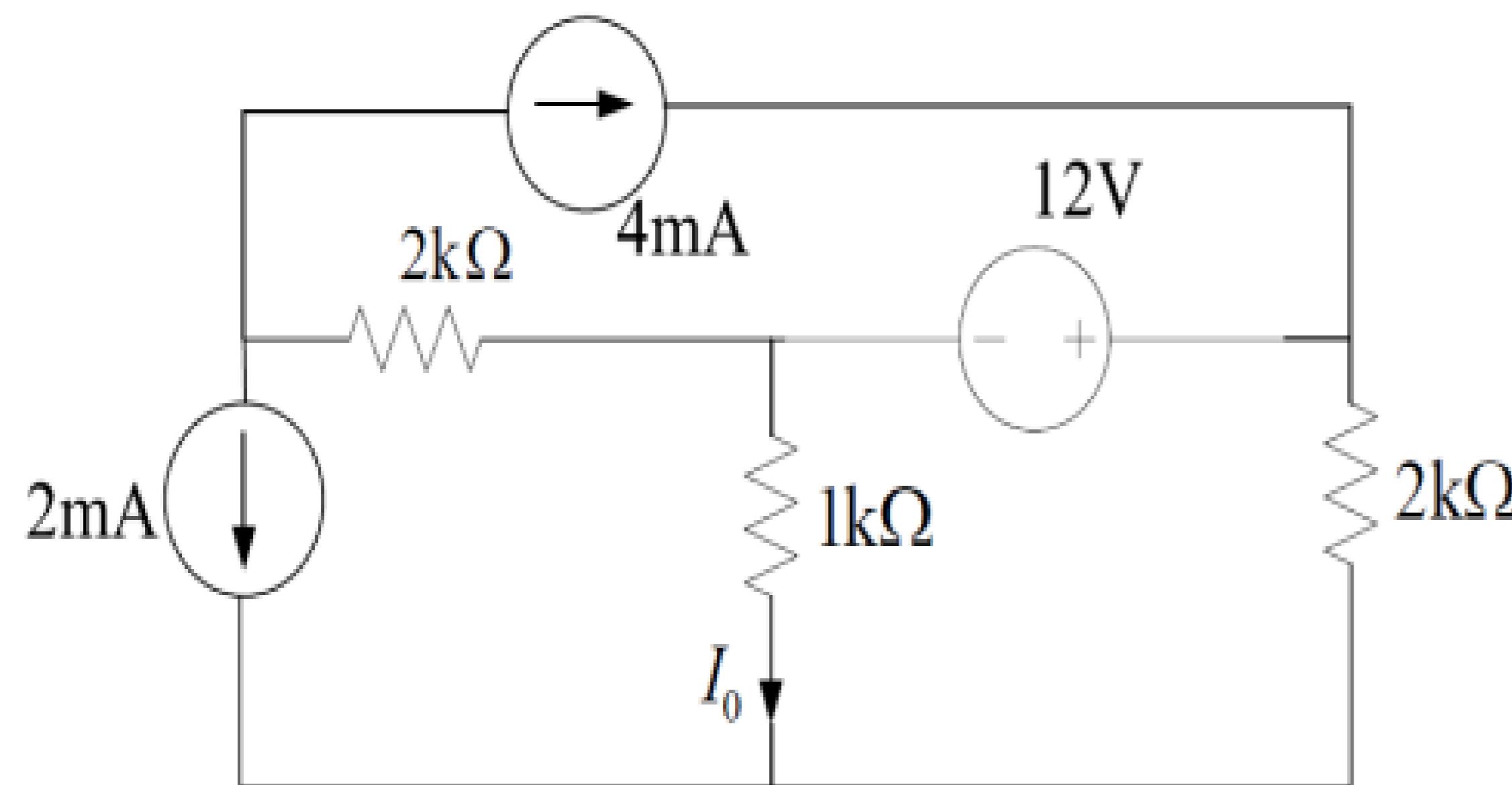
$$V_0 = V'_o + V''_o = 6[V]$$

$$I_0' =$$

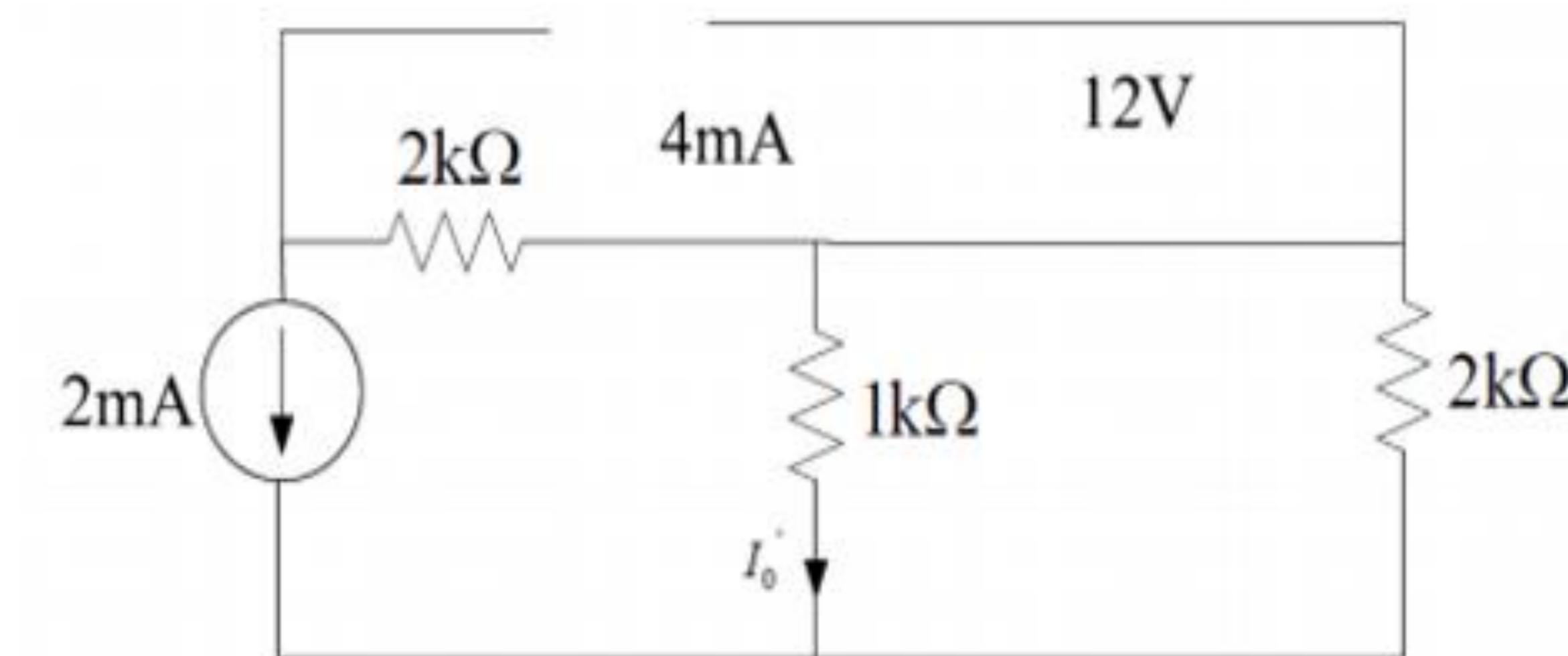
Örnek

Örnek I_0' bulunuz

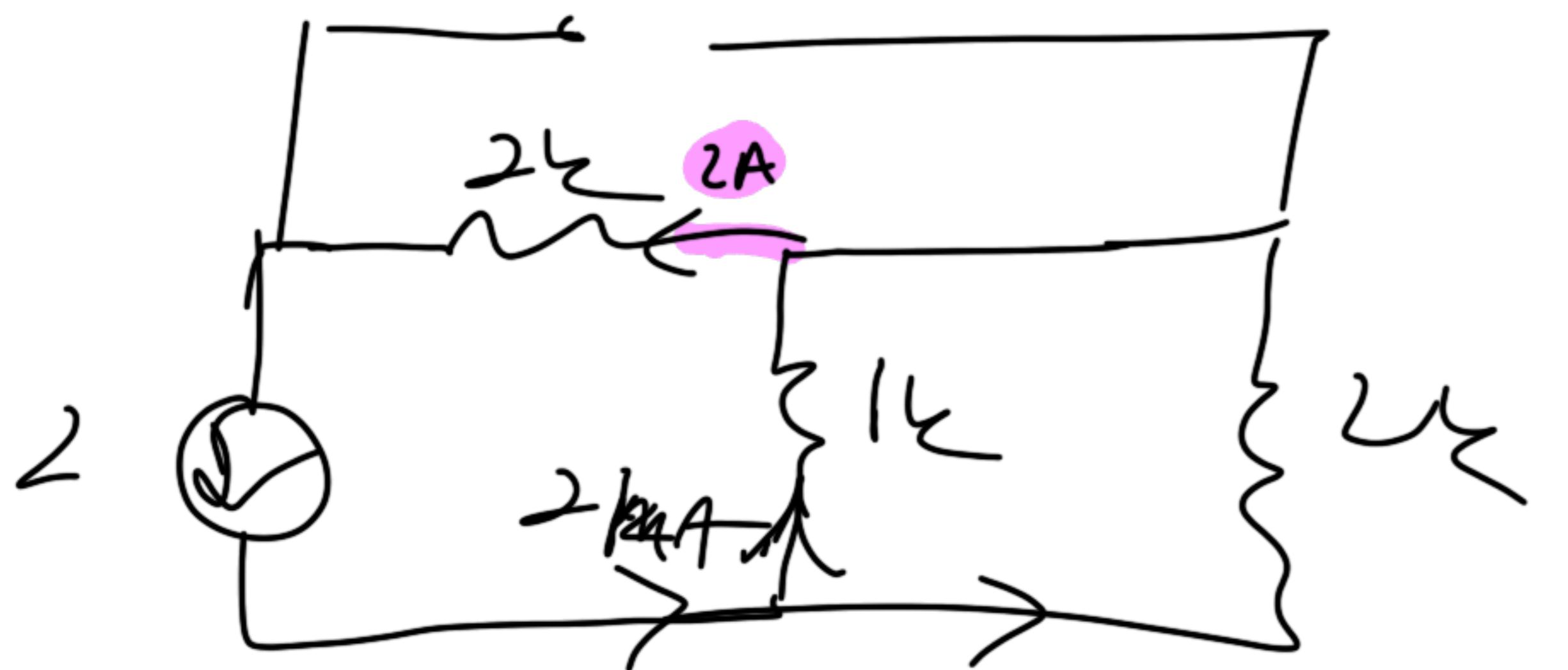
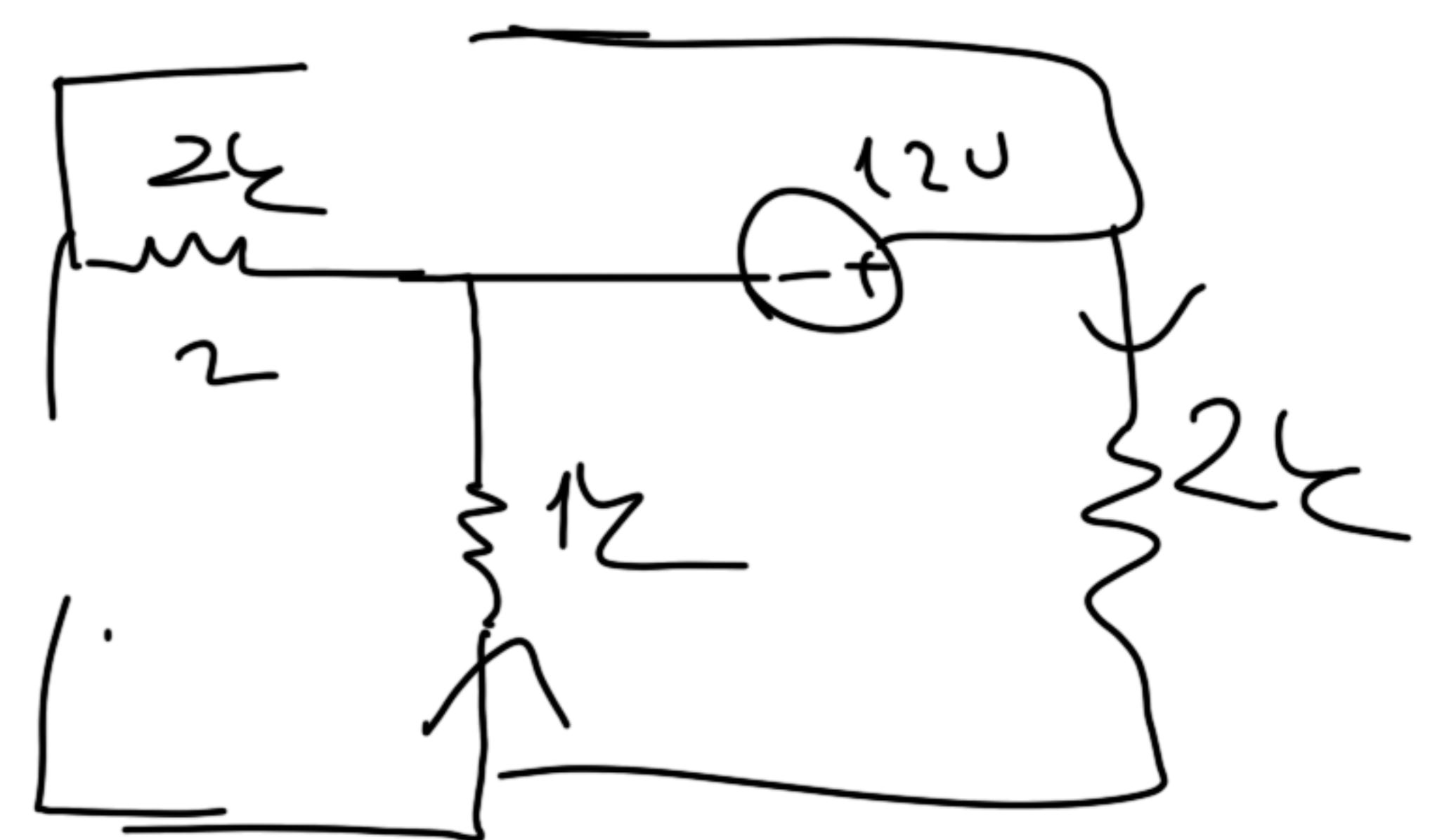
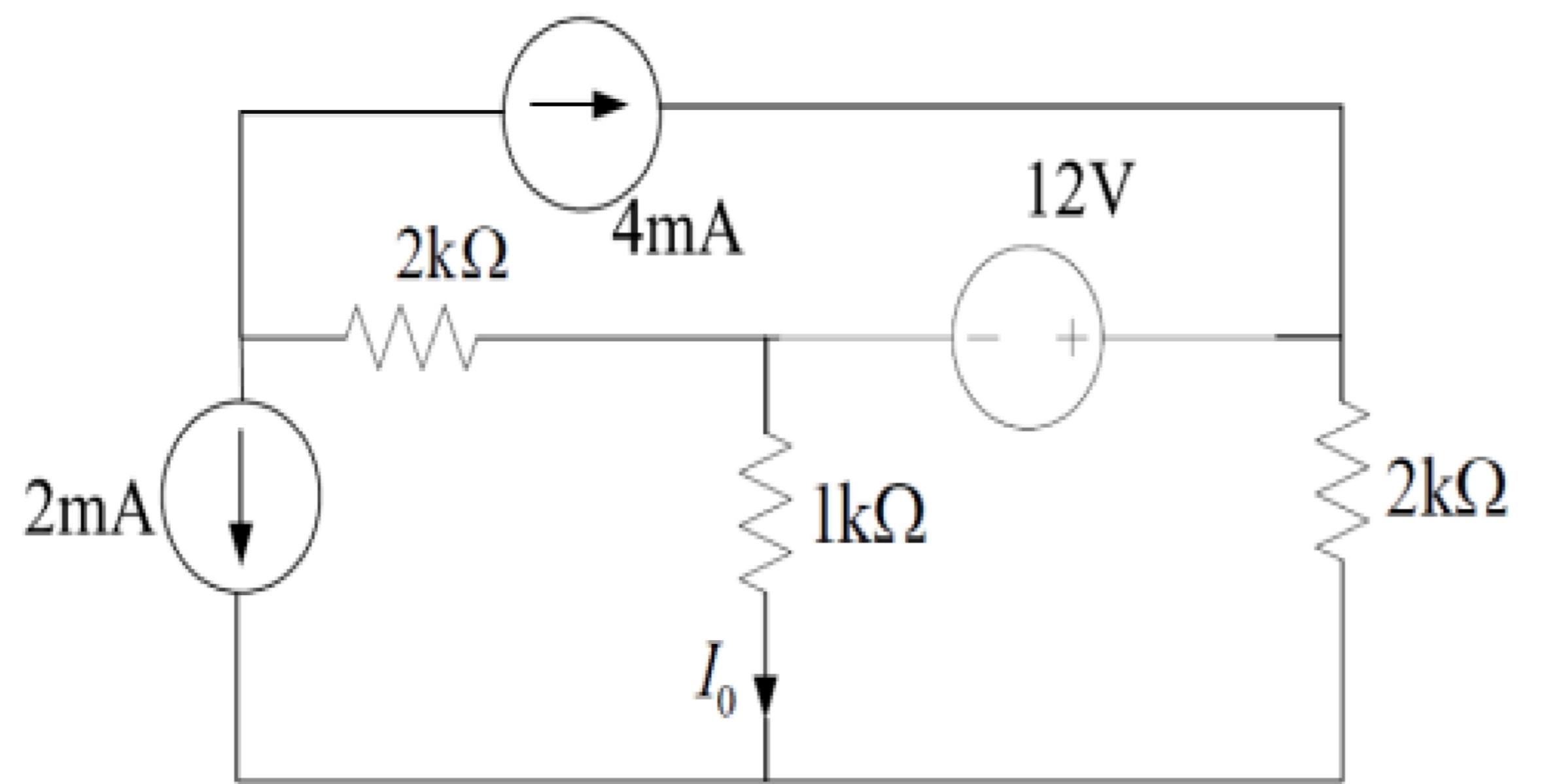
Süperpozisyon



