



**YILDIZ TEKNİK ÜNİVERSİTESİ
MAKİNE MÜHENDİSLİĞİ BÖLÜMÜ**

7 SERBESTLİK DERECELİ TAŞITIN PID VE LQR KONTROLCÜLER İLE KONTROLÜ

18065037 Hakan AKTAŞ

MAKİNE MÜHENDİSLİĞİ ANABİLİM DALINDA HAZIRLANAN

LİSANS BİTİRME TEZİ

Tez Danışmanı: Prof.Dr. Rahmi GÜÇLÜ

İSTANBUL, 2023



İçindekiler

SEMBOL LİSTESİ	iii
ŞEKİL LİSTESİ	v
TABLO LİSTESİ	vi
1. GİRİŞ	1
1.1 Titreşim	1
1.2 Titreşim Türleri	1
1.3 Frekans	2
1.4 Titreşim Sistemlerinin Temel Elemanları	2
1.5 Taşıtlarda Titreşim	4
2. LİTERATÜR ARAŞTIRMASI	6
2.1 Süspansiyon	6
2.1.1 Pasif Süspansiyon Sistemleri	7
2.1.2 Yarı Aktif Süspansiyon Sistemleri	8
2.1.3 Aktif Süspansiyon Sistemleri	10
2.2 PID Kontrolcü	10
2.3 Ziegler-Nichols Metodu	12
2.4 LQR Kontrolcü	13
2.5 Euler-Lagrange Denklemi	14
2.6 Özdeğer-Özvektör ve Doğal Frekans	15
2.7 Diferansiyel Denklemin Çözümü	17
2.7.1 Aşırı Sönümlü Hareket	18
2.7.2 Kritik Sönümlü Hareket	18
2.7.3 Zayıf Sönümlü Hareket	18
3.1 Pasif Taşıt Modeli ve Hareket Denklemleri	21
3.2 Sistem İçin Kullanılan Parametreler	23
3.3 PID Kontrolcülü Aktif Taşıt Modeli ve Hareket Denklemleri	23
3.4 LQR Kontrolcülü Aktif Taşıt Modeli ve Matrisler	25
4. VERİLERİN ELDESİ	29
4.1 Pasif Sistem ile PID ve LQR Kontrolcülü Sistemlerin Karşılaştırılması	29
5. DEĞERLENDİRME	34
KAYNAKÇA	35

SEMBOL LİSTESİ

a	Ön aks ile ağırlık merkezi arasındaki yatay mesafe
b	Arka aks ile ağırlık merkezi arasındaki yatay mesafe
A	Durum matrisi
B	Kontrol matrisi
C^*	Çıkış matrisi
C	Sönüm matrisi
D	Geçiş matrisi
c_{s1}	Ön sağ süspansiyon sönüm katsayısı
c_{s2}	Ön sol süspansiyon sönüm katsayısı
c_{s3}	Arka sağ süspansiyon sönüm katsayısı
c_{s4}	Arka sol süspansiyon sönüm katsayısı
d, c	Ağırlık merkezinin aracının sol ve sağ yan tarafına olan yatay mesafesi
E_D	Sönüm Enerjisi
E_P	Potansiyel Enerji
E_K	Kinetik Enerji
F_{PID}^{R1}	Ön sağ kontrolcü kuvveti
F_{PID}^{L1}	Ön sol kontrolcü kuvveti
F_{PID}^{R2}	Arka sağ kontrolcü kuvveti
F_{PID}^{L2}	Arka sol kontrolcü kuvveti
f	Frekans
I_{x6}, I_{x7}	Atalet momentleri
K	Kazanç matrisi
K_{rj}	Rijitlik matrisi
k_{s1}	Ön sağ süspansiyon yay katsayısı
k_{s2}	Ön sol süspansiyon yay katsayısı
k_{s3}	Arka sağ süspansiyon yay katsayısı

k_{s4}	Arka sol süspansiyon yay katsayısı
k_{t1}	Ön sağ tekerlek yay katsayısı
k_{t2}	Ön sol tekerlek yay katsayısı
k_{t3}	Arka sağ tekerlek yay katsayısı
k_{t4}	Arka sol tekerlek yay katsayısı
M	Taşıt gövdesinin kütlesi
M_{kutle}	Kütle matrisi
m_1	Ön sağ aks ve tekerleğin kütlesi
m_2	Ön sol aks ve tekerleğin kütlesi
m_3	Arka sağ aks ve tekerleğin kütlesi
m_4	Arka sol aks ve tekerleğin kütlesi
R	Kontrolcü kuvvet matrisi
u	Kontrol vektörü
v	Aracın hızı
z_1	Ön sağ teker yol girişi
z_2	Ön sol teker yol girişi
z_3	Arka sağ teker yol girişi
z_4	Arka sol teker yol girişi
$x_{i=1...4}$	Düşey yer değiştirmeler
x_5	Gövdenin düşey yer değiştirmesi
θ, x_6	Kafa vurma açısal yer değişimi
α, x_7	Yalpalama açısal yer değişimi
\ddot{X}	Durum uzay vektörü
Q	Sistem dinamikleri durumlar matrisi

