

Teoria da Computação

Decidibilidade

Leonardo Takuno
{leonardo.takuno@gmail.com}

Centro Universitário Senac

Sumário

- 1 Introdução
- 2 Decidibilidade
- 3 Linguagens regulares
- 4 Linguagens livres de contexto
- 5 Exercícios

Sumário

- 1 Introdução
- 2 Decidibilidade
- 3 Linguagens regulares
- 4 Linguagens livres de contexto
- 5 Exercícios

Decidibilidade

Estamos prontos para atacar a questão:

O que os computadores podem ou não fazer ?

Fazemos isso por considerar as questões:

Quais linguagens são Turing decidíveis, Turing reconheáveis, ou nenhum ?

Assumindo a tese de Church-Turing, essas são propriedades fundamentais das linguagens.

Sumário

- 1 Introdução
- 2 Decidibilidade**
- 3 Linguagens regulares
- 4 Linguagens livres de contexto
- 5 Exercícios

Decidibilidade

- Para mostrar que uma linguagem é decidível:
 - Escreva um decisor que a decide:
 - Deve-se mostrar que o decisor:
 - Pára sobre todas as entradas;
 - Aceita w se e somente se w pertence à linguagem;

Decidibilidade

Vamos estudar algum **padrão** de máquinas que são decisores.
Estas máquinas nos ajudarão a construir provas mais complicadas.

Sumário

- 1 Introdução
- 2 Decidibilidade
- 3 Linguagens regulares**
- 4 Linguagens livres de contexto
- 5 Exercícios

Decidibilidade

Teorema 4.1: A linguagem

$A_{AFD} = \{ \langle B, w \rangle \mid B \text{ é um AFD que aceita a cadeia de entrada } w \}$
é decidível.

Prova: Construimos um decisor M_{AFD} para A_{AFD} .

$M_{AFD} =$ “Sobre a entrada $\langle B, w \rangle$, onde B é um AFD, e w , uma cadeia:

- 1 Simule B sobre a entrada w ;
- 2 Se a simulação termina em um estado de aceitação, **aceite**.
Se ela termina em um estado de não-aceitação, **rejeite**”

Decidibilidade

Teorema 4.2: A linguagem

$A_{AFN} = \{\langle B, w \rangle \mid B \text{ é um AFN que aceita a cadeia de entrada } w\}$
é decidível.

Prova: Construímos um decisor N_{AFN} para A_{AFN} .

$N_{AFN} =$ “Sobre a entrada $\langle B, w \rangle$ onde B é um AFN, e w , uma cadeia:

- 1 Converta AFN B para um AFD equivalente C , usando um procedimento para essa conversão.
- 2 Rode a MT M_{AFD} sobre a entrada $\langle C, w \rangle$.
- 3 Se M_{AFD} aceita, *aceite*; caso contrário, *rejeite*”.

Decidibilidade

Teorema 4.3: A linguagem

$A_{EXR} = \{\langle R, w \rangle \mid R \text{ é uma expressão regular que gera a cadeia } w\}$
é decidível.

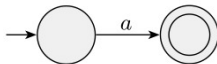
Ideia da prova:

- Converta a expressão regular R em AFN A e após isso simule o AFD A sobre w .
- Aceite se a simulação aceita, caso contrário rejeite.

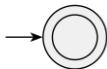
Decidibilidade

Convertendo a expressão regular R em AFN A :

$$R = a$$

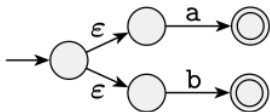


$$R = \varepsilon$$

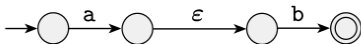


Decidibilidade

$$R = a \cup b$$

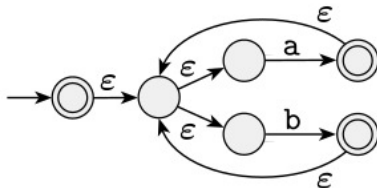


$$R = a \cdot b$$



Decidibilidade

$$R = (a \cup b)^*$$



Decidibilidade

Teorema 4.3: A linguagem

$A_{EXR} = \{\langle R, w \rangle \mid R \text{ é uma expressão regular que gera a cadeia } w\}$
é decidível.

