

ELEKTRİK DEVRE TEMELLERİ

DERS NOTLARI

Kapasitans ve Endüktans

Örnek sorular

Kapasitif Reaktans

Kondansatöre uygulanan alternatif gerilimin etkin değerinin akımın etkin değerine oranı (U/I) sabittir. Bu oran kondansatörün alternatif akıma karşı gösterdiği direnci ifade eder. Bu direnç değerine “**kapasitif reaktans**” adı verilir.

$$X_C = \frac{U_C}{I_C} \text{ 'dir.}$$

X_C , Kondansatörün kapatitif reaktansı (ohm)

U_C , Kondansatör uçlarındaki gerilim (volt)

I_C , Kondansatörden geçen akım (amper)

Kondansatörlü alternatif akım devrelerinde kapasitif reaktans kondansatörün kapasitesi ve kaynağın frekansına bağlıdır.

$$X_C = \frac{1}{\omega \cdot C} = \frac{1}{2\pi f \cdot C}$$

X_C , Kondansatörün kapasitif reaktansı (ohm)

ω , Kaynak geriliminin açısal hızı (rad/s)

C , Kondansatörün kapasitesi (farad)

f , Kaynak gerilimin frekansı (hertz)

Örnek: $0,47\mu F$ lik bir kondansatörün $1kHz$, $50Hz$ ve $12V-DC$ 'de göstereceği kapasitif reaktanslarını bulunuz.

Verilenler $C=0,47\mu F$

$f_1=1kHz$ $f_2=50Hz$

$f_3=0$ (*Doğru akımda frekans yoktur*)

12V-1kHz $X_C = \frac{1}{2\pi f \cdot C} = \frac{1}{2\pi \cdot 1000 \cdot 0,47 \cdot 10^{-6}}$

$$X_C = \frac{10^6}{2953,097} = 338,628\Omega$$

12V-50Hz $X_C = \frac{1}{2\pi f \cdot C} = \frac{1}{2\pi \cdot 50 \cdot 0,47 \cdot 10^{-6}}$

$$X_C = \frac{10^6}{147,655} = 6772,55\Omega$$

12V-DC $X_C = \frac{1}{2\pi f \cdot C} = \frac{1}{2\pi \cdot 0 \cdot 0,47 \cdot 10^{-6}} = \infty$

Kondansatör DC'de sonsuz direnç gösterir.

Örnek: Kapasitesi $4\mu F$ olan bir kondansatöre $50Hz$ frekanslı $220V$ luk bir alternatif gerilim uygulandığında çekilen akımı bulunuz

Verilenler

$$C=4\mu F$$

$$U=220V$$

$$f=50Hz$$

Kondansatörün kapasitif reaktansı

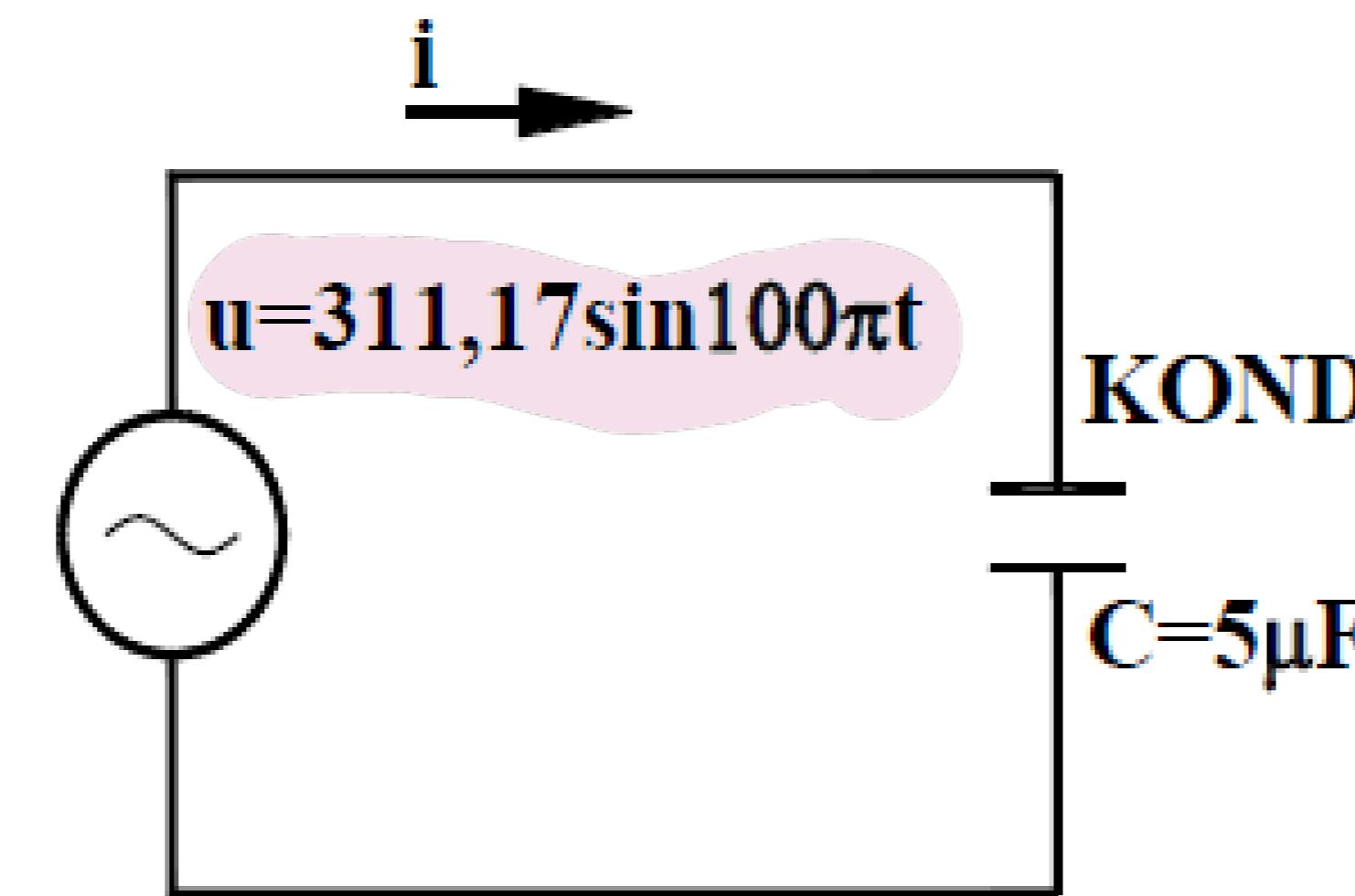
$$X_C = \frac{1}{2\pi f C} = \frac{1}{2\pi \cdot 50 \cdot 4 \cdot 10^{-6}} = \frac{10^6}{1256,637}$$

$$X_C = 795,775\Omega$$

Kondansatörün çektiği akım

$$I = \frac{U_C}{X_C} = \frac{220}{795,775} = 0,276A \text{ olarak elde edilir.}$$

Örnek: Şekildeki devreden geçen akımın denklemini bulunuz.