2mA lik kaynağın etkisi



$$I_0' = -4/3 \text{ mA}$$



$$2 \cdot \frac{2}{3}$$

$\left\{ \right.$

$$I_0 = -\frac{4}{3} \text{ mA}$$

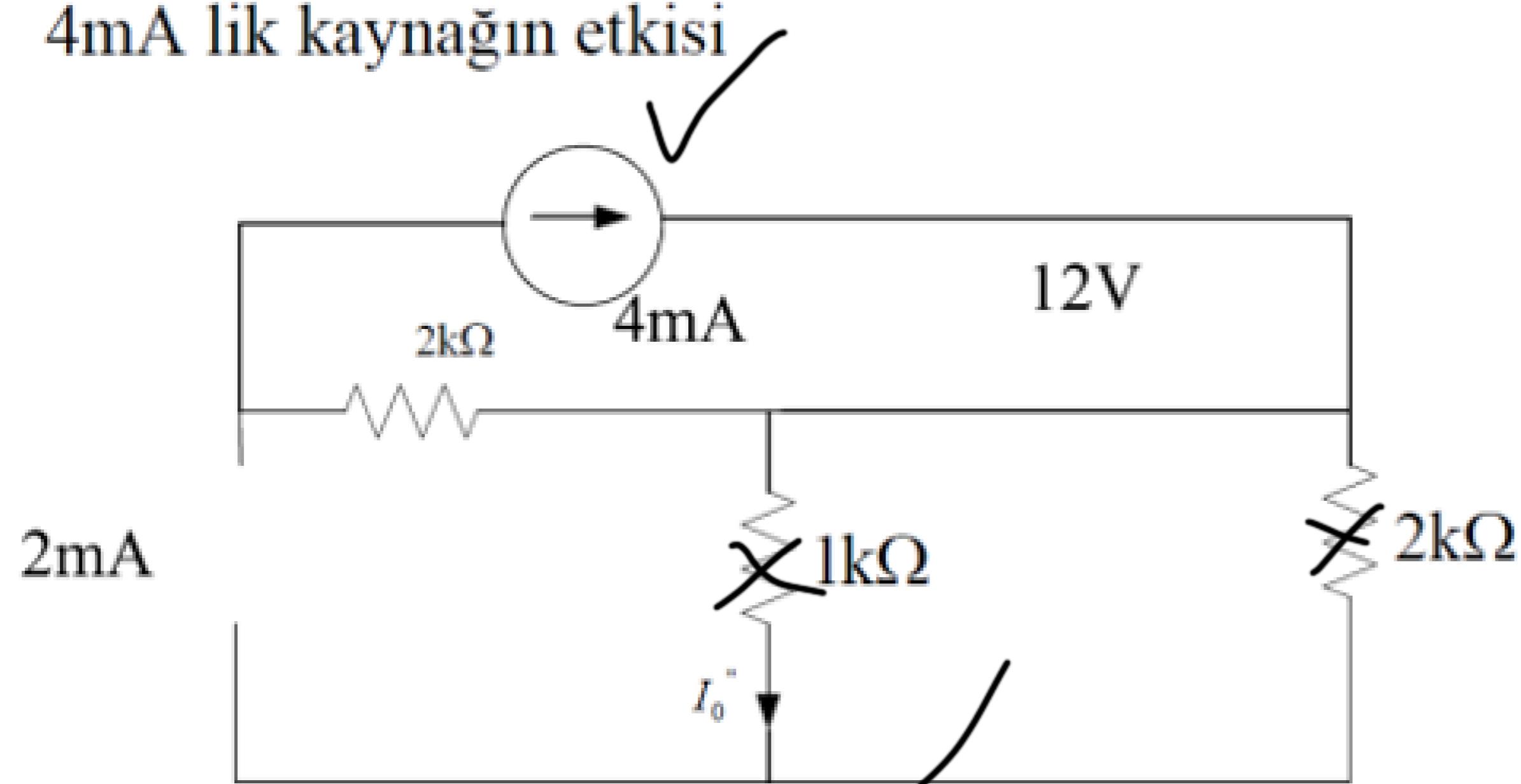
$$12 = 3 \cdot I'_0$$

$$\bar{I}_0'' = 4 \quad \checkmark$$

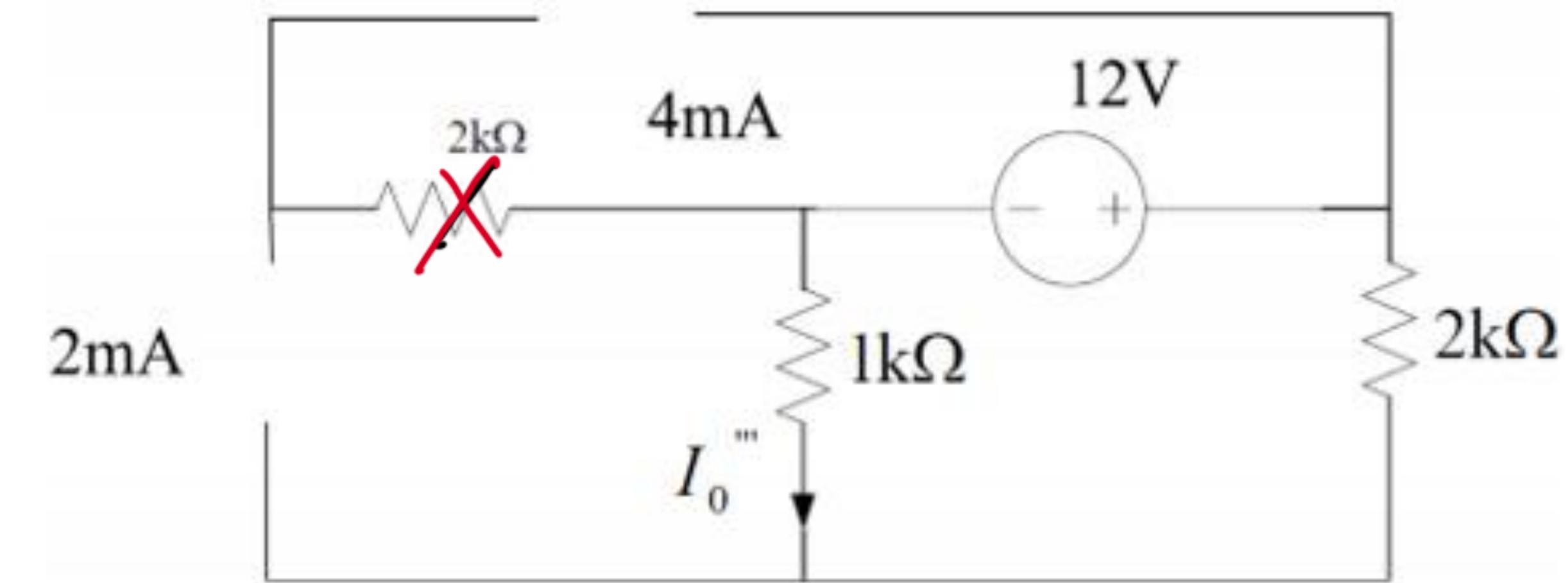
$$\left(\begin{array}{l} I_0' = -4 \\ \end{array} \right)$$

Örnek

4mA lik kaynağın etkisi



12 V luk kaynağın etkisi



Örnek

Sonuç