Prova: Construimos um decisor P_{EXR} para A_{EXR} .

$P_{EXR} =$ "Sobre a entrada $\langle R, w \rangle$, onde R é uma expressão regular
e w é uma cadeia:

- 1 Converta a expressão regular R para um AFN equivalente A usando um procedimento para essa conversão.
- 2 Rode a MT N_{AFN} sobre a entrada $\langle A, w \rangle$
- 3 Se N_{AFN} aceita, *aceite*, caso contrário, *rejeite*"

Decidibilidade

Teorema 4.4: A linguagem

$$V_{AFD} = \{\langle A \rangle \mid A \text{ é um AFD e } L(A) = \emptyset\}$$

é decidível.

Prova: Construímos um decisor T para V_{AFD} .

$T =$ “Sobre a entrada $\langle A \rangle$ onde A é um AFD:

- 1 Marque o estado inicial de A ;
- 2 Repita até que nenhum estado novo venha a ser marcado.
- 3 Marque qualquer estado que tenha uma transição chegando nele a partir de qualquer estado que já está marcado.
- 4 Se nenhum estado de aceitação estiver marcado, *aceite*, caso contrário *rejeite*.

Decidibilidade

Teorema 4.5: A linguagem

$$EQ_{AFD} = \{\langle A, B \rangle \mid A \text{ e } B \text{ são AFDs e } L(A) = L(B)\}$$

é decidível.

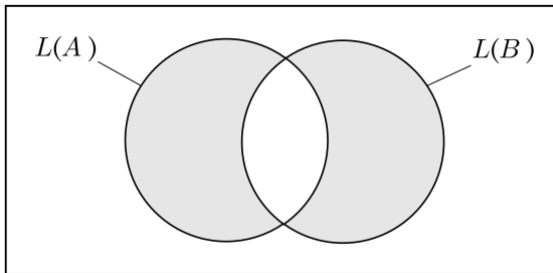
Prova: Para provar esse teorema construímos um novo AFD C que aceita somente as cadeias que são aceitas ou por A ou por B , mas não por ambos. Isto é,

$$L(C) = (L(A) \cap \overline{L(B)}) \cup (\overline{L(A)} \cap L(B)). \quad (1)$$

Além disso, $L(C) = \emptyset$ implica $L(A) = L(B)$. A classe das linguagens regulares é fechada sob complemento, união e intersecção.

Portanto é possível construir uma máquina C de acordo com 1

Decidibilidade



Diferença simétrica de $L(A)$ e $L(B)$.

Decidibilidade

Podemos construir um decisor F para EQ_{AFD} .

$F =$ “Sobre a entrada $\langle A, B \rangle$ onde A e B são AFDs:

- 1 Construa o AFD C conforme descrito em 1.
- 2 Rode a MT T do Teorema anterior sobre a entrada $\langle C \rangle$.
- 3 Se T aceita, *aceite*. Se T rejeita, *rejeite*”

Sumário

- 1 Introdução
- 2 Decidibilidade
- 3 Linguagens regulares
- 4 Linguagens livres de contexto**
- 5 Exercícios

Decidibilidade

Teorema 4.7: A linguagem

$$A_{GLC} = \{ \langle G, w \rangle \mid G \text{ é uma GLC que gera a cadeia } w \}$$

é decidível.

Ideia da prova:

- Dado GLC G e cadeia w , queremos determinar se G gera w .
- Para construir um decisor para A_{GLC} , precisamos garantir que o algoritmo tenta uma quantidade finita de derivações.
- Para isso faremos uma transformação de G para forma normal de Chomsky.

Decidibilidade

Definição: Uma gramática está na forma normal de Chomsky (FNC) se todas as suas regras de produção são da forma:

$$A \rightarrow BC \text{ ou} \\ A \rightarrow \alpha$$

onde A , B e C são variáveis e α é um símbolo terminal.

Qualquer derivação de w na FNC tem $2n - 1$ passos, onde n é o comprimento de w .