Kondensatör

$$U = U_m \cdot \sin(2\pi f t)$$

$$i = i_{\max} \sin(\omega t + \varphi_0)$$



Verilenler (Kondansatör bulunduran devre)

$$C = 5 \mu F$$

$$U_m = 311,17 V$$

Devrenin frekansı

$$\omega = 2 \cdot \pi \cdot f = 100\pi \Rightarrow f = 50 \text{ Hz}$$

Kondansatörün kapasitif reaktansı

$$X_C = \frac{1}{2\pi f C} = \frac{1}{2\pi \cdot 50 \cdot 5 \cdot 10^{-6}} = 636,62 \Omega$$

Devre akımının maksimum değeri

$$I_m = \frac{U_m}{X_C} = \frac{311,17}{636,62} = 0,489A$$

Devre akımının denklemi

$$i_C = I_m \cdot \sin \omega t = I_m \sin(2\pi f \cdot t + \varphi)$$

$$i_C = 0,489 \cdot \sin(2\pi \cdot 50 \cdot t + 90^\circ)$$

$$i_C = 0,489 \cdot \sin(100\pi t + 90^\circ)$$

$$i_C = 0,489 \cdot \sin(100\pi t + \frac{\pi}{2})$$

Kondansatöre uygulanan alternatif gerilim, kondansatörden alternatif bir akım geçirir. Bu akım gerilimden 90° ileri fazlıdır.

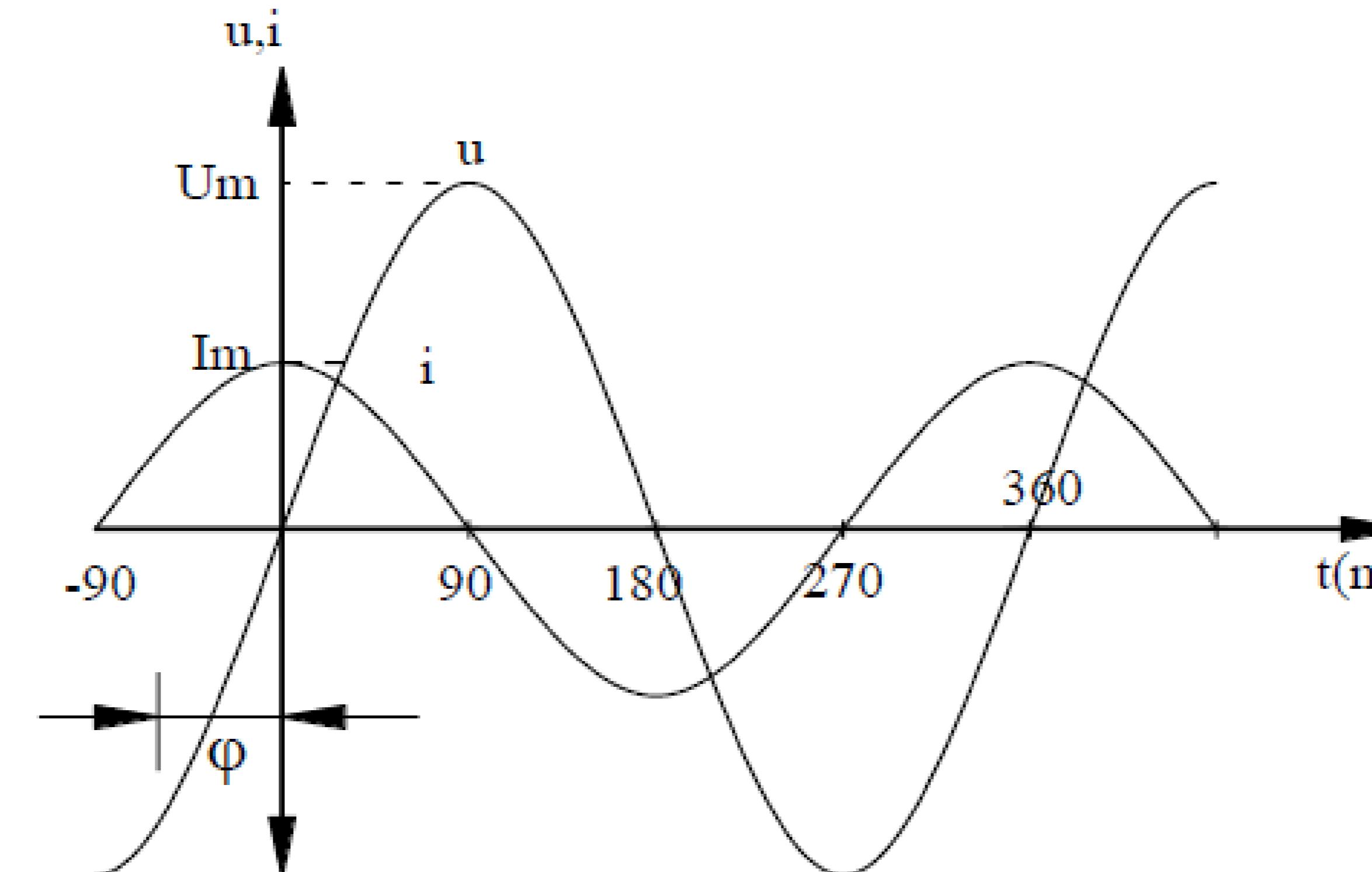
Kondansatörden geçen akım gerilimin saykılına göre akar. Yani yarım saykında bir yönde akım akarken, diğer yarım saykında ters yönde bir akım akar.

