Teoria da Computação
Tese de Church-Turing e Máquinas de Turing

Leonardo Takuno
{leonardo.takuno@gmail.com}

Centro Universitário Senac

Sumário

Sumário

Definição

Definição: Uma linguagem **Turing-reconhecível** é uma linguagem formal para o qual existe um máquina de Turing que pára e aceita dado qualquer cadeia de entrada em uma linguagem mas pode parar e rejeitar ou entrar em loop para qualquer cadeia de entrada que não pertença a linguagem. Em contraste a isso uma linguagem **Turing-decidível**, são aquelas máquinas de Turing que páram em todos os casos.

Sumário

Linguagem Decidível

Considere a linguagem C que define uma aritmética elementar.

$$C = \{a^i b^j c^k | i \times j = k \text{ e } i, j, k \geq 1\}.$$

Construir uma máquina de Turing M3 que a decida.

Linguagem Decidível

M3 = "Na string de entrada w:

1. Varrer a entrada da esquerda para a direita para ter certeza que é um membro de $a^+b^+c^+$ e *rejeite* se não for.
2. Retorne o cabeçote para a extremidade da esquerda da fita.
3. Marque um a, e faça uma varredura para a direita até que um b ocorra. Vá e volte entre os bs e os cs, marcando cada um deles até que todos os bs tenham acabado.
4. Restaure os bs marcados e repita o estágio 3 se há outro a para ser marcado. Se todos os as estão marcados, checar se todos os cs estão marcados. Se estão, então *aceita*; caso contrário, *rejeite*."

Máquina de Turing

$C = \{a^i b^j c^k | i \times j = k \text{ e } i, j, k \geq 1\}$.
Exemplo $w = aabbbcccccc$

a	a	b	b	b	c	c	c	c	c	c
$\uparrow$										

Máquina de Turing

$C = \{a^i b^j c^k | i \times j = k \text{ e } i, j, k \geq 1\}$.
Exemplo $w = aabbbcccccc$

$\dot{a}$	a	b	b	b	c	c	c	c	c	c

$\uparrow$

Máquina de Turing

$C = \{a^i b^j c^k | i \times j = k \text{ e } i, j, k \geq 1\}$.
Exemplo $w = aabbbcccccc$

$\dot{a}$	a	b	b	b	c	c	c	c	c	c
	$\uparrow$									

Máquina de Turing

$C = \{a^i b^j c^k | i \times j = k \text{ e } i, j, k \geq 1\}$.
Exemplo $w = aabbbcccccc$

$\dot{a}$	a	b	b	b	c	c	c	c	c	c
		$\uparrow$								

Máquina de Turing

$C = \{a^i b^j c^k | i \times j = k \text{ e } i, j, k \geq 1\}$.
Exemplo $w = aabbbcccccc$

$\dot{a}$	a	$\dot{b}$	b	b	c	c	c	c	c	c
		$\uparrow$								

Máquina de Turing

$C = \{a^i b^j c^k | i \times j = k \text{ e } i, j, k \geq 1\}$.
Exemplo $w = aabbbcccccc$

$\dot{a}$	a	$\dot{b}$	b	b	c	c	c	c	c	c
			$\uparrow$							

Máquina de Turing

$C = \{a^i b^j c^k | i \times j = k \text{ e } i, j, k \geq 1\}$.
Exemplo $w = aabbbcccccc$

$\dot{a}$	a	$\dot{b}$	b	b	c	c	c	c	c	c
				$\uparrow$						

Máquina de Turing

$C = \{a^i b^j c^k | i \times j = k \text{ e } i, j, k \geq 1\}$.
Exemplo $w = aabbbcccccc$

$\dot{a}$	a	$\dot{b}$	b	b	c	c	c	c	c	c
					$\uparrow$					

Máquina de Turing

$C = \{a^i b^j c^k | i \times j = k \text{ e } i, j, k \geq 1\}$.
Exemplo $w = aabbbcccccc$

$\dot{a}$	a	$\dot{b}$	b	b	$\dot{c}$	c	c	c	c	c
					$\uparrow$					

Máquina de Turing

$C = \{a^i b^j c^k | i \times j = k \text{ e } i, j, k \geq 1\}$.
Exemplo $w = aabbbcccccc$

$\dot{a}$	a	$\dot{b}$	b	b	$\dot{c}$	c	c	c	c	c
				$\uparrow$						

Máquina de Turing

$C = \{a^i b^j c^k | i \times j = k \text{ e } i, j, k \geq 1\}$.
Exemplo $w = aabbbcccccc$

$\dot{a}$	a	$\dot{b}$	b	b	$\dot{c}$	c	c	c	c	c
			$\uparrow$							

Máquina de Turing

$C = \{a^i b^j c^k | i \times j = k \text{ e } i, j, k \geq 1\}$.
Exemplo $w = aabbbcccccc$

$\dot{a}$	a	$\dot{b}$	b	b	$\dot{c}$	c	c	c	c	c
		$\uparrow$								

Máquina de Turing

$C = \{a^i b^j c^k | i \times j = k \text{ e } i, j, k \geq 1\}$.

Exemplo $w = aabbbcccccc$

$\dot{a}$	a	$\dot{b}$	b	b	$\dot{c}$	c	c	c	c	c
			$\uparrow$							

Máquina de Turing

$C = \{a^i b^j c^k | i \times j = k \text{ e } i, j, k \geq 1\}$.
Exemplo $w = aabbbcccccc$

$\dot{a}$	a	$\dot{b}$	$\dot{b}$	b	$\dot{c}$	c	c	c	c	c
			$\uparrow$							

Máquina de Turing

$C = \{a^i b^j c^k | i \times j = k \text{ e } i, j, k \geq 1\}$.
Exemplo $w = aabbbcccccc$

$\dot{a}$	a	$\dot{b}$	$\dot{b}$	b	$\dot{c}$	c	c	c	c	c
				$\uparrow$						

Máquina de Turing

$C = \{a^i b^j c^k | i \times j = k \text{ e } i, j, k \geq 1\}$.
Exemplo $w = aabbbcccccc$

$\dot{a}$	a	$\dot{b}$	$\dot{b}$	b	$\dot{c}$	c	c	c	c	c
					$\uparrow$					

Máquina de Turing

$C = \{a^i b^j c^k | i \times j = k \text{ e } i, j, k \geq 1\}$.
Exemplo $w = aabbbcccccc$

$\dot{a}$	a	$\dot{b}$	$\dot{b}$	b	$\dot{c}$	c	c	c	c	c
						$\uparrow$				

Máquina de Turing

$C = \{a^i b^j c^k | i \times j = k \text{ e } i, j, k \geq 1\}$.
Exemplo $w = aabbbcccccc$

$\dot{a}$	a	$\dot{b}$	$\dot{b}$	b	$\dot{c}$	$\dot{c}$	c	c	c	c
						$\uparrow$				

Máquina de Turing

$C = \{a^i b^j c^k | i \times j = k \text{ e } i, j, k \geq 1\}$.
Exemplo $w = aabbbcccccc$

$\dot{a}$	a	$\dot{b}$	$\dot{b}$	b	$\dot{c}$	$\dot{c}$	c	c	c	c
					$\uparrow$					

Máquina de Turing

$C = \{a^i b^j c^k | i \times j = k \text{ e } i, j, k \geq 1\}$.
Exemplo $w = aabbbcccccc$

$\dot{a}$	a	$\dot{b}$	$\dot{b}$	b	$\dot{c}$	$\dot{c}$	c	c	c	c
				$\uparrow$						

Máquina de Turing

$C = \{a^i b^j c^k | i \times j = k \text{ e } i, j, k \geq 1\}.$
Exemplo $w = aabbbcccccc$

$\dot{a}$	a	$\dot{b}$	$\dot{b}$	b	$\dot{c}$	$\dot{c}$	c	c	c	c
			$\uparrow$							

Máquina de Turing

$C = \{a^i b^j c^k | i \times j = k \text{ e } i, j, k \geq 1\}$.
Exemplo $w = aabbbcccccc$

$\dot{a}$	a	$\dot{b}$	$\dot{b}$	b	$\dot{c}$	$\dot{c}$	c	c	c	c
				$\uparrow$						

Máquina de Turing

$C = \{a^i b^j c^k | i \times j = k \text{ e } i, j, k \geq 1\}$.
Exemplo $w = aabbbcccccc$

$\dot{a}$	a	$\dot{b}$	$\dot{b}$	$\dot{b}$	$\dot{c}$	$\dot{c}$	c	c	c	c
				$\uparrow$						

Máquina de Turing

$C = \{a^i b^j c^k | i \times j = k \text{ e } i, j, k \geq 1\}$.
Exemplo $w = aabbbcccccc$

$\dot{a}$	a	$\dot{b}$	$\dot{b}$	$\dot{b}$	$\dot{c}$	$\dot{c}$	c	c	c	c
					$\uparrow$					

Máquina de Turing

$C = \{a^i b^j c^k | i \times j = k \text{ e } i, j, k \geq 1\}$.
Exemplo $w = aabbbcccccc$

$\dot{a}$	a	$\dot{b}$	$\dot{b}$	$\dot{b}$	$\dot{c}$	$\dot{c}$	c	c	c	c
						$\uparrow$				

Máquina de Turing

$C = \{a^i b^j c^k | i \times j = k \text{ e } i, j, k \geq 1\}$.
Exemplo $w = aabbbcccccc$

$\dot{a}$	a	$\dot{b}$	$\dot{b}$	$\dot{b}$	$\dot{c}$	$\dot{c}$	c	c	c	c
							$\uparrow$			

Máquina de Turing

$C = \{a^i b^j c^k | i \times j = k \text{ e } i, j, k \geq 1\}.$
Exemplo $w = aabbbcccccc$

$\dot{a}$	a	$\dot{b}$	$\dot{b}$	$\dot{b}$	$\dot{c}$	$\dot{c}$	$\dot{c}$	c	c	c
							$\uparrow$			

Máquina de Turing

$C = \{a^i b^j c^k | i \times j = k \text{ e } i, j, k \geq 1\}$.
Exemplo $w = aabbbcccccc$

$\dot{a}$	a	$\dot{b}$	$\dot{b}$	$\dot{b}$	$\dot{c}$	$\dot{c}$	$\dot{c}$	c	c	c

$\uparrow$

Máquina de Turing

$C = \{a^i b^j c^k | i \times j = k \text{ e } i, j, k \geq 1\}$.
Exemplo $w = aabbbcccccc$

$\dot{a}$	a	$\dot{b}$	$\dot{b}$	$\dot{b}$	$\dot{c}$	$\dot{c}$	$\dot{c}$	c	c	c
					$\uparrow$					

Máquina de Turing

$C = \{a^i b^j c^k | i \times j = k \text{ e } i, j, k \geq 1\}$.
Exemplo $w = aabbbcccccc$

$\dot{a}$	a	$\dot{b}$	$\dot{b}$	$\dot{b}$	$\dot{c}$	$\dot{c}$	$\dot{c}$	c	c	c
				$\uparrow$						

Máquina de Turing

$C = \{a^i b^j c^k | i \times j = k \text{ e } i, j, k \geq 1\}$.
Exemplo $w = aabbbcccccc$

$\dot{a}$	a	$\dot{b}$	$\dot{b}$	b	$\dot{c}$	$\dot{c}$	$\dot{c}$	c	c	c
				$\uparrow$						

Máquina de Turing

$C = \{a^i b^j c^k | i \times j = k \text{ e } i, j, k \geq 1\}$.
Exemplo $w = aabbbcccccc$

$\dot{a}$	a	$\dot{b}$	$\dot{b}$	b	$\dot{c}$	$\dot{c}$	$\dot{c}$	c	c	c
			$\uparrow$							

Máquina de Turing

$C = \{a^i b^j c^k | i \times j = k \text{ e } i, j, k \geq 1\}$.
Exemplo $w = aabbbcccccc$

$\dot{a}$	a	$\dot{b}$	b	b	$\dot{c}$	$\dot{c}$	$\dot{c}$	c	c	c
			$\uparrow$							

Máquina de Turing

$C = \{a^i b^j c^k | i \times j = k \text{ e } i, j, k \geq 1\}$.
Exemplo $w = aabbbcccccc$

$\dot{a}$	a	$\dot{b}$	b	b	$\dot{c}$	$\dot{c}$	$\dot{c}$	c	c	c
		$\uparrow$								

Máquina de Turing

$C = \{a^i b^j c^k | i \times j = k \text{ e } i, j, k \geq 1\}$.
Exemplo $w = aabbbcccccc$

$\dot{a}$	a	b	b	b	$\dot{c}$	$\dot{c}$	$\dot{c}$	c	c	c
		$\uparrow$								

Máquina de Turing

$C = \{a^i b^j c^k | i \times j = k \text{ e } i, j, k \geq 1\}.$
Exemplo $w = aabbbcccccc$

$\dot{a}$	a	b	b	b	$\dot{c}$	$\dot{c}$	$\dot{c}$	c	c	c
	$\uparrow$									

Máquina de Turing

$C = \{a^i b^j c^k | i \times j = k \text{ e } i, j, k \geq 1\}$.
Exemplo $w = aabbbcccccc$

$\dot{a}$	a	b	b	b	$\dot{c}$	$\dot{c}$	$\dot{c}$	c	c	c
$\uparrow$										

Máquina de Turing

$C = \{a^i b^j c^k | i \times j = k \text{ e } i, j, k \geq 1\}$.
Exemplo $w = aabbbcccccc$

$\dot{a}$	a	b	b	b	$\dot{c}$	$\dot{c}$	$\dot{c}$	c	c	c
	$\uparrow$									

Máquina de Turing

$C = \{a^i b^j c^k | i \times j = k \text{ e } i, j, k \geq 1\}$.
Exemplo $w = aabbbcccccc$

$\dot{a}$	$\dot{a}$	b	b	b	$\dot{c}$	$\dot{c}$	$\dot{c}$	c	c	c
	$\uparrow$									

Máquina de Turing

$C = \{a^i b^j c^k | i \times j = k \text{ e } i, j, k \geq 1\}$.
Exemplo $w = aabbbcccccc$

$\dot{a}$	$\dot{a}$	b	b	b	$\dot{c}$	$\dot{c}$	$\dot{c}$	c	c	c
		$\uparrow$								

Máquina de Turing

$C = \{a^i b^j c^k | i \times j = k \text{ e } i, j, k \geq 1\}$.
Exemplo $w = aabbbcccccc$

$\dot{a}$	$\dot{a}$	$\dot{b}$	b	b	$\dot{c}$	$\dot{c}$	$\dot{c}$	c	c	c
		$\uparrow$								

Máquina de Turing

$C = \{a^i b^j c^k | i \times j = k \text{ e } i, j, k \geq 1\}$.
Exemplo $w = aabbbcccccc$

$\dot{a}$	$\dot{a}$	$\dot{b}$	b	b	$\dot{c}$	$\dot{c}$	$\dot{c}$	c	c	c
			$\uparrow$							

Máquina de Turing

$C = \{a^i b^j c^k | i \times j = k \text{ e } i, j, k \geq 1\}$.
Exemplo $w = aabbbcccccc$

$\dot{a}$	$\dot{a}$	$\dot{b}$	b	b	$\dot{c}$	$\dot{c}$	$\dot{c}$	c	c	c
				$\uparrow$						

Máquina de Turing

$C = \{a^i b^j c^k | i \times j = k \text{ e } i, j, k \geq 1\}$.
Exemplo $w = aabbbcccccc$

$\dot{a}$	$\dot{a}$	$\dot{b}$	b	b	$\dot{c}$	$\dot{c}$	$\dot{c}$	c	c	c
					$\uparrow$					

Máquina de Turing

$C = \{a^i b^j c^k | i \times j = k \text{ e } i, j, k \geq 1\}$.
Exemplo $w = aabbbcccccc$

$\dot{a}$	$\dot{a}$	$\dot{b}$	b	b	$\dot{c}$	$\dot{c}$	$\dot{c}$	c	c	c
						$\uparrow$				

Máquina de Turing

$C = \{a^i b^j c^k | i \times j = k \text{ e } i, j, k \geq 1\}$.
Exemplo $w = aabbbcccccc$

$\dot{a}$	$\dot{a}$	$\dot{b}$	b	b	$\dot{c}$	$\dot{c}$	$\dot{c}$	c	c	c
							$\uparrow$			

Máquina de Turing

$C = \{a^i b^j c^k | i \times j = k \text{ e } i, j, k \geq 1\}$.
Exemplo $w = aabbbcccccc$

$\dot{a}$	$\dot{a}$	$\dot{b}$	b	b	$\dot{c}$	$\dot{c}$	$\dot{c}$	c	c	c
								$\uparrow$		

Máquina de Turing

$C = \{a^i b^j c^k | i \times j = k \text{ e } i, j, k \geq 1\}$.
Exemplo $w = aabbbcccccc$

$\dot{a}$	$\dot{a}$	$\dot{b}$	b	b	$\dot{c}$	$\dot{c}$	$\dot{c}$	$\dot{c}$	c	c
								$\uparrow$		

Máquina de Turing

$C = \{a^i b^j c^k | i \times j = k \text{ e } i, j, k \geq 1\}$.
Exemplo $w = aabbbcccccc$

$\dot{a}$	$\dot{a}$	$\dot{b}$	b	b	$\dot{c}$	$\dot{c}$	$\dot{c}$	$\dot{c}$	c	c
							$\uparrow$			

Máquina de Turing

$C = \{a^i b^j c^k | i \times j = k \text{ e } i, j, k \geq 1\}$.
Exemplo $w = aabbbcccccc$

$\dot{a}$	$\dot{a}$	$\dot{b}$	b	b	$\dot{c}$	$\dot{c}$	$\dot{c}$	$\dot{c}$	c	c
						$\uparrow$				

Máquina de Turing

$C = \{a^i b^j c^k | i \times j = k \text{ e } i, j, k \geq 1\}$.
Exemplo $w = aabbbcccccc$

$\dot{a}$	$\dot{a}$	$\dot{b}$	b	b	$\dot{c}$	$\dot{c}$	$\dot{c}$	$\dot{c}$	c	c
					$\uparrow$					

Máquina de Turing

$C = \{a^i b^j c^k | i \times j = k \text{ e } i, j, k \geq 1\}$.