Derivação usando GLC na FNC

Em cada passo, o tamanho cresce em exatamente 1.

- $S \rightarrow SS$
- $S \rightarrow a$

Como exemplo, faremos derivações sucessivas para gerar a palavra
 $w = aaaaa$

Derivação usando GLC na FNC

- $S \rightarrow SS$
- $S \rightarrow a$

$w = aaaaa$, $n = 5$, onde n é o tamanho de w .

S

Derivação usando GLC na FNC

- $S \rightarrow SS$
- $S \rightarrow a$

$w = aaaaaa$, $n = 5$, onde n é o tamanho de w .

$$S \xRightarrow{1} SS$$

Derivação usando GLC na FNC

- $S \rightarrow SS$
- $S \rightarrow a$

$w = aaaaaa$, $n = 5$, onde n é o tamanho de w .

$$S \xRightarrow{1} SS \xRightarrow{2} SSS$$

Derivação usando GLC na FNC

- $S \rightarrow SS$
- $S \rightarrow a$

$w = aaaaaa$, $n = 5$, onde n é o tamanho de w .

$$S \xRightarrow{1} SS \xRightarrow{2} SSS \xRightarrow{3} SSSS$$

Derivação usando GLC na FNC

- $S \rightarrow SS$
- $S \rightarrow a$

$w = aaaaa$, $n = 5$, onde n é o tamanho de w .

$$S \xRightarrow{1} SS \xRightarrow{2} SSS \xRightarrow{3} SSSS \xRightarrow{4} SSSSS$$

Derivação usando GLC na FNC

- $S \rightarrow SS$
- $S \rightarrow a$

$w = aaaaa$, $n = 5$, onde n é o tamanho de w .

$$S \xRightarrow{1} SS \xRightarrow{2} SSS \xRightarrow{3} SSSS \xRightarrow{4} SSSSS$$

Usamos $(n-1)$ passos até o momento. Agora, utilizaremos 1 passo adicional para cada terminal.

Derivação usando GLC na FNC

- $S \rightarrow SS$
- $S \rightarrow a$

$w = aaaaa$, $n = 5$, onde n é o tamanho de w .

$$\begin{array}{ccccccc} S & \Rightarrow_1 & SS & \Rightarrow_2 & SSS & \Rightarrow_3 & SSSS & \Rightarrow_4 & SSSSS \\ \Rightarrow_1 & aSSSS & & & & & & & \end{array}$$

Derivação usando GLC na FNC

- $S \rightarrow SS$
- $S \rightarrow a$

$w = aaaaa$, $n = 5$, onde n é o tamanho de w .

$$\begin{array}{ccccccc} S & \Rightarrow_1 & SS & \Rightarrow_2 & SSS & \Rightarrow_3 & SSSS & \Rightarrow_4 & SSSSS \\ \Rightarrow_1 & aSSSS & \Rightarrow_2 & aaSSS & & & & & \end{array}$$

Derivação usando GLC na FNC

- $S \rightarrow SS$
- $S \rightarrow a$

$w = aaaaa$, $n = 5$, onde n é o tamanho de w .

$$\begin{aligned} S &\xRightarrow{1} SS \xRightarrow{2} SSS \xRightarrow{3} SSSS \xRightarrow{4} SSSSS \\ &\xRightarrow{1} aSSSS \xRightarrow{2} aaSSS \xRightarrow{3} aaaSS \end{aligned}$$

Derivação usando GLC na FNC

- $S \rightarrow SS$
- $S \rightarrow a$

$w = aaaaa$, $n = 5$, onde n é o tamanho de w .

$$\begin{array}{ccccccc} S & \Rightarrow_1 & SS & \Rightarrow_2 & SSS & \Rightarrow_3 & SSSS & \Rightarrow_4 & SSSSS \\ \Rightarrow_1 & aSSSS & \Rightarrow_2 & aaSSS & \Rightarrow_3 & aaaSS & \Rightarrow_4 & aaaaS \end{array}$$

Derivação usando GLC na FNC

- $S \rightarrow SS$
- $S \rightarrow a$

$w = aaaaa$, $n = 5$, onde n é o tamanho de w .

$$S \xRightarrow{1} SS \xRightarrow{2} SSS \xRightarrow{3} SSSS \xRightarrow{4} SSSSS$$

$$\xRightarrow{1} aSSSS \xRightarrow{2} aaSSS \xRightarrow{3} aaaSS \xRightarrow{4} aaaaS \xRightarrow{5} aaaaa$$

Derivação usando GLC na FNC

- $S \rightarrow SS$
- $S \rightarrow a$

$w = aaaaa$, $n = 5$, onde n é o tamanho de w .

$$\begin{aligned} S &\Rightarrow_1 SS \Rightarrow_2 SSS \Rightarrow_3 SSSS \Rightarrow_4 SSSSS \\ &\Rightarrow_1 aSSSS \Rightarrow_2 aaSSS \Rightarrow_3 aaaSS \Rightarrow_4 aaaaS \Rightarrow_5 aaaaa \end{aligned}$$

\therefore Toda derivação tem exatamente $2n - 1$ passos.

Decidibilidade

Teorema 4.7: A linguagem

$$A_{GLC} = \{ \langle G, w \rangle \mid G \text{ é uma GLC que gera a cadeia } w \}$$

é decidível.

Prova : Construir a MT S para A_{GLC} :

$S =$ “Sobre $\langle G, w \rangle$, onde G é uma GLC, e w , uma cadeia:

- 1 Converta G para forma normal de Chomsky
- 2 Liste todas as derivações com $2n - 1$ passos, onde n é o comprimento de w , exceto se $n = 0$; nesse último caso, liste todas as derivações com 1 passo.
- 3 Se alguma dessas derivações gera w , *aceite*; se não, *rejeite*”

Decidibilidade

Teorema 4.8: A linguagem

$$V_{GLC} = \{\langle G \rangle \mid G \text{ é uma GLC e } L(G) = \emptyset\}$$

é decidível.

Ideia da prova:

- Para determinar se a linguagem de uma gramática é vazia, precisamos testar se a variável inicial pode gerar cadeia de terminais.
- Comece por marcar símbolos terminais, e depois faça uma varredura em todas as regras gramaticais.

Decidibilidade

- Se houver uma regra que permita alguma variável ser substituída por uma cadeia de símbolos marcados, então marque essa variável.
- O algoritmo continua dessa forma até que não possa marcar mais nenhuma variável.
- Caso a variável inicial não esteja marcada, então $L(G) = \emptyset$

Decidibilidade

$S \rightarrow ABCD$

$A \rightarrow BCA$

$A \rightarrow xyz$

$B \rightarrow CA$

$B \rightarrow AB$

$C \rightarrow CB$

$C \rightarrow ww$

$D \rightarrow DD$

$D \rightarrow BD$

$D \rightarrow DC$

Quais variáveis podem gerar uma string de terminais?

Decidibilidade

$S \rightarrow ABCD$

$A \rightarrow BCA$

$A \rightarrow xyz$

$B \rightarrow CA$

$B \rightarrow AB$

$C \rightarrow CB$

$C \rightarrow ww$

$D \rightarrow DD$

$D \rightarrow BD$

$D \rightarrow DC$

Inicialmente marque os terminais.

Decidibilidade

$S \rightarrow ABCD$

$A \rightarrow BCA$

$A \rightarrow \underline{xyz}$

$B \rightarrow \overline{CA}$

$B \rightarrow AB$

$C \rightarrow CB$

$C \rightarrow \underline{ww}$

$D \rightarrow \overline{DD}$

$D \rightarrow BD$

$D \rightarrow DC$

Uma regra pode ser substituída por uma cadeia de símbolos marcados?

Decidibilidade

$S \rightarrow ABCD$

$A \rightarrow BCA$

$A \rightarrow \underline{xyz}$

$B \rightarrow \underline{CA}$

$B \rightarrow AB$

$C \rightarrow CB$

$C \rightarrow \underline{ww}$

$D \rightarrow DD$

$D \rightarrow BD$

$D \rightarrow DC$

Marque essa variável.