$$I_0' = -4/3 \text{ mA}$$

$$I_0'' = 0$$

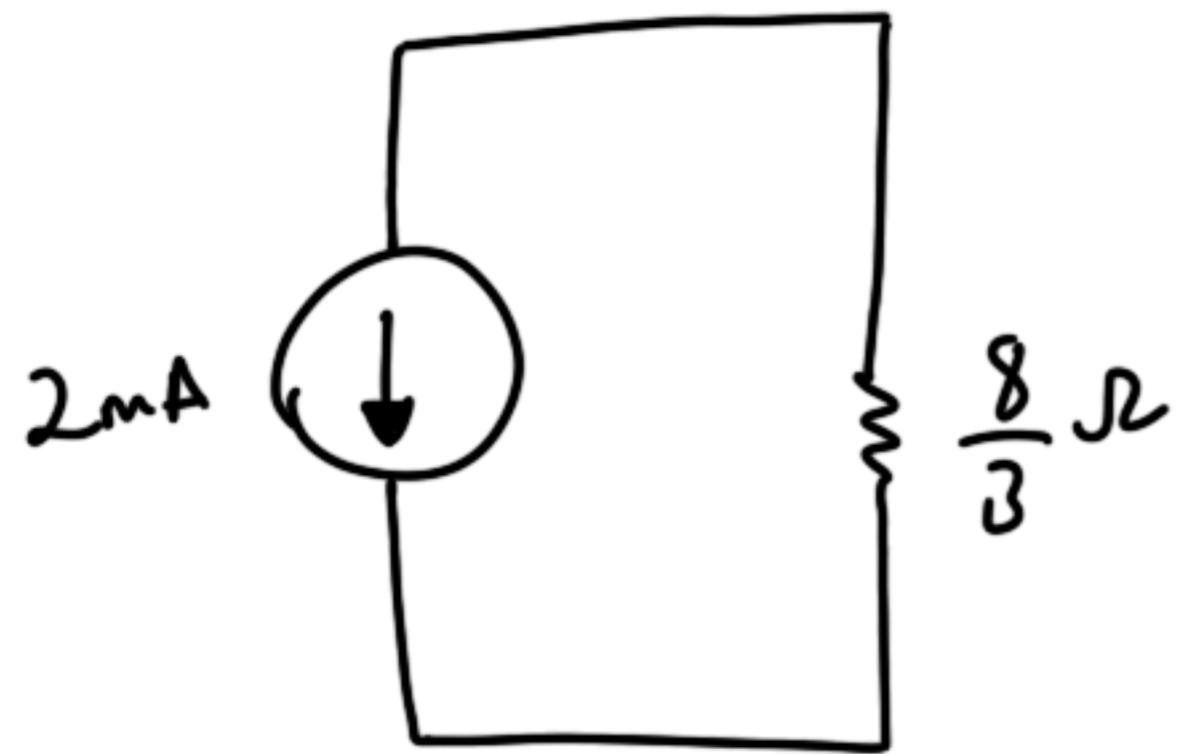
$$I_0''' = -4 \text{ mA}$$

$$\mathbf{I_0 = I_0' + I_0'' + I_0''' = -16/3 \text{ mA}}$$

$$I_0' = 2 \cdot \frac{2}{1+2} = -\frac{4}{3}$$

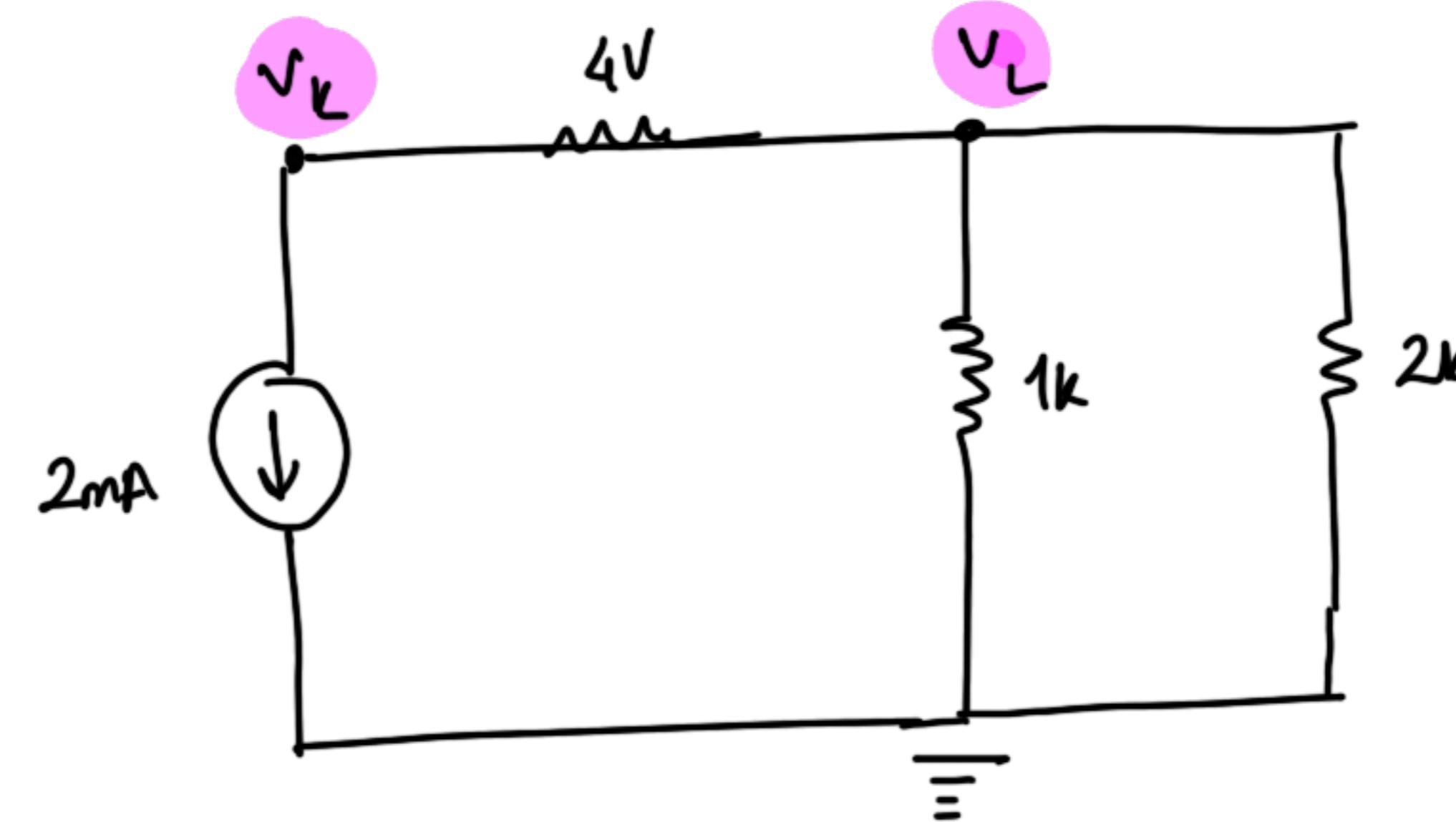
II. vol

$$R_{\text{eq}} = 2 + \frac{1.2}{1+2} = \frac{8}{3} \text{ k}\Omega$$



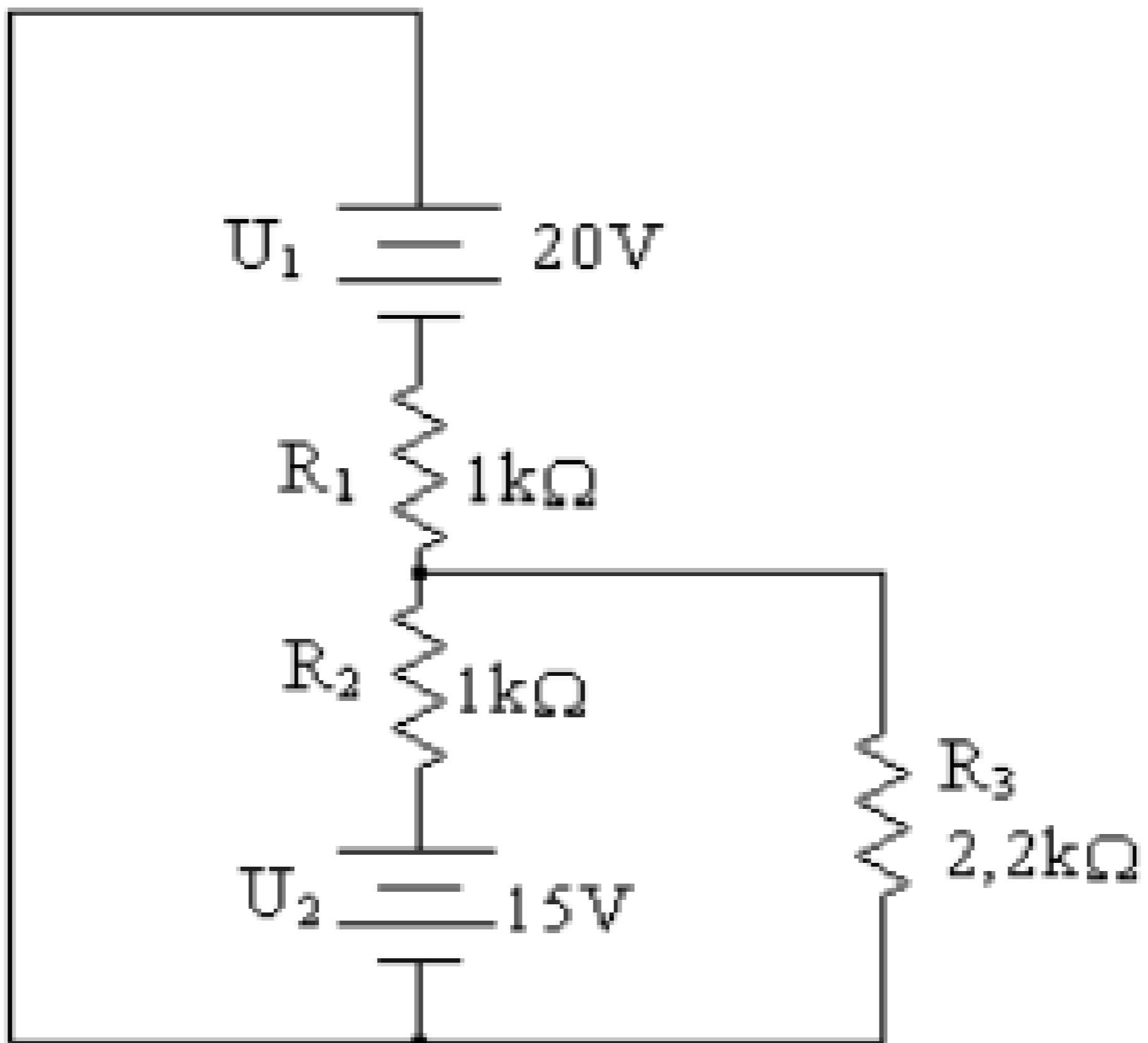
$$V = 2 \cdot \frac{8}{3} = \frac{16}{3} \text{ V}$$

