Teoria da Computação
Decidibilidade
Exercícios

Leonardo Takuno
{leonardo.takuno@gmail.com}

Centro Universitário Senac

Sumário

Sumário

Problemas decidíveis sobre linguagens regulares

Teo 4.1: $A_{AFD} = \{\langle B, w\rangle | B$ é um AFD que aceita a entrada $w\}$
Teo 4.2: $A_{AFN} = \{\langle B, w\rangle | B$ é um AFN que aceita a entrada $w\}$
Teo 4.3: $A_{EXR} = \{\langle R, w\rangle | R$ é uma expressão regular que gera a cadeia $w\}$
Teo 4.4: $V_{AFD} = \{\langle A\rangle | A$ é um AFD e $L(A) = \emptyset\}$
Teo 4.5: $EQ_{AFD} = \{\langle A, B\rangle | A$ e B são AFDs $L(A) = L(B)\}$

Transição estendida do AFD

Seja $M = (Q, \Sigma, \delta, q_0, F)$ um AFD, com $\delta : Q \times \Sigma \to Q$.
Definimos $\delta^* : Q \times \Sigma \to Q$, a transição estendida do AFD como segue:

- Se $a \in \Sigma$, então

$$\delta^*(q, a) = \delta(q, a)$$

- Se $s = aw$, com $a \in \Sigma$,e $|w| \geq 1$, então

$$\delta^*(q, a) = \delta^*(\delta(q, a), w)$$

Exercício 01

Seja $M = (Q, \Sigma, \delta, q_0, F)$ um AFD. Então uma string w é aceita por M sse $\delta^*(q_0, w) \in F$

a) Verdadeiro

b) Falso

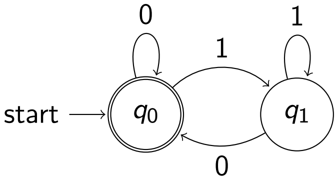
Exercício 01

Seja $M = (Q, \Sigma, \delta, q_0, F)$ um AFD. Então uma string w é aceita por M sse $\delta^*(q_0, w) \in F$

a) Verdadeiro $\leftarrow$
b) Falso

Exercício 02

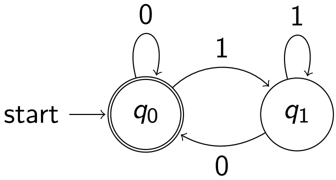
Observe o AFD M a seguir e responda:



$\langle M, 0110 \rangle \in A_{AFD}$?

Exercício 02

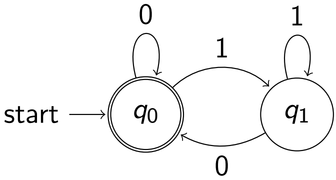
Observe o AFD M a seguir e responda:



$\langle M, 001\rangle \in A_{AFD}$?

Exercício 02

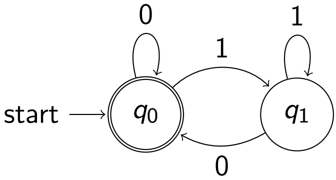
Observe o AFD M a seguir e responda:



$\langle M \rangle \in A_{AFD}$?

Exercício 02

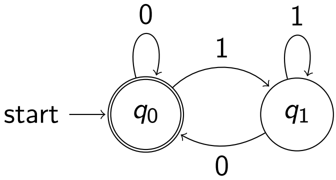
Observe o AFD M a seguir e responda:



$\langle M, 0110 \rangle \in A_{EXR}$?

Exercício 02

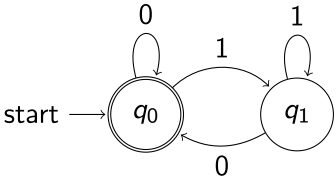
Observe o AFD M a seguir e responda:



$\langle M \rangle \in V_{AFD}$?

Exercício 02

Observe o AFD M a seguir e responda:



$\langle M, M \rangle \in EQ_{AFD}$?