Decidibilidade

$S \rightarrow \underline{A} \underline{B} \underline{C} D$

$A \rightarrow B \underline{C} \underline{A}$

$\underline{A} \rightarrow \underline{x} y z$

$B \rightarrow \underline{C} \underline{A}$

$B \rightarrow \underline{A} B$

$C \rightarrow \underline{C} B$

$\underline{C} \rightarrow \underline{w} w$

$D \rightarrow D D$

$D \rightarrow B D$

$D \rightarrow D \underline{C}$

Marque essa variável.

Decidibilidade

$S \rightarrow \underline{A}\underline{B}\underline{C}D$

$A \rightarrow B\underline{C}\underline{A}$

$\underline{A} \rightarrow \underline{xyz}$

$B \rightarrow \underline{C}\underline{A}$

$B \rightarrow \underline{A}\underline{B}$

$C \rightarrow \underline{C}\underline{B}$

$\underline{C} \rightarrow \underline{ww}$

$D \rightarrow \underline{D}\underline{D}$

$D \rightarrow \underline{B}\underline{D}$

$D \rightarrow \underline{D}\underline{C}$

Existe alguma outra regra que pode ser substituída por uma cadeia de símbolos marcados.

Decidibilidade

$S \rightarrow \underline{A} \underline{B} \underline{C} D$

$A \rightarrow B \underline{C} \underline{A}$

$\underline{A} \rightarrow \underline{x} y z$

$B \rightarrow \underline{C} \underline{A}$

$B \rightarrow \underline{A} B$

$C \rightarrow \underline{C} B$

$\underline{C} \rightarrow \underline{w} w$

$D \rightarrow D D$

$D \rightarrow B D$

$D \rightarrow D \underline{C}$

Marque essa variável.

Decidibilidade

$S \rightarrow \underline{ABCD}$

$\underline{A} \rightarrow \underline{BCA}$

$\underline{A} \rightarrow \underline{xyz}$

$\underline{B} \rightarrow \underline{CA}$

$\underline{B} \rightarrow \underline{AB}$

$\underline{C} \rightarrow \underline{CB}$

$\underline{C} \rightarrow \underline{ww}$

$\underline{D} \rightarrow \underline{DD}$

$\underline{D} \rightarrow \underline{BD}$

$\underline{D} \rightarrow \underline{DC}$

Marque essa variável.

Decidibilidade

$S \rightarrow \underline{ABCD}$

$\underline{A} \rightarrow \underline{BCA}$

$\underline{A} \rightarrow \underline{xyz}$

$\underline{B} \rightarrow \underline{CA}$

$\underline{B} \rightarrow \underline{AB}$

$\underline{C} \rightarrow \underline{CB}$

$\underline{C} \rightarrow \underline{ww}$

$D \rightarrow \underline{DD}$

$D \rightarrow \underline{BD}$

$D \rightarrow \underline{DC}$

Existe alguma outra regra que pode ser substituída por uma cadeia de símbolos marcados.

Decidibilidade

$S \rightarrow \underline{ABCD}$

$\underline{A} \rightarrow \underline{BCA}$

$\underline{A} \rightarrow \underline{xyz}$

$\underline{B} \rightarrow \underline{CA}$

$\underline{B} \rightarrow \underline{AB}$

$\underline{C} \rightarrow \underline{CB}$

$\underline{C} \rightarrow \underline{ww}$

$\underline{D} \rightarrow \underline{DD}$

$\underline{D} \rightarrow \underline{BD}$

$\underline{D} \rightarrow \underline{DC}$

Não existe, portanto, a variável inicial não pode ser marcada.

Decidibilidade

Teorema 4.8: A linguagem

$$V_{GLC} = \{\langle G \rangle \mid G \text{ é uma GLC e } L(G) = \emptyset\}$$

é decidível.

Prova: Construa uma MT R para V_{GLC}

R = “Sobre a entrada $\langle G \rangle$, onde G é uma GLC:

- 1 Marque todos os símbolos terminais em G;
- 2 Repita até que nenhuma variável venha a ser marcada;
- 3 Marque qualquer variável A onde G tem uma regra $A \rightarrow U_1 U_2 \cdots U_k$ e cada símbolo $U_1 U_2 \cdots U_k$ já tenha sido marcado.
- 4 Se a variável inicial não está marcada, *aceite*, caso contrário, *rejeite*.