ŞEKİL LİSTESİ

Şekil 1.1 Yay Elemanı.....	3
Şekil 1.2 Atalet Elemanı.....	3
Şekil 1.3 Sönüm Elemanı.....	4
Şekil 2.1 Süspansiyon	6
Şekil 2.2 Pasif Süspansiyon Sistemi	7
Şekil 2.3 Çeyrek Taşıt Modeli	8
Şekil 2.4 MR Akışkanlı Bir Damper	9
Şekil 2.5 Yarı Aktif Süspansiyon Sistemi.....	9
Şekil 2.6 Aktif Süspansiyon Sistemi	10
Şekil 2.7 PID Kontrolcü Modeli.....	12
Şekil 2.8 LQR Kontrolcü Modeli.....	14
Şekil 2.9 Örnek Model	16
Şekil 2.10 Sönümlü Serbest Titreşim Modeli	17
Şekil 2.11 Sönümlü Zorlanmış Titreşim Modeli.....	17
Şekil 2.12 Bode Diyagramı Örneği.....	20
Şekil 3.1 Pasif Taşıt Modeli (7)	21
Şekil 3.2 PID Kontrolcülü Taşıt Modeli.....	24
Şekil 4.1 Gövdenin Düşey Hareketinin Karşılaştırması	29
Şekil 4.2 Gövdenin Düşey Hareketinin İvmesinin Karşılaştırması	29
Şekil 4.3 Gövdenin Kafa Vurma Hareketinin Karşılaştırması	30
Şekil 4.4 Gövdenin Kafa Vurma Hareketinin İvmesinin Karşılaştırması.....	30
Şekil 4.5 Gövdenin Yalpalama Hareketinin Karşılaştırması.....	30
Şekil 4.6 Gövdenin Yalpalama Hareketinin İvmesinin Karşılaştırması	31
Şekil 4.7 Gövdenin Düşey Hareketinin Bode Diyagramı Karşılaştırması.....	31
Şekil 4.8 Gövdenin Düşey Hareketinin İvmesinin Bode Diyagramı Karşılaştırması	32
Şekil 4.9 Gövdenin Kafa Vurma Hareketinin Bode Diyagramı Karşılaştırması	32
Şekil 4.10 Gövdenin Kafa Vurma Hareketinin İvmesinin Bode Diyagramı Karşılaştırması	32
Şekil 4.11 Gövdenin Yalpalama Hareketinin Bode Diyagramı Karşılaştırması	33
Şekil 4.12 Gövdenin Yalpalama Hareketinin İvmesinin Bode Diyagramı Karşılaştırması.....	33

TABLO LİSTESİ

Tablo 1 Ziegler-Nichols Parametre Bağlılıları.....	12
Tablo 2 Taşıt Modelinin Parametreleri (7)	23

ÖZET

Sürüş konforunu ve güvenliğini etkileyen en önemli unsur titreşimlerdir. Bu çalışmada 7 serbestlik dereceli bir taşıtın, hareket denklemleri çıkartılarak PID kontrolcü yardımıyla sistemdeki titreşim etkilerinin azaltılması hedeflenmiştir.

İlk aşamada, titreşimler ve zararlarından, titreşimli sistemlerde kullanılan temel elemanlardan, titreşimler üzerine yapılan araştırmalardan bahsedildi. Daha sonra literatür araştırması bölümünde süspansiyon sistemleri, Euler-Lagrange denklemleri, PID ve LQR kontrolcüler, Ziegler-Nichols yöntemi, özdeğer-özfonksiyon, kavramları diferansiyel denklem çözümleri ve Bode diyagramı ile ilgili bilgiler verildi ve Newton'un ikinci yasası uyarınca taşıtın hareket denklemleri elde edildi. Sonuçlar, Simulink programında görüntülendi. Ardından Simulink programında elde edilen sonuçlar, PID ve LQR kontrolcüler eklenerek karşılaştırıldı ve değerlendirildi.

Anahtar Kelimeler: *Titreşim, Frekans, PID, LQR, Bode Diyagramı, Hareket Denklemleri, Simulink*

1. GİRİŞ

1.1 Titreşim

Titreşim, bir denge noktası etrafındaki mekanik salınımdır. Bu salınımlar bir sarkacın hareketi gibi periyodik olabileceği gibi çakıllı bir yolda tekerleğin hareketi gibi rastgele de olabilir.

Titreşim bazen arzu edilir. Örneğin; bir akort çatalının, üflemeli çalgılarda veya mızıkada dilin, veya bir hoparlörde koninin hareketi birçok aletin doğru kullanılması için gerekli olan arzu edilir titreşimdir.

Daha sıklıkla, titreşim istenmeyen bir harekettir, çünkü boşa enerji harcar ve istenmeyen ses ve gürültü oluşturur. Örneğin, motorların, elektrik motorlarının ya da herhangi mekanik aracın çalışma esnasındaki hareketi istenmeyen titreşimler üretir. Böyle titreşimler motorlardaki dönen parçaların balanssızlığından, düzensiz sürtünmeden, dişli çarkların hareketinden kaynaklanabilir. Dikkatli tasarımlar genellikle istenmeyen titreşimleri minimize ederler.

Ses ve titreşim çalışmaları birbirleriyle oldukça yakın şekilde bağlantılıdır.