Expressão Regular

R é uma expressão regular sobre Σ se

1. $R = a$, onde $a \in \Sigma$
2. $R = \varepsilon$
3. $R = \emptyset$
4. $R = (R_1 \cup R_2)$, onde R_1 e R_2 são expressões regulares
5. $R = (R_1 \circ R_2)$, onde R_1 e R_2 são expressões regulares
6. (R_1^*), onde R_1 é uma expressão regular

Exercício 03

Qual dessas linguagens não são expressões regulares sobre $\Sigma = \{0, 1\}$

a) $(\Sigma\Sigma\Sigma\Sigma)^*$

b) $\Sigma \cap 1$

c) $1\emptyset 0$

d) $\varepsilon\varepsilon$

Exercício 03

Qual dessas linguagens não são expressões regulares sobre $\Sigma = \{0, 1\}$

a) $(\Sigma\Sigma\Sigma\Sigma)^*$

b) $\Sigma \cap 1 \leftarrow$

c) $1\emptyset0$

d) $\varepsilon\varepsilon$

A operação de interseção não é utilizado em expressões regulares.

Exercício 04

Seja L a linguagem da expressão regular: 1^*0. Qual(is) dessa(s) palavras não estão em L?

1. 10
2. 100
3. 110
4. Todas as palavras estão em L.

Exercício 04

Seja L a linguagem da expressão regular: 1^*0. Qual(is) dessa(s) palavras não estão em L?

1. 10
2. 100 $\leftarrow$
3. 110
4. Todas as palavras estão em L.

Exercício 05

Para mostrar que uma linguagem L sobre um alfabeto finito não é uma linguagem regular podemos:

a) Tentar produzir alguns AFDs e prove que nenhum deles reconhecem L.
b) Mostre que existe um AFN que reconhece L.
c) Tente algumas expressões regulares e prove que nenhum deles descrevem L.
d) Prove que a linguagem é infinita.
e) Nenhuma das alternativas

Exercício 05

Para mostrar que uma linguagem L sobre um alfabeto finito não é uma linguagem regular podemos:

a) Tentar produzir alguns AFDs e prove que nenhum deles reconhecem L.
b) Mostre que existe um AFN que reconhece L.
c) Tente algumas expressões regulares e prove que nenhum deles descrevem L.
d) Prove que a linguagem é infinita.
e) Nenhuma das alternativas $\leftarrow$

Exercício 06

Uma expressão regular sobre $\Sigma = \{a, b\}$ para o conjunto $\{w|w \text{ inicia com 3 a's e finaliza com 3 b's}\}$ é: $aaa(a \cup b)^*bbb$. Sobre o conjunto $\{w|w = a^n b^n \text{ para } n \geq 0\}$. Existe uma expressão regular que descreve este conjunto?

a. Sim

b. Não

Exercício 06

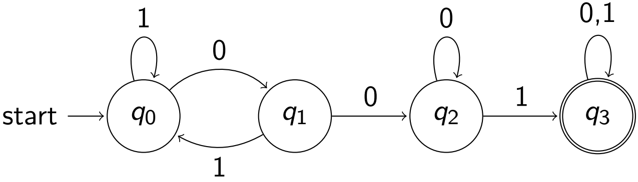
Uma expressão regular sobre $\Sigma = \{a, b\}$ para o conjunto $\{w | w \text{ inicia com 3 a's e finaliza com 3 b's}\}$ é: $aaa(a \cup b)^* bbb$. Sobre o conjunto $\{w | w = a^n b^n \text{ para } n \geq 0\}$. Existe uma expressão regular que descreve este conjunto?

a. Sim

b. Não $\leftarrow$

Exercício 07

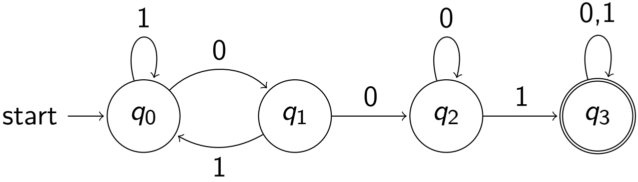
Qual é o tamanho da palavra mais longa que o AFD abaixo pode aceitar sem visitar algum estado mais de uma vez?



a) 1
b) 3
c) 4
d) 5
e) Nenhuma das alternativas.