Gerilimin anı değer denklemi

$$u = U_m \cdot \sin \omega t$$

Akımlın anı değer denklemi

$$i = I_m \cdot \sin(\omega t + 90^\circ)$$



Endüktif Reaktans

Bir bobine alternatif bir gerilim uygulandığında devreden alternatif bir akım geçer. Bir bobin için gerilimle akımın etkin değerlerinin oranı (U/I) sabittir. Bu oran bobinin alternatif akıma karşı gösterdiği direnci ifade eder. Bu direnç değerine de **endüktif reaktans** denir.

$$X_L = \frac{U_L}{I_L} \text{ 'dir. Burada; } X_L, \text{ Bobinin endüktif reaktansı(ohm)}$$

U_L , Bobin uçlarındaki gerilim(volt)

I_L , Bobinden geçen akım(amper)

Bobinli alternatif akım devrelerinde endüktif reaktans iki şeye bağlıdır. Bunlar; bobinin endüktansı ve kaynağın frekansıdır.

$$X_L = \omega \cdot L = 2\pi f \cdot L \text{ 'dir.}$$

Burada; X_L , Bobinin endüktif reaktansı(ohm)

ω , Kaynak gerilimin açısal hızı(rad/s)

L , Bobinin endüktansı(Henry)

f , Kaynağın frekansı(Hertz)

Örnek: Endüktansı **$100\mu H$** olan bir bobinin **$50Hz$** - **$1,5kHz$** ve **DA**'daki endüktif reaktansını bulunuz.

$f_1 = 50Hz$

$$X_{L1} = \omega \cdot L = 2\pi f_1 \cdot L$$

$$X_{L1} = 2 \cdot \pi \cdot 50 \cdot 100 \cdot 10^{-6} = 0,031416\Omega$$

$f_2 = 1,5kHz = 1500Hz$

$$X_{L2} = \omega \cdot L = 2\pi f_2 \cdot L$$

$$X_{L2} = 2 \cdot \pi \cdot 1500 \cdot 100 \cdot 10^{-6} = 0,94248\Omega$$

DA frekans yoktur. $f_3 = 0Hz$

$$X_{L3} = \omega \cdot L = 2\pi f_3 \cdot L = 2 \cdot \pi \cdot 0 \cdot 100 \cdot 10^{-6} = 0\Omega$$

Örnek: Endüktif reaktansı 20Ω olan bir bobine $220V$ 'luk bir kaynaktan alternatif akım uygulandığında gelecek akımı bulunuz.

Verilenler (Bobin bulunduran devre)

$$X_L = 20\Omega \quad U = 220V$$

$$I_L = \frac{U}{X_L} = \frac{220}{20} = 11A \text{ olarak bulunur.}$$

Örnek: Bir trafo bobininin 50p/s ‘lik frekanstaki endüktif reaktansının değeri 100Ω ise bobinin endüktansını bulunuz.

Verilenler

$$X_L = 100\Omega$$

$$f = 50 \text{p/s} = 50 \text{Hz}$$

Bobinin endüktansı $L = \frac{X_L}{2\pi f} = \frac{100}{2\pi \cdot 50} = 0,318H$ olur.

Örnek: Omik direnci ihmal edilmiş (**saf bobin**) değeri bilinmeyen bir bobinle gerçekleştirilen deneyde **50 Hz**'lik bir sinüsoidal sinyal için bobin **6,28Ω**'luk bir endüktif direnç gösteriyor. Bobinin endüktansını bulunuz.

Verilenler

$$X_L = 6,28\Omega \text{ (Saf bobin)}$$

$$f = 50\text{Hz}$$

Bobinin endüktif reaktansı

$$X_L = 2\pi f \cdot L$$

$$\text{Buradan } L = \frac{X_L}{2\pi f} = \frac{6,28}{2\pi \cdot 50} \Rightarrow L = 0,02H$$

Alternatif Akımda Kondansatör

Kapasitesi $100nF$ olan bir kondansatöre $1kHz$ frekanslı $10V$ luk bir alternatif akım uygulandığında geçecek akımı bulunuz. Akımın denklemini yazınız.

Verilenler

$$C = 100nF \quad U = 10V \quad f = 1kHz$$

çmllk

Kondansatörün kapasitif reaktansı

$$X_C = \frac{1}{2\pi f C} = \frac{1}{2\pi \cdot 1000 \cdot 100 \cdot 10^{-9}} = \frac{10^9}{628318,531}$$

$$X_C = 1591,55\Omega$$

Devre akımı

$$I = \frac{U_C}{X_C} = \frac{10}{1591,55} = 0,006283A$$

çmllk

$$I = 6,283mA$$

olarak elde edilir.

Devre akımının denklemi

$$i_C = I_m \cdot \sin \omega t = I_m \cdot \sin (2 \cdot \pi \cdot f \cdot t + \varphi)$$

Devre akımının maksimum değeri

$$I_m = \frac{I}{0,707} = \frac{0,006283}{0,707} = 0,008887A$$

Devre akımının denklemi

$$i_C = I_m \cdot \sin \omega t = I_m \cdot \sin (2 \cdot \pi \cdot f \cdot t + \varphi)$$