Ses, basınç dalgaları, ses telleri gibi yapıları titreştirerek oluşturulur ve basınç dalgaları da kulak zarı gibi yapıların titreşimine sebep olur. Bu yüzden, gürültüyü azaltmaya çalışmak sıklıkla bir titreşimi azaltma problemidir.

1.2 Titreşim Türleri

Serbest titreşim: Bir başlangıç hareketi verilen ve sonra serbestçe salınmaya bırakılan sistemlerde oluşan titreşim türüdür. Bir çocuğu salıncakta sallarken ardından itirmek ve sonra serbest bırakmak veya bir akord çatalına vurmak ve sonra salınmaya bırakmak bu titreşim türünün örnekleridir. Mekanik sistem, doğal frekansları ve sönümlemelerin bir veya daha fazlasında hareketsiz olana kadar titrer.

Zorlamalı titreşim: mekanik bir sisteme zamanla değişen bir etki (yük, yer değiştirme, hız veya ivme) uygulandığı zamandır. Bu etki, periyodik ve kararlı durum girişi, geçici giriş veya rastgele giriş olabilir. Periyodik girdi, harmonik veya harmonik olmayan bir etki olabilir. Bu tür titreşimlere örnek olarak, bir dengesizlik nedeniyle çamaşır makinesinin sallanması, bir motorun veya bozuk yolun neden olduğu taşıma titreşimi veya depremde binanın titreşimi verilebilir. Doğrusal sistemler için periyodik, harmonik bir girdinin uygulanmasından kaynaklanan kararlı durum titreşim tepkisinin frekansı,

uygulanan kuvvetin veya hareketin frekansına eşittir ve tepki büyüklüğü gerçek mekanik sisteme bağlıdır.

Sönümlü titreşim: Titreşimli sistemin enerjisi sürtünme ve diğer dirençler tarafından kademeli olarak dağıtıldığında, titreşimlerin sönümlendiğinden bahsedilir. Titreşimler kademeli olarak azalır veya frekansı veya yoğunluğu değişir veya durur ve sistem denge konumunda kalır. Bu tür titreşime bir örnek, amortisör tarafından sönümlenen araç süspansiyonudur. (1)

1.3 Frekans

Titreşimle doğrudan bağlantılı olan frekans, Bir sistemin birim zamanda yaptığı döngü miktarı olarak tanımlanabilir. Titreşim konusunda çok önemli olan bir birim olan frekans f (Hertz) ile gösterilir. Frekans ile ilgili bilinmesi gereken iki kavram vardır: Doğal frekans ve rezonans.

Bir cismin sadece esnekliğine ve kütlesine bağlı olan ve cismin o frekansta uyarılırsa yüksek genlikle ve sürekli olarak titreşeceği frekansa “Doğal Frekans” denir. Diğer bir deyişle, doğal frekans her cisme ait öyle bir frekanstır ki, cisim o frekansta bir kere uyarıldıktan sonra uyarı kesilse bile titreşmeye devam eder.

Doğal frekansın (ω_n) diğer bir özelliği de cisim doğal frekansında uyarıldığında uyarının şiddetine değil, sadece sistemde mevcut sönümlemeye bağlı olarak çok yüksek genliklerde titreşir. Örneğin, doğal frekansta uyarılan bir çelik konstrüksiyonda titreşim genliği, uyarının genliğinin 10 katı ve daha yukarılara çıkabilir.

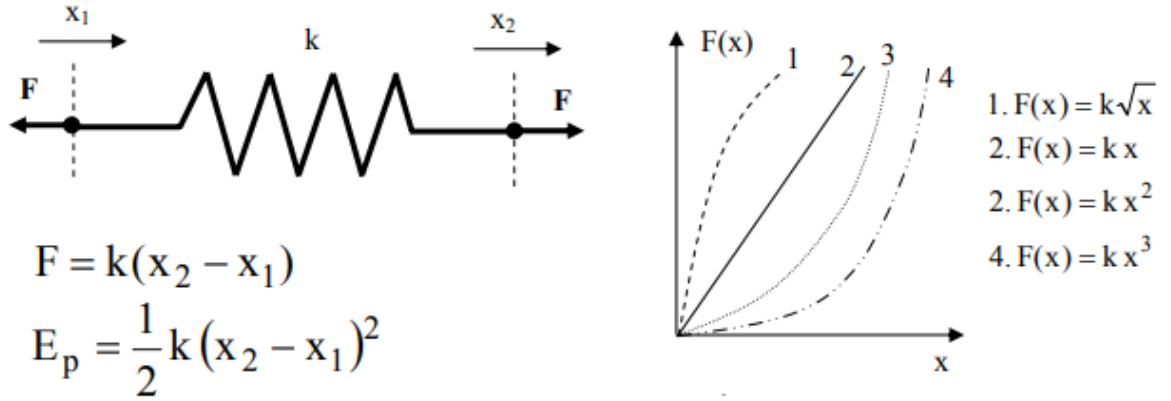
Bir cismin doğal frekansıyla çakışan bir frekansta uyarılması sonucunda ortaya çıkan fiziksel olaya “Rezonans” denir. Rezonansa girmiş bir cisim aşırı şekilde titreşir. Zira bu frekansta o cisim üzerine etki eden atalet kuvvetiyle cismin esnekliğinden kaynaklanan yay kuvveti birbirine eşit; fakat ters işaretli olduğundan birbirini götürür. Geriye sadece sönümleme kuvveti kalır. Bu kuvvet de sönümleme katsayısına bağlı olarak cismin hangi genlikle titreşeceğine karar verir.