Igualdade de GLCs

É sobre a a igualdade das linguagens

$$EQ_{GLC} = \{ \langle G, H \rangle \mid G \text{ e } H \text{ são GLCs com } L(G) = L(H) \}$$

?

- Para AFDs podemos usar o procedimento de decisão para V_{AFD} para provar que EQ_{AFD} é decidível.
- Para GLCs não é possível ... (Por quê?)
... Por que GLCs não são fechados sobre o complemento e sobre a intersecção.
Mais tarde veremos que EQ_{GLC} não é decidível.

Decidibilidade

Teorema 4.9: Toda linguagem livre-de-contexto é decidível.

Ideia da prova:

- Seja A uma linguagem livre-de-contexto. Nosso objetivo é mostrar que A é decidível.
- Para isso, usaremos a MT S do Teorema 4.7 que decide A_{GLC} .

Decidibilidade

Teorema 4.9: Toda linguagem livre-de-contexto é decidível.

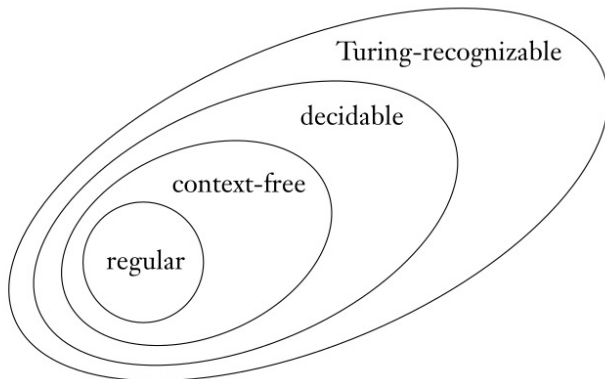
Prova: Utilizaremos a MT S que decide A_{GLC} . Seja G uma GLC para A e projetemos uma MT M_G que decide A .

$M_G =$ “Sobre a entrada w :

- 1 Rode a MT S sobre a entrada $\langle G, w \rangle$.
- 2 Se essa máquina aceita, *aceite*; se ela rejeita, *rejeite*.”

Decidibilidade

O Teorema 4.9 provê a ligação final do relacionamento entre as quatro principais classes de linguagem.



Propriedade do Fechamento - União

Sejam L_1 e L_2 linguagens decidíveis, então a união

$$L = L_1 \cup L_2$$

é também decidível.

Prova: Mostramos decidibilidade de L construindo um decisor para ele. Seja M_1 e M_2 decisores para L_1 e L_2 , respectivamente, então podemos construir um decisor M para L como segue:

$M =$ “Sobre a entrada w ,

- 1 Para cada caminho divida w em duas partes, $w = w_1 w_2$, faça
- 2 Execute M_1 sobre w_1 . Se ela aceita, aceite.
- 3 Execute M_2 sobre w_2 . Se ela aceita, aceite. Caso contrário, rejeite.

Propriedade do Fechamento - Concatenação

Sejam L_1 e L_2 linguagens decidíveis, então a concatenação

$$L = L_1 \cdot L_2$$

é também decidível.

Prova: Mostramos decidibilidade de L construindo um decisor para ele. Seja M_1 e M_2 decisores para L_1 e L_2 , respectivamente, então podemos construir um MTN M para L como segue:

M = "Sobre a entrada w ,

- 1 Para cada maneira de dividir w em duas partes, $w = w_1 w_2$, faça
- 2 Execute M_1 sobre w_1
- 3 Execute M_2 sobre w_2
- 4 Se qualquer combinação M_1 e M_2 aceita, aceite; caso contrário, rejeite."

Propriedade do Fechamento - Complemento

Seja L uma linguagem decidível, então o seu complemento

$$L' = \bar{L}$$

é também decidível.

Para qualquer linguagem decidível L , seja M uma MT que a decide. Construímos uma MT M' que decide L' :

M' = "Sobre a entrada w :

1. Execute M sobre w . Se M aceita, rejeite; Se M rejeita, aceite."

Como M' faz o oposto que qualquer M faz, então ele decide L' .

Sumário

- 1 Introdução
- 2 Decidibilidade
- 3 Linguagens regulares
- 4 Linguagens livres de contexto
- 5 Exercícios**

Exercícios

- 1) Considere o problema de determinar se um AFD e uma expressão regular são equivalentes. Expresse este problema como linguagem e mostre que é decidível.

Exercícios (Solução)

Solução: Formulamos o problema como $EQ_{AFD,ER} = \{\langle A, R \rangle \mid A \text{ é um AFD, } R \text{ é uma expressão regular e } L(A) = L(R)\}$. Construa a máquina T que decide $EQ_{AFD,ER}$.

$T =$ "Sobre a entrada $\langle A, R \rangle$ onde A é AFD e R é expressão regular

1. Converta R em um AFD B equivalente. Portanto, $L(B) = L(R)$.
2. Execute a MT F que decide EQ_{AFD} sobre a entrada $\langle A, B \rangle$.
3. Aceite se F aceita, e rejeite caso contrário.

Exercícios

2) Seja $TODAS_{AFD} = \{\langle A \rangle \mid A \text{ é um AFD e } L(A) = \Sigma^*\}$ mostre que $TODAS_{AFD}$ é decidível.

Exercícios (Solução)

Solução: Construiremos uma MT M que decida $TODAS_{AFD}$. Para isso usaremos o decisor T que decide V_{AFD}

$M =$ "Sobre a entrada $\langle A \rangle$ onde A é um AFD:

1. Construir um AFD B tal que $L(B) = \overline{L(A)}$.
2. Execute T sobre a entrada $\langle B \rangle$. Dê como saída o que T der como saída.

Como V_{AFD} é decidível, $TODAS_{AFD}$ é decidível.

Exercícios

3) Seja $INFINITA_{AFD} = \{\langle A \rangle \mid A \text{ é um AFD e } L(A) \text{ é uma linguagem infinita}\}$. Mostre que $INFINITA_{AFD}$ é decidível.

Exercícios (Solução)

Solução: A seguinte máquina de Turing M decide $INFINITA_{AFD}$.
 $M =$ "Sobre a entrada $\langle A \rangle$ onde A é AFD

1. Seja k o número de estados de A
2. Construa um AFD D que aceite todas as cadeias de comprimento k ou mais.
3. Construa um AFD M tal que $L(M) = L(A) \cap L(D)$
4. Teste $L(M) = \emptyset$, usando o decisor T de V_{AFD}
5. Se T aceita, rejeite; se T rejeita, aceite

Uma cadeia de comprimento k ou mais, onde k é o número de estados do AFD pode ser bombeada de maneira prescrita no lema de bombeamento para linguagens regulares para se obter uma quantidade infinita de cadeias aceitas.

Exercícios

4) Seja $A = \{\langle M \rangle \mid M \text{ é um AFD que não aceita nenhuma cadeia contendo um número ímpar de } 1s\}$. Mostre que A é decidível.

Exercícios (Solução)

A seguinte MT M decide A

$M = \text{"Sobre a entrada } \langle M \rangle \text{:}$

1. Construa um AFD O que aceite toda cadeia contendo um número ímpar de 1s.
2. Construa o AFD B tal que $L(B) = L(M) \cap L(O)$.
3. Teste se $L(B) = \emptyset$, usando o decisor T de V_{AFD} .
4. Se T aceita, aceite; se T rejeita, rejeite

Exercícios (Para casa)

- 5) Seja $A = \{\langle R, S \rangle \mid R \text{ e } S \text{ são expressões regulares e } L(R) \subseteq L(S)\}$. Mostre que A é decidível.
- 6) Seja $INFINITA_{AP} = \{\langle M \rangle \mid M \text{ é um AP e } L(M) \text{ é uma linguagem infinita}\}$. Mostre que $INFINITA_{AP}$ é decidível.