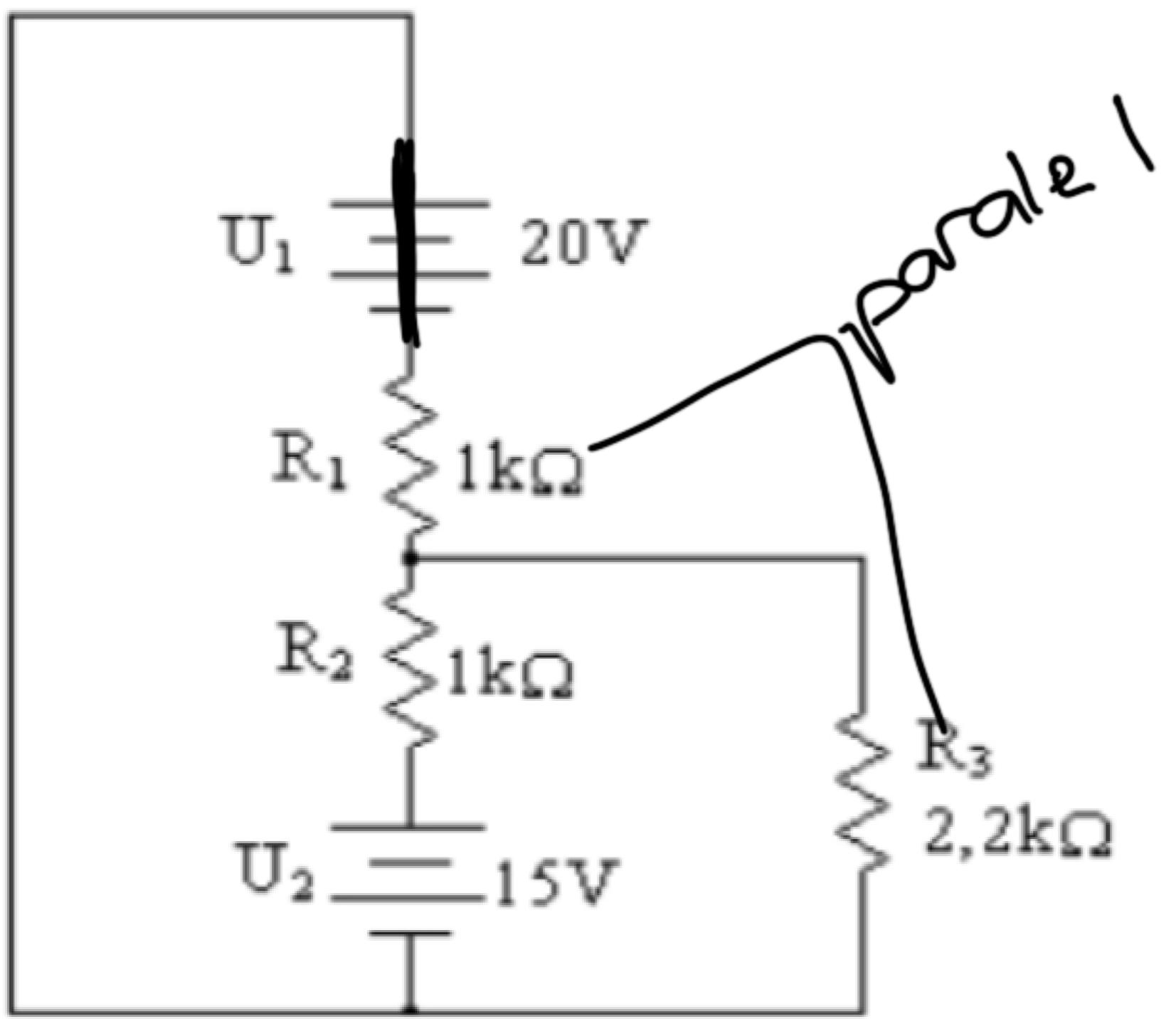
$$V_A = 2 \cdot 2 = 4 \text{ V}$$



$$V_L = V_K - V_A = \frac{16}{3} - 4 = \frac{4}{3} \text{ V}$$

- Örnek: R₃ direncinden geçen akımı süper pozisyon teorimine göre bulunuz



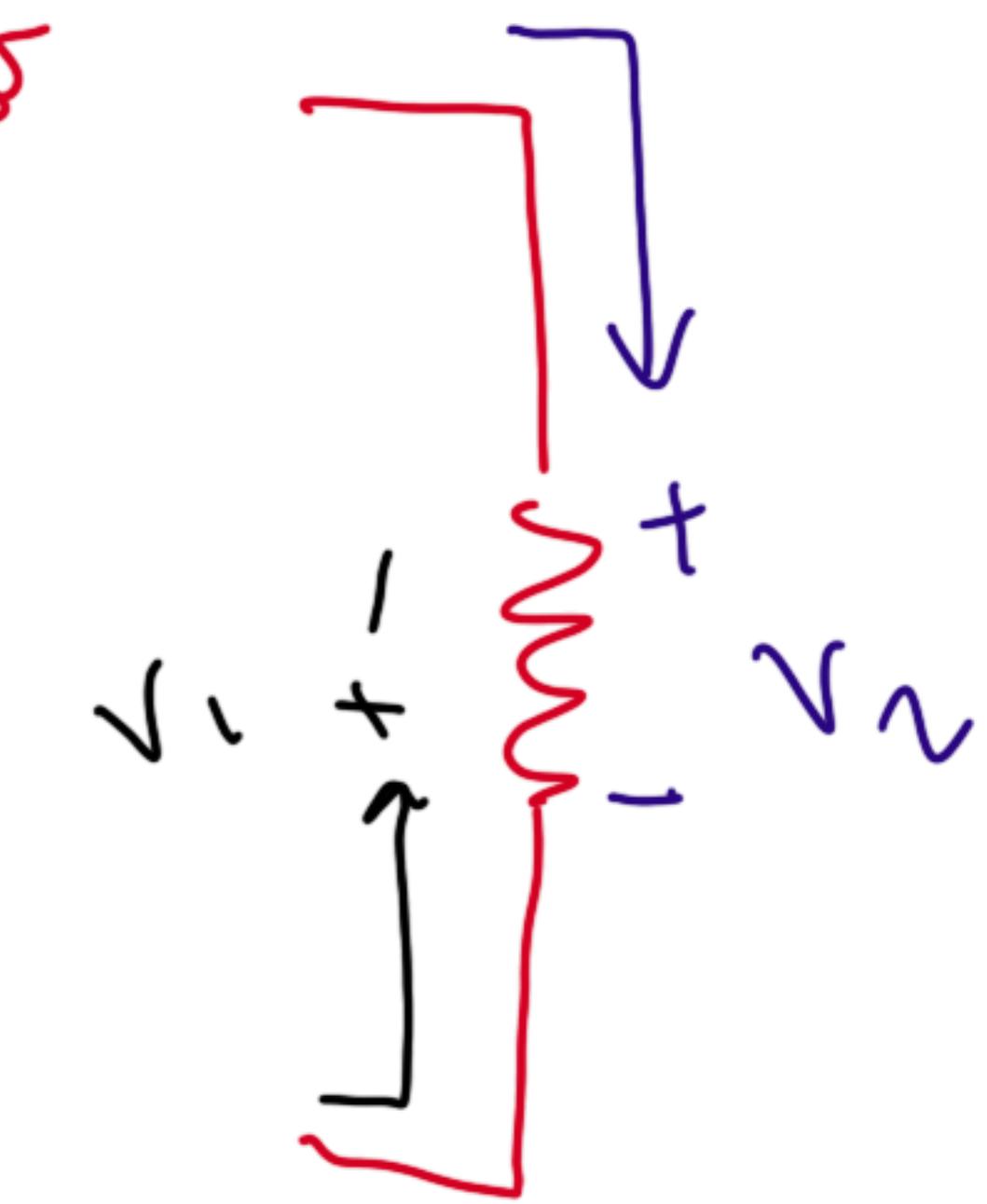


$$R_{eq} = R_2 + \frac{R_1 \cdot R_3}{R_1 + R_3}$$

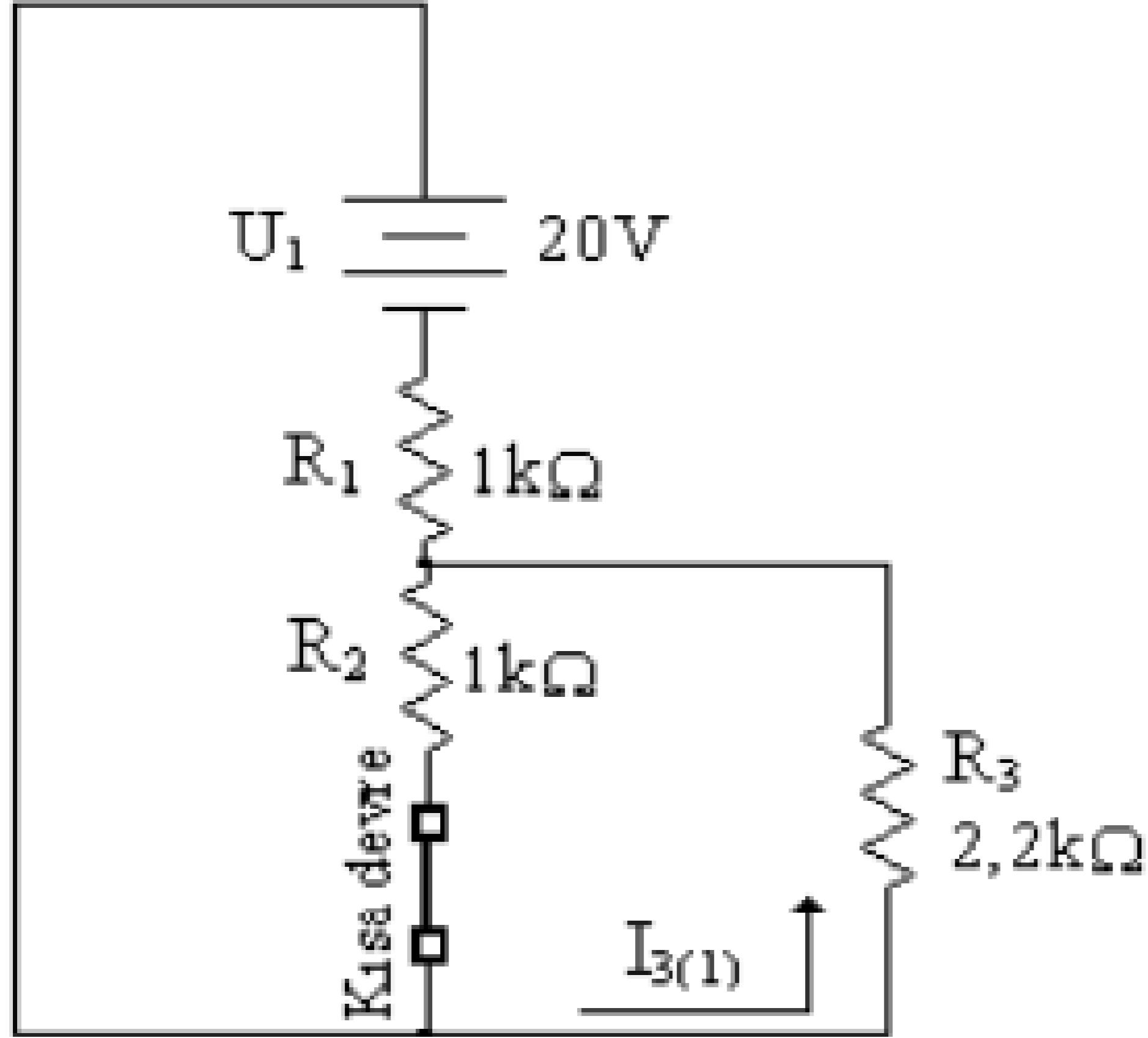
$$R_{eq} = 1 + \frac{1 \cdot 2,2}{3,2} = 1,69 \text{ M}\Omega$$