1.4 Titreşim Sistemlerinin Temel Elemanları

Titreşim halinde olan sistemlerde 3 tip temel eleman mevcuttur

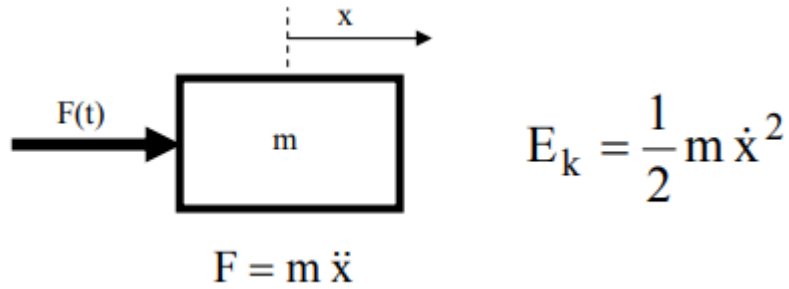
- a) **Elastik Elemanlar (Yaylar):** Yaylar titreşim sistemlerindeki kütleleri birbirine bağlayan ve kütlelerin bağlı hareketlerini sağlayan elemanlardır. Yaylar lineer ve nonlineer karakteristiğe sahip olabilirler. Lineer karakteristiğe sahip yaylar

Hooke yasasına uygun davranırlar ve yayda oluşan elastik kuvvet yaydaki şekil değişimi ile orantılıdır. Fakat titreşim genliklerinin yüksek olduğu zaman ve/veya metal olmayan malzemeler kullanıldığında yaylar lineer davranışa sahip olmayabilirler. Şekil 1.1’de bazı yay karakteristikleri gösterilmiştir. (2)



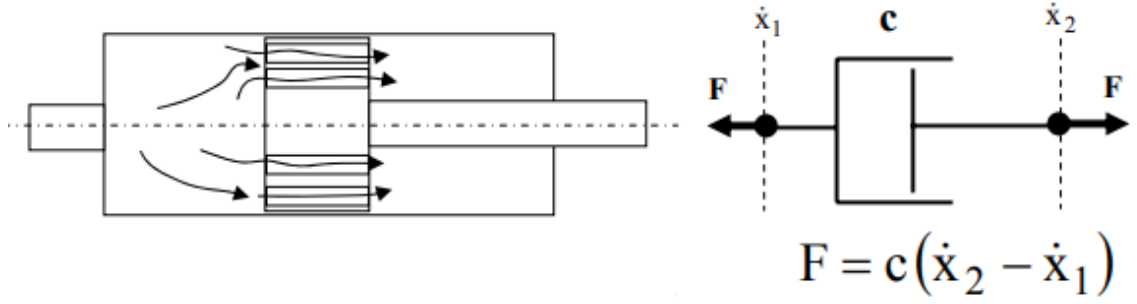
Şekil 1.1 Yay Elemanı

b) Atalet Elemanları : Atalet elemanları kinetik enerji depolayan elemanlardır. Atalet elemanları öteleme ve dönme hareketlerini ayrı ayrı yapabilecekleri gibi, hem öteleme hem de dönme hareketini birlikte gerçekleştirebilirler. Atalet elemanlarına ait eleman denklemi Şekil 1.2’de verilmiştir. (2)



Şekil 1.2 Atalet Elemanı

c) Sönüm elemanları : Sönümlü sistemlerde enerji yutumunu sağlayan elemanlardır. Amortisör tipi elemanlar akışkan sürtünmesi ile enerji kaybını sağlarlar ve titreşim genliklerinin exponansiyel olarak azaltırlar. Sönüm elemanlarında mekanik enerji ısı enerjisine dönüşür. Eleman denklemi Şekil 1.3’te verilmiştir. (2)



Şekil 1.3 Sönüm Elemanı

1.5 Taşıtlarda Titreşim

Tarihi süreç içerisinde taşıtlarda enerji kaynağı olarak hayvan yerine içten yanmalı motorların kullanılmaya başlaması taşıt hızını ve hareket kabiliyetini önemli ölçüde artırmıştır. Fakat bu artış birçok problemi beraberinde getirmiştir. Yolların ideal şekilde düz olmaması, tekerlek lastiklerindeki yayanmanın bu düzgünsüzlüğü karşılayamaması, ilave elemanların (yay ve amortisör) kullanılmasını gündeme getirmiştir. Bu elemanlar sayesinde ani darbeler önlenmiş, fakat sistemin elastikliği arttığı için titreşim önlenememiştir. Titreşimler yol, taşıt, yolcu ve taşıtın çeşitli parçaları arasında bağlı hareketlere sebep olurlar ve bu durumda taşıt konforunu bozmakta, taşıt elemanlarının da ömrünü azalmaktadır. Günümüzde taşıtların daha fazla güvenlik ve konfora sahip olması, her türlü yük ve sürüş durumundaki hareketlere (frenleme, hızlanma, yüksek hız, viraj alma) çok çabuk tepki vermesi, ayrıca lastiklerin yolu en iyi şekilde tutması ancak gelişmiş bir süspansiyon sistemi sayesinde olmaktadır. Bu nedenle pasif süspansiyon sistemleri yerine yarı aktif ve aktif süspansiyon sistemlerinin kullanımı gündeme gelmiştir.