Exemplo $w = aabbbcccccc$

$\dot{a}$	$\dot{a}$	$\dot{b}$	b	b	$\dot{c}$	$\dot{c}$	$\dot{c}$	$\dot{c}$	c	c
				$\uparrow$						

Máquina de Turing

$C = \{a^i b^j c^k | i \times j = k \text{ e } i, j, k \geq 1\}$.
Exemplo $w = aabbbcccccc$

$\dot{a}$	$\dot{a}$	$\dot{b}$	b	b	$\dot{c}$	$\dot{c}$	$\dot{c}$	$\dot{c}$	c	c
			$\uparrow$							

Máquina de Turing

$C = \{a^i b^j c^k | i \times j = k \text{ e } i, j, k \geq 1\}$.
Exemplo $w = aabbbcccccc$

$\dot{a}$	$\dot{a}$	$\dot{b}$	b	b	$\dot{c}$	$\dot{c}$	$\dot{c}$	$\dot{c}$	c	c
		$\uparrow$								

Máquina de Turing

$C = \{a^i b^j c^k | i \times j = k \text{ e } i, j, k \geq 1\}$.
Exemplo $w = aabbbcccccc$

$\dot{a}$	$\dot{a}$	$\dot{b}$	b	b	$\dot{c}$	$\dot{c}$	$\dot{c}$	$\dot{c}$	c	c
			$\uparrow$							

Máquina de Turing

$C = \{a^i b^j c^k | i \times j = k \text{ e } i, j, k \geq 1\}$.
Exemplo $w = aabbbcccccc$

$\dot{a}$	$\dot{a}$	$\dot{b}$	$\dot{b}$	b	$\dot{c}$	$\dot{c}$	$\dot{c}$	$\dot{c}$	c	c
			$\uparrow$							

Máquina de Turing

$C = \{a^i b^j c^k | i \times j = k \text{ e } i, j, k \geq 1\}$.
Exemplo $w = aabbbcccccc$

$\dot{a}$	$\dot{a}$	$\dot{b}$	$\dot{b}$	b	$\dot{c}$	$\dot{c}$	$\dot{c}$	$\dot{c}$	c	c
				$\uparrow$						

Máquina de Turing

$C = \{a^i b^j c^k | i \times j = k \text{ e } i, j, k \geq 1\}$.
Exemplo $w = aabbbcccccc$

$\dot{a}$	$\dot{a}$	$\dot{b}$	$\dot{b}$	b	$\dot{c}$	$\dot{c}$	$\dot{c}$	$\dot{c}$	c	c
					$\uparrow$					

Máquina de Turing

$C = \{a^i b^j c^k | i \times j = k \text{ e } i, j, k \geq 1\}$.
Exemplo $w = aabbbcccccc$

$\dot{a}$	$\dot{a}$	$\dot{b}$	$\dot{b}$	b	$\dot{c}$	$\dot{c}$	$\dot{c}$	$\dot{c}$	c	c
						$\uparrow$				

Máquina de Turing

$C = \{a^i b^j c^k | i \times j = k \text{ e } i, j, k \geq 1\}$.
Exemplo $w = aabbbcccccc$

$\dot{a}$	$\dot{a}$	$\dot{b}$	$\dot{b}$	b	$\dot{c}$	$\dot{c}$	$\dot{c}$	$\dot{c}$	c	c
							$\uparrow$			

Máquina de Turing

$C = \{a^i b^j c^k | i \times j = k \text{ e } i, j, k \geq 1\}$.
Exemplo $w = aabbbcccccc$

$\dot{a}$	$\dot{a}$	$\dot{b}$	$\dot{b}$	b	$\dot{c}$	$\dot{c}$	$\dot{c}$	$\dot{c}$	c	c
								$\uparrow$		

Máquina de Turing

$C = \{a^i b^j c^k | i \times j = k \text{ e } i, j, k \geq 1\}$.
Exemplo $w = aabbbcccccc$

$\dot{a}$	$\dot{a}$	$\dot{b}$	$\dot{b}$	b	$\dot{c}$	$\dot{c}$	$\dot{c}$	$\dot{c}$	c	c
									$\uparrow$	

Máquina de Turing

$C = \{a^i b^j c^k | i \times j = k \text{ e } i, j, k \geq 1\}$.
Exemplo $w = aabbbcccccc$

$\dot{a}$	$\dot{a}$	$\dot{b}$	$\dot{b}$	b	$\dot{c}$	$\dot{c}$	$\dot{c}$	$\dot{c}$	$\dot{c}$	c
									$\uparrow$	

Máquina de Turing

$C = \{a^i b^j c^k | i \times j = k \text{ e } i, j, k \geq 1\}$.
Exemplo $w = aabbbcccccc$

$\dot{a}$	$\dot{a}$	$\dot{b}$	$\dot{b}$	b	$\dot{c}$	$\dot{c}$	$\dot{c}$	$\dot{c}$	$\dot{c}$	c
								$\uparrow$		

Máquina de Turing

$C = \{a^i b^j c^k | i \times j = k \text{ e } i, j, k \geq 1\}$.
Exemplo $w = aabbbcccccc$

$\dot{a}$	$\dot{a}$	$\dot{b}$	$\dot{b}$	b	$\dot{c}$	$\dot{c}$	$\dot{c}$	$\dot{c}$	$\dot{c}$	c
							$\uparrow$			

Máquina de Turing

$C = \{a^i b^j c^k | i \times j = k \text{ e } i, j, k \geq 1\}.$
Exemplo $w = aabbbcccccc$

$\dot{a}$	$\dot{a}$	$\dot{b}$	$\dot{b}$	b	$\dot{c}$	$\dot{c}$	$\dot{c}$	$\dot{c}$	$\dot{c}$	c
						$\uparrow$				

Máquina de Turing

$C = \{a^i b^j c^k | i \times j = k \text{ e } i, j, k \geq 1\}$.

Exemplo $w = aabbbcccccc$

$\dot{a}$	$\dot{a}$	$\dot{b}$	$\dot{b}$	b	$\dot{c}$	$\dot{c}$	$\dot{c}$	$\dot{c}$	$\dot{c}$	c
					$\uparrow$					

Máquina de Turing

$C = \{a^i b^j c^k | i \times j = k \text{ e } i, j, k \geq 1\}$.
Exemplo $w = aabbbcccccc$

$\dot{a}$	$\dot{a}$	$\dot{b}$	$\dot{b}$	b	$\dot{c}$	$\dot{c}$	$\dot{c}$	$\dot{c}$	$\dot{c}$	c
				$\uparrow$						

Máquina de Turing

$C = \{a^i b^j c^k | i \times j = k \text{ e } i, j, k \geq 1\}$.
Exemplo $w = aabbbcccccc$

$\dot{a}$	$\dot{a}$	$\dot{b}$	$\dot{b}$	b	$\dot{c}$	$\dot{c}$	$\dot{c}$	$\dot{c}$	$\dot{c}$	c
			$\uparrow$							

Máquina de Turing

$C = \{a^i b^j c^k | i \times j = k \text{ e } i, j, k \geq 1\}$.
Exemplo $w = aabbbcccccc$

$\dot{a}$	$\dot{a}$	$\dot{b}$	$\dot{b}$	b	$\dot{c}$	$\dot{c}$	$\dot{c}$	$\dot{c}$	$\dot{c}$	c
				$\uparrow$						

Máquina de Turing

$C = \{a^i b^j c^k | i \times j = k \text{ e } i, j, k \geq 1\}$.
Exemplo $w = aabbbcccccc$

$\dot{a}$	$\dot{a}$	$\dot{b}$	$\dot{b}$	$\dot{b}$	$\dot{c}$	$\dot{c}$	$\dot{c}$	$\dot{c}$	$\dot{c}$	c
				$\uparrow$						

Máquina de Turing

$C = \{a^i b^j c^k | i \times j = k \text{ e } i, j, k \geq 1\}$.
Exemplo $w = aabbbcccccc$

$\dot{a}$	$\dot{a}$	$\dot{b}$	$\dot{b}$	$\dot{b}$	$\dot{c}$	$\dot{c}$	$\dot{c}$	$\dot{c}$	$\dot{c}$	c
					$\uparrow$					

Máquina de Turing

$C = \{a^i b^j c^k | i \times j = k \text{ e } i, j, k \geq 1\}$.
Exemplo $w = aabbbcccccc$

$\dot{a}$	$\dot{a}$	$\dot{b}$	$\dot{b}$	$\dot{b}$	$\dot{c}$	$\dot{c}$	$\dot{c}$	$\dot{c}$	$\dot{c}$	c

Máquina de Turing

$C = \{a^i b^j c^k | i \times j = k \text{ e } i, j, k \geq 1\}$.
Exemplo $w = aabbbcccccc$

$\dot{a}$	$\dot{a}$	$\dot{b}$	$\dot{b}$	$\dot{b}$	$\dot{c}$	$\dot{c}$	$\dot{c}$	$\dot{c}$	$\dot{c}$	c

$\uparrow$

Máquina de Turing

$C = \{a^i b^j c^k | i \times j = k \text{ e } i, j, k \geq 1\}$.
Exemplo $w = aabbbcccccc$

$\dot{a}$	$\dot{a}$	$\dot{b}$	$\dot{b}$	$\dot{b}$	$\dot{c}$	$\dot{c}$	$\dot{c}$	$\dot{c}$	$\dot{c}$	c
								$\uparrow$		

Máquina de Turing

$C = \{a^i b^j c^k | i \times j = k \text{ e } i, j, k \geq 1\}$.
Exemplo $w = aabbbcccccc$

$\dot{a}$	$\dot{a}$	$\dot{b}$	$\dot{b}$	$\dot{b}$	$\dot{c}$	$\dot{c}$	$\dot{c}$	$\dot{c}$	$\dot{c}$	c
									$\uparrow$	

Máquina de Turing

$C = \{a^i b^j c^k | i \times j = k \text{ e } i, j, k \geq 1\}$.
Exemplo $w = aabbbcccccc$

$\dot{a}$	$\dot{a}$	$\dot{b}$	$\dot{b}$	$\dot{b}$	$\dot{c}$	$\dot{c}$	$\dot{c}$	$\dot{c}$	$\dot{c}$	c
										$\uparrow$

Máquina de Turing

$C = \{a^i b^j c^k | i \times j = k \text{ e } i, j, k \geq 1\}$.
Exemplo $w = aabbbcccccc$

$\dot{a}$	$\dot{a}$	$\dot{b}$	$\dot{b}$	$\dot{b}$	$\dot{c}$	$\dot{c}$	$\dot{c}$	$\dot{c}$	$\dot{c}$	$\dot{c}$
										$\uparrow$

Linguagem Decidível

Vamos estudar outro problema conhecido como *problema de distinção do elemento*. Uma lista de strings sobre $\{0, 1\}$ é dada, separados por $\#s$ e sua função é de aceitar, se todos os strings são diferentes. A linguagem é

$$E = \{\#x_1\#x_2\#...\#x_l | \text{cada } x_i \in \{0,1\}^* \text{ e } x_i \neq x_j \text{ para cada } i \neq j\}.$$

Uma máquina M4 funciona comparando x_1 com x_2 a x_l, e daí, comparando x_2 com x_3 a x_l, e assim por diante. Segue agora, uma descrição informal da MT M4 decidindo essa linguagem.

Linguagem Decidível

M4 = "Na entrada w:

1. Coloque uma marca sobre o símbolo mais à esquerda da fita. Se esse símbolo não for um #, *rejeite*.
2. Faça uma varredura até o próximo # e coloque uma segunda marca sobre ele. Se nenhum # é encontrado antes de um símbolo vazio, apenas x_1 estava presente, e portanto, *aceite*.
3. Faça um ziguezague, e compare os dois strings à direita dos #*s* marcados. Se eles são iguais, então *rejeite*.

Linguagem Decidível

4. Das duas marcas, mova o mais à direita para o próximo # símbolo à direita. Se nenhum símbolo # é encontrado antes de um símbolo vazio, mova a marca mais à esquerda para o próximo # à sua direita e a marca mais à direita para o # depois desse. Dessa vez, se nenhum # está disponível para a marca mais à direita, todos os strings foram comparados, e portanto, *aceite*.
5. Vá para o estágio 3."

Máquina de Turing

$E = \{\#x_1\#x_2\#...\#x_l | \text{cada } x_i \in \{0,1\}^* \text{ e } x_i \neq x_j \text{ para cada } i \neq j\}.$

Exemplo: $w = \#00\#01\#110$

#	0	0	#	0	1	#	1	1	0	$\sqcup$
$\uparrow$										

Máquina de Turing

$E = \{\#x_1\#x_2\#...\#x_l | \text{cada } x_i \in \{0,1\}^* \text{ e } x_i \neq x_j \text{ para cada } i \neq j\}.$

Exemplo: $w = \#00\#01\#110$

#	0	0	#	0	1	#	1	1	0	⊔

$\uparrow$

Máquina de Turing

$E = \{\#x_1\#x_2\#...\#x_l | \text{cada } x_i \in \{0,1\}^* \text{ e } x_i \neq x_j \text{ para cada } i \neq j\}.$

Exemplo: $w = \#00\#01\#110$

$\#$	0	0	$\#$	0	1	$\#$	1	1	0	$\sqcup$
	$\uparrow$									

Máquina de Turing

$$E = \{\#x_1\#x_2\#...\#x_l | \text{cada } x_i \in \{0,1\}^* \text{ e } x_i \neq x_j \text{ para cada } i \neq j\}.$$

Exemplo: $w = \#00\#01\#110$

#	0	0	#	0	1	#	1	1	0	⊔
		↑								

Máquina de Turing

$E = \{\#x_1\#x_2\#...\#x_l | \text{cada } x_i \in \{0,1\}^* \text{ e } x_i \neq x_j \text{ para cada } i \neq j\}.$

Exemplo: $w = \#00\#01\#110$

$\dot{\#}$	0	0	#	0	1	#	1	1	0	$\sqcup$
			$\uparrow$							

Máquina de Turing

$E = \{\#x_1\#x_2\#...\#x_l | \text{cada } x_i \in \{0,1\}^* \text{ e } x_i \neq x_j \text{ para cada } i \neq j\}.$

Exemplo: $w = \#00\#01\#110$

$\dot{\#}$	0	0	$\dot{\#}$	0	1	#	1	1	0	⊔
			↑							

Máquina de Turing

$E = \{\#x_1\#x_2\#...\#x_l | \text{cada } x_i \in \{0,1\}^* \text{ e } x_i \neq x_j \text{ para cada } i \neq j\}.$

Exemplo: $w = \#00\#01\#110$

$\dot{\#}$	0	0	$\dot{\#}$	0	1	#	1	1	0	⊔

$\qquad\qquad\uparrow$

Máquina de Turing

$E = \{\#x_1\#x_2\#...\#x_l | \text{cada } x_i \in \{0,1\}^* \text{ e } x_i \neq x_j \text{ para cada } i \neq j\}.$