16,8V



R₃ sinyaldeki
burun degerini.



$$R_{T1} = R_1 + \frac{R_2 \cdot R_3}{R_2 + R_3}$$

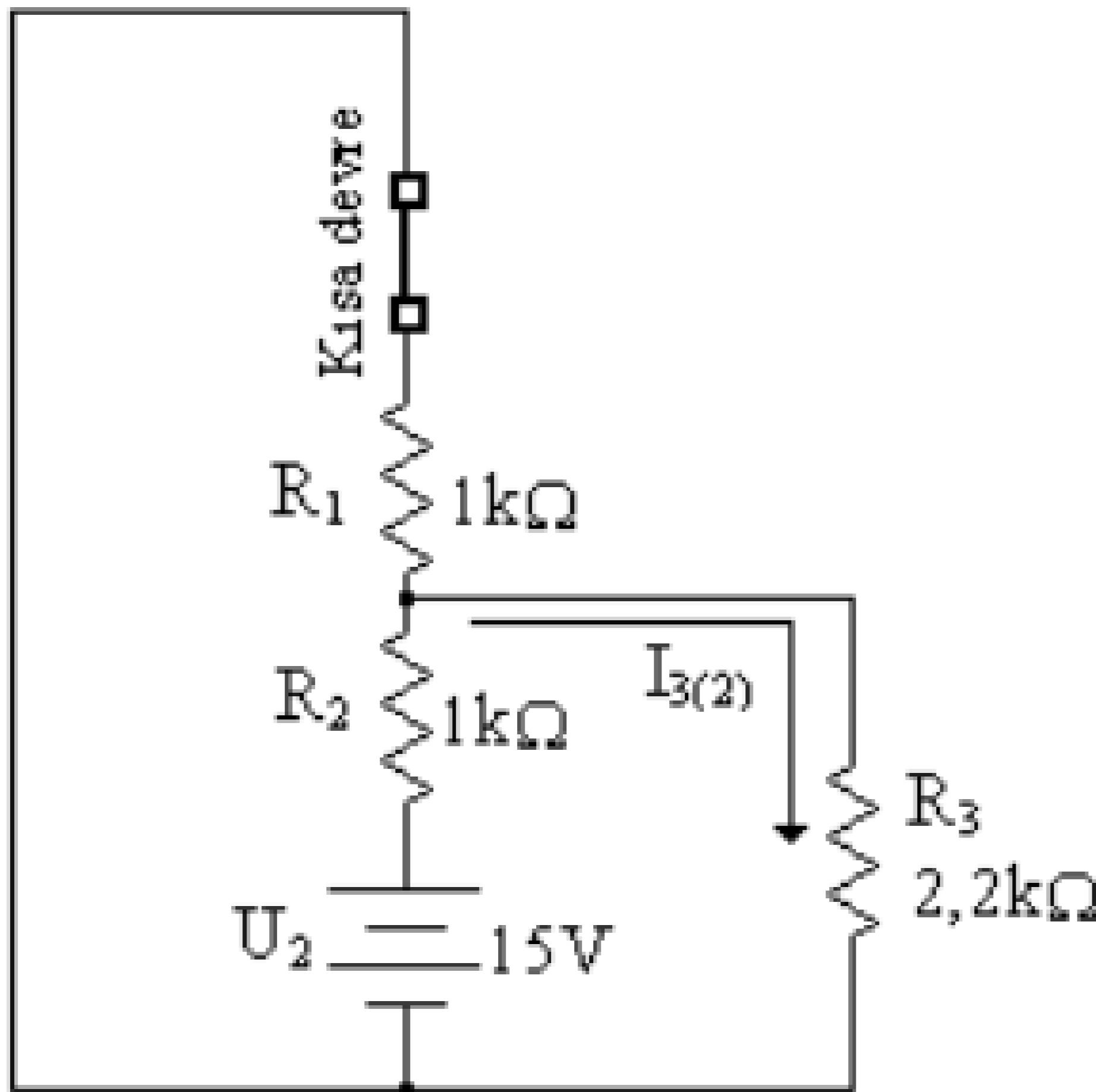
$$I_{T1} = \frac{U_1}{R_{T1}} = \frac{20V}{1,69k\Omega} = 11,8mA$$

*akım bölmeye kaidesinden R_3 ,
üzerinden geçen akım;*

$$I_{3(1)} = \left(\frac{R_2}{R_2 + R_3} \right) \cdot I_{T1} = \left(\frac{1k\Omega}{3,2k\Omega} \right) \cdot 11,8mA$$

$I_{3(1)} = 3,69mA$ bulunur.

Bu akım sadece U_1 gerilimi devrede iken
 R_3 direncinin üzerinden akan akımdır.



Bu durumda hangi dirençler seri hangi dirençler paraleldir?

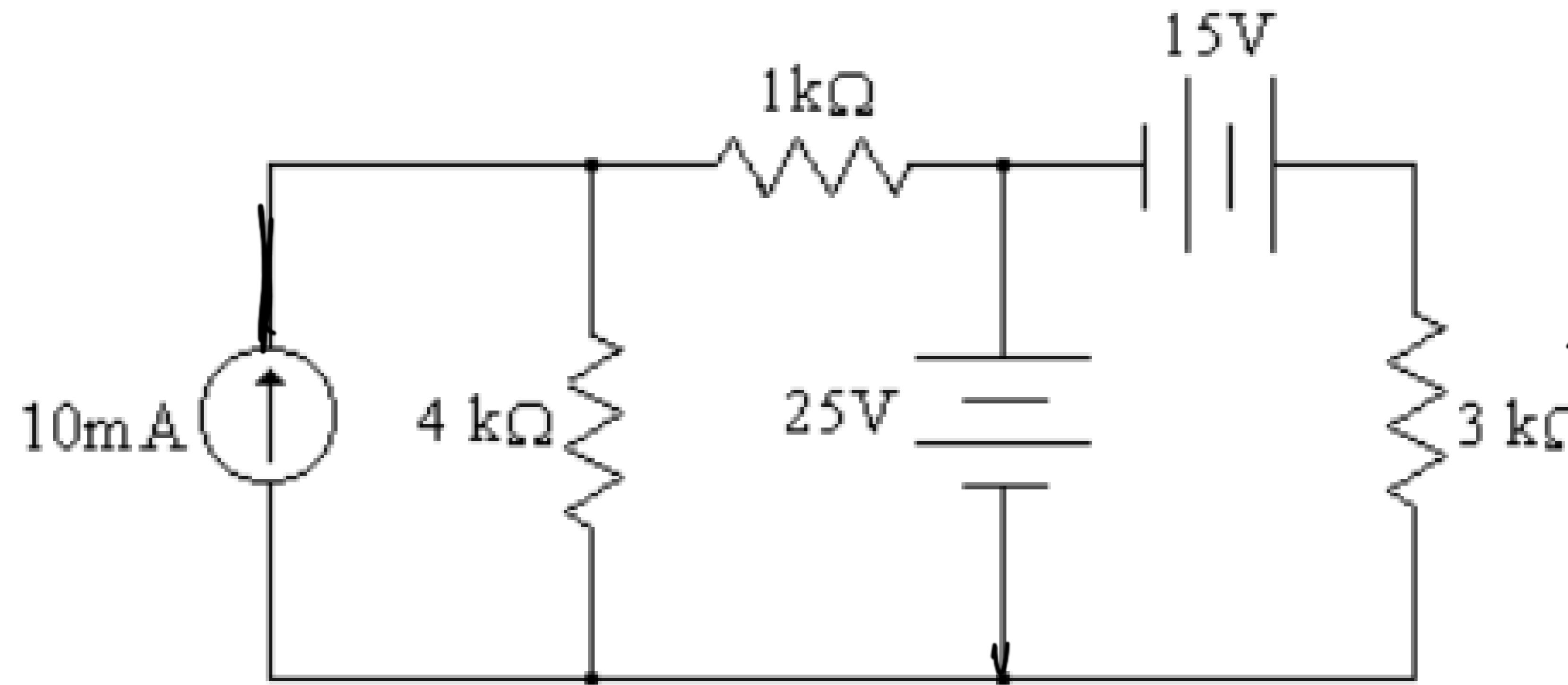
$$\begin{aligned}R_{T2} &= R_2 + \left(\frac{R_1 \cdot R_3}{R_1 + R_3} \right) \\&= 1\text{k}\Omega + \frac{1\text{k}\Omega \cdot 2.2\text{k}\Omega}{3.2\text{k}\Omega} \\&= 1.69\text{k}\Omega\end{aligned}$$

$$I_{T2} = \frac{U_2}{R_{T2}} = \frac{15\text{V}}{1.69\text{k}\Omega} = 8.88\text{mA}$$