Taşıt titreşimlerine sebep olan etkiler :

- a) Yol Pürüzlülükleri**
- b) Tekerler**
 - Dengesizlik
 - Boyut Değişimi
 - Yay Katsayısı farklılıkları
- c) Güç ve Moment İleten Elemanlardaki Dengesizlikler**
 - Dönen Miller
 - Dişli Çarklar
 - Diferansiyel

- Motor

Taşıt titreşimini etkileyen faktörler :

- a)** Süspansiyon yay elemanlarının özellikleri
- b)** Sönüm elemanlarının özellikleri
- c)** Taşıt aksının genişliği ve ağırlığı
- d)** Motor ve iletim elemanlarının montajı
- e)** Akslar arası mesafe
- f)** Süspansiyon sistemi açılış tipi
- g)** Yol ve tekerleklerin özellikleri

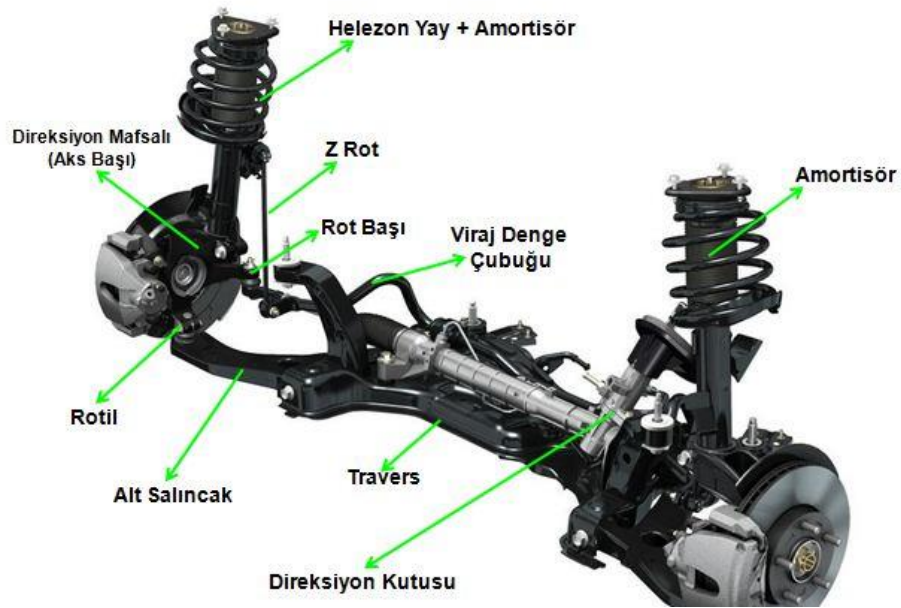
2. LİTERATÜR ARAŞTIRMASI

2.1 Süspansiyon

Süspansiyon, aracın tekerlerine bağlanan yol, araç ve sürücü arasındaki uyumu düzenleyen ve bu sayede yol tutuşunu sağlayan bir sistemdir. Bu sayede stabil bir sürüş sağlanır.

Süspansiyonların en önemli elemanları yaprak, helisel, burulma çubuklu, hava yastıklı gibi tipleri olan yaylar ve sönüm elemanlarıdır. Tekerleğin ani yer değiştirmeleri yayın ani sıkışma ve uzama hareketleri yapmasına neden olur. Amortisör adı verilen parça, içinde piston, basınç tüpü ve sönümleme sıvısını bulundurur. Piston basınç tüpünün içinde yer alır. Yayın sıkışması durumunda piston, basınç tüpünün içine itilir. Bu durumda sıvı tüpün içinde yukarı hareket eder ve bu hareket esnasında sürtünme kuvvetlerinden kaynaklı ısı enerjisi ile sistemin kinetik enerjisini sönümlenmeye çalışır. Sönüm elemanlarının bu özelliği, yol tutuşu, güvenlik ve konfor açısından büyük öneme sahiptir.

Yaylar ve amortisörler şasiye metal bağlantı kollarıyla sabitlenir. Aracın, dönemeçlerde savrulmamasını sağlayan parça ise stabilizatörler, yani denge çubukları. Süspansiyon sisteminin bir diğer bileşeni rotiller, tekerleklerin daima aks ile bağlantıda olmasını sağlar.