Exercício 07

Qual é o tamanho da palavra mais longa que o AFD abaixo pode aceitar sem visitar algum estado mais de uma vez?



a) 1
b) 3 $\leftarrow$
c) 4
d) 5
e) Nenhuma das alternativas.

Exercício 08

Existe linguagem regular infinita?

a) Não, todas as linguagens regulares são finitas.
b) Sim, todos os conjuntos regulares são infinitas.
c) Sim, todos os conjuntos infinitos de palavras sobre um alfabeto são regulares.
d) Sim, alguns conjuntos infinitos de palavras sobre um alfabeto são regulares outros não.
e) Não, todas as linguagens regulares devem ser finitas, pois o conjunto de estados é finito.

Exercício 08

Existe linguagem regular infinita?

a) Não, todas as linguagens regulares são finitas.
b) Sim, todos os conjuntos regulares são infinitas.
c) Sim, todos os conjuntos infinitos de palavras sobre um alfabeto são regulares.
d) Sim, alguns conjuntos infinitos de palavras sobre um alfabeto são regulares outros não. $\leftarrow$
e) Não, todas as linguagens regulares devem ser finitas, pois o conjunto de estados é finito.

Exercício 09

Toda linguagem finita é regular?

a) Não, algumas linguagens finitas são regulares e outras não.
b) Não, nenhuma linguagem finita é regular.
c) Sim, toda linguagem finita é regular.
d) Não sei.

Exercício 09

Toda linguagem finita é regular?

a) Não, algumas linguagens finitas são regulares e outras não.
b) Não, nenhuma linguagem finita é regular.
c) Sim, toda linguagem finita é regular. $\leftarrow$
d) Não sei.

Exercício 10

Quais afirmações são falsas?

a) Os números inteiros são fechados sobre a soma.
b) Os números inteiros são fechados sobre a multiplicação.
c) Os números inteiros são fechados sobre a divisão.
d) Os números pares são fechados sobre a soma.

Exercício 10

Quais afirmações são falsas?

a) Os números inteiros são fechados sobre a soma.
b) Os números inteiros são fechados sobre a multiplicação.
c) Os números inteiros são fechados sobre a divisão. $\leftarrow$
d) Os números pares são fechados sobre a soma.

Exercício 11

Quais afirmações são verdadeiras?

a) As linguagens regulares são fechadas sobre união
b) As linguagens regulares são fechadas sobre interseção
c) As linguagens regulares são fechadas sobre concatenação
d) As linguagens regulares são fechadas sobre estrela
e) As linguagens regulares são fechadas sobre complemento

Exercício 11

Quais afirmações são verdadeiras?

a) As linguagens regulares são fechadas sobre união $\leftarrow$
b) As linguagens regulares são fechadas sobre interseção $\leftarrow$
c) As linguagens regulares são fechadas sobre concatenação $\leftarrow$
d) As linguagens regulares são fechadas sobre estrela $\leftarrow$
e) As linguagens regulares são fechadas sobre complemento $\leftarrow$

Sumário

Problemas decidíveis sobre linguagens regulares

Teo 4.7: $A_{GLC} = \{\langle G, w\rangle | G$ é uma GLC que gera a cadeia $w\}$
Teo 4.8: $V_{GLC} = \{\langle G\rangle | G$ é uma GLC e $L(G) = \emptyset\}$
Teo 4.9: Toda linguagem livre-de-contexto é decidível.