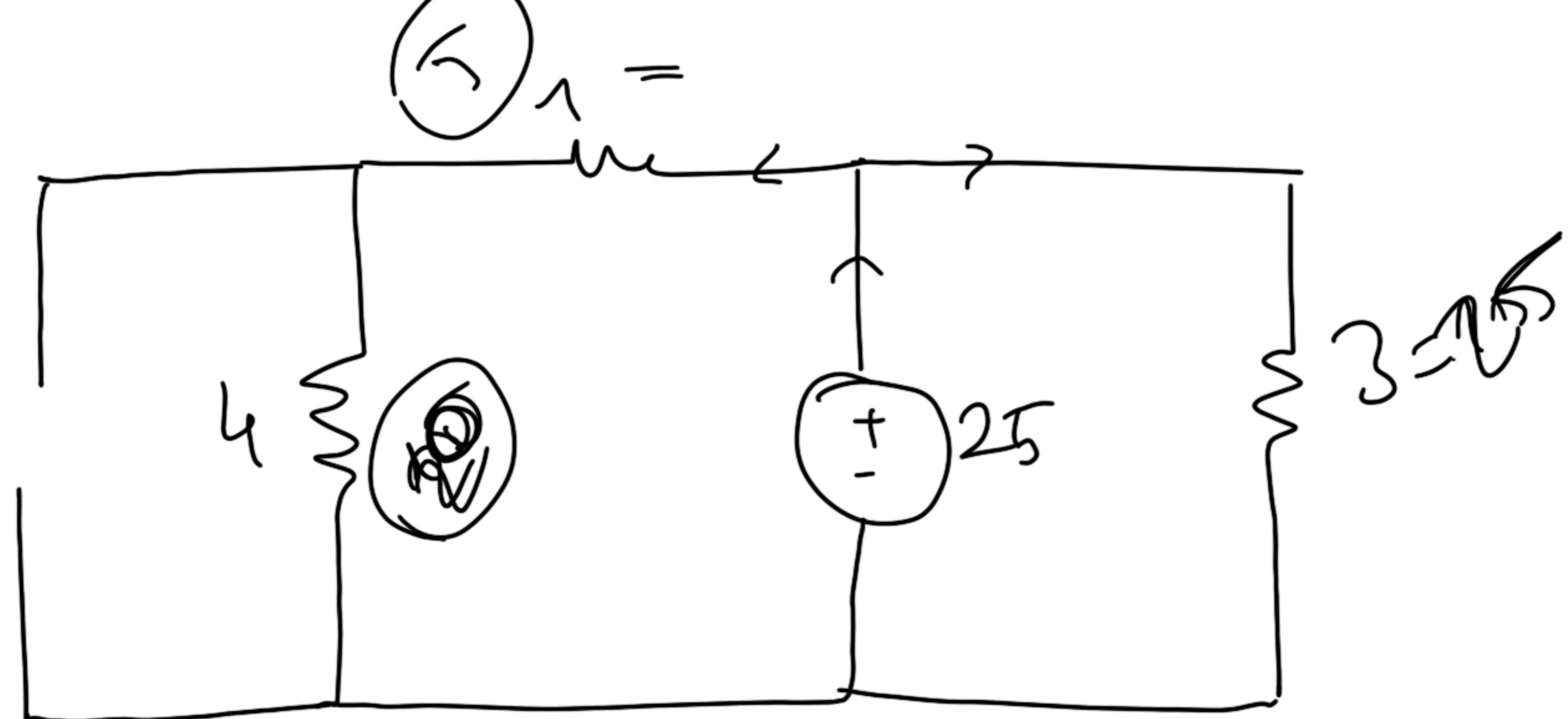
$$I_{3(2)} = \left(\frac{R_1}{R_1 + R_3} \right) \cdot I_{T2} = \left(\frac{1\text{k}\Omega}{3.2\text{k}\Omega} \right) \cdot 8.88\text{mA} = 2.78\text{mA}$$

$$I_{3T} = I_{3(1)} - I_{3(2)} = 3.69\text{mA} - 2.78\text{mA} = 910\text{ }\mu\text{A(mikro Amper)}$$

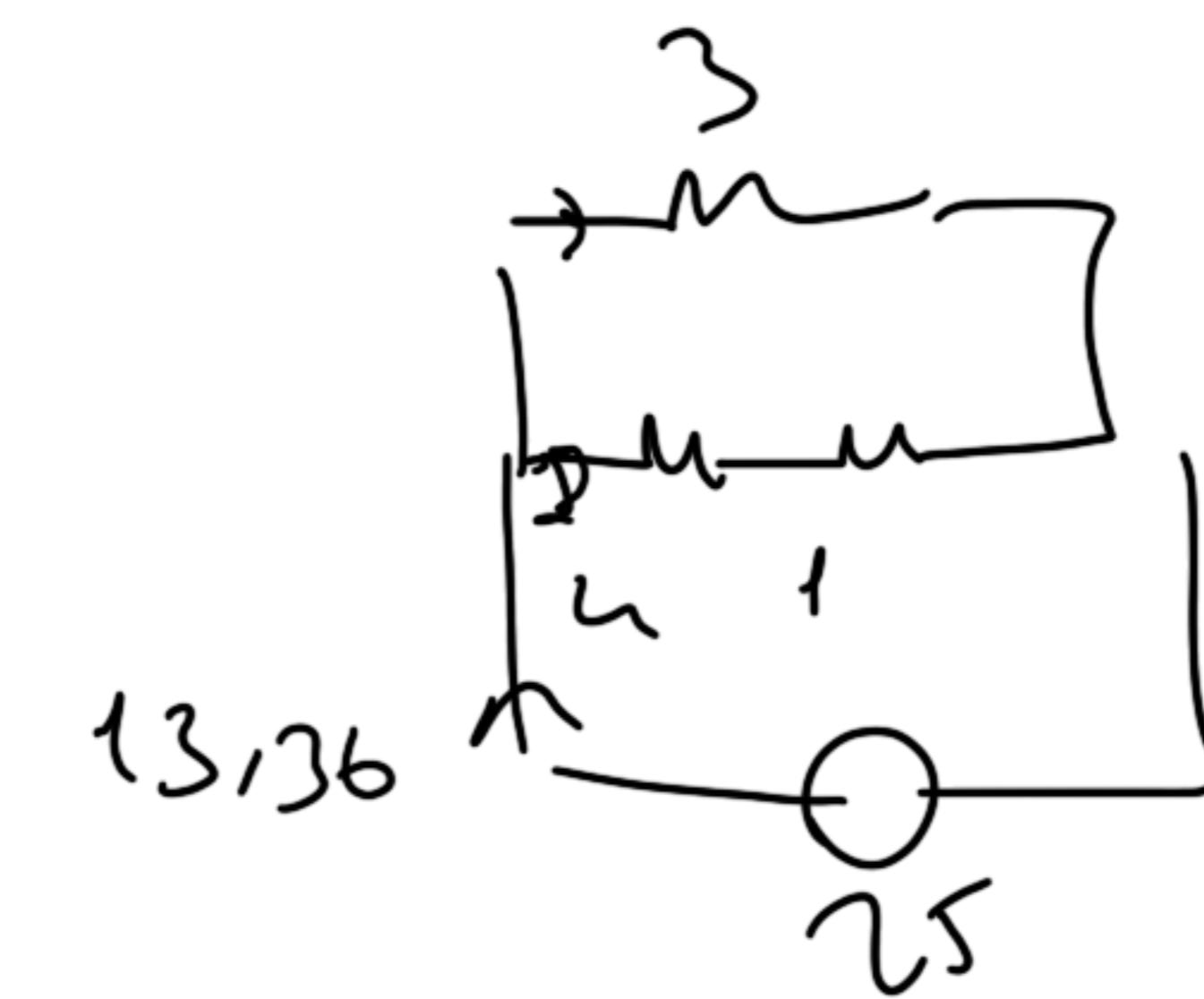
Örnek: 1k'lık direnç üzerine düşen gerilimi süper pozisyon teoremi ile bulunuz