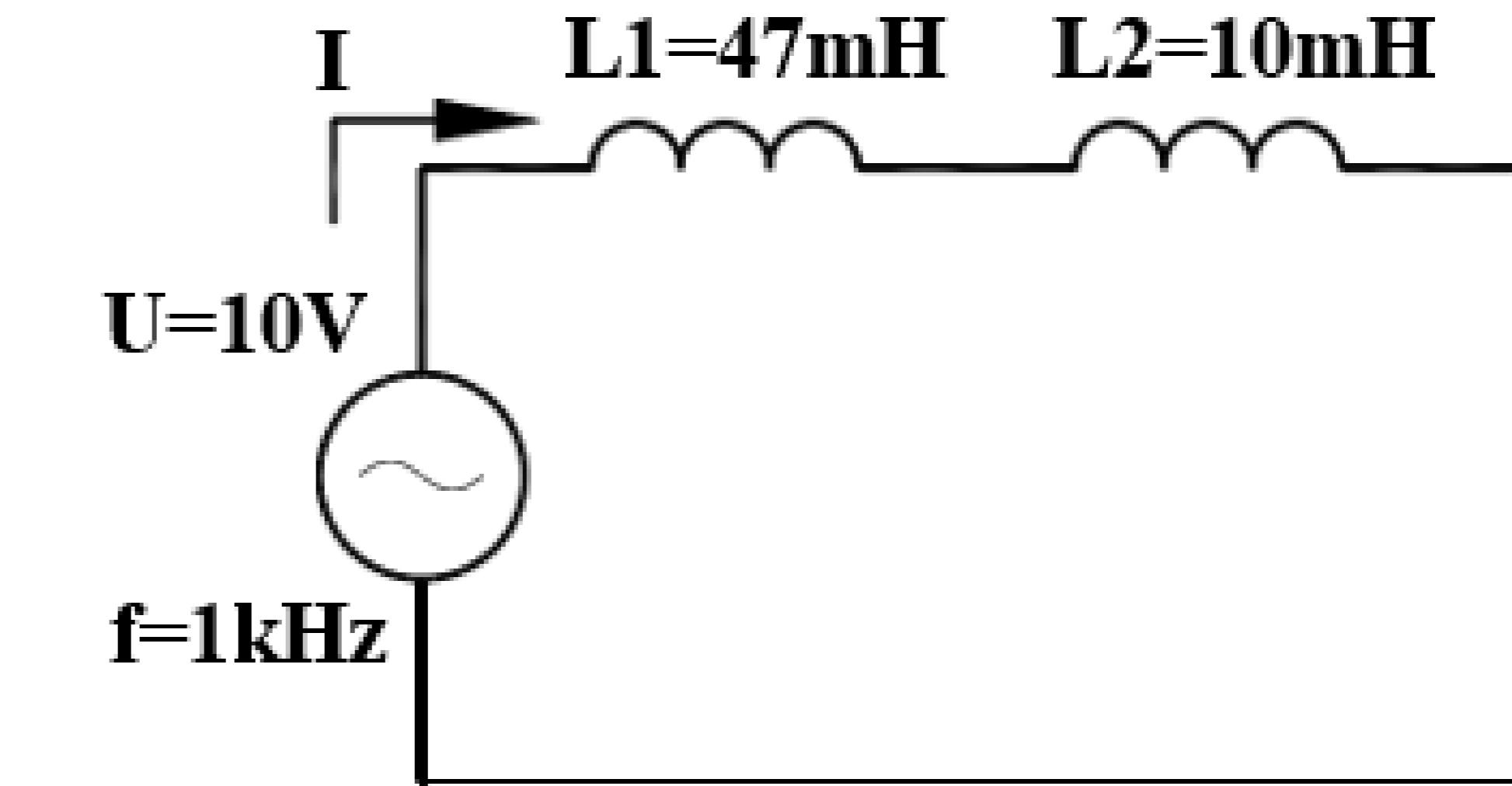
$$i_C = 0,008887 \cdot \sin(2 \cdot \pi \cdot 1000 \cdot t + 90^\circ)$$

kordon sc̄ler

$$i_C = 0,008887 \cdot \sin \left(2000 \cdot \pi \cdot t + \frac{\pi}{2} \right)$$

Örnek: Şekildeki seri devrede;

- a) Eşdeğer endüktansı
- b) Endüktif reaktansı,
- c) Devreden geçen akımı
- d) Her bobinde düşen gerilimleri bulunuz.



Eşdeğer endüktans

$$\underline{L = L_1 + L_2 = 47\text{mH} + 10\text{mH} = 57\text{ mH}}$$

L_1 bobininin endüktif reaktansı

$$X_{L_1} = 2\pi f \cdot L_1 = 2 \cdot \pi \cdot 1000 \cdot 47 \cdot 10^{-3}$$

$$X_{L_1} = 295,31\Omega$$

L_2 bobininin endüktif reaktansı

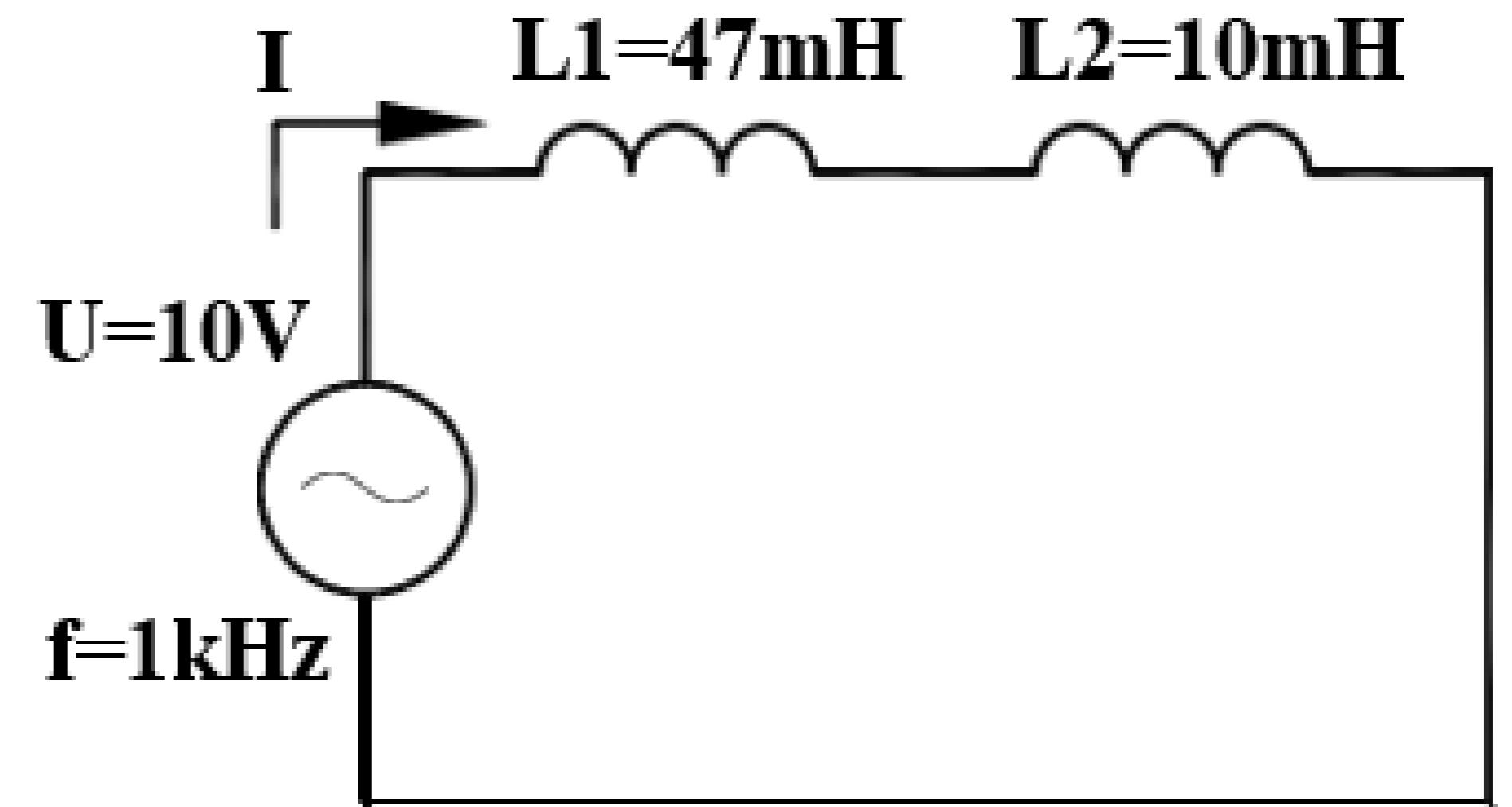
$$X_{L_2} = 2\pi f \cdot L_2 = 2 \cdot \pi \cdot 1000 \cdot 10 \cdot 10^{-3} \Rightarrow$$