Şekil 2.1 Süspansiyon

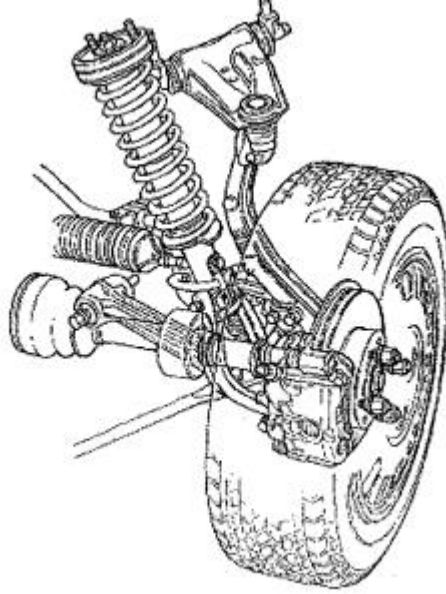
Günümüzde taşıt süspansiyon tipleri aktif, pasif ve yarı aktif olmak üzere 3 sınıfta incelenir.

2.1.1 Pasif Süspansiyon Sistemleri

Pasif Süspansiyon sistemlerinin çalışma prensibi 2-1’de açıklandığı gibidir. Kısaca amortisör ve yayların beraber çalışması sonucu oluşan sistem olarak tanımlanabilir.

Bu sistemler dışarıdan enerji gerektirmezler ve kullanımı oldukça yaygındır.

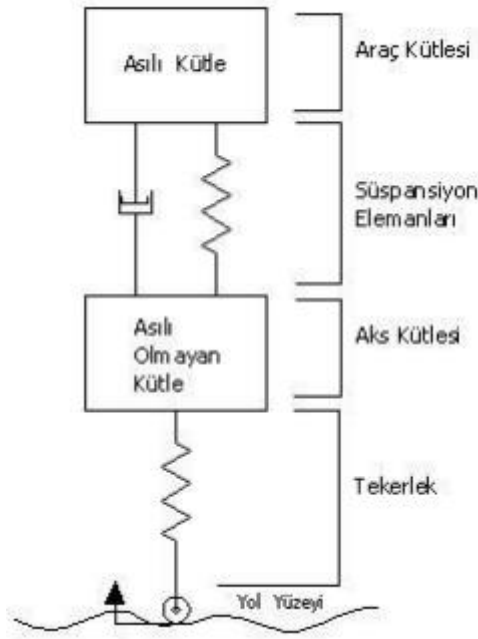
Sönümleme, enerjinin korunumu ilkesine göre çalışır. Süspansiyonun hızı ve hareketi taşıt gövdesinin durumunu belirler.



Şekil 2.2 Pasif Süspansiyon Sistemi

Pasif süspansiyon sisteminde dikkat edilmesi gereken hususlar, yay elastikliği ve sönüm değeri olarak kendini gösterir. Bu hususların belirlenmesinde gövdenin ivmesi, süspansiyon sistemi çalışma aralığı, tekerlek yol temas kuvveti etkilidir.

Şekilde $\frac{1}{4}$ gövdeli, pasif kontrol sistemine sahip bir çeyrek taşıt modeli Şekil 2.3’te verilmiştir. (3)



Şekil 2.3 Çeyrek Taşıt Modeli

Yumuşak yay, gövdenin ivmelenmesini azaltırken; katı yay tekerlek ile yol temasını iyileştirir ve aracın kontrol edilmesini kolaylaştırır.(Horton, 1986; Crolla, 1983) Ayrıca sönümleme katsayısının artışı taşıt konforunu arttırmaktadır.(Chalasani, 1986) Ancak bu durumda yol teması kalitesi düşer.

Son yıllarda taşıt ağırlığında azalma ; yolcu sayısındaki artış, farklı süspansiyon fikirlerini gündeme getirmiştir zira yük altında ve yüksüz durumda süspansiyon performansları farklı olacaktır. Pasif süspansiyon sistemlerinin çalışma aralığı artan yük ile azalacağından, sistemin aynı çalışma aralığında performans göstermesi istendiğinde sorun teşkil etmektedir. İşte bu kısıtlamaları aşmak için sisteme dışarıdan enerji verilmesi fikirleri gündeme gelmiştir. Bu düşünceler diğer süspansiyon sistemlerinin önünü açmıştır. (4)