$$Ker \cdot 4 \cdot 1 = 0 \cdot 8$$

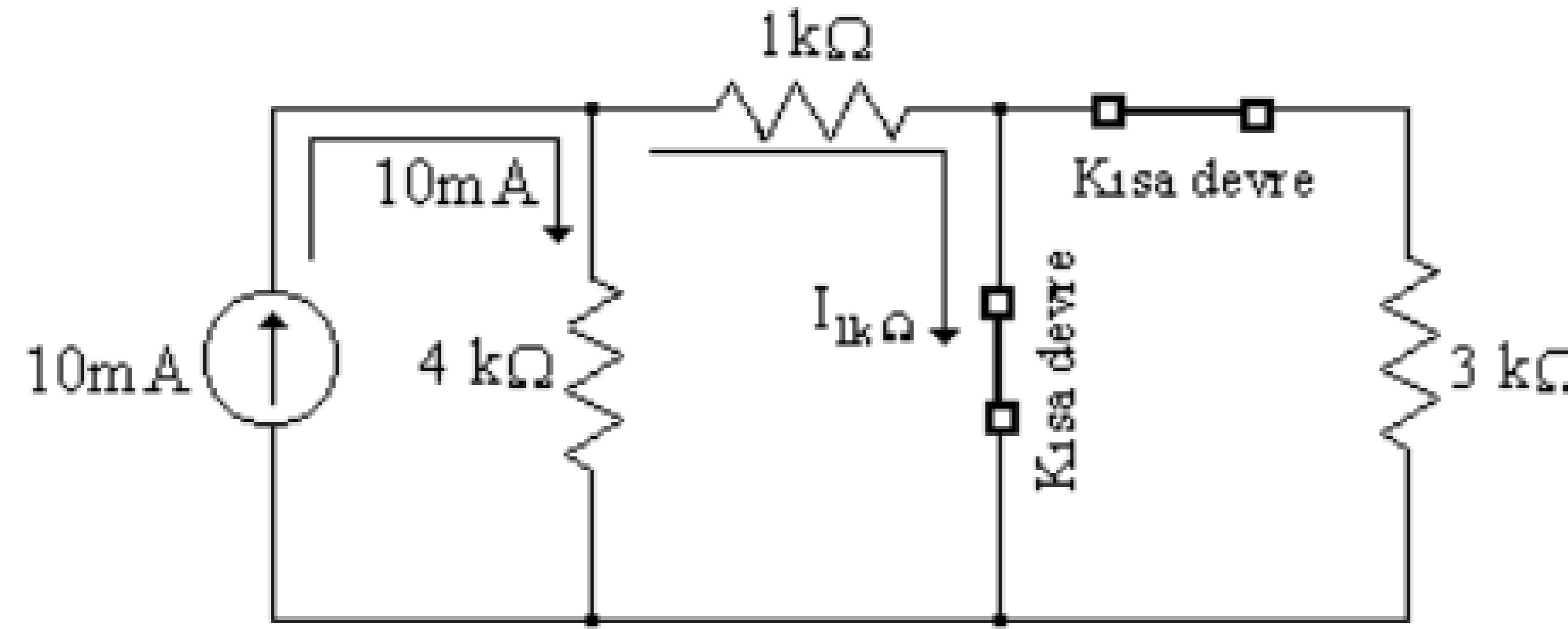


$$R_{\text{eq}} = \frac{5 \cdot 3}{8} = \frac{15}{8} = 1,87$$



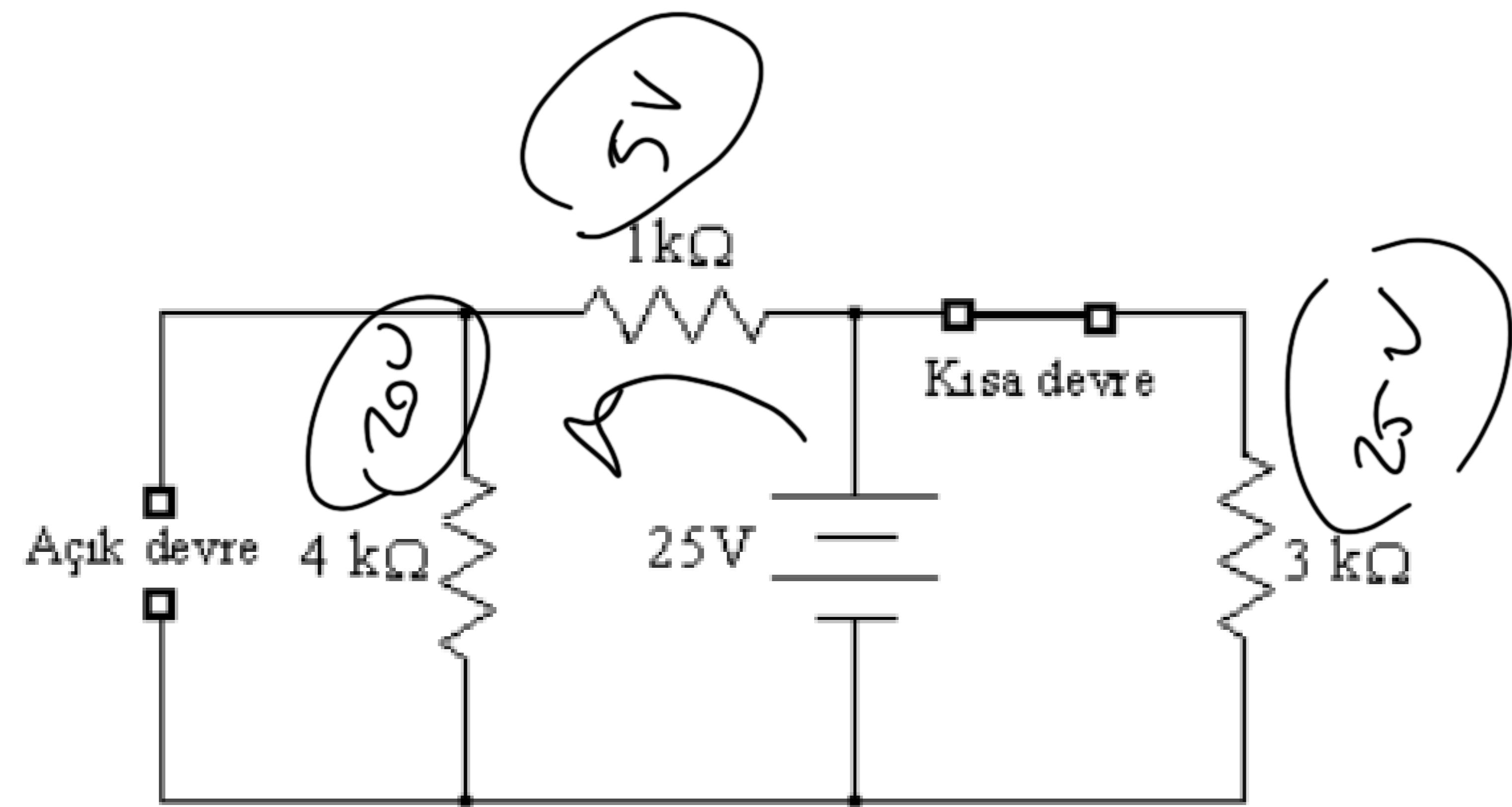
$$\frac{v}{r} = \frac{25 \cdot 8}{15}$$

$$= 13,36 \text{ A}$$

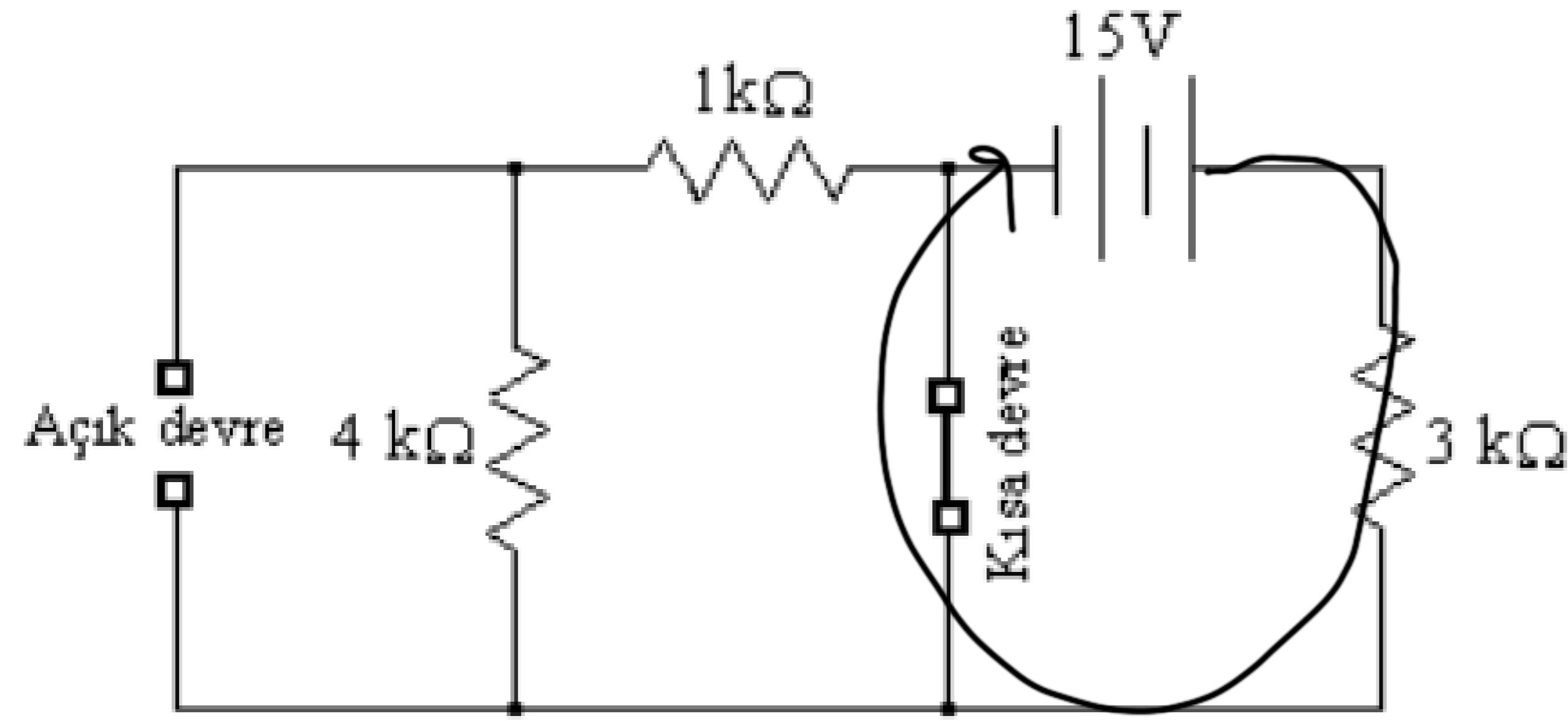


$$I_{1k\Omega} = \left(\frac{4k\Omega}{1k\Omega + 4k\Omega} \right) \cdot 10\text{mA} = 8\text{mA} \Rightarrow U_1 = (8\text{mA}) \cdot (1k\Omega) = +8^- \text{V}$$

*Alım
6045mm*



$$U_2 = \left(\frac{1\text{k}\Omega}{1\text{k}\Omega + 4\text{k}\Omega} \right) \cdot 25\text{V} = -5^+ \text{V} \text{ bulunur.}$$

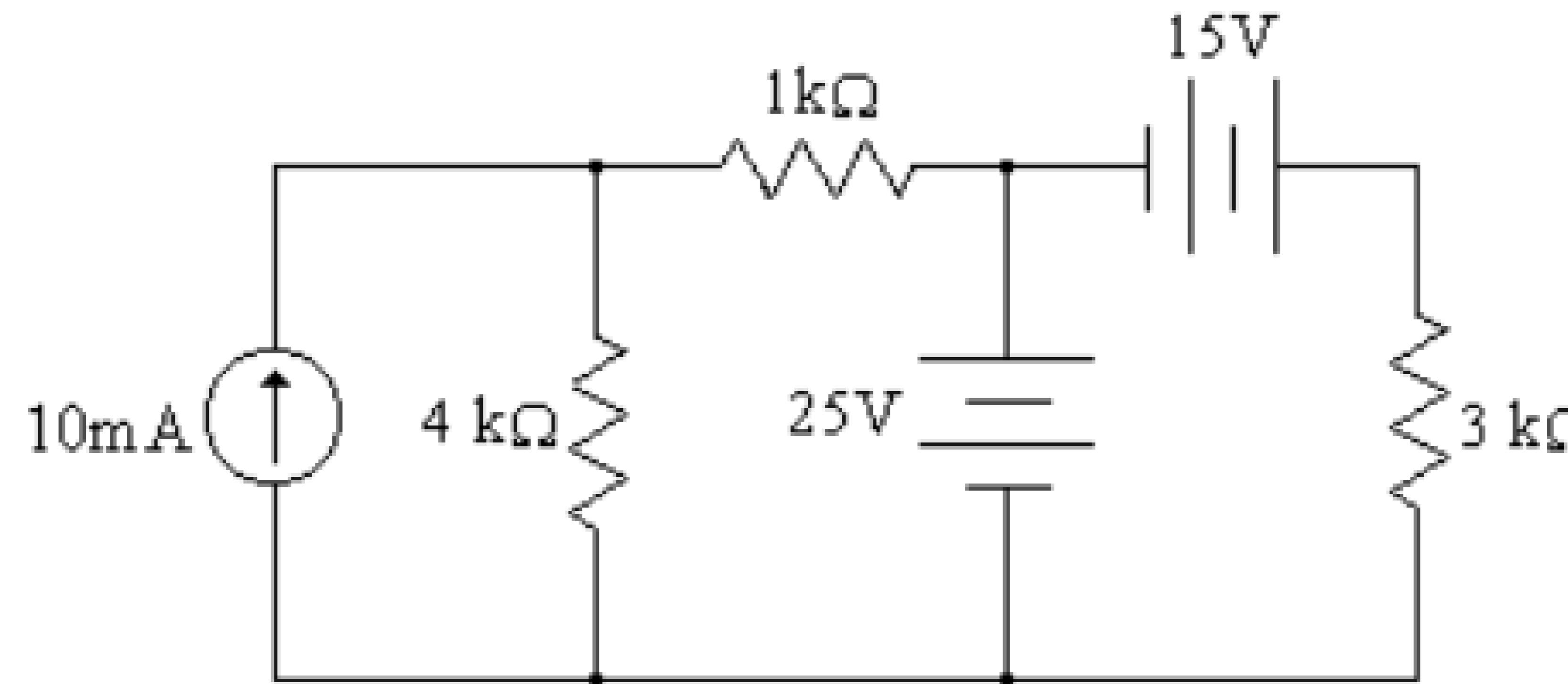


1k Ω üzerinden bu kaynağın akım akıtmadığı görülür. Nedenine gelince çıkardığımız 25V'luk kaynağın uçlarındaki kısa devreden dolayıdır. 1k Ω üzerinden akım geçmediği içinde gerilim düşümü; U₃=0 olur