$$X_{L_2} = 62,832\Omega$$

Devrenin eşdeğer endüktif reaktansı

$$X_L = X_{L_1} + X_{L_2} = 295,31 + 62,832 = 358,142\Omega$$

Devre akımı $I = \frac{U}{X_L} = \frac{10}{358,142} = 0,027922A$
 $I = 27,922mA$



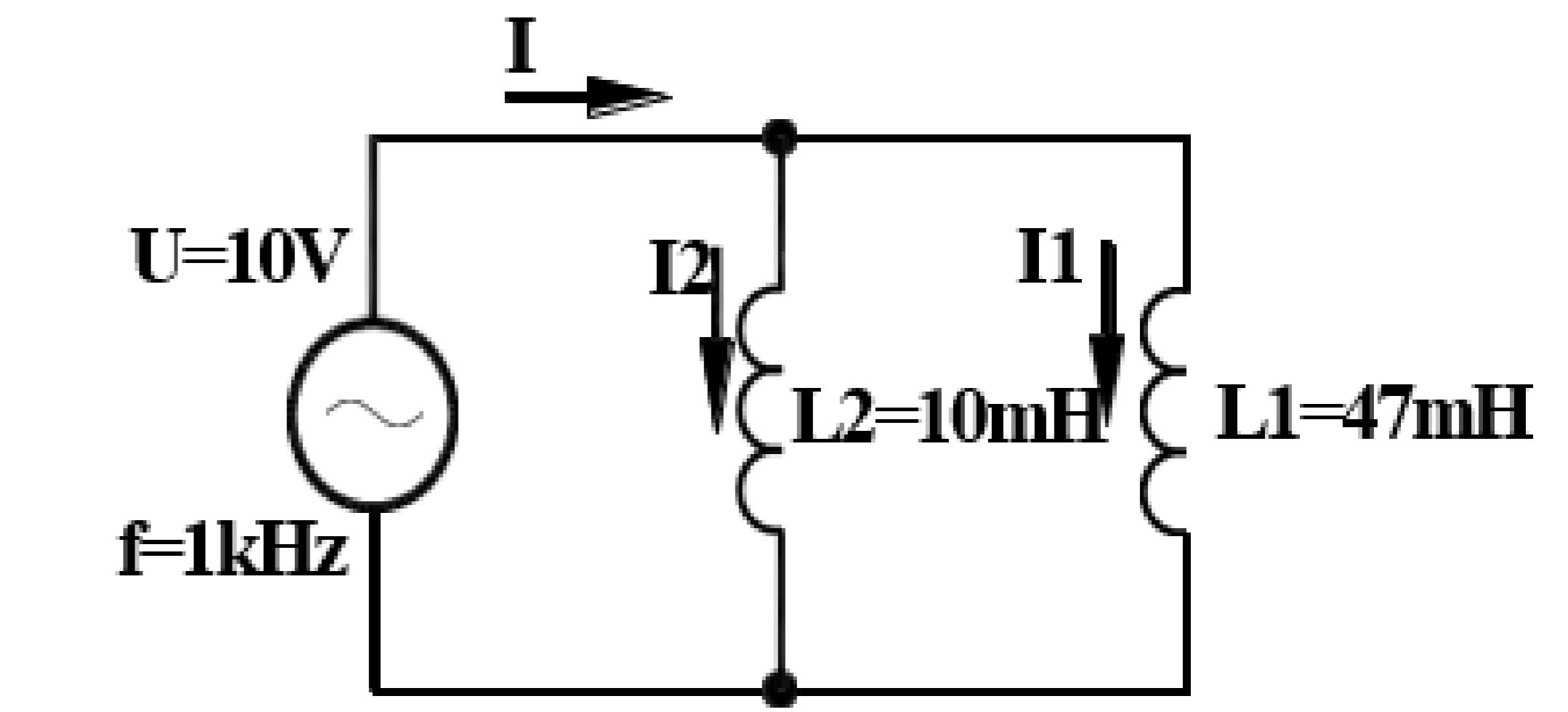
Bobin gerilimleri

$$U_{L1} = I \cdot X_{L1} = 0,027922 \cdot 295,31 = 8,246V$$

$$U_{L2} = I \cdot X_{L2} = 0,027922 \cdot 62,832 = 1,754V$$

Örnek: Şekildeki paralel devrede;

- a) Eşdeğer endüktansı
- b) Endüktif reaktansı,
- c) Devre akımını
- d) Her bobinden geçen akımları bulunuz.