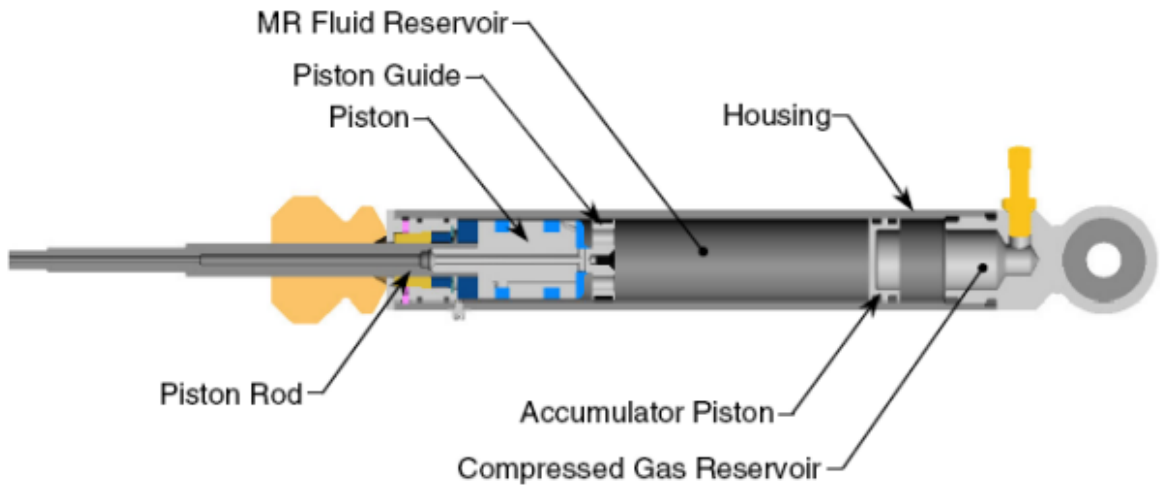
2.1.2 Yarı Aktif Süspansiyon Sistemleri

Yarı aktif süspansiyon sistemi aktif süspansiyon sistemine benzemekle beraber aktif damper olarak adlandırılan bir sönüm elemanı ile buna paralel bir yaydan oluşur. Aktif süspansiyon sistemi konfor ve seyir emniyeti açısından olumlu katkılar yapmakla birlikte, enerji gereksinimi ve maliyeti artırmaktadır. Hâlbuki yarı aktif süspansiyon sisteminin güç gereksinimi neredeyse pasif süspansiyon sisteminin güç gereksinimi ile aynıdır, ama konfor olarak daha iyidir.

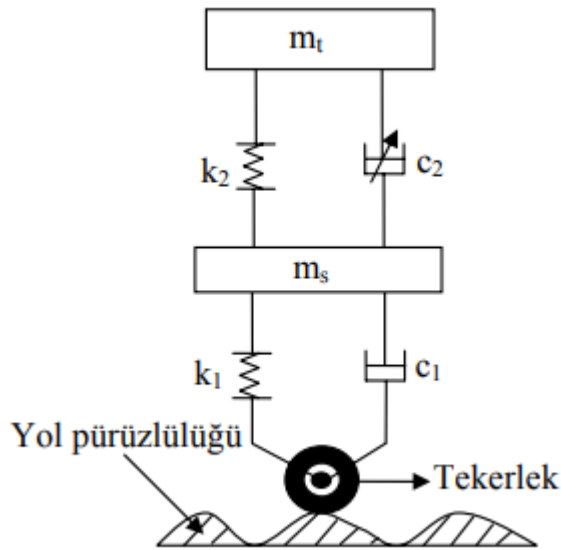
Yarı aktif süspansiyon sistemleri ilk olarak valf kontrollü ayarlı damperler ile

uygulamada görülmektedir. Daha sonra Elektro-Rheological (ER) akışkanlı damperler kullanılmış fakat ER damperlerin yüksek gerilim gerektirmesi, düşük alan gerilmesi gibi dezavantajlarından dolayı, Magneto-Rheological (MR) akışkanlı damperler geliştirilmiştir.

MR damperleri, içlerinde mıknatıslanma özelliği bulunan çeşitli tanecikler barındırır. Dışarıdan uygulanan manyetik alan, bu taneciklerin bir araya dizilmesini sağlayarak akışkanın hareket etmesinin zorlaşmasını sağlar. Böylece akışkanın “sönümleme özelliği” değişir ve sistemin hareketi düzenlenir. (3)



Şekil 2.4 MR Akışkanlı Bir Damper



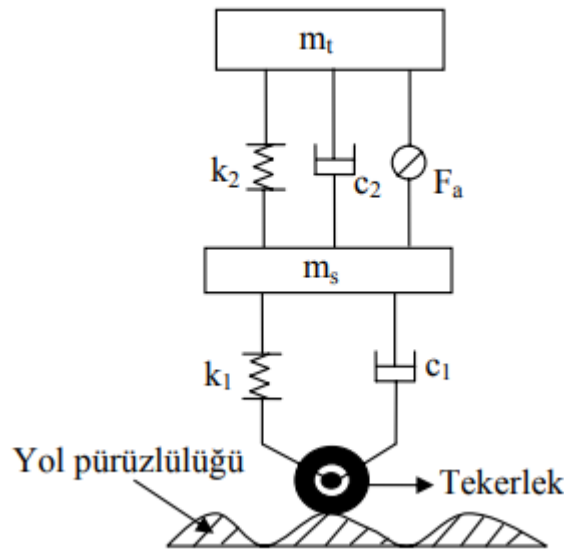
Şekil 2.5 Yarı Aktif Süspansiyon Sistemi

2.1.3 Aktif Süspansiyon Sistemleri

Aktif süspansiyon sistemlerinin en büyük özelliği, harici bir güç kaynağına ihtiyaç duymasındır.(aktüatör) Bu enerji, aktif süspansiyon sisteminde oluşturulacak kuvvetin düzenli olarak kontrol edilmesini sağlar. Aktüatör, sisteme hem enerji vermede hem de sistemden enerjiyi çekmede kullanılabilir. Aktif süspansiyon sisteminin verimli bir şekilde çalışabilmesi için taşıtın ana parçalarından konum, hız, ivme gibi değerleri ölçebilecek elemanlar ve bu ölçümleri değerlendirip aktüatörü tahrik edecek bir mikroçipe ihtiyaç vardır. (3)

İyi bir aktif kontrolün sağlanabilmesi için: (4)

- a) Performans kriteri oluşturulmalı.(amaç fonksiyonu belirlenmeli)
- b) Dışarıdan gelen etki modellenmeli.(yol pürüzlülüğü)
- c) Taşıt modelinin formülasyonu yapılmalı.
- d) Performans kriteri ve taşıt formülasyonuna optimum kontrol kanunları uygulanmalı.