Tüm kaynakların toplam gerilimi:

$$U_{1k\Omega} = U_1 + U_2 + U_3 = (+8^- V) + (-5^+ V) + 0V = +3^- V$$

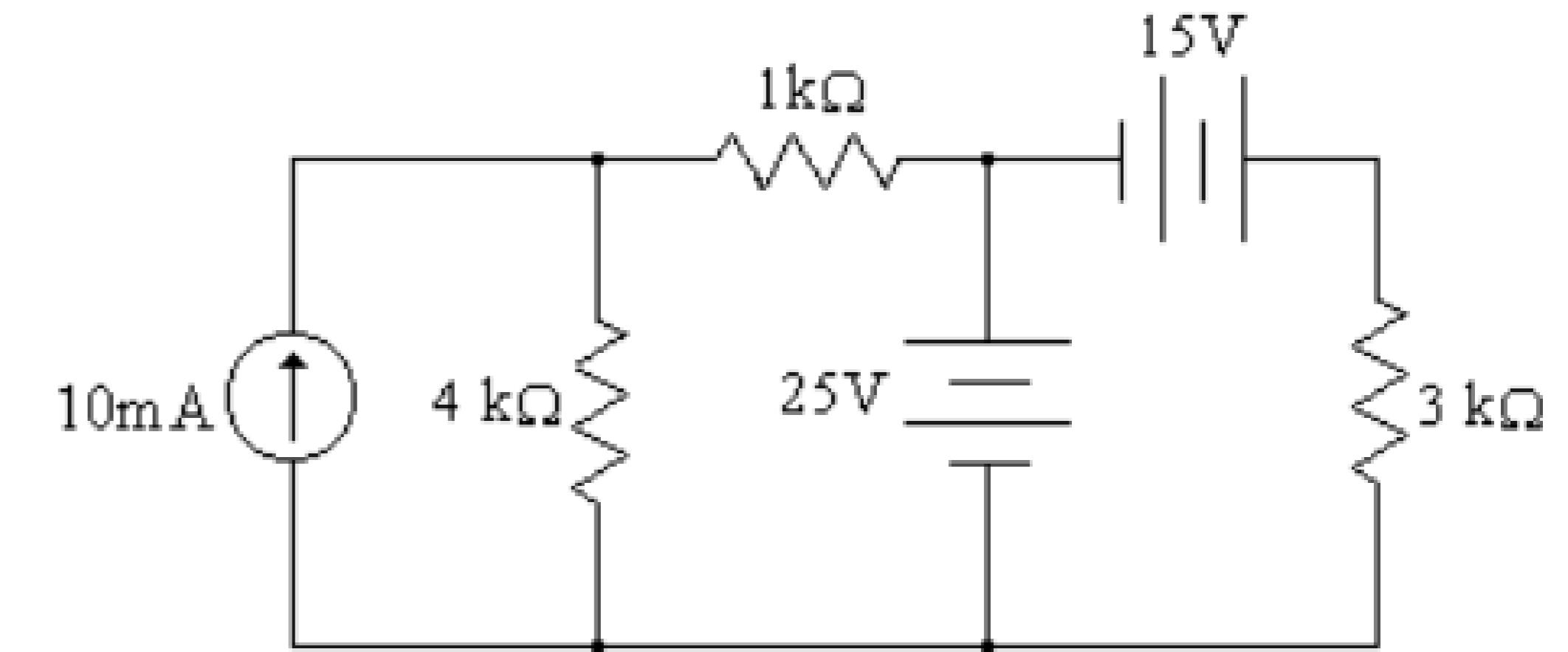
- Bu örnekte $1\text{k}\Omega$ üzerinde harcanan **güç** de istenmiş olsaydı. Süperpozisyon yöntemi ile bulunan gücün doğru olarak bulunup bulunamayacağını gösterelim !!!



- $1\text{k}\Omega$ üzerindeki gerilim 3V olarak bulmuştuk, güç formülünden elemanın harcadığı güç;

$$P_{1\text{k}\Omega} = \frac{U_{1\text{k}\Omega}^2}{R_{1\text{k}\Omega}} = \frac{3^2}{10^3\Omega} = 9\text{mW}$$

Devredeki aktif kaynakların $1\text{k}\Omega$ dirence verdikleri güçleri ayrı ayrı bulup bu bulduğumuz güçle karşılaştıralım eğer sonuç birbirine eşit çıkarsa bu yöntemle bulunan güçler doğrudur aksi durumda bu yöntemle güç bulunmaz yorumu yapmak gereklidir.



10mA'lık kaynağın 1kΩ için harcadığı güç $P_1 = \frac{U_1^2}{R_{1k\Omega}} = \frac{8^2 V}{10^3 \Omega} = 64mW$

25V'luk kaynağın 1kΩ için harcadığı güç $P_2 = \frac{U_2^2}{R_{1k\Omega}} = \frac{5^2 V}{10^3 \Omega} = 25mW$

15V'luk kaynağın 1kΩ için harcadığı güç $P_3 = \frac{U_3^2}{R_{1k\Omega}} = \frac{0V}{10^3 \Omega} = 0mW$

Bu kaynakların 1kΩ için harcadıkları toplam güç;

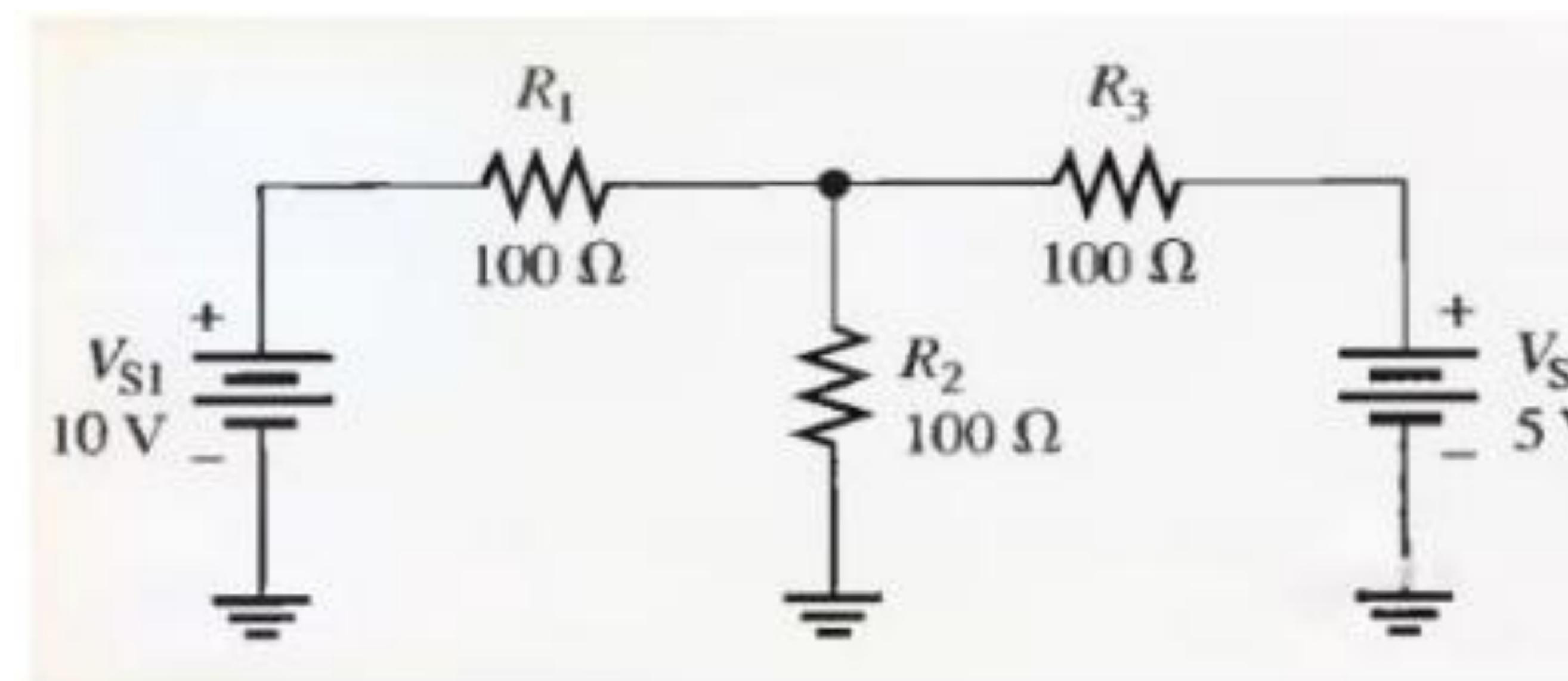
$$P_1 + P_2 + P_3 = 64mW + 25mW + 0mW = 89mW$$

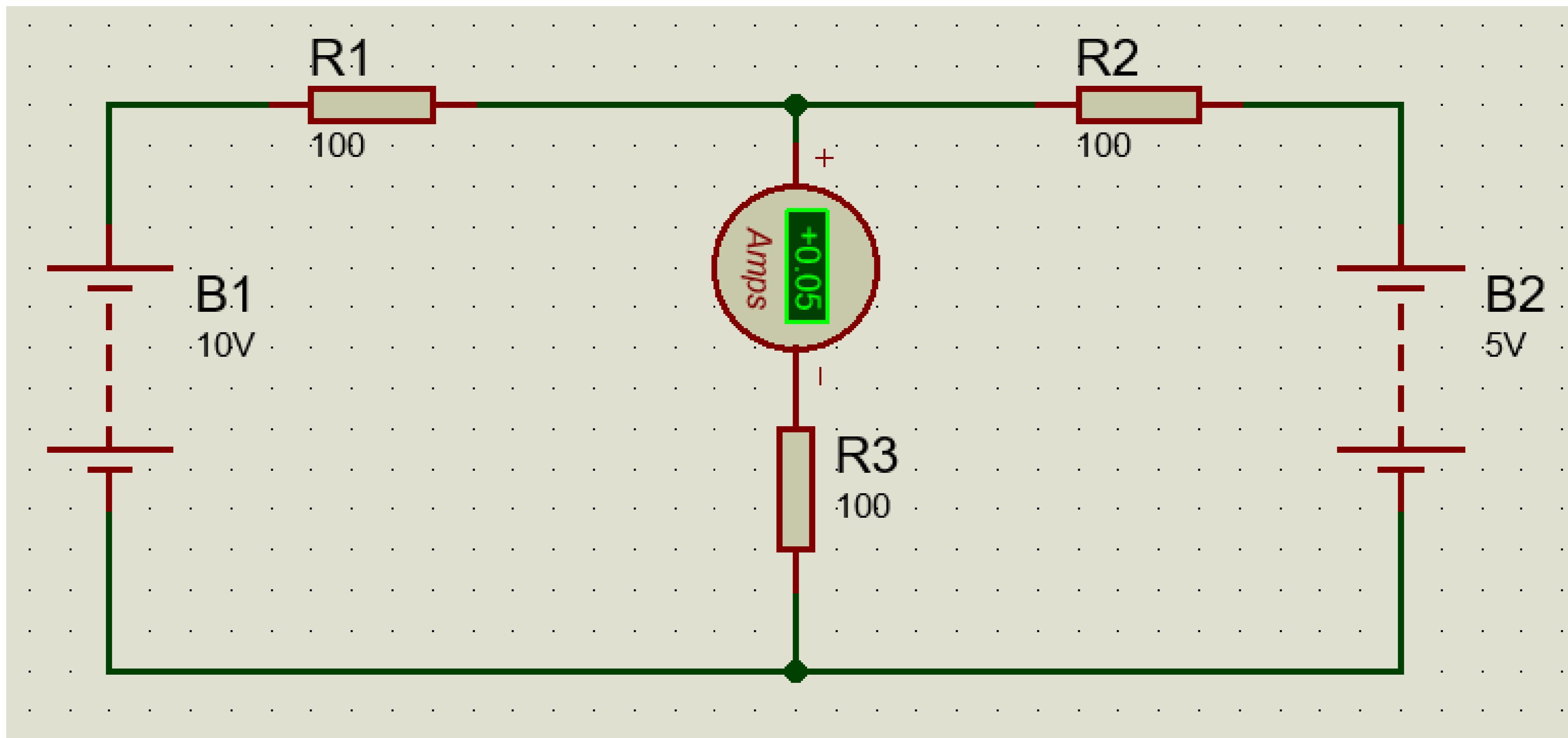
$$\neq \quad P_{1k\Omega} = \frac{U_{1k\Omega}^2}{R_{1k\Omega}} = \frac{3^2}{10^3 \Omega} = 9mW$$

Kaynakların harcadığı güçle $P_{1k\Omega}$ bulunan güç farklıdır. **Bu yöntemle bulunan güç doğru değildir.** Çünkü süperpozisyon teoremi lineer değerler için kullanılan bir teoremdir. **Güç ise lineer değildir.**

Aktive Learning:

- 1. Aşağıdaki devrede R_2 'den geçen akımı süperpozisyon teoremini kullanarak bulunuz.





- 2. Aşağıdaki devreyi süper pozisyon yöntemi ile çözünüz. Belirtilen akım değerlerini hesaplayınız.