Verilenler (Paralel bağlı bobin bulunduran devre)

$$U = 10V \quad f = 1\text{kHz} \quad L_1 = 47\text{mH} \quad L_2 = 10\text{mH}$$

Eşdeğer endüktans

$$\frac{1}{L} = \frac{1}{L_1} + \frac{1}{L_2} = \frac{1}{47} + \frac{1}{10} \quad L = \frac{470}{57} = 8,245 \text{ mH}$$

L_1 bobininin endüktif reaktansı

$$X_{L1} = 2 \cdot \pi \cdot f \cdot L_1$$

$$X_{L1} = 2 \cdot \pi \cdot 1000 \cdot 47 \cdot 10^{-3} \Rightarrow X_{L1} = 295,31\Omega$$

L_2 bobininin endüktif reaktansı

$$X_{L2} = 2 \cdot \pi \cdot f \cdot L_2 = 2 \cdot \pi \cdot 1000 \cdot 10 \cdot 10^{-3}$$

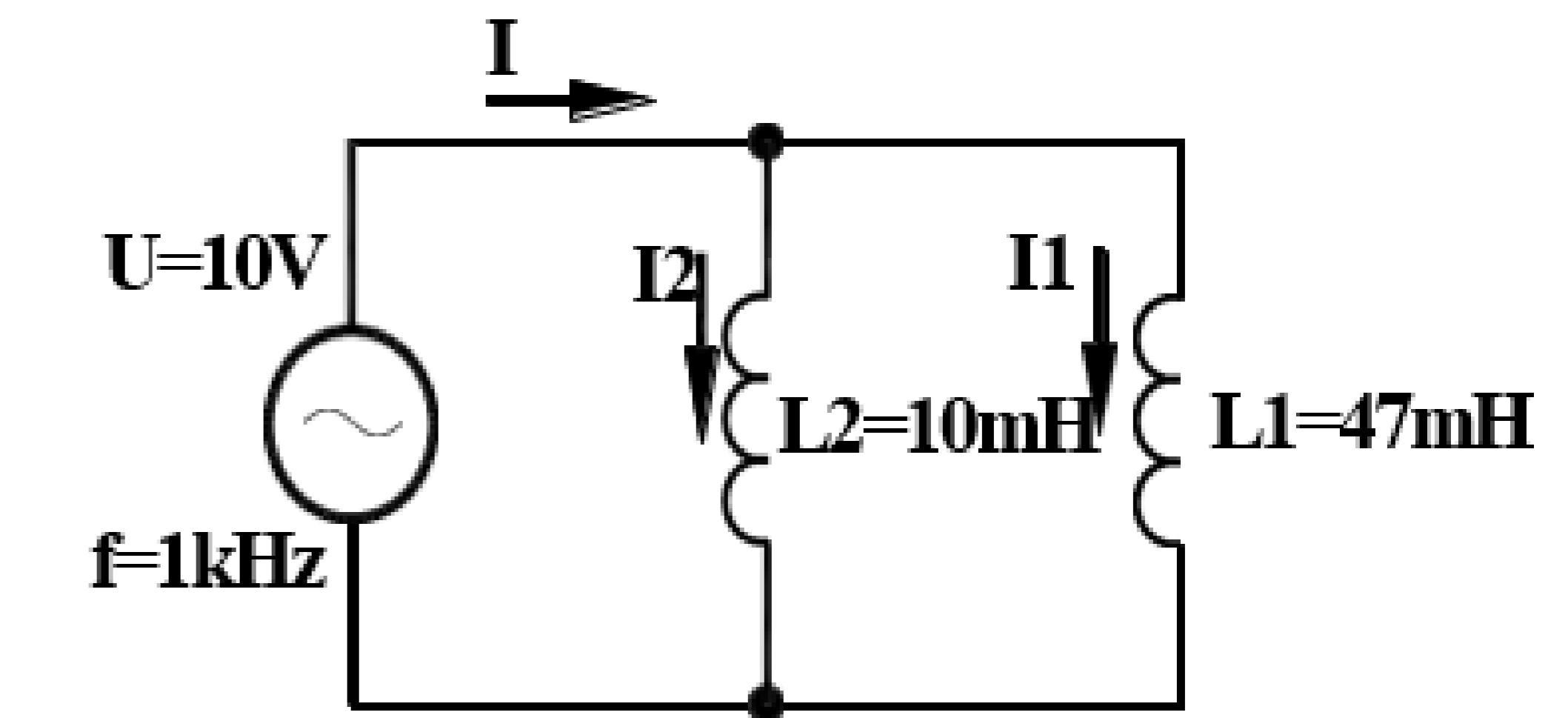
$$X_{L2} = 62,832\Omega$$

Devrenin eşdeğer endüktif reaktansı

$$X_L = \frac{X_{L1} \cdot X_{L2}}{X_{L1} + X_{L2}} = \frac{295,31 \cdot 62,832}{295,31 + 62,832} = 51,81\Omega$$

Devre akımı

$$I = \frac{U}{X_L} = \frac{10}{51,81} = 0,193013A \quad \Rightarrow \quad I = 193,013mA$$



Bobin akımları

$$I_1 = \frac{U}{X_{L1}} = \frac{10}{295,31} = 0,033863A \quad \Rightarrow \quad I_1 = 33,863mA$$

$$I_2 = \frac{U}{X_{L2}} = \frac{10}{62,832} = 0,159155A \quad \Rightarrow \quad I_2 = 159,155mA$$

Deneysel Çalışma :

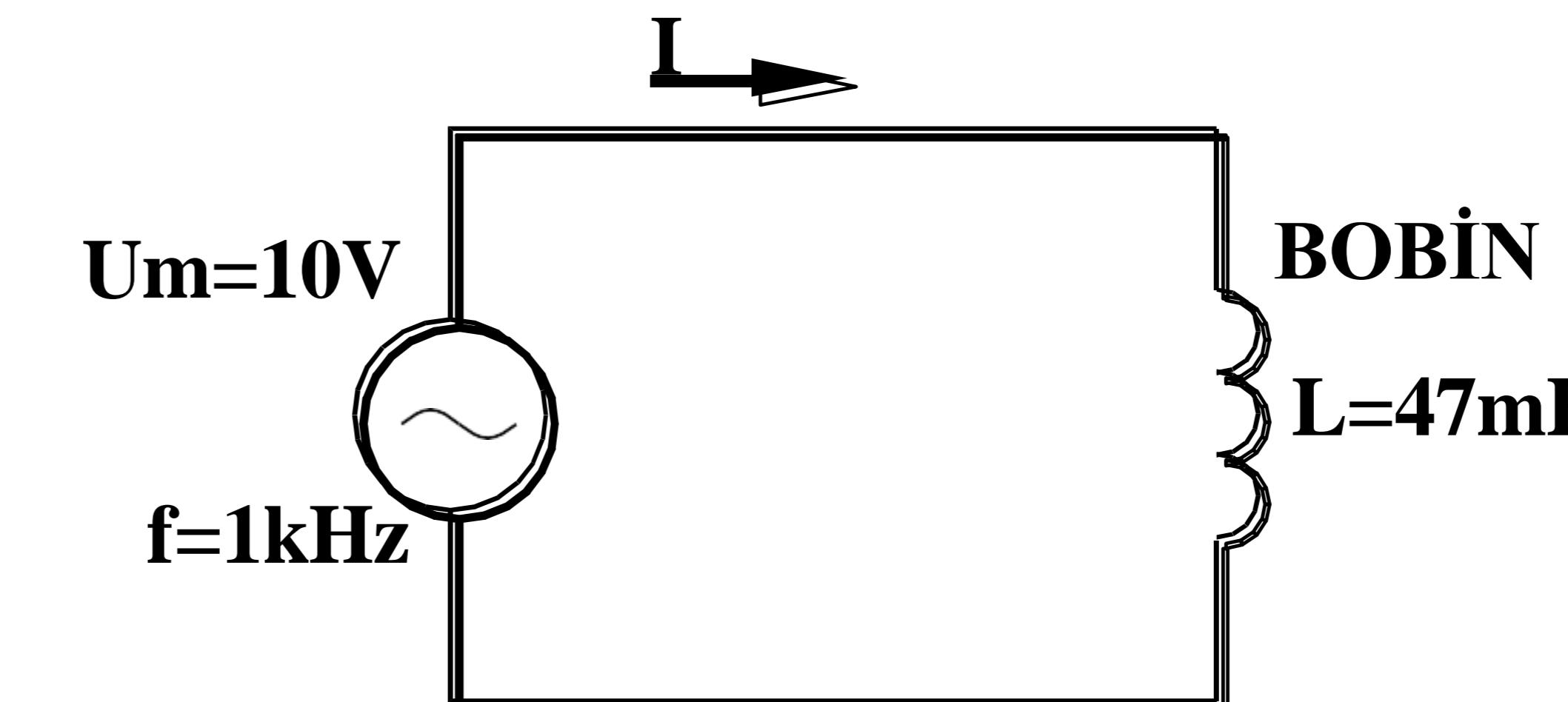
Alternatif Akımda Bobin

47mHlik bir endüktans değerine sahip olan saf bir bobine maksimum değeri **10V** ve frekansı **1kHz** olan bir sinüsoidal gerilim uygulanıyor. Bobinden geçen akımın maksimum ve etkin değerini bularak akım denklemini yazınız.

Verilenler

$$L = 47\text{mH} \quad U_m = 10\text{V}$$

$$f = 1\text{kHz}$$



Bobinin endüktif reaktansı

$$X_L = 2 \cdot \pi \cdot f \cdot L = 2 \cdot \pi \cdot 1000 \cdot 47 \cdot 10^{-3}$$

$$X_L = 295,31\Omega$$

Bobin akımının maksimum değeri

$$I_m = \frac{U_m}{X_L} = \frac{10}{295,31} = 0,033863A \Rightarrow 33,863mA$$

Bobin akımının etkin değeri

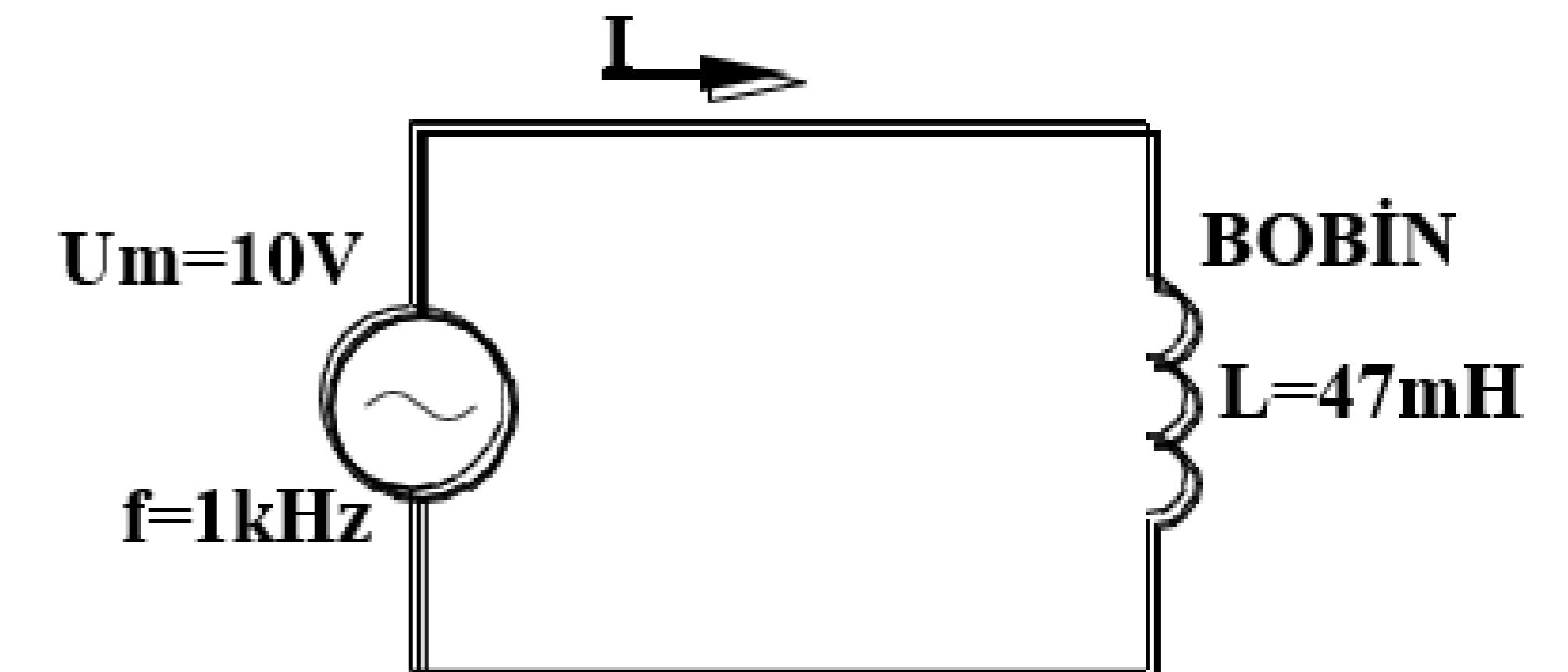
$$I = 0,707 \cdot I_m = 0,707 \cdot 0,033863 = 0,023941A$$

Devre akımının denklemi

$$i_L = I_m \cdot \sin \omega t = I_m \cdot \sin(2 \cdot \pi \cdot f \cdot t - \varphi)$$

$$i_L = 0,033863 \cdot \sin(2 \cdot \pi \cdot 1000 \cdot t - 90^\circ)$$

$$i_L = 0,033863 \cdot \sin\left(2000 \cdot \pi \cdot t - \frac{\pi}{2}\right)$$

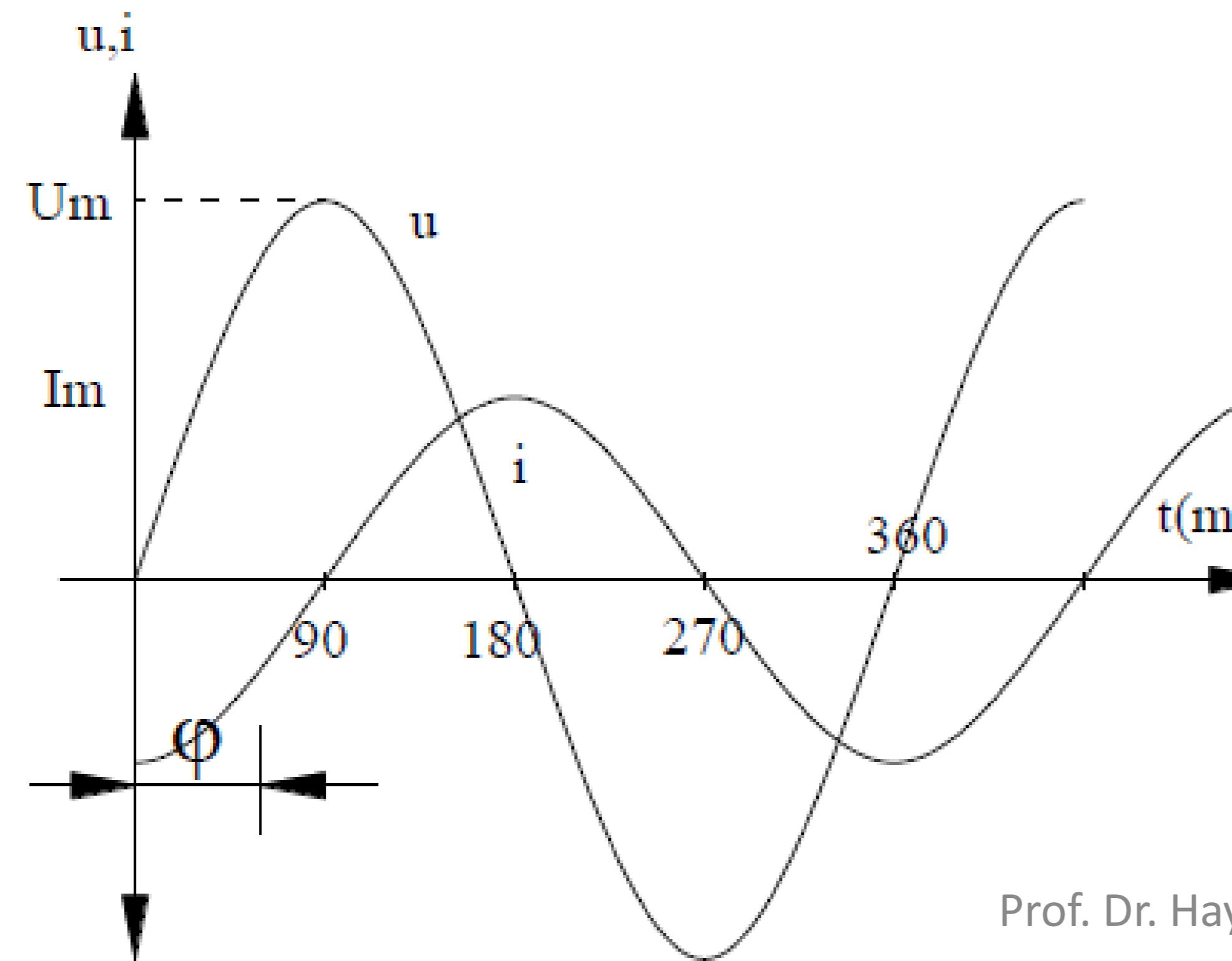


Bobin etrafında oluşan manyetik alan, akımla ilgilidir. Akımın değişimi ile manyetik alanın değişimi aynı fazlıdır. Yani akımın sıfır değerinde manyetik alan sıfır, akımın maksimum değerinde manyetik alan da maksimum değerini alır.

Gerilimin ani değer denklemi $u = U_m \cdot \sin \omega t$

Akımlın ani değer denklemi $i = I_m \cdot \sin(\omega t - 90)$

Endüktansa (Bobine) uygulanan alternatif gerilim, endüktanstan alternatif bir akım geçirir. Bu akım gerilimden 90° geri fazdadır



Bobin bulunduran bir devrenin
akım ve gerilim eğrileri

?