Exemplo: $w = \#00\#01\#110$

$\dot{\#}$	0	0	$\dot{\#}$	0	1	#	1	1	0	⊔
	$\uparrow$									

Máquina de Turing

$$E = \{\#x_1\#x_2\#...\#x_l | \text{cada } x_i \in \{0,1\}^* \text{ e } x_i \neq x_j \text{ para cada } i \neq j\}.$$

Exemplo: $w = \#00\#01\#110$

$\dot{\#}$	0	0	$\dot{\#}$	0	1	#	1	1	0	⊔

$\uparrow$

Máquina de Turing

$E = \{\#x_1\#x_2\#...\#x_l | \text{cada } x_i \in \{0,1\}^* \text{ e } x_i \neq x_j \text{ para cada } i \neq j\}.$

Exemplo: $w = \#00\#01\#110$

$\dot{\#}$	0	0	$\dot{\#}$	0	1	#	1	1	0	⊔
	↑									

Máquina de Turing

$$E = \{\#x_1\#x_2\#...\#x_l | \text{cada } x_i \in \{0,1\}^* \text{ e } x_i \neq x_j \text{ para cada } i \neq j\}.$$

Exemplo: $w = \#00\#01\#110$

$\dot{\#}$	$\dot{0}$	0	$\dot{\#}$	0	1	#	1	1	0	⊔
	$\uparrow$									

Máquina de Turing

$E = \{\#x_1\#x_2\#...\#x_l | \text{cada } x_i \in \{0,1\}^* \text{ e } x_i \neq x_j \text{ para cada } i \neq j\}.$

Exemplo: $w = \#00\#01\#110$

$\dot{\#}$	$\dot{0}$	0	$\dot{\#}$	0	1	#	1	1	0	⊔

Máquina de Turing

$E = \{\#x_1\#x_2\#...\#x_l | \text{cada } x_i \in \{0,1\}^* \text{ e } x_i \neq x_j \text{ para cada } i \neq j\}.$

Exemplo: $w = \#00\#01\#110$

$\dot{\#}$	$\dot{0}$	0	$\dot{\#}$	0	1	#	1	1	0	⊔
			$\uparrow$							

Máquina de Turing

$$E = \{\#x_1\#x_2\#...\#x_l | \text{cada } x_i \in \{0,1\}^* \text{ e } x_i \neq x_j \text{ para cada } i \neq j\}.$$

Exemplo: $w = \#00\#01\#110$

$\dot{\#}$	$\dot{0}$	0	$\dot{\#}$	0	1	#	1	1	0	⊔
				$\uparrow$						

Máquina de Turing

$$E = \{\#x_1\#x_2\#...\#x_l | \text{cada } x_i \in \{0,1\}^* \text{ e } x_i \neq x_j \text{ para cada } i \neq j\}.$$

Exemplo: $w = \#00\#01\#110$

$\dot{\#}$	$\dot{0}$	0	$\dot{\#}$	$\dot{0}$	1	#	1	1	0	⊔
				↑						

Máquina de Turing

$E = \{\#x_1\#x_2\#...\#x_l | \text{cada } x_i \in \{0,1\}^* \text{ e } x_i \neq x_j \text{ para cada } i \neq j\}.$

Exemplo: $w = \#00\#01\#110$

$\dot{\#}$	$\dot{0}$	0	$\dot{\#}$	$\dot{0}$	1	$\#$	1	1	0	$\sqcup$
			$\uparrow$							

Máquina de Turing

$E = \{\#x_1\#x_2\#...\#x_l | \text{cada } x_i \in \{0,1\}^* \text{ e } x_i \neq x_j \text{ para cada } i \neq j\}.$

Exemplo: $w = \#00\#01\#110$

$\dot{\#}$	$\dot{0}$	0	$\dot{\#}$	$\dot{0}$	1	#	1	1	0	$\sqcup$
		$\uparrow$								

Máquina de Turing

$E = \{\#x_1\#x_2\#...\#x_l | \text{cada } x_i \in \{0,1\}^* \text{ e } x_i \neq x_j \text{ para cada } i \neq j\}.$

Exemplo: $w = \#00\#01\#110$

#	0	0	#	0	1	#	1	1	0	⊔
	↑									

Máquina de Turing

$$E = \{\#x_1\#x_2\#...\#x_l | \text{cada } x_i \in \{0,1\}^* \text{ e } x_i \neq x_j \text{ para cada } i \neq j\}.$$

Exemplo: $w = \#00\#01\#110$

$\dot{\#}$	$\dot{0}$	0	$\dot{\#}$	$\dot{0}$	1	$\#$	1	1	0	$\sqcup$
		$\uparrow$								

Máquina de Turing

$E = \{\#x_1\#x_2\#...\#x_l | \text{cada } x_i \in \{0,1\}^* \text{ e } x_i \neq x_j \text{ para cada } i \neq j\}.$

Exemplo: $w = \#00\#01\#110$

$\dot{\#}$	$\dot{0}$	$\dot{0}$	$\dot{\#}$	$\dot{0}$	1	#	1	1	0	⊔
		↑								

Máquina de Turing

$E = \{\#x_1\#x_2\#...\#x_l | \text{cada } x_i \in \{0,1\}^* \text{ e } x_i \neq x_j \text{ para cada } i \neq j\}.$

Exemplo: $w = \#00\#01\#110$

$\dot{\#}$	$\dot{0}$	$\dot{0}$	$\dot{\#}$	$\dot{0}$	1	#	1	1	0	$\sqcup$
			$\uparrow$							

Máquina de Turing

$E = \{\#x_1\#x_2\#...\#x_l | \text{cada } x_i \in \{0,1\}^* \text{ e } x_i \neq x_j \text{ para cada } i \neq j\}.$

Exemplo: $w = \#00\#01\#110$

$\dot{\#}$	$\dot{0}$	$\dot{0}$	$\dot{\#}$	$\dot{0}$	1	#	1	1	0	⊔

Máquina de Turing

$$E = \{\#x_1\#x_2\#...\#x_l | \text{cada } x_i \in \{0,1\}^* \text{ e } x_i \neq x_j \text{ para cada } i \neq j\}.$$

Exemplo: $w = \#00\#01\#110$

$\dot{\#}$	$\dot{0}$	$\dot{0}$	$\dot{\#}$	$\dot{0}$	1	#	1	1	0	$\sqcup$

Diferentes

Máquina de Turing

$E = \{\#x_1\#x_2\#...\#x_l | \text{cada } x_i \in \{0,1\}^* \text{ e } x_i \neq x_j \text{ para cada } i \neq j\}.$

Exemplo: $w = \#00\#01\#110$

$\dot{\#}$	$\dot{0}$	$\dot{0}$	$\dot{\#}$	$\dot{0}$	1	#	1	1	0	⊔
				$\uparrow$						

Máquina de Turing

$E = \{\#x_1\#x_2\#...\#x_l | \text{cada } x_i \in \{0,1\}^* \text{ e } x_i \neq x_j \text{ para cada } i \neq j\}.$

Exemplo: $w = \#00\#01\#110$

$\dot{\#}$	$\dot{0}$	$\dot{0}$	$\dot{\#}$	0	1	#	1	1	0	$\sqcup$
				$\uparrow$						

Máquina de Turing

$E = \{\#x_1\#x_2\#...\#x_l | \text{cada } x_i \in \{0,1\}^* \text{ e } x_i \neq x_j \text{ para cada } i \neq j\}.$

Exemplo: $w = \#00\#01\#110$

$\dot{\#}$	$\dot{0}$	$\dot{0}$	$\dot{\#}$	0	1	#	1	1	0	$\sqcup$
			$\uparrow$							

Máquina de Turing

$$E = \{\#x_1\#x_2\#...\#x_l | \text{cada } x_i \in \{0,1\}^* \text{ e } x_i \neq x_j \text{ para cada } i \neq j\}.$$

Exemplo: $w = \#00\#01\#110$

$\dot{\#}$	$\dot{0}$	$\dot{0}$	$\dot{\#}$	0	1	#	1	1	0	$\sqcup$
		$\uparrow$								

Máquina de Turing

$$E = \{\#x_1\#x_2\#...\#x_l | \text{cada } x_i \in \{0,1\}^* \text{ e } x_i \neq x_j \text{ para cada } i \neq j\}.$$

Exemplo: $w = \#00\#01\#110$

$\dot{\#}$	$\dot{0}$	0	$\dot{\#}$	0	1	#	1	1	0	⊔
		↑								

Máquina de Turing

$$E = \{\#x_1\#x_2\#...\#x_l | \text{cada } x_i \in \{0,1\}^* \text{ e } x_i \neq x_j \text{ para cada } i \neq j\}.$$

Exemplo: $w = \#00\#01\#110$

$\dot{\#}$	$\dot{0}$	0	$\dot{\#}$	0	1	#	1	1	0	$\sqcup$
	$\uparrow$									

Máquina de Turing

$E = \{\#x_1\#x_2\#...\#x_l | \text{cada } x_i \in \{0,1\}^* \text{ e } x_i \neq x_j \text{ para cada } i \neq j\}.$

Exemplo: $w = \#00\#01\#110$

$\dot{\#}$	0	0	$\dot{\#}$	0	1	#	1	1	0	$\sqcup$
	$\uparrow$									

Máquina de Turing

$E = \{\#x_1\#x_2\#...\#x_l | \text{cada } x_i \in \{0,1\}^* \text{ e } x_i \neq x_j \text{ para cada } i \neq j\}.$

Exemplo: $w = \#00\#01\#110$

$\dot{\#}$	0	0	$\dot{\#}$	0	1	#	1	1	0	⊔
↑										

Máquina de Turing

$E = \{\#x_1\#x_2\#...\#x_l | \text{cada } x_i \in \{0,1\}^* \text{ e } x_i \neq x_j \text{ para cada } i \neq j\}.$

Exemplo: $w = \#00\#01\#110$

#	0	0	#	0	1	#	1	1	0	⊔

$\uparrow$

Máquina de Turing

$E = \{\#x_1\#x_2\#...\#x_l | \text{cada } x_i \in \{0,1\}^* \text{ e } x_i \neq x_j \text{ para cada } i \neq j\}.$

Exemplo: $w = \#00\#01\#110$

$\dot{\#}$	0	0	$\dot{\#}$	0	1	#	1	1	0	⊔
		↑								

Máquina de Turing

$E = \{\#x_1\#x_2\#...\#x_l | \text{cada } x_i \in \{0,1\}^* \text{ e } x_i \neq x_j \text{ para cada } i \neq j\}.$

Exemplo: $w = \#00\#01\#110$

$\dot{\#}$	0	0	$\dot{\#}$	0	1	#	1	1	0	⊔

$\uparrow$

Máquina de Turing

$E = \{\#x_1\#x_2\#...\#x_l | \text{cada } x_i \in \{0,1\}^* \text{ e } x_i \neq x_j \text{ para cada } i \neq j\}.$

Exemplo: $w = \#00\#01\#110$

$\dot{\#}$	0	0	#	0	1	#	1	1	0	⊔
			↑							

Máquina de Turing

$E = \{\#x_1\#x_2\#...\#x_l | \text{cada } x_i \in \{0,1\}^* \text{ e } x_i \neq x_j \text{ para cada } i \neq j\}.$

Exemplo: $w = \#00\#01\#110$

$\dot{\#}$	0	0	#	0	1	#	1	1	0	$\sqcup$
				$\uparrow$						

Máquina de Turing

$E = \{\#x_1\#x_2\#...\#x_l | \text{cada } x_i \in \{0,1\}^* \text{ e } x_i \neq x_j \text{ para cada } i \neq j\}.$

Exemplo: $w = \#00\#01\#110$

#	0	0	#	0	1	#	1	1	0	⊔
					↑					

Máquina de Turing

$E = \{\#x_1\#x_2\#...\#x_l | \text{cada } x_i \in \{0,1\}^* \text{ e } x_i \neq x_j \text{ para cada } i \neq j\}.$

Exemplo: $w = \#00\#01\#110$

$\dot{\#}$	0	0	#	0	1	#	1	1	0	⊔
						↑				

Máquina de Turing

$$E = \{\#x_1\#x_2\#...\#x_l | \text{cada } x_i \in \{0,1\}^* \text{ e } x_i \neq x_j \text{ para cada } i \neq j\}.$$

Exemplo: $w = \#00\#01\#110$

$\dot{\#}$	0	0	#	0	1	$\dot{\#}$	1	1	0	⊔
						↑				

Máquina de Turing

$$E = \{\#x_1\#x_2\#...\#x_l | \text{cada } x_i \in \{0,1\}^* \text{ e } x_i \neq x_j \text{ para cada } i \neq j\}.$$

Exemplo: $w = \#00\#01\#110$

$\dot{\#}$	0	0	#	0	1	$\dot{\#}$	1	1	0	$\sqcup$
					$\uparrow$					

Máquina de Turing

$$E = \{\#x_1\#x_2\#\ldots\#x_l | \text{cada } x_i \in \{0,1\}^* \text{ e } x_i \neq x_j \text{ para cada } i \neq j\}.$$

Exemplo: $w = \#00\#01\#110$

$\dot{\#}$	0	0	#	0	1	$\dot{\#}$	1	1	0	⊔
				↑						

Máquina de Turing

$E = \{\#x_1\#x_2\#...\#x_l | \text{cada } x_i \in \{0,1\}^* \text{ e } x_i \neq x_j \text{ para cada } i \neq j\}.$

Exemplo: $w = \#00\#01\#110$

$\#$	0	0	$\#$	0	1	$\#$	1	1	0	$\sqcup$
			$\uparrow$							

Máquina de Turing

$E = \{\#x_1\#x_2\#...\#x_l | \text{cada } x_i \in \{0,1\}^* \text{ e } x_i \neq x_j \text{ para cada } i \neq j\}.$

Exemplo: $w = \#00\#01\#110$

$\dot{\#}$	0	0	#	0	1	$\dot{\#}$	1	1	0	⊔
		↑								

Máquina de Turing

$E = \{\#x_1\#x_2\#...\#x_l | \text{cada } x_i \in \{0,1\}^* \text{ e } x_i \neq x_j \text{ para cada } i \neq j\}.$

Exemplo: $w = \#00\#01\#110$

#	0	0	#	0	1	#	1	1	0	⊔
	↑									

Máquina de Turing

$E = \{\#x_1\#x_2\#...\#x_l | \text{cada } x_i \in \{0,1\}^* \text{ e } x_i \neq x_j \text{ para cada } i \neq j\}.$

Exemplo: $w = \#00\#01\#110$

$\dot{\#}$	0	0	#	0	1	$\dot{\#}$	1	1	0	⊔

$\uparrow$

Máquina de Turing

$E = \{\#x_1\#x_2\#...\#x_l | \text{cada } x_i \in \{0,1\}^* \text{ e } x_i \neq x_j \text{ para cada } i \neq j\}.$

Exemplo: $w = \#00\#01\#110$

$\dot{\#}$	0	0	#	0	1	$\dot{\#}$	1	1	0	⊔

$\quad\uparrow$

Máquina de Turing

$$E = \{\#x_1\#x_2\#...\#x_l | \text{cada } x_i \in \{0,1\}^* \text{ e } x_i \neq x_j \text{ para cada } i \neq j\}.$$

Exemplo: $w = \#00\#01\#110$

#	0	0	#	0	1	#	1	1	0	⊔

Máquina de Turing

$$E = \{\#x_1\#x_2\#...\#x_l | \text{cada } x_i \in \{0,1\}^* \text{ e } x_i \neq x_j \text{ para cada } i \neq j\}.$$

Exemplo: $w = \#00\#01\#110$

$\dot{\#}$	$\dot{0}$	0	$\dot{\#}$	0	1	$\dot{\#}$	1	1	0	$\sqcup$
		$\uparrow$								

Máquina de Turing

$$E = \{\#x_1\#x_2\#...\#x_l | \text{cada } x_i \in \{0,1\}^* \text{ e } x_i \neq x_j \text{ para cada } i \neq j\}.$$

Exemplo: $w = \#00\#01\#110$

$\dot{\#}$	$\dot{0}$	0	#	0	1	$\dot{\#}$	1	1	0	⊔

$\uparrow$

Máquina de Turing

$E = \{\#x_1\#x_2\#...\#x_l | \text{cada } x_i \in \{0,1\}^* \text{ e } x_i \neq x_j \text{ para cada } i \neq j\}.$

Exemplo: $w = \#00\#01\#110$

$\dot{\#}$	$\dot{0}$	0	#	0	1	$\dot{\#}$	1	1	0	⊔
				↑						

Máquina de Turing

$E = \{\#x_1\#x_2\#...\#x_l | \text{cada } x_i \in \{0,1\}^* \text{ e } x_i \neq x_j \text{ para cada } i \neq j\}.$

Exemplo: $w = \#00\#01\#110$

$\dot{\#}$	$\dot{0}$	0	#	0	1	$\dot{\#}$	1	1	0	$\sqcup$
					$\uparrow$					

Máquina de Turing

$E = \{\#x_1\#x_2\#...\#x_l | \text{cada } x_i \in \{0,1\}^* \text{ e } x_i \neq x_j \text{ para cada } i \neq j\}.$

Exemplo: $w = \#00\#01\#110$

$\dot{\#}$	$\dot{0}$	0	#	0	1	$\dot{\#}$	1	1	0	⊔
						↑				

Máquina de Turing

$$E = \{\#x_1\#x_2\#...\#x_l | \text{cada } x_i \in \{0,1\}^* \text{ e } x_i \neq x_j \text{ para cada } i \neq j\}.$$

Exemplo: $w = \#00\#01\#110$

$\dot{\#}$	$\dot{0}$	0	#	0	1	$\dot{\#}$	1	1	0	⊔
							$\uparrow$			

Máquina de Turing

$$E = \{\#x_1\#x_2\#...\#x_l | \text{cada } x_i \in \{0,1\}^* \text{ e } x_i \neq x_j \text{ para cada } i \neq j\}.$$

Exemplo: $w = \#00\#01\#110$

$\dot{\#}$	$\dot{0}$	0	#	0	1	$\dot{\#}$	1	1	0	$\sqcup$

$\uparrow$

Diferente

Máquina de Turing

$E = \{\#x_1\#x_2\#...\#x_l | \text{cada } x_i \in \{0,1\}^* \text{ e } x_i \neq x_j \text{ para cada } i \neq j\}.$

Exemplo: $w = \#00\#01\#110$

$\dot{\#}$	$\dot{0}$	0	#	0	1	$\dot{\#}$	1	1	0	$\sqcup$
						$\uparrow$				

Máquina de Turing

$E = \{\#x_1\#x_2\#...\#x_l | \text{cada } x_i \in \{0,1\}^* \text{ e } x_i \neq x_j \text{ para cada } i \neq j\}.$

Exemplo: $w = \#00\#01\#110$

#	0	0	#	0	1	#	1	1	0	⊔

Máquina de Turing

$$E = \{\#x_1\#x_2\#...\#x_l | \text{cada } x_i \in \{0,1\}^* \text{ e } x_i \neq x_j \text{ para cada } i \neq j\}.$$

Exemplo: $w = \#00\#01\#110$

$\dot{\#}$	$\dot{0}$	0	#	0	1	$\dot{\#}$	1	1	0	⊔
				$\uparrow$						

Máquina de Turing

$$E = \{\#x_1\#x_2\#...\#x_l | \text{cada } x_i \in \{0,1\}^* \text{ e } x_i \neq x_j \text{ para cada } i \neq j\}.$$

Exemplo: $w = \#00\#01\#110$

$\dot{\#}$	$\dot{0}$	0	#	0	1	$\dot{\#}$	1	1	0	⊔
			↑							

Máquina de Turing

$$E = \{\#x_1\#x_2\#...\#x_l | \text{cada } x_i \in \{0,1\}^* \text{ e } x_i \neq x_j \text{ para cada } i \neq j\}.$$

Exemplo: $w = \#00\#01\#110$

$$\begin{array}{|c|c|c|c|c|c|c|c|c|c|c|}
\hline
\dot{\#} & \dot{0} & 0 & \# & 0 & 1 & \dot{\#} & 1 & 1 & 0 & \sqcup \\
\hline
\multicolumn{1}{c}{} & \multicolumn{1}{c}{} & \multicolumn{1}{c}{\uparrow} & \multicolumn{8}{c}{}
\end{array}$$

Máquina de Turing

$$E = \{\#x_1\#x_2\#...\#x_l | \text{cada } x_i \in \{0,1\}^* \text{ e } x_i \neq x_j \text{ para cada } i \neq j\}.$$

Exemplo: $w = \#00\#01\#110$

#	0	0	#	0	1	#	1	1	0	⊔
	↑									

Máquina de Turing

$E = \{\#x_1\#x_2\#...\#x_l | \text{cada } x_i \in \{0,1\}^* \text{ e } x_i \neq x_j \text{ para cada } i \neq j\}.$

Exemplo: $w = \#00\#01\#110$

$\dot{\#}$	0	0	#	0	1	$\dot{\#}$	1	1	0	⊔
↑										

Máquina de Turing

$E = \{\#x_1\#x_2\#...\#x_l | \text{cada } x_i \in \{0,1\}^* \text{ e } x_i \neq x_j \text{ para cada } i \neq j\}.$

Exemplo: $w = \#00\#01\#110$

#	0	0	#	0	1	#	1	1	0	⊔

$\uparrow$

Máquina de Turing

$E = \{\#x_1\#x_2\#...\#x_l | \text{cada } x_i \in \{0,1\}^* \text{ e } x_i \neq x_j \text{ para cada } i \neq j\}.$

Exemplo: $w = \#00\#01\#110$

$\dot{\#}$	0	0	#	0	1	$\dot{\#}$	1	1	0	$\sqcup$
		$\uparrow$								

Máquina de Turing

$$E = \{\#x_1\#x_2\#...\#x_l | \text{cada } x_i \in \{0,1\}^* \text{ e } x_i \neq x_j \text{ para cada } i \neq j\}.$$

Exemplo: $w = \#00\#01\#110$

#	0	0	#	0	1	#	1	1	0	⊔

Máquina de Turing

$$E = \{\#x_1\#x_2\#\ldots\#x_l | \text{cada } x_i \in \{0,1\}^* \text{ e } x_i \neq x_j \text{ para cada } i \neq j\}.$$

Exemplo: $w = \#00\#01\#110$

$\#$	0	0	$\#$	0	1	$\#$	1	1	0	$\sqcup$

$\uparrow$

Máquina de Turing

$$E = \{\#x_1\#x_2\#...\#x_l | \text{cada } x_i \in \{0,1\}^* \text{ e } x_i \neq x_j \text{ para cada } i \neq j\}.$$

Exemplo: $w = \#00\#01\#110$

$\dot{\#}$	0	0	#	0	1	$\dot{\#}$	1	1	0	⊔
					↑					

Máquina de Turing

$E = \{\#x_1\#x_2\#...\#x_l | \text{cada } x_i \in \{0,1\}^* \text{ e } x_i \neq x_j \text{ para cada } i \neq j\}.$

Exemplo: $w = \#00\#01\#110$

$\dot{\#}$	0	0	#	0	1	$\dot{\#}$	1	1	0	⊔

Máquina de Turing

$E = \{\#x_1\#x_2\#...\#x_l | \text{cada } x_i \in \{0,1\}^* \text{ e } x_i \neq x_j \text{ para cada } i \neq j\}.$

Exemplo: $w = \#00\#01\#110$

$\dot{\#}$	0	0	#	0	1	#	1	1	0	⊔
						↑				

Máquina de Turing

$E = \{\#x_1\#x_2\#...\#x_l | \text{cada } x_i \in \{0,1\}^* \text{ e } x_i \neq x_j \text{ para cada } i \neq j\}.$

Exemplo: $w = \#00\#01\#110$

$\dot{\#}$	0	0	#	0	1	#	1	1	0	⊔
							↑			

Máquina de Turing

$E = \{\#x_1\#x_2\#...\#x_l | \text{cada } x_i \in \{0,1\}^* \text{ e } x_i \neq x_j \text{ para cada } i \neq j\}.$

Exemplo: $w = \#00\#01\#110$

$\dot{\#}$	0	0	#	0	1	#	1	1	0	⊔
								↑		

Máquina de Turing

$E = \{\#x_1\#x_2\#...\#x_l | \text{cada } x_i \in \{0,1\}^* \text{ e } x_i \neq x_j \text{ para cada } i \neq j\}.$

Exemplo: $w = \#00\#01\#110$

$\dot{\#}$	0	0	#	0	1	#	1	1	0	⊔
									↑	

Máquina de Turing

$E = \{\#x_1\#x_2\#...\#x_l | \text{cada } x_i \in \{0,1\}^* \text{ e } x_i \neq x_j \text{ para cada } i \neq j\}.$

Exemplo: $w = \#00\#01\#110$

$\dot{\#}$	0	0	#	0	1	#	1	1	0	$\sqcup$
										$\uparrow$

Máquina de Turing

$E = \{\#x_1\#x_2\#...\#x_l|\text{cada } x_i \in \{0,1\}^* \text{ e } x_i \neq x_j \text{ para cada } i \neq j\}.$

Exemplo: $w = \#00\#01\#110$

$\dot{\#}$	0	0	#	0	1	#	1	1	0	$\sqcup$
									$\uparrow$	

Máquina de Turing

$E = \{\#x_1\#x_2\#...\#x_l | \text{cada } x_i \in \{0,1\}^* \text{ e } x_i \neq x_j \text{ para cada } i \neq j\}.$

Exemplo: $w = \#00\#01\#110$

$\dot{\#}$	0	0	#	0	1	#	1	1	0	$\sqcup$
								$\uparrow$		

Máquina de Turing

$E = \{\#x_1\#x_2\#...\#x_l | \text{cada } x_i \in \{0,1\}^* \text{ e } x_i \neq x_j \text{ para cada } i \neq j\}.$

Exemplo: $w = \#00\#01\#110$

$\dot{\#}$	0	0	#	0	1	#	1	1	0	$\sqcup$
							$\uparrow$			

Máquina de Turing

$E = \{\#x_1\#x_2\#...\#x_l | \text{cada } x_i \in \{0,1\}^* \text{ e } x_i \neq x_j \text{ para cada } i \neq j\}.$

Exemplo: $w = \#00\#01\#110$

$\dot{\#}$	0	0	#	0	1	#	1	1	0	⊔
						↑				

Máquina de Turing

$E = \{\#x_1\#x_2\#...\#x_l | \text{cada } x_i \in \{0,1\}^* \text{ e } x_i \neq x_j \text{ para cada } i \neq j\}.$

Exemplo: $w = \#00\#01\#110$

$\dot{\#}$	0	0	#	0	1	#	1	1	0	$\sqcup$
					$\uparrow$					

Máquina de Turing

$E = \{\#x_1\#x_2\#...\#x_l | \text{cada } x_i \in \{0,1\}^* \text{ e } x_i \neq x_j \text{ para cada } i \neq j\}$.

Exemplo: $w = \#00\#01\#110$

$\dot{\#}$	0	0	#	0	1	#	1	1	0	$\sqcup$
				$\uparrow$						

Máquina de Turing

$E = \{\#x_1\#x_2\#...\#x_l | \text{cada } x_i \in \{0,1\}^* \text{ e } x_i \neq x_j \text{ para cada } i \neq j\}.$

Exemplo: $w = \#00\#01\#110$

$\dot{\#}$	0	0	#	0	1	#	1	1	0	⊔
			↑							

Máquina de Turing

$E = \{\#x_1\#x_2\#...\#x_l | \text{cada } x_i \in \{0,1\}^* \text{ e } x_i \neq x_j \text{ para cada } i \neq j\}.$

Exemplo: $w = \#00\#01\#110$

$\dot{\#}$	0	0	#	0	1	#	1	1	0	$\sqcup$
		$\uparrow$								

Máquina de Turing

$E = \{\#x_1\#x_2\#...\#x_l | \text{cada } x_i \in \{0,1\}^* \text{ e } x_i \neq x_j \text{ para cada } i \neq j\}.$

Exemplo: $w = \#00\#01\#110$

$\dot{\#}$	0	0	#	0	1	#	1	1	0	⊔
	↑									

Máquina de Turing

$E = \{\#x_1\#x_2\#...\#x_l | \text{cada } x_i \in \{0,1\}^* \text{ e } x_i \neq x_j \text{ para cada } i \neq j\}.$

Exemplo: $w = \#00\#01\#110$

$\dot{\#}$	0	0	#	0	1	#	1	1	0	⊔

$\uparrow$

Máquina de Turing

$E = \{\#x_1\#x_2\#...\#x_l | \text{cada } x_i \in \{0,1\}^* \text{ e } x_i \neq x_j \text{ para cada } i \neq j\}$.

Exemplo: $w = \#00\#01\#110$

#	0	0	#	0	1	#	1	1	0	⊔

$\uparrow$

Máquina de Turing

$E = \{\#x_1\#x_2\#...\#x_l | \text{cada } x_i \in \{0,1\}^* \text{ e } x_i \neq x_j \text{ para cada } i \neq j\}.$

Exemplo: $w = \#00\#01\#110$

#	0	0	#	0	1	#	1	1	0	⊔

Máquina de Turing

$E = \{\#x_1\#x_2\#...\#x_l | \text{cada } x_i \in \{0,1\}^* \text{ e } x_i \neq x_j \text{ para cada } i \neq j\}.$

Exemplo: $w = \#00\#01\#110$

#	0	0	#	0	1	#	1	1	0	⊔
		↑								

Máquina de Turing

$E = \{\#x_1\#x_2\#...\#x_l | \text{cada } x_i \in \{0,1\}^* \text{ e } x_i \neq x_j \text{ para cada } i \neq j\}.$

Exemplo: $w = \#00\#01\#110$

#	0	0	#	0	1	#	1	1	0	⊔
			↑							

Máquina de Turing

$E = \{\#x_1\#x_2\#...\#x_l | \text{cada } x_i \in \{0,1\}^* \text{ e } x_i \neq x_j \text{ para cada } i \neq j\}.$

Exemplo: $w = \#00\#01\#110$

#	0	0	#	0	1	#	1	1	0	⊔
			↑							

Máquina de Turing

$$E = \{\#x_1\#x_2\#\ldots\#x_l | \text{cada } x_i \in \{0,1\}^* \text{ e } x_i \neq x_j \text{ para cada } i \neq j\}.$$

Exemplo: $w = \#00\#01\#110$

#	0	0	$\dot{\#}$	0	1	#	1	1	0	⊔
				$\uparrow$						

Máquina de Turing

$E = \{\#x_1\#x_2\#...\#x_l | \text{cada } x_i \in \{0,1\}^* \text{ e } x_i \neq x_j \text{ para cada } i \neq j\}.$

Exemplo: $w = \#00\#01\#110$

#	0	0	$\dot{\#}$	0	1	#	1	1	0	⊔
					$\uparrow$					

Máquina de Turing

$E = \{\#x_1\#x_2\#...\#x_l | \text{cada } x_i \in \{0,1\}^* \text{ e } x_i \neq x_j \text{ para cada } i \neq j\}.$

Exemplo: $w = \#00\#01\#110$

#	0	0	#	0	1	#	1	1	0	⊔

$\uparrow$

Máquina de Turing

$E = \{\#x_1\#x_2\#...\#x_l | \text{cada } x_i \in \{0,1\}^* \text{ e } x_i \neq x_j \text{ para cada } i \neq j\}.$

Exemplo: $w = \#00\#01\#110$

#	0	0	#	0	1	#	1	1	0	⊔

$\uparrow$

Máquina de Turing

$E = \{\#x_1\#x_2\#...\#x_l | \text{cada } x_i \in \{0,1\}^* \text{ e } x_i \neq x_j \text{ para cada } i \neq j\}.$

Exemplo: $w = \#00\#01\#110$

$\#$	0	0	$\dot{\#}$	0	1	$\dot{\#}$	1	1	0	$\sqcup$
					$\uparrow$					

Máquina de Turing

$E = \{\#x_1\#x_2\#...\#x_l | \text{cada } x_i \in \{0,1\}^* \text{ e } x_i \neq x_j \text{ para cada } i \neq j\}.$

Exemplo: $w = \#00\#01\#110$

#	0	0	#	0	1	#	1	1	0	⊔
				↑						

Máquina de Turing

$$E = \{\#x_1\#x_2\#...\#x_l | \text{cada } x_i \in \{0,1\}^* \text{ e } x_i \neq x_j \text{ para cada } i \neq j\}.$$

Exemplo: $w = \#00\#01\#110$

#	0	0	#	0	1	#	1	1	0	⊔
			↑							

Máquina de Turing

$E = \{\#x_1\#x_2\#...\#x_l | \text{cada } x_i \in \{0,1\}^* \text{ e } x_i \neq x_j \text{ para cada } i \neq j\}.$