Şekil 2.6 Aktif Süspansiyon Sistemi

2.2 PID Kontrolcü

PID (oransal-integral-türevsel) denetleyici kontrol döngüsü yöntemi, elektronik cihazlar, mekanik cihazlar ve pnömatik sistemler gibi geniş bir kullanım yelpazesine sahip olan bir kontrol mekanizmasıdır. PID, geri besleme yolu ile girişe gönderilen sinyali giriş sinyaliyle karşılaştırıp elde edilen hatayı hesaplar. Bu hata, PID'ye gönderilir ve PID bu hatayı bir katsayı ile çarptıktan sonra çarpım işleminin sonucunun türevi ile integralini

alır ve tekrardan çıkışa gönderir. Bu işlem hata minimum değere ulaşana kadar tekrarlanır.

PID; oran, integral ve türev kavramlarını kapsayan bir kontrolcüdür. Her birinin sisteme olan etkileri farklıdır.

PID'nin bu üç bileşenini şu şekilde açıklayabiliriz: Bir dronumuz olduğunu varsayalım ve bu dronu 50 metrelik yüksekliğe çıkartmak istiyoruz. Dronun konumu x ve hedef yükseklik y ile ifade edilirse

$error(e) = (x - y)$ şeklinde ifade edilmiş olur. Error değeri oransal sabit (K_p) ile çarpılarak dronun pervaneleri döndürülür ve dronun hareketi düzenlenir.(Oransal kontrol)

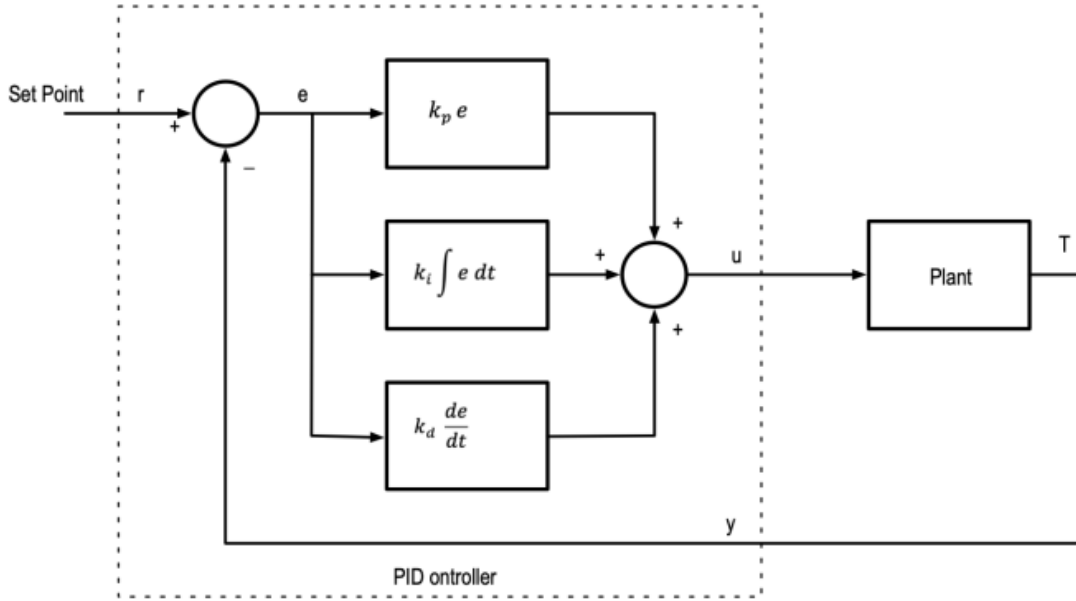
$$K_p e$$

Oransal kontrolün dezavantajı şudur ki : dron , tam olarak 50 metre yüksekliğe ulaşamaz çünkü bu durumda error 0'a eşit olacaktır ve sistem dronun hareketini sonlandıracak ve dron mesafe kaybedecektir ardından bu senaryo tekrarlanacaktır(Steady state error).Bu hatanın önüne geçmek için sisteme integral kontrolcü eklenir. İntegral kontrolcü, error değerinin bütün hareket süresi boyunca değerlerini toplar ve belli bir sabit ile çarpar. (K_i) Errorun toplam değeri 0 olmadıkça dronun pervaneleri durdurulmaz ve steady state error önlenir.

$$K_i \int e dt$$

Şimdi ise hedef yüksekliğin aşıldığını varsayalım. Bu durumda integral kontrolcü yetersiz kalacaktır. Çünkü hedef yüksekliğe ulaşılana kadar error değeri hep negatif idi. Hedef yükseklik aşıldıktan ancak belli bir süre sonra error değeri 0'a erişir ve sistem aksiyon alır. Tabii bu süre zarfında dron, çoktan hedef yüksekliği fazