

PHÂN TÍCH THIẾT KẾ GIẢI THUẬT

Giảng viên phụ trách:
NGUYỄN THÁI DƯ

Bổ túc kiến thức toán

- ◆ Viết chương trình tính tổng các số tự nhiên từ 1 đến N.
Với N nhập vào từ bàn phím.

Dãy số tự nhiên 1, 2, 3, 4, 5.....,n

$$S_n = 1+2+3+....+n$$

Bổ túc kiến thức toán

Dãy số tự nhiên 1, 2, 3, 4, 5.....,n

$$S_n = 1+2+3+....+n = \frac{n(n+1)}{2}$$

- ◆ Tính tổng: $[(n+1) * n] / 2$ (số đầu cộng số cuối nhân số hạng chia hai)

$$\sum_{i=1}^{n-1} (n-i) = (n-1) + (n-2) + .. + (n-k-1) + ... + 1 = \frac{n(n-1)}{2}$$

III. Dạng toán vận dụng công thức tính tổng các số hạng của dãy số cách đều.

• Đối với dạng này ở bậc học cao hơn như THPT các em sẽ có công thức tính theo cấp số cộng hoặc cấp số nhân, còn với lớp 6 các em dựa vào cơ sở lý thuyết sau:

- Để đếm được số hạng của 1 dãy số mà 2 số hạng liên tiếp cách đều nhau 1 số đơn vị ta dùng công thức:

$$\text{Số số hạng} = [(số cuối - số đầu) : (khoảng cách)] + 1$$

- Để tính Tổng các số hạng của một dãy mà 2 số hạng liên tiếp cách đều nhau 1 số đơn vị ta dùng công thức:

$$\text{Tổng} = [(số đầu + số cuối) . (số số hạng)] : 2$$

* Ví dụ 1: Tính tổng: $S = 1 + 3 + 5 + 7 + ... + 39$

° Hướng dẫn:

- Số số hạng của S là: $(39-1):2+1 = 19+1 = 20$.

$$S = [20 . (39+1)] : 2 = 10 . 40 = 400.$$

* Ví dụ 2: Tính tổng: $S = 2 + 5 + 8 + ... + 59$

° Hướng dẫn:

- Số số hạng của S là: $(59-2):3+1 = 19+1 = 20$.

$$S = [20 . (59+2)] : 2 = 10 . 61 = 610.$$

Chuỗi thông dụng

$$S = 1 + 2 + 3 + \dots + n = n(n+1)/2 \approx n^2/2$$

$$S = 1 + 2^2 + 3^2 + \dots + n^2 = n(n+1)(2n+1)/6 \approx n^3/3$$

$$S = 1 + a + a^2 + a^3 + \dots + a^n = (a^{n+1} - 1)/(a - 1)$$

Nếu $0 < a < 1$ thì

$$S \leq 1/(1-a)$$

và khi $n \rightarrow \infty$ thì

$$S \text{ tiến về } 1/(1-a)$$

$$S = 1 + 1/2 + 1/3 + \dots + 1/n = \ln(n) + \gamma$$

Hằng số Euler $\gamma \approx 0.577215665$

$$S = 1 + 1/2 + 1/4 + 1/8 + \dots + 1/2^n + \dots \approx 2$$

Một số tính chất của hàm Log

◆ Cho a dương và a khác 1, b dương và số thực α thì :

$$\log_a b = \alpha \Leftrightarrow a^\alpha = b$$

$$\text{Do đó: } \log_a 1 = 0; \log_a a = 1$$

$$\log_a a^b = b, \forall b \in \mathbb{R}$$

$$a^{\log_a b} = b, \forall b > 0$$

9. Lũy thừa : $a, b > 0$

$a^\alpha \cdot a^\beta \cdot a^\gamma = a^{\alpha + \beta + \gamma}$		$\frac{a^\alpha}{b^\alpha} = \left(\frac{a}{b}\right)^\alpha$
$(a^\alpha)^\beta = a^{\alpha\beta}$	$a^\alpha \cdot b^\alpha = (a \cdot b)^\alpha$	$a^{-\alpha} = \frac{1}{a^\alpha}$
$\sqrt[n]{a^k} = a^{\frac{k}{n}}$	$\sqrt[m]{\sqrt[n]{a^k}} = \sqrt[m \cdot n]{a^k} = a^{\frac{k}{m \cdot n}}$	

10. Logarit : $0 < N_1, N_2, N$ và $0 < a, b \neq 1$ ta có

$\log_a N = M \Leftrightarrow N = a^M$	$\log_a \left(\frac{N_1}{N_2}\right) = \log_a N_1 - \log_a N_2$
$\log_a a^M = M$	$\log_a N^\alpha = \alpha \log_a N$
$a^{\log_a N} = N$	$\log_{a^\alpha} N = \frac{1}{\alpha} \log_a N$
$N_1^{\log_a N_2} = N_2^{\log_a N_1}$	$\log_a N = \frac{\log_b N}{\log_b a}$
$\log_a (N_1 \cdot N_2) = \log_a N_1 + \log_a N_2$	$\log_a b = \frac{1}{\log_b a}$

$(a)^0 = 1; (a \neq 0)$	$\log_a 1 = 0 (0 < a \neq 1)$
$(a)^1 = a$	$\log_a a = 1 (0 < a \neq 1)$
$(a)^{-\alpha} = \frac{1}{a^\alpha}$	$\log_a a^\alpha = \alpha (0 < a \neq 1)$
$(a)^\alpha \cdot (a)^\beta = (a)^{\alpha + \beta}$	$\log_{a^\alpha} a = \frac{1}{\alpha} (0 < a \neq 1)$
$\frac{(a)^\alpha}{(a)^\beta} = (a)^{\alpha - \beta}$	$\log_a b^\alpha = \alpha \cdot \log_a b;$ $(a, b > 0, a \neq 1)$
$(a)^\alpha \cdot (b)^\alpha = (ab)^\alpha$	$\log_{a^\beta} b = \frac{1}{\beta} \cdot \log_a b$
$\frac{(a)^\alpha}{(b)^\alpha} = \left(\frac{a}{b}\right)^\alpha; (b \neq 0)$	$\log_{a^\beta} b^\alpha = \frac{\alpha}{\beta} \cdot \log_a b$
$(a)^{\frac{\alpha}{\beta}} = \sqrt[\beta]{(a)^\alpha} (\beta \in \mathbb{N}^*)$	$\log_a b + \log_a c$ $= \log_a (b \cdot c)$
$(a)^\alpha = b$ $\Rightarrow \alpha = \log_a b$	$\log_a b - \log_a c$ $= \log_a \left(\frac{b}{c}\right)$
$(a^\alpha)^\beta = a^{\alpha \cdot \beta}$	$\log_a b = \frac{1}{\log_b a}$

Tổng của chuỗi số

◆ 1.2 Định nghĩa 2:

- ◆ Tổng n hữu hạn số hạng đầu của chuỗi gọi là tổng riêng phần thứ n của chuỗi (*sequence of partial sum*)

$$S_n = u_1 + u_2 + u_3 + \dots + u_n = \sum_{i=1}^n u_i$$

- ◆ Nếu $\lim_{n \rightarrow \infty} S_n = S$ hữu hạn thì ta nói chuỗi hội tụ (convergent).

- ◆ Nếu $\lim_{n \rightarrow \infty} S_n = \pm\infty$ hoặc không tồn tại ta nói chuỗi phân kỳ (divergent)

Thí dụ 1.2.1:

Nếu $|q| < 1$ thì $S_n \rightarrow \frac{1}{1-q}$, do đó chuỗi hội tụ và có tổng bằng $\frac{1}{1-q}$

Xét chuỗi cấp số nhân: $\sum_{n=0}^{\infty} q^n$ (geometric series)

Nếu $q > 1$ thì S_n không có giới hạn hữu hạn, do đó chuỗi phân kỳ.

Ta có: $S_n = 1 + q + \dots + q^n$

Nếu $q = -1$ thì $S_n = 1 - 1 + 1 - 1 + \dots$ do đó $S_n = \begin{cases} 0 \\ 1 \end{cases}$

Nếu $q = 1$ ta có: $S_n = n \Rightarrow \lim_{n \rightarrow \infty} S_n = +\infty$

$$S_n = \sum_{k=0}^{n-1} q^k = \frac{q^n - 1}{q - 1} - \frac{1}{q - 1}$$

Vậy S_n không có giới hạn và chuỗi đã cho phân kỳ.

Vậy chuỗi phân kỳ.
Nguyễn Thái Dư - AGU

9

Tổng của chuỗi số

Thí dụ 1.2.1:

Xét chuỗi cấp số nhân: $\sum_{n=0}^{\infty} q^n$ (geometric series)

Ta có: $S_n = 1 + q + \dots + q^n$

Nếu $q = 1$ ta có: $S_n = n \Rightarrow \lim_{n \rightarrow \infty} S_n = +\infty$

Vậy chuỗi phân kỳ. $S_n = \sum_{k=0}^{n-1} q^k = \frac{q^n - 1}{q - 1} - \frac{1}{q - 1}$

Nguyễn Thái Dư - AGU

10

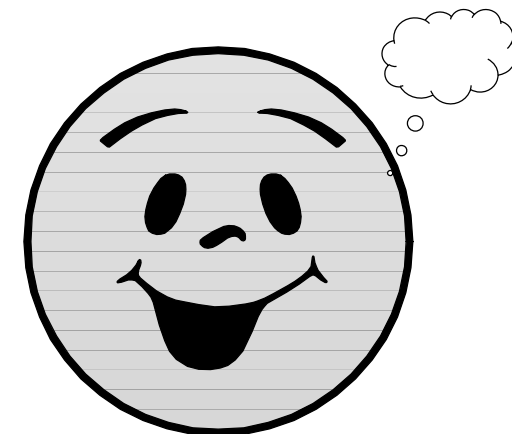
Tổng của chuỗi số

Nếu $|q| < 1$ thì $S_n \rightarrow \frac{1}{1-q}$, do đó chuỗi hội tụ và có tổng bằng $\frac{1}{1-q}$

Nếu $q > 1$ thì S_n không có giới hạn hữu hạn, do đó chuỗi phân kỳ.

Nếu $q = -1$ thì $S_n = 1 - 1 + 1 - 1 + \dots$ do đó $S_n = \begin{cases} 0 \\ 1 \end{cases}$

Vậy S_n không có giới hạn và chuỗi đã cho phân kỳ.



Cảm ơn !