Exemplo: $w = \#00\#01\#110$

$\#$	0	0	$\dot{\#}$	0	1	$\dot{\#}$	1	1	0	$\sqcup$
				$\uparrow$						

Máquina de Turing

$E = \{\#x_1\#x_2\#...\#x_l | \text{cada } x_i \in \{0,1\}^* \text{ e } x_i \neq x_j \text{ para cada } i \neq j\}.$

Exemplo: $w = \#00\#01\#110$

#	0	0	#	0	1	#	1	1	0	⊔

$\uparrow$

Máquina de Turing

$E = \{\#x_1\#x_2\#...\#x_l | \text{cada } x_i \in \{0,1\}^* \text{ e } x_i \neq x_j \text{ para cada } i \neq j\}.$

Exemplo: $w = \#00\#01\#110$

#	0	0	$\dot{\#}$	$\dot{0}$	1	$\dot{\#}$	1	1	0	⊔
					↑					

Máquina de Turing

$$E = \{\#x_1\#x_2\#...\#x_l | \text{cada } x_i \in \{0,1\}^* \text{ e } x_i \neq x_j \text{ para cada } i \neq j\}.$$

Exemplo: $w = \#00\#01\#110$

$\#$	0	0	$\dot{\#}$	$\dot{0}$	1	$\dot{\#}$	1	1	0	$\sqcup$

Máquina de Turing

$$E = \{\#x_1\#x_2\#...\#x_l | \text{cada } x_i \in \{0,1\}^* \text{ e } x_i \neq x_j \text{ para cada } i \neq j\}.$$

Exemplo: $w = \#00\#01\#110$

#	0	0	$\dot{\#}$	$\dot{0}$	1	$\dot{\#}$	1	1	0	⊔
							↑			

Máquina de Turing

$E = \{\#x_1\#x_2\#...\#x_l | \text{cada } x_i \in \{0,1\}^* \text{ e } x_i \neq x_j \text{ para cada } i \neq j\}.$

Exemplo: $w = \#00\#01\#110$

#	0	0	$\dot{\#}$	$\dot{0}$	1	$\dot{\#}$	1	1	0	⊔

$\uparrow$

Diferente

Máquina de Turing

$E = \{\#x_1\#x_2\#...\#x_l | \text{cada } x_i \in \{0,1\}^* \text{ e } x_i \neq x_j \text{ para cada } i \neq j\}.$

Exemplo: $w = \#00\#01\#110$

#	0	0	$\dot{\#}$	$\dot{0}$	1	$\dot{\#}$	1	1	0	$\sqcup$
						$\uparrow$				

Máquina de Turing

$E = \{\#x_1\#x_2\#...\#x_l | \text{cada } x_i \in \{0,1\}^* \text{ e } x_i \neq x_j \text{ para cada } i \neq j\}.$

Exemplo: $w = \#00\#01\#110$

#	0	0	$\dot{\#}$	$\dot{0}$	1	$\dot{\#}$	1	1	0	⊔
					↑					

Máquina de Turing

$$E = \{\#x_1\#x_2\#...\#x_l | \text{cada } x_i \in \{0,1\}^* \text{ e } x_i \neq x_j \text{ para cada } i \neq j\}.$$

Exemplo: $w = \#00\#01\#110$

#	0	0	$\dot{\#}$	$\dot{0}$	1	$\dot{\#}$	1	1	0	$\sqcup$
				$\uparrow$						

Máquina de Turing

$E = \{\#x_1\#x_2\#...\#x_l | \text{cada } x_i \in \{0,1\}^* \text{ e } x_i \neq x_j \text{ para cada } i \neq j\}.$

Exemplo: $w = \#00\#01\#110$

$\#$	0	0	$\dot{\#}$	0	1	$\dot{\#}$	1	1	0	$\sqcup$

$\uparrow$

Máquina de Turing

$E = \{\#x_1\#x_2\#...\#x_l | \text{cada } x_i \in \{0,1\}^* \text{ e } x_i \neq x_j \text{ para cada } i \neq j\}.$

Exemplo: $w = \#00\#01\#110$

#	0	0	#	0	1	#	1	1	0	⊔
			↑							

Máquina de Turing

$E = \{\#x_1\#x_2\#...\#x_l | \text{cada } x_i \in \{0,1\}^* \text{ e } x_i \neq x_j \text{ para cada } i \neq j\}.$

Exemplo: $w = \#00\#01\#110$

#	0	0	#	0	1	#	1	1	0	⊔
				↑						

Máquina de Turing

$E = \{\#x_1\#x_2\#...\#x_l | \text{cada } x_i \in \{0,1\}^* \text{ e } x_i \neq x_j \text{ para cada } i \neq j\}.$

Exemplo: $w = \#00\#01\#110$

#	0	0	#	0	1	#	1	1	0	⊔
					↑					

Máquina de Turing

$$E = \{\#x_1\#x_2\#...\#x_l | \text{cada } x_i \in \{0,1\}^* \text{ e } x_i \neq x_j \text{ para cada } i \neq j\}.$$

Exemplo: $w = \#00\#01\#110$

#	0	0	#	0	1	#	1	1	0	⊔
						↑				

Máquina de Turing

$E = \{\#x_1\#x_2\#...\#x_l | \text{cada } x_i \in \{0,1\}^* \text{ e } x_i \neq x_j \text{ para cada } i \neq j\}.$

Exemplo: $w = \#00\#01\#110$

#	0	0	#	0	1	#	1	1	0	⊔

$\uparrow$

Máquina de Turing

$E = \{\#x_1\#x_2\#...\#x_l | \text{cada } x_i \in \{0,1\}^* \text{ e } x_i \neq x_j \text{ para cada } i \neq j\}.$

Exemplo: $w = \#00\#01\#110$

#	0	0	#	0	1	#	1	1	0	⊔

Máquina de Turing

$$E = \{\#x_1\#x_2\#...\#x_l | \text{cada } x_i \in \{0,1\}^* \text{ e } x_i \neq x_j \text{ para cada } i \neq j\}.$$

Exemplo: $w = \#00\#01\#110$

#	0	0	#	0	1	#	1	1	0	⊔

$\uparrow$

Máquina de Turing

$E = \{\#x_1\#x_2\#...\#x_l | \text{cada } x_i \in \{0,1\}^* \text{ e } x_i \neq x_j \text{ para cada } i \neq j\}.$

Exemplo: $w = \#00\#01\#110$

#	0	0	#	0	1	#	1	1	0	⊔
										↑

Máquina de Turing

$E = \{\#x_1\#x_2\#...\#x_l | \text{cada } x_i \in \{0,1\}^* \text{ e } x_i \neq x_j \text{ para cada } i \neq j\}.$

Exemplo: $w = \#00\#01\#110$

#	0	0	#	0	1	#	1	1	0	⊔

$\uparrow$

Máquina de Turing

$E = \{\#x_1\#x_2\#...\#x_l | \text{cada } x_i \in \{0,1\}^* \text{ e } x_i \neq x_j \text{ para cada } i \neq j\}.$

Exemplo: $w = \#00\#01\#110$

#	0	0	#	0	1	#	1	1	0	⊔
								↑		

Máquina de Turing

$E = \{\#x_1\#x_2\#...\#x_l | \text{cada } x_i \in \{0,1\}^* \text{ e } x_i \neq x_j \text{ para cada } i \neq j\}.$

Exemplo: $w = \#00\#01\#110$

#	0	0	#	0	1	#	1	1	0	⊔
							↑			

Máquina de Turing

$E = \{\#x_1\#x_2\#...\#x_l | \text{cada } x_i \in \{0,1\}^* \text{ e } x_i \neq x_j \text{ para cada } i \neq j\}.$

Exemplo: $w = \#00\#01\#110$

#	0	0	#	0	1	#	1	1	0	⊔
						↑				

Máquina de Turing

$E = \{\#x_1\#x_2\#...\#x_l | \text{cada } x_i \in \{0,1\}^* \text{ e } x_i \neq x_j \text{ para cada } i \neq j\}.$

Exemplo: $w = \#00\#01\#110$

#	0	0	$\dot{\#}$	0	1	#	1	1	0	⊔
					↑					

Máquina de Turing

$E = \{\#x_1\#x_2\#...\#x_l | \text{cada } x_i \in \{0,1\}^* \text{ e } x_i \neq x_j \text{ para cada } i \neq j\}.$

Exemplo: $w = \#00\#01\#110$

#	0	0	#	0	1	#	1	1	0	⊔

$\uparrow$

Máquina de Turing

$E = \{\#x_1\#x_2\#...\#x_l | \text{cada } x_i \in \{0,1\}^* \text{ e } x_i \neq x_j \text{ para cada } i \neq j\}.$

Exemplo: $w = \#00\#01\#110$

#	0	0	#	0	1	#	1	1	0	⊔
			↑							

Máquina de Turing

$E = \{\#x_1\#x_2\#...\#x_l | \text{cada } x_i \in \{0,1\}^* \text{ e } x_i \neq x_j \text{ para cada } i \neq j\}.$

Exemplo: $w = \#00\#01\#110$

#	0	0	#	0	1	#	1	1	0	$\sqcup$
			$\uparrow$							

Máquina de Turing

$E = \{\#x_1\#x_2\#...\#x_l | \text{cada } x_i \in \{0,1\}^* \text{ e } x_i \neq x_j \text{ para cada } i \neq j\}.$

Exemplo: $w = \#00\#01\#110$

#	0	0	#	0	1	#	1	1	0	⊔

$\uparrow$

Máquina de Turing

$E = \{\#x_1\#x_2\#...\#x_l | \text{cada } x_i \in \{0,1\}^* \text{ e } x_i \neq x_j \text{ para cada } i \neq j\}.$

Exemplo: $w = \#00\#01\#110$

#	0	0	#	0	1	#	1	1	0	⊔
					↑					

Máquina de Turing

$E = \{\#x_1\#x_2\#...\#x_l | \text{cada } x_i \in \{0,1\}^* \text{ e } x_i \neq x_j \text{ para cada } i \neq j\}.$

Exemplo: $w = \#00\#01\#110$

#	0	0	#	0	1	#	1	1	0	⊔
						$\uparrow$				

Máquina de Turing

$E = \{\#x_1\#x_2\#...\#x_l | \text{cada } x_i \in \{0,1\}^* \text{ e } x_i \neq x_j \text{ para cada } i \neq j\}.$

Exemplo: $w = \#00\#01\#110$

#	0	0	#	0	1	$\dot{\#}$	1	1	0	⊔
						↑				

Máquina de Turing

$E = \{\#x_1\#x_2\#...\#x_l | \text{cada } x_i \in \{0,1\}^* \text{ e } x_i \neq x_j \text{ para cada } i \neq j\}.$

Exemplo: $w = \#00\#01\#110$

#	0	0	#	0	1	$\dot{\#}$	1	1	0	⊔

$$\uparrow$$

Máquina de Turing

$E = \{\#x_1\#x_2\#...\#x_l | \text{cada } x_i \in \{0,1\}^* \text{ e } x_i \neq x_j \text{ para cada } i \neq j\}.$

Exemplo: $w = \#00\#01\#110$

#	0	0	#	0	1	$\dot{\#}$	1	1	0	⊔
								$\uparrow$		

Máquina de Turing

$E = \{\#x_1\#x_2\#...\#x_l | \text{cada } x_i \in \{0,1\}^* \text{ e } x_i \neq x_j \text{ para cada } i \neq j\}.$

Exemplo: $w = \#00\#01\#110$

#	0	0	#	0	1	#	1	1	0	⊔
									↑	

Máquina de Turing

$E = \{\#x_1\#x_2\#...\#x_l | \text{cada } x_i \in \{0,1\}^* \text{ e } x_i \neq x_j \text{ para cada } i \neq j\}.$

Exemplo: $w = \#00\#01\#110$

#	0	0	#	0	1	#	1	1	0	⊔

$\uparrow$

Máquina de Turing

$E = \{\#x_1\#x_2\#...\#x_l | \text{cada } x_i \in \{0,1\}^* \text{ e } x_i \neq x_j \text{ para cada } i \neq j\}.$

Exemplo: $w = \#00\#01\#110$

#	0	0	#	0	1	#	1	1	0	⊔

$\uparrow$

Máquina de Turing

$E = \{\#x_1\#x_2\#...\#x_l | \text{cada } x_i \in \{0,1\}^* \text{ e } x_i \neq x_j \text{ para cada } i \neq j\}.$

Exemplo: $w = \#00\#01\#110$

#	0	0	#	0	1	#	1	1	0	⊔
								↑		

Máquina de Turing

$E = \{\#x_1\#x_2\#...\#x_l | \text{cada } x_i \in \{0,1\}^* \text{ e } x_i \neq x_j \text{ para cada } i \neq j\}.$

Exemplo: $w = \#00\#01\#110$

#	0	0	#	0	1	#	1	1	0	⊔

$\uparrow$

Máquina de Turing

$E = \{\#x_1\#x_2\#...\#x_l | \text{cada } x_i \in \{0,1\}^* \text{ e } x_i \neq x_j \text{ para cada } i \neq j\}.$

Exemplo: $w = \#00\#01\#110$

#	0	0	#	0	1	$\dot{\#}$	1	1	0	⊔

$\uparrow$

Máquina de Turing

$E = \{\#x_1\#x_2\#...\#x_l | \text{cada } x_i \in \{0,1\}^* \text{ e } x_i \neq x_j \text{ para cada } i \neq j\}.$

Exemplo: $w = \#00\#01\#110$

#	0	0	#	0	1	#	1	1	0	⊔
						↑				

Máquina de Turing

$$E = \{\#x_1\#x_2\#...\#x_l | \text{cada } x_i \in \{0,1\}^* \text{ e } x_i \neq x_j \text{ para cada } i \neq j\}.$$

Exemplo: $w = \#00\#01\#110$

#	0	0	#	0	1	#	1	1	0	$\sqcup$
							$\uparrow$			

Máquina de Turing

$E = \{\#x_1\#x_2\#...\#x_l | \text{cada } x_i \in \{0,1\}^* \text{ e } x_i \neq x_j \text{ para cada } i \neq j\}$.

Exemplo: $w = \#00\#01\#110$

#	0	0	#	0	1	#	1	1	0	⊔
								↑		

Máquina de Turing

$E = \{\#x_1\#x_2\#...\#x_l | \text{cada } x_i \in \{0,1\}^* \text{ e } x_i \neq x_j \text{ para cada } i \neq j\}.$

Exemplo: $w = \#00\#01\#110$

#	0	0	#	0	1	#	1	1	0	⊔
									↑	

Máquina de Turing

$E = \{\#x_1\#x_2\#...\#x_l | \text{cada } x_i \in \{0,1\}^* \text{ e } x_i \neq x_j \text{ para cada } i \neq j\}.$

Exemplo: $w = \#00\#01\#110$

#	0	0	#	0	1	#	1	1	0	⊔
										$\uparrow$

Sumário

Variantes da Máquina de Turing

Como nos autômatos finitos podemos construir diferentes variantes da Máquina de Turing.
E, como no caso dos autômatos finitos, podemos mostrar que todas estas variantes têm o mesmo poder computacional: todos eles reconhecem a mesma linguagem.

Máquina de Turing com Movimento Estacionário

Uma **máquina de Turing com movimento estacionário** é uma 7-upla (Q, Σ, Γ, δ, q_0 , q_{aceita}, $q_{rejeita}$), onde Q, Σ, Γ, são todos conjuntos finitos e

1. Q é o conjunto de estados
2. Σ é o alfabeto de entrada não contém o simbolo em branco $\sqcup$
3. Γ é o alfabeto da fita, onde $\sqcup \in$ Γ, e $\Sigma \subseteq \Gamma$
4. $\delta : Q \times \Gamma \longrightarrow Q \times \Gamma \times \{E, D, P\}$ é a função de transição
5. $q_0 \in Q$ é o estado inicial.
6. $q_{aceita} \in Q$ é o estado de aceitação, e
7. $q_{rejeita} \in Q$ é o estado de rejeição, onde $q_{rejeita} \neq q_{aceita}$

Máquina de Turing com Movimento Estacionário

Sejam $q_i, q_j \in Q$, $x, y \in \Gamma$, $u, v \in \Gamma^*$ e a configuração

$$uq_ixv$$

Caso $\delta(q_i, x) = (q_j, y, P)$ a configuração resultante será

$$uq_jyv$$

$\cdots$	u	x	v	$\sqcup$	$\sqcup$	$\sqcup$

$$\uparrow$$
$$q_i$$

Máquina de Turing com Movimento Estacionário

Sejam $q_i, q_j \in Q$, $x, y \in \Gamma$, $u, v \in \Gamma^*$ e a configuração

$$uq_ixv$$

Caso $\delta(q_i, x) = (q_j, y, P)$ a configuração resultante será

$$uq_jyv$$

$\cdots$	u	y	v	$\sqcup$	$\sqcup$	$\sqcup$
		$\uparrow$				
		q_j				

Máquina de Turing com Movimento Estacionário

Teorema: Toda Máquina de Turing com movimento estacionário tem uma Máquina de Turing equivalente.

Temos que mostrar que dada uma MT M deve-se ter uma MT com movimento estacionário M_P que reconheça a mesma linguagem de M e, dada uma MT com movimento estacionário P deve-se ter uma MT M que reconheça a mesma linguagem de P.

Máquina de Turing com Movimento Estacionário

Teorema: Toda Máquina de Turing com movimento estacionário tem uma Máquina de Turing equivalente.

Ideia da prova:
($\Rightarrow$) Para uma MT com movimento estacionário M_P simular um MT M é simples. Basta M_P não usar o movimento estacionário.

Máquina de Turing com Movimento Estacionário

Teorema: Toda Máquina de Turing com movimento estacionário tem uma Máquina de Turing equivalente.

Ideia da prova:
($\Leftarrow$) Para uma MT M simular uma MT com movimento estacionário P substitua cada transição "permaneça parada" por duas transições, uma que move para a direita e a segunda que move para a esquerda.

Máquina de Turing com Movimento Estacionário

Cada transição “permaneça parada”:

$$\delta_P(q_i, x) = (q_j, y, P)$$

será substituída por $|\Gamma| + 1$ transições:

- uma para a direita: $\delta_M(q_i, x) = (q_{k_i}, y, D)$
  onde q_{k_i} é um novo estado de Q_M
- $|\Gamma|$ transições para a esquerda: $\delta_M(q_{k_i}, \gamma) = (q_j, \gamma, E)$
  uma para cada símbolo $\gamma \in \Gamma$

Máquinas de Turing Multifita

Uma máquina de Turing Multifita é como uma máquina de Turing comum com várias fitas.

- Cada fita tem sua própria cabeça de leitura e escrita.
- Inicialmente a entrada aparece sobre a fita 1, e as outras iniciam em branco.
- A função de transição é modificada para permitir ler, escrever e mover as cabeças em algumas ou todas as fitas simultaneamente.

Máquinas de Turing Multifita

Formalmente, ela é

$$\delta : Q \times \Gamma^k \rightarrow Q \times \Gamma^k \times \{E, D\}^k$$

onde k é o número de fitas.

$$\delta(q_i, a_1, ..., a_k) = (q_j, b_1, ..., b_k, E, D, ..., E)$$

Máquinas de Turing Multifita

Teorema 3.13: Toda máquina de **Turing Multifita** tem uma máquina de Turing de uma única fita que lhe é equivalente.

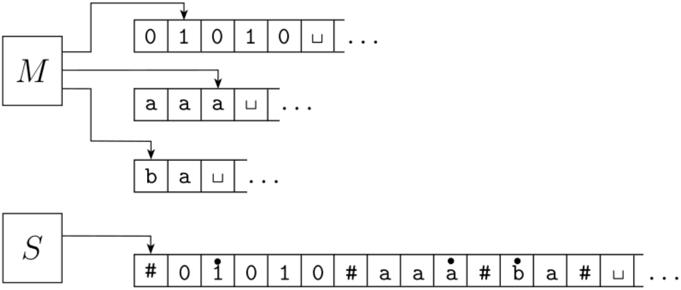
Idéia da prova: Mostramos a equivalência simulando uma MT Multifita M com uma MT S de única fita.

(a) Para mostrar que uma MT Multifita pode simular um MT de única fita é trivial pois uma MT de única fita é um caso especial de um MT Multifita.

(b) Uma MT de fita única pode simular uma MT Multifita por simular k fitas da multifita em uma única fita. Isto requer a separação apropriada dos conteúdos das diferentes fitas. Além do conteúdo dessas fitas, S tem de manter o registro das posições das cabeças.

Máquinas de Turing Multifita

Graficamente :



Simulando Máquinas Multifita

S = "Sobre a entrada $w = w_1 \dots w_n$:

1. Primeiro S põe sua fita no fomato que representa todas as k fitas de M. a fita formatada contém

$$\# \; \dot{w}_1 \; w_2 \dots w_n \# \; \dot{\sqcup} \; \# \; \dot{\sqcup} \; \# \dots \#$$

2. Comece no primeiro símbolo #
3. Faça uma varredura até o (k+1)-ésimo # que marca a extremidade direita

Simulando Máquinas Multifita

4. Faça uma segunda passagem para atualizar as fitas conforme a função de transição estabelece
5. Se S move uma das cabeças virtuais sobre um #, essa ação significa que M moveu a cabeça para uma parte previamente não lida em branco daquela fita. Então S desloca o conteúdo da fita, a partir dessa célula até o # mais à direita, uma posição para a direita. Então ela continua a simulação tal qual anteriormente.

Máquinas de Turing Multifita

Corolário 3.15: Uma linguagem é **Turing-reconhecível** se, e somente se, alguma máquina de Turing Multifita a reconhece.

Prova: Uma linguagem Turing-reconhecível é reconhecida por uma máquina normal (com uma fita apenas), que é um caso especial de máquinas de Turing Multifita. Isto prova uma direção deste corolário. A outra é dada no teorema anterior.

Máquina de Turing com fita duplamente infinita

- É semelhante a uma máquina de Turing comum, mas sua fita é infinita para a esquerda assim como para a direita.
- A fita é preenchida com brancos com exceção da parte que contém a entrada.
- O cabeçote é posicionado no símbolo mais a esquerda da cadeia de entrada.

Máquina de Turing com fita duplamente infinita

Teorema: Toda Máquina de Turing com fita duplamente infinita tem uma Máquina de Turing comum equivalente.

Temos que mostrar que, dada uma MT comum M deve-se ter uma MT com fita duplamente infinita I que reconheça a mesma linguagem de M e, dada uma MT com fita duplamente inifinita I deve-se ter uma MT comum M_I que reconheça a linguagem de I.

Máquina de Turing com fita duplamente infinita

Teorema: Toda Máquina de Turing com fita duplamente infinita tem uma Máquina de Turing comum equivalente.

Ideia da prova:
($\Rightarrow$) A máquina de Turing com fita duplamente infinita pode simular facilmente uma MT comum. É necessário marcar a extremidade esquerda da entrada para evitar que o cabeçote mova-se para fora.

Máquina de Turing com fita duplamente infinita

($\Leftarrow$)

- Para simular uma MT com fita infinita em uma MT comum, usaremos uma MT 2-fitas, que é equivalente a um MT comum.
- A primeira fita contém a cadeia de entrada e a segunda fita está em branco. Cortamos a fita infinita em duas partes, na célula de início da cadeia de entrada.

Máquina de Turing com fita duplamente infinita

- A porção com a string de entrada e todos os espaços brancos para a sua direita aparece sobre a primeira fita na MT 2-fitas.
- A porção para a esquerda da cadeia de entrada aparece na segunda fita, em ordem reversa.

$\cdots$	$\sqcup$	a	b	c	$\sqcup$	$\cdots$

Máquina de Turing com fita duplamente infinita

- A porção com a string de entrada e todos os espaços brancos para a sua direita aparece sobre a primeira fita na MT 2-fitas.
- A porção para a esquerda da cadeia de entrada aparece na segunda fita, em ordem reversa.

a	b	c	$\sqcup$	$\sqcup$	$\sqcup$	$\cdots$
$\uparrow$						

$\sqcup$	$\sqcup$	$\sqcup$	$\sqcup$	$\sqcup$	$\sqcup$	$\cdots$
$\uparrow$						

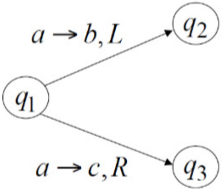
Máquinas de Turing Não-Determinísticas

- Função de transição de uma máquina de Turing não-determinística tem a forma:

$$\delta : Q \times \Gamma \rightarrow \mathcal{P}(Q \times \Gamma \times \{E, D\}).$$

Máquinas de Turing Não-Determinísticas

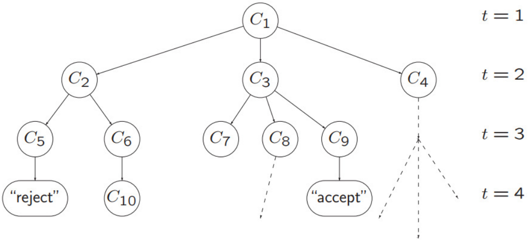
- Esta definição altera, novamente, a função de transição, que agora passa a ser uma **função parcial**.



- Isto permite, em particular termos mais de uma transição com o mesmo símbolo do alfabeto a partir de um estado ou mesmo não ter um determinado símbolo do alfabeto na transição.

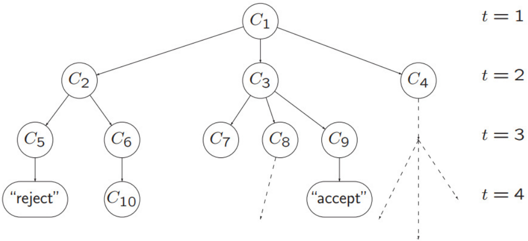
Máquinas de Turing Não-Determinísticas

- A computação por uma máquina de Turing não-determinística pode ser representada por uma árvore, cujos ramos correspondem às diferentes possibilidades de computação;



Máquinas de Turing Não-Determinísticas

- Se algum desses ramos da computação leva a um estado de aceitação, então a cadeia de entrada é aceita pela máquina.



Máquinas de Turing Não-Determinísticas

- Árvore de computação não determinística
  - Cada nó representa uma configuração
  - Um nó para uma configuração C_1 tem um filho para cada configuração C_2 tal que C_1 produz C_2
  - A raiz da árvore é q_1w
  - Uma configuração pode aparecer mais de uma vez na árvore.

Máquinas de Turing Não-Determinísticas

Teorema 3.16: Toda máquina de **Turing Não-Determinística** tem uma máquina de Turing de uma única fita que lhe é equivalente.

Idéia da prova: Mostramos que uma MT determinística é equivalente a uma MT não-determinística.

($\Rightarrow$)

- Para mostrar que uma MT não-determinística pode simular uma MT determinística é trivial pois MTs determinísticas são casos especiais de MTs não-determinísticas.

Máquinas de Turing Não-Determinísticas

Teorema 3.16: Toda máquina de **Turing Não-Determinística** tem uma máquina de Turing de uma única fita que lhe é equivalente.

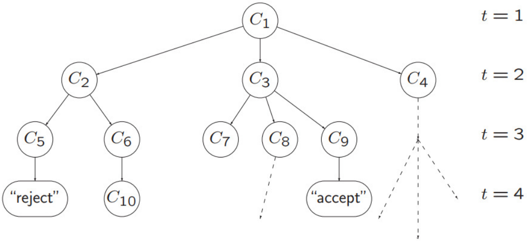
Idéia da prova:

($\Leftarrow$)

- Podemos simular uma MT não-determinística N com uma MT determinística D.
- D faz uma busca através da árvore não-determinística.
- Cada nó da árvore que representa a computação N é uma configuração de N.

Máquinas de Turing Não-Determinísticas

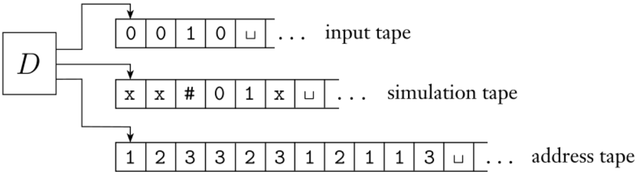
- D percorre essa árvore, buscando uma configuração de aceitação;
- Para que D possa simular N corretamente, essa busca deve ser em largura, e não em profundidade.



Máquinas de Turing Não-Determinísticas

Teorema 3.16: Toda máquina de **Turing Não-Determinística** tem uma máquina de Turing de uma única fita que lhe é equivalente.

Prova: A MT determinística simuladora tem três fitas.

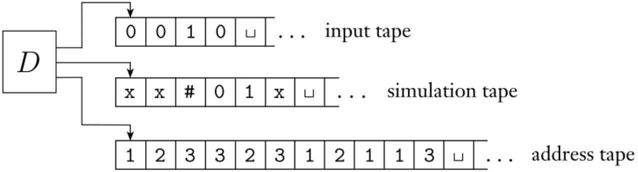


fita1 : contém a cadeia de entrada e nunca é alterada

Máquinas de Turing Não-Determinísticas

Teorema 3.16: Toda máquina de **Turing Não-Determinística** tem uma máquina de Turing de uma única fita que lhe é equivalente.

Prova: A MT determinística simuladora tem três fitas.

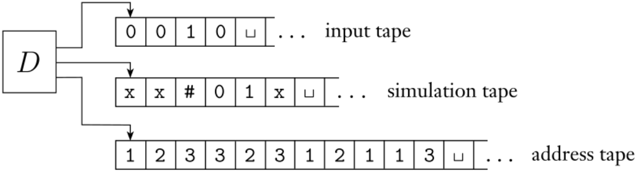


fita2 : mantém a cópia da fita de N em algum ramo de sua computação não determinística.

Máquinas de Turing Não-Determinísticas

Teorema 3.16: Toda máquina de **Turing Não-Determinística** tem uma máquina de Turing de uma única fita que lhe é equivalente.

Prova: A MT determinística simuladora tem três fitas.



fita3 : mantém o registro da posição de D na árvore de computação não-determinística de N.

Máquinas de Turing Não-Determinísticas

Teorema 3.16: Toda máquina de **Turing Não-Determinística** tem uma máquina de Turing de uma única fita que lhe é equivalente.

Prova: (... continuação)
Primeiro considerar a representação de dados na fita 3. Todo nó da árvore pode ter no máximo b filhos, onde b é o tamanho do maior conjunto de possível escolhas dado pela função de transição de N.
A cada nó associamos um endereço que é uma cadeia sobre
$\Sigma_b = \{1, 2, \cdots, b\}$

Máquinas de Turing Não-Determinísticas

Teorema 3.16: Toda máquina de **Turing Não-Determinística** tem uma máquina de Turing de uma única fita que lhe é equivalente.

Prova: (... continuação)
Associamos o endereço 231 ao nó ao qual chegamos iniciando na raiz, indo para o seu 2^o filho, indo para o 3^o filho desse nó, e, finalmente, para o 1^o filho desse nó. Cada símbolo na cadeia nos diz que escolha fazer a seguir quando simulamos um passo em um ramo de computação não determinística de N.

Máquinas de Turing Não-Determinísticas

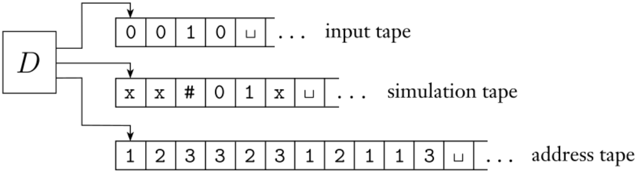
Prova: (... continuação) Agora, vamos descrever D:

1. Inicialmente, a fita 1 contém a entrada w e as fitas 2 e 3 estão vazias.
2. Copie a fita 1 para a fita 2.

Máquinas de Turing Não-Determinísticas

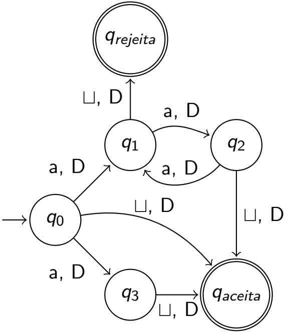
3. Use a fita 2 para simular N com a entrada *w* sobre um ramo de sua computação não-determinística. Antes de cada passo de N, consulte o próximo símbolo na fita 3 para determinar qual escolha fazer entre aquelas permitidas pela função de transição de N. Se não restam mais símbolos na fita 3 ou se essa escolha não-determinística for inválida, aborte esse ramo indo para o estágio 4. Também vá para o estágio 4 se uma configuração de rejeição for encontrada. Se uma configuração de aceitação for encontrada aceite a entrada.
4. Substitua a cadeia na fita 3 pela próxima cadeia na ordem **lexicográfica**. Simule o próximo ramo da computação de N indo para o estágio 2.