Obs: A linguagem $EQ_{GLC} = \{\langle G, H\rangle | G$ e H são GLCs e $L(G) = L(H)\}$ não é decidível. LLCs não são fechadas sobre o complemento e interseção.

Exercício 12

A linguagem $L = \{a^n b^n c^n | n \geq 0\}$ é uma linguagem livre de contexto?

a. Sim

b. Não

Exercício 12

A linguagem $L = \{a^n b^n c^n | n \geq 0\}$ é uma linguagem livre de contexto?

a. Sim

b. Não $\leftarrow$

Exercício 13

Dado $G(N = \{S\}, \Sigma = \{0, 1\}, R = \{S \rightarrow 0S|1S|\varepsilon\}, S)$, responda.

a. É um autômato finito determinístico?
b. É um autômato finito não-determinístico?
c. É uma expressão regular?
d. É uma gramática regular?
e. É uma gramática livre de contexto?

Exercício 13

Dado $G(N = \{S\}, \Sigma = \{0, 1\}, R = \{S \rightarrow 0S|1S|\varepsilon\}, S)$, responda.

a. É um autômato finito determinístico?
b. É um autômato finito não-determinístico?
c. É uma expressão regular?
d. É uma gramática regular? $\leftarrow$
e. É uma gramática livre de contexto? $\leftarrow$

Exercício 14

Qual é a linguagem de
$G(N = \{S\}, \Sigma = \{0, 1\}, R = \{S \to 0S|1S|\varepsilon\}, S)$?

a. $L(0^*1^*)$
b. $L(0^* \cup 1^*)$
c. $L((0 \cup 1)^*)$
d. Eu não sei.

Exercício 14

Qual é a linguagem de
$G(N = \{S\}, \Sigma = \{0, 1\}, R = \{S \rightarrow 0S|1S|\varepsilon\}, S)$?

a. $L(0^*1^*)$
b. $L(0^* \cup 1^*)$
c. $L((0 \cup 1)^*) \leftarrow$
d. Eu não sei.

Exercício 15

Sobre linguagens livres de contexto, quais afirmações são verdadeiras?

a) São fechadas sobre união
b) São fechadas sobre interseção
c) São fechadas sobre concatenação
d) São fechadas sobre estrela
e) São fechadas sobre complemento

Exercício 15

Sobre linguagens livres de contexto, quais afirmações são verdadeiras?

a) São fechadas sobre união $\leftarrow$
b) São fechadas sobre interseção
c) São fechadas sobre concatenação $\leftarrow$
d) São fechadas sobre estrela $\leftarrow$
e) São fechadas sobre complemento

Exercício 16

Seja $A_{\varepsilon GLC} = \{\langle G \rangle | G \text{ é uma GLC que gera } \varepsilon\}$. Mostre $A_{\varepsilon GLC}$ é decidível.

Exercício 16

Seja $A_{\varepsilon GLC} = \{\langle G \rangle | G \text{ é uma GLC que gera } \varepsilon\}$. Mostre $A_{\varepsilon GLC}$ é decidível.

Ideia da prova:

- De acordo com o teorema 4.7: $A_{GLC} = \{\langle G, w \rangle | G$ é uma GLC que gera a cadeia $w\}$ é decidível.
- Então, existe uma MT S que decide A_{GLC}.
- Utilize S para verificar se G gera ε.

Exercício 16

Seja $A_{\varepsilon GLC} = \{\langle G\rangle | G \text{ é uma GLC que gera } \varepsilon\}$. Mostre $A_{\varepsilon GLC}$ é decidível.

Prova: Suponha que $A_{\varepsilon GLC}$, então construa uma MT M que decide $A_{\varepsilon GLC}$.

M = "Sobre a entrada $\langle G\rangle$ onde G é uma GLC:

1. Seja S um decisor para A_{GLC}. Execute S sobre $\langle G, \varepsilon\rangle$
2. Se S aceita, aceite. Se S rejeita, rejeite.