Máquinas de Turing Não-Determinísticas



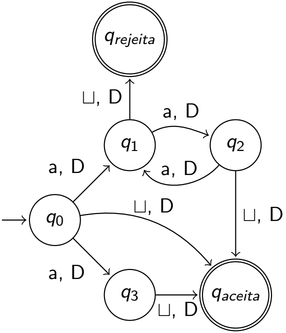
Exemplo

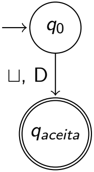
Seja $L = \{a^k | k$ é par ou $k = 1\}$ e a Máquina de Turing Não Determinística N.



Exemplo

Entrada : ε

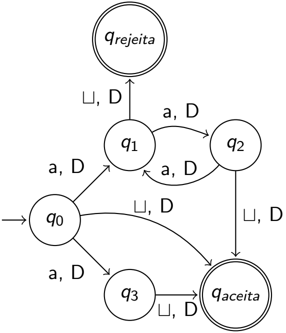


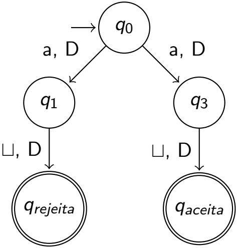


árvore de computação

Exemplo

Entrada : a

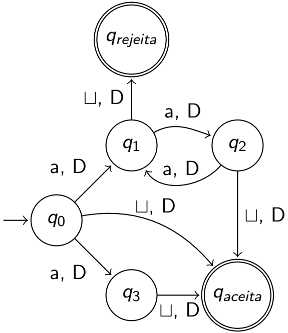


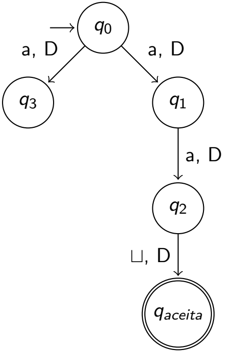


árvore de computação

Exemplo

Entrada : *aa*

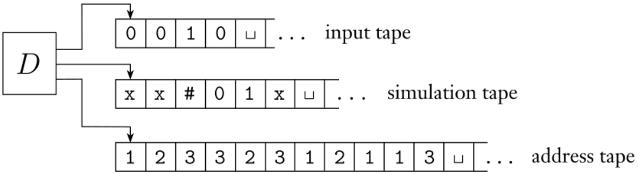




árvore de computação

Exemplo

Simulando MT não-determinística em uma MT determinística multifita.



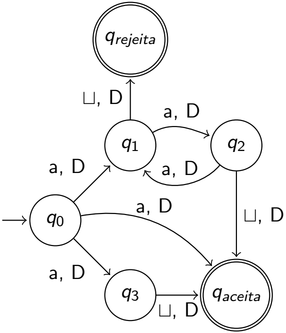
Exemplo

Algoritmo

- Inicialmente: Fita 1 contém entrada e Fita 2 e Fita 3 estão vazias.
- Copie Fita 1 para a Fita 2
- Use a Fita 2 como fita de trabalho.
- Consulte a Fita 3 para percorrer a árvore de computação.
- Execute a simulação seguindo o caminho indicado pela Fita 3 o mais profundo possível (ou até parar).
- Reinicie a Fita 2 e atualize a Fita 3 com o próximo endereço em ordem lexicográfica.
- Se o estado de aceitação é alcançado, aceite.

Exemplo

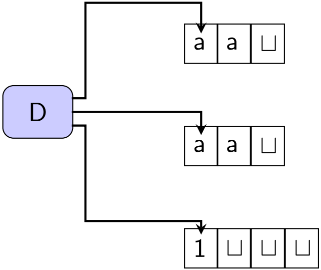
Seja $L = \{a^k | k \text{ é par ou } k = 1\}$ e a Máquina de Turing Não Determinística N.

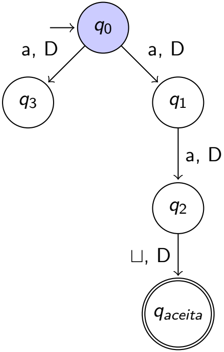


Simule a máquina não determinística N em uma máquina multi-fita.

Exemplo

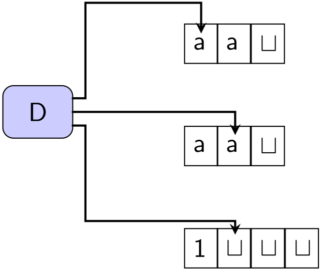
Entrada : aa

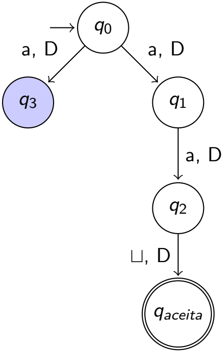




Exemplo

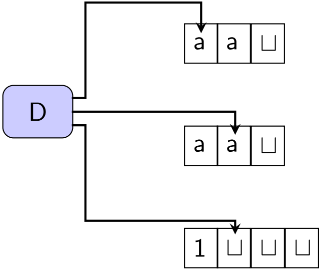
Entrada : aa

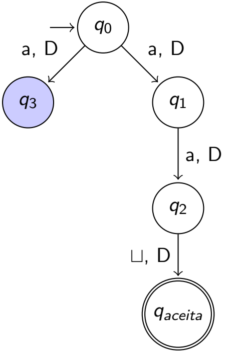




Exemplo

Entrada : *aa*

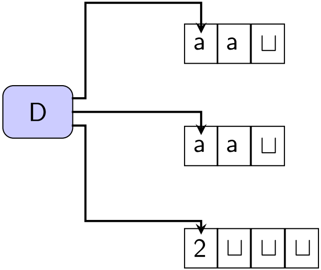


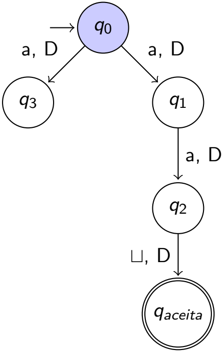


O estado q_3 não é estado final, e não terminou de ler a fita 2. Reseta fita 2 e fita 3 com um novo caminho em ordem lexicográfica.

Exemplo

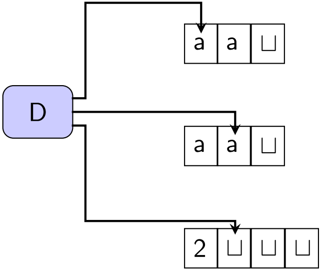
Entrada : *aa*

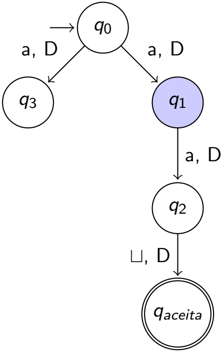




Exemplo

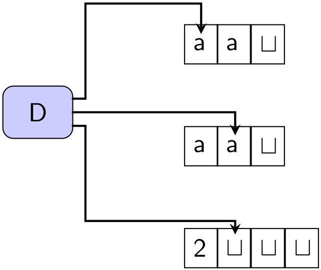
Entrada : aa

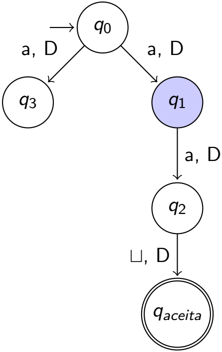




Exemplo

Entrada : *aa*

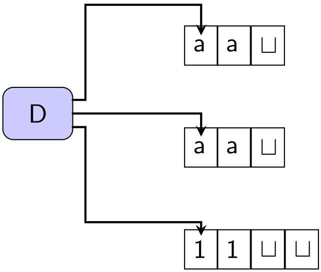


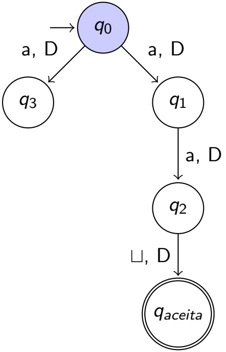


O estado q_1 não é estado final, e na fita 2 ainda restam símbolos a serem processados. Reseta fita 2 e fita 3 com um novo caminho em ordem lexicográfica.

Exemplo

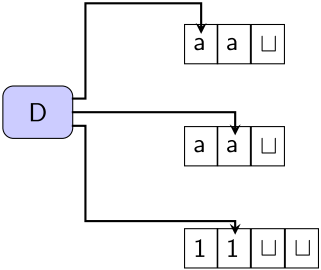
Entrada : *aa*

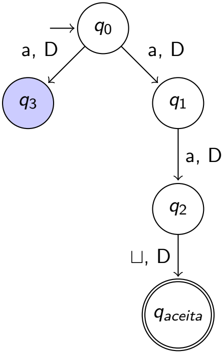




Exemplo

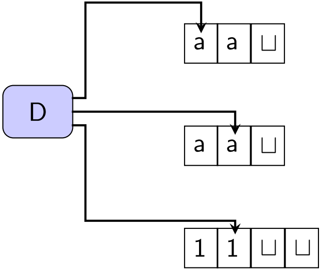
Entrada : *aa*

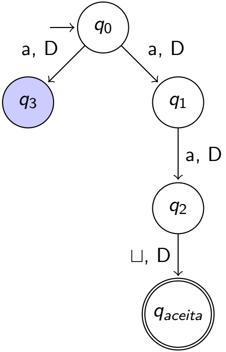




Exemplo

Entrada : *aa*

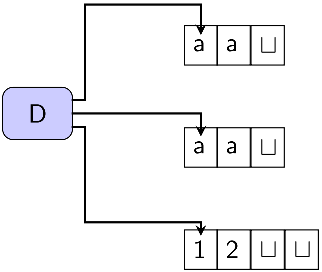


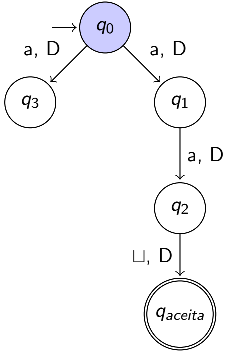


A partir de q_3, lendo símbolo a, leva para estado de rejeição. Reseta fita 2 e fita 3 com um novo caminho em ordem lexicográfica.

Exemplo

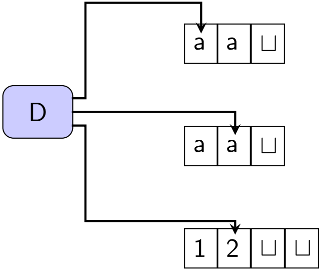
Entrada : aa

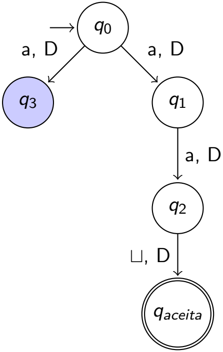




Exemplo

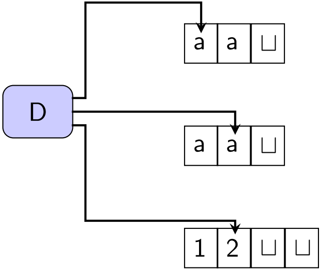
Entrada : *aa*

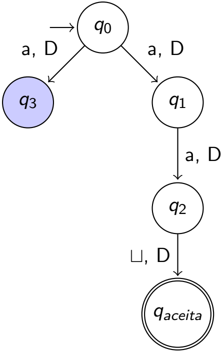




Exemplo

Entrada : *aa*

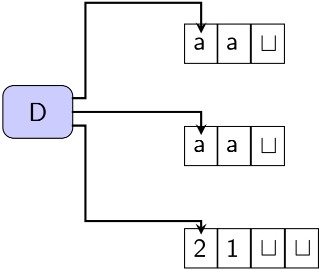


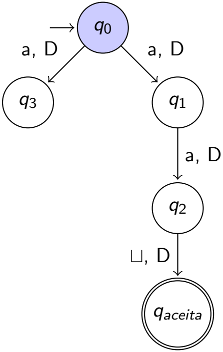


A partir do estado q_3, lendo o símbolo a, leva a estado de rejeição. Reseta fita 2 e fita 3 com um novo caminho em ordem lexicográfica

Exemplo

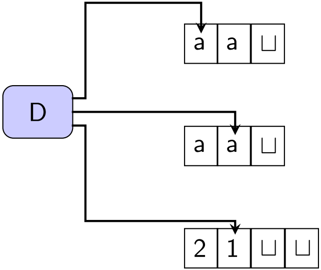
Entrada : *aa*

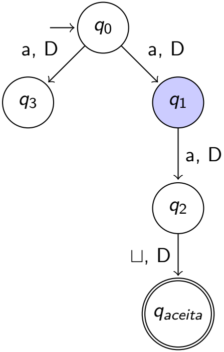




Exemplo

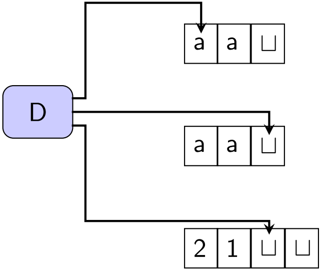
Entrada : *aa*

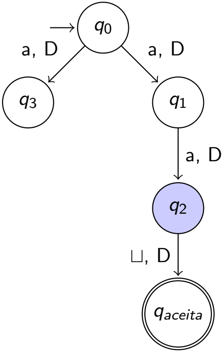




Exemplo

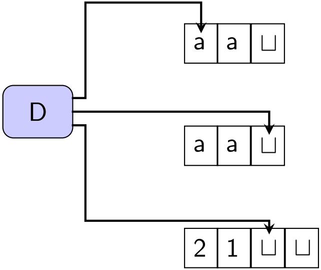
Entrada : aa

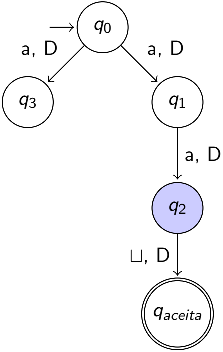




Exemplo

Entrada : *aa*

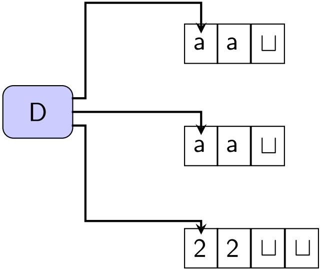


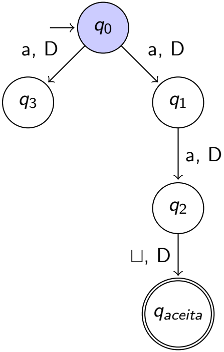


O estado q_2 não é estado final, a máquina de Turing ainda não terminou de processar a cadeia. Reseta fita 2 e fita 3 com um novo caminho em ordem lexicográfica

Exemplo

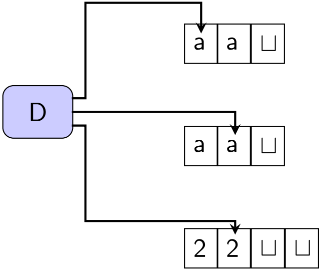
Entrada : *aa*

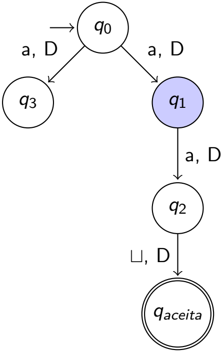




Exemplo

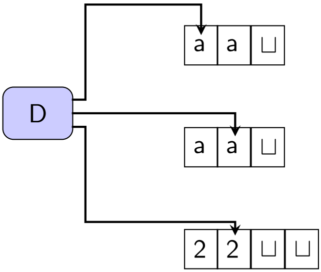
Entrada : *aa*

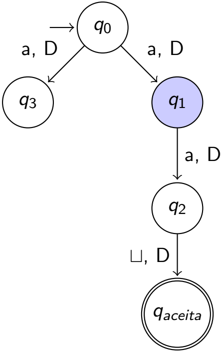




Exemplo

Entrada : *aa*

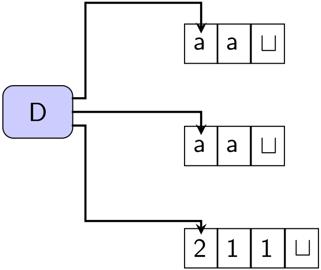


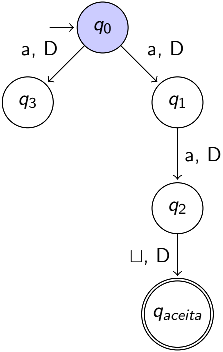


A partir de q_1, lendo o símbolo a, leva a apenas q_2. Portanto, o caminho determinado pela fita 3 está inválido. Reseta a fita 2 e fita 3 com um novo caminho em ordem lexicográfica.

Exemplo

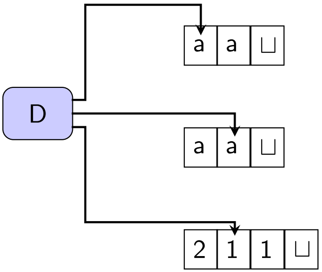
Entrada : *aa*

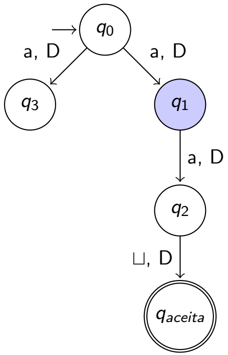




Exemplo

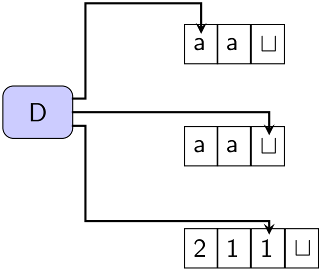
Entrada : *aa*

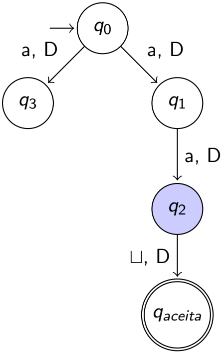




Exemplo

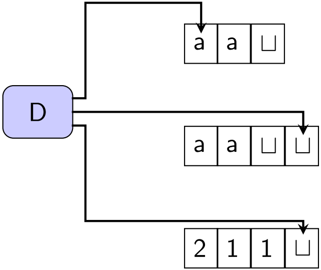
Entrada : *aa*

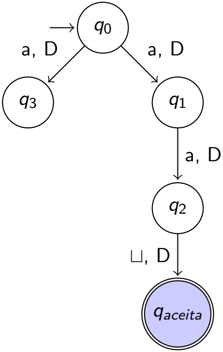




Exemplo

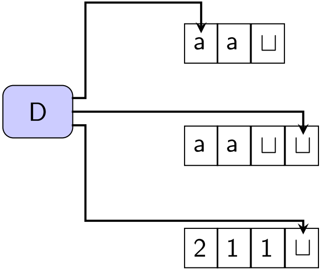
Entrada : *aa*

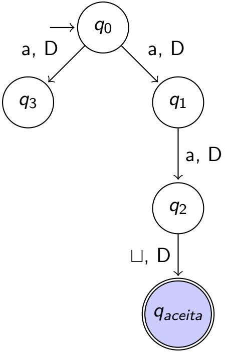




Exemplo

Entrada : *aa*





A simulação na árvore de computação alcançou o estado de aceitação. Logo a cadeia *aa* é aceita pela máquina de Turing Não Determinística

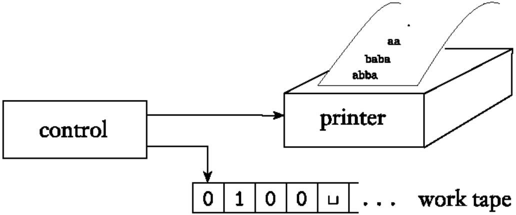
Máquinas de Turing Não-Determinísticas

Corolário 3.18: Uma linguagem é Turing-reconhecível se, e somente se, uma MT não-determinística a reconhece.

Corolário 3.19: Uma linguagem é decidível se, e somente se, uma MT não-determinística a decide.

Enumerador

- Alguns autores usam o termo **recursivamente enumerável** para linguagens Turing-reconhecíveis;
- Esse termo origina-se de uma variante de Máquina de Turing chamada **enumerador**. Definida de forma livre, esta máquina é uma MT com uma impressora acoplada a ele;



Enumerador

- Um enumerador E começa a computação com fita **vazia** e imprime uma lista de strings, que pode ser infinita, se a computação não parar.
- A linguagem enumerada por E é o conjunto das cadeias que ele imprime na impressora. As cadeias podem ser impressas em qualquer ordem e, possivelmente, com repetições de string, etc.

Enumerador e Enumerabilidade

Teorema 3.21: Uma linguagem é Turing-reconhecível se, e somente se, existe um enumerador que a enumera.

Primeiro, mostramos que se um enumerador E enumera uma linguagem A, uma máquina de Turing reconhece A.
A MT M funciona da seguinte forma:
M = " Sobre a entrada w:

1. Execute E. Para cada string impresso por E, compara-o com w ($w \in A$);
2. Aceita w se o string impresso por E for igual a w."

Enumerador e Enumerabilidade

Teorema 3.21: Uma linguagem é Turing-reconhecível se, e somente se, existe um enumerador que a enumera.

Agora, provamos a outra direção da prova. Se uma MT M reconhece uma dada linguagem A, podemos construir um enumerador E que gere as palavras de A.
Digamos que s_1,s_2,..., s_n uma enumeração de todos os strings sobre Σ^*.

Enumerador e Enumerabilidade

Teorema 3.21: Uma linguagem é Turing-reconhecível se, e somente se, existe um enumerador que a enumera.

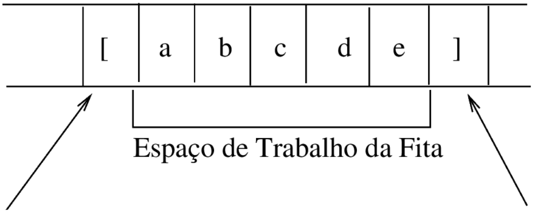
$E =$ "Ignore a entrada.

1. Repita este passo $i = 1, 2, ...;$
2. Executa M por i passos em cada entrada s_1,s_2,..., s_i.
3. Se quaisquer computações aceitam, imprima o s_j correspondente."

Se M aceita uma cadeia específica s, eventualmente ela aparecerá na lista gerada por E.

Autômatos Linearmente Limitados

- Do inglês: Linear Bounded Automata (LBA)
- São semelhantes às máquinas de Turing com uma diferença:
  - O espaço da fita da cadeia de entrada é o único espaço da fita permitido para uso.



Sumário

Equivalência com outros modelos

- Há outros modelos de computação de propósito geral, bem como variantes sob a MT original;
- Todos compartilham umas das características essenciais da máquina de Turing: acesso irrestrito e memória ilimitada;

Equivalência com outros modelos

- Para entender esse fenômeno, considere a situação análoga das linguagens de programação.
- Pascal, Smalltalk, Prolog, Haskell, LISP, etc, parecem ser muito diferentes no que se refere a **estilo** e **estrutura**.
- É possível que um programa escrito em Pascal seja traduzido para LISP e vice-versa.

Sumário

Algoritmo: Uma definição

- Algoritmo: uma coleção de instruções simples para a realização de alguma tarefa.
- Uma noção antiga e intuitiva até o século XX, a qual não era suficiente para ter noção mais profunda sobre o algoritmo.

O décimo problema de Hilbert

- Em 1900, David Hilbert (1862-1943) apresentou 23 problemas matemáticos.
- O décimo problema em sua lista dizia respeito aos algoritmos;

Polinômios

- Um **termo** é um produto de **variáveis** e um **coeficiente** constante.

$$6x^3yz^2$$

- Um **polinômio** é uma soma de termos.

$$6x^3yz^2 + 3xy^2 - x^3 - 10$$

- Uma **raiz** de um polinômio é uma atribuição de valores às variáveis tal que o valor do polinômio seja zero.
  A raiz para o polinômio acima é $(x, y, z) = (5, 3, 0)$.

O décimo problema de Hilbert

- Estamos interessados em raizes **inteiras**.
- Alguns polinômios possuem raizes inteiras; outras não possuem. Os polinômios:
  - $21x^2 - 81xy + 1$ e
  - $x^2 - 2$

  não possuem raizes inteiras.

O décimo problema de Hilbert

- **Problema:** Conceber um algoritmo que testasse se uma polinômio admite raiz inteira ou não.
- Nas palavras de Hilbert:
  "... invertar um processo que através do qual a solução possa ser determinada com um número finito de operações."
- Assim, Hilbert aparentemente assumiu que tal algoritmo deveria existir $\Rightarrow$ alguém só precisava encontrá-lo!

O décimo problema de Hilbert

Os matemáticos em 1900 não poderiam provar o décimo problema de Hilbert, pois:

- Não havia noção formal de algoritmos;
- A noção informal serve para indicar que o algoritmo existe, mas é insuficiente para provar que o algoritmo não existe.

Tese de Church-Turing

- Alonzo Church e Alan Turing em 1936 fizeram suas propostas.
- A conexão entre a noção formal de algoritmos e a noção precisa veio a ser chamada de **Tese de Church-Turing**.

Noção intuitiva de algoritmos	é igual a	algoritmos de máquina de Turing

Tese de Church-Turing

- A tese de Church-Turing provê a definição de algoritmo necessária para resolver o décimo problema de Hilbert.
- Em 1970, Yuri Matijasevic, baseado no trabalho de Martin Davis, Hilary Putnam e Julia Robinson, mostrou que nenhum algoritmo existe para se testar se um polinômio tem raízes inteiras.

Tese de Church-Turing

- O estudo das máquinas de Turing se volta para a formalização da idéia de máquina.
- Há aspectos dos computadores que Máquinas de Turing não modelam. Um deles é eficiência computacional.
- As máquinas de Turing respondem, entretanto, a questões sobre a aceitação de linguagens e sobre computação de funções.

O décimo problema de Hilbert

Considere a linguagem

$$D = \{p | p \text{ é um polinômio com raiz inteira}\}$$

- $6x^3yz^2 + 3xy^2 - x^3 - 10 \in D$, pois possui raizes inteiras $(x, y, z) = (5, 3, 0)$
- $21x^2 - 81xy + 1 \notin D$, pois não possui raizes inteiras

O décimo problema de Hilbert

$$D = \{p | p \text{ é um polinômio com raiz inteira}\}$$

O décimo problema de Hilbert pergunta se D é decidível.

- Ou seja, existe uma MT que decide D?
- D não é decidível, mas é Turing-reconhecível.

O décimo problema de Hilbert

Considere uma linguagem mais simples sobre uma única variável:

$$D_1 = \{p|p \text{ é um polinômio sobre x com raiz inteira}\}$$

- D_1 é reconhecida pela seguinte MT M_1:
  - "Sobre a entrada p, que é um polinômio sobre x
    1. Calcule o valor de p com x substituída sucessivamente pelos valores 0, 1, -1, 2, -2, 3, -3, $\cdots$
    2. Se em algum ponto o valor do polinômio resulta em 0, aceite"

O décimo problema de Hilbert

Note que

- Se p tem uma raiz inteira, a máquina eventualmente aceita.
- Senão, a máquina fica em loop
- M_1 reconhece D_1, mas não decide D_1.

O décimo problema de Hilbert

- Podemos converter M_1 para ser um decisor para D_1.
- Podemos mostrar que as raízes de p (sobre a variável x) residem entre os valores:

$$\pm k \frac{c_{max}}{c_1}$$

onde:

  - k é o número de termos no polinômio
  - c_{max} é o coeficiente máximo
  - c_1 é o coeficiente de mais alta ordem

- Basta verificar os inteiros entre $-k\frac{c_{max}}{c_1}$ e $+k\frac{c_{max}}{c_1}$.
- Matijasevic mostra que calcular tais limitantes para polinômios multivariáveis é impossível.

Descrição da Máquinas de Turing

Como descrever MTs?

- baixo nível: **descrição formal** diagramas de estados da MT
- nível intermediário: o **nível de implementação** na MT, detalhes do movimento da cabeça e como os dados são representados
- alto-nível: especifica o **algoritmo**, não detalha como a máquina administra a fita.

Exemplo1

Considere a linguagem C que define uma aritmética elementar.

$$C = \{a^i b^j c^k | i \times j = k \text{ e } i, j, k \geq 1\}.$$

M_C = "Sobre a entrada w:

1. Enquanto houver a não marcado:
   Marque um a
   Vá e volte entre bs e cs, marcando um de cada.
   Se todos os cs já foram marcados e
   algum b permanece, rejeite.
   Restaure os bs.
2. Se houver c não marcado, rejeite. Caso contrário, aceite."

Exemplo2

$E = \{\#x_1\#x_2\#...\#x_l | \text{cada } x_i \in \{0,1\}^* \text{ e } x_i \neq x_j \text{ para cada } i \neq j\}.$

M_E = "Sobre a entrada w:

1. Se houver apenas $x1$ aceite
2. Para $i = 1$ até $l - 1$
   Para $j = i + 1$ ate l
   Verifique, marcando, se $x_i = x_j$
   Se for rejeite
3. Aceite."

Exemplo3

$$F = \{a^n b^n | n \geq 1\}.$$

$M_F =$ "Sobre a entrada w:

- Vá e volte entre *as* e *bs*, marcando um de cada.
- Se todos os *as* foram marcados e os *bs* não ou se todos os *bs* foram marcados e os *as* não, rejeite. Caso contrário, aceite.

Exemplo3

$$G = \{a^n b^n c^n | n \geq 1\}.$$

M_F = "Sobre a entrada w:

- Use M_F para verificar se *as* e *bs* estão na mesma quantidade. Rejeite se houver problemas.
- Use M_F para verificar se *bs* e *cs* estão na mesma quantidade. Rejeite se houver problemas.
- Aceite.

Representação da cadeia de entrada

Cadeias pode representar qualquer objeto.

- Números:
  - $5 = 1010$
  - $7 = 1110$
- polinômios
  - $5x^2 + 7y - 9 = \#5\#x\#2\# + \#7\#y\#1\#9$
- imagens
  - $((145, 157, \cdots 165, 155), (155, 153, \cdots 161, 152)) \cdots$
- autômatos (AFD)
  - $((q1, q2), (a, b), (q1, a, q2), (q1, b, q2), (q2, a, q2), (q2, b, q2)), q1, (q2)$

Representação da cadeia de entrada

Descrições de alto nível de uma MT não detalham a decodificação

- Se a descrição da entrada for w, assumimos que já é uma cadeia.
- Se for $\langle A \rangle$, é uma objeto codificado em cadeia. Assumiremos que a máquina implicitamente testa se a codificação está apropriada.

Exemplo

Seja A a linguagem consistindo em todas as cadeias representando grafos não-direcionados que são conexos. Escrevemos:

$$A = \{\langle G \rangle | G \text{ é um grafo não-direcionado conexo}\}.$$

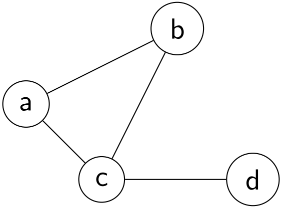
Exemplo

Definição: Um grafo G é conexo se existe caminho entre todo par de vértices de G.

Definição: Um caminho de G é uma sequência $(v_0, v_1, \cdots, v_k)$ de vértices tal que $v_i v_{i+1}$ é aresta para $0 \leq i < k$.

Exemplo

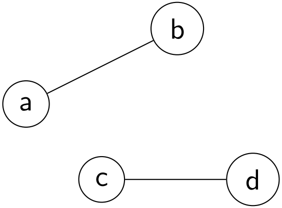
O grafo $G1 = (V, E)$ a seguir:



É um grafo conexo.

Exemplo

O grafo $G2 = (V, E)$ a seguir:

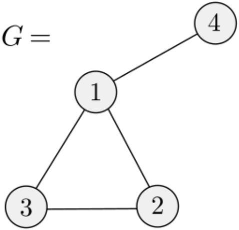


Não é um grafo conexo.

Exemplo

Um grafo G e sua codificação $\langle G \rangle$

$G =$



$\langle G \rangle =$

(1,2,3,4)((1,2),(2,3),(3,1),(1,4))

Exemplo

O que se segue é uma descrição de alto nível de uma MT M que decide A.

M = "Sobre a entrada $\langle G \rangle$, a codificação de um grafo G:

1. Selecione o primeiro nó de G e marque-o;
2. Repita o seguinte estágio até que nenhum novo nó seja marcado:
3. Para cada nó em G, marque-o, se ele estiver ligado por um aresta a um nó que já esteja marcado.
4. Faça uma varredura em todos os nós de G para determinar se eles estão todos marcados. Se estiverem, *aceite*; caso contrário, *rejeite*;"

Sumário

Exercícios

1) Construa uma máquina de Turing multifita que decida a seguinte linguagem:

$$L = \{\omega\#\omega | \omega \in \{0,1\}^*\}$$

2) Um palíndromo é uma palavra cuja leitura é a mesma tanto da esquerda para a direita quanto da direita para a esquerda. Por exemplo, a palavra 1001001 é um palíndromo. Construa uma máquina de Turing multifita que decida a seguinte linguagem:

$$L = \{\omega | \omega \in \{0,1\}^* \text{ e } \omega \text{ é um palíndromo}\}$$

Para estes exercícios utilize apenas a descrição alto nível da MT. Não há necessidade de mostrar o diagrama de estados da Máquina de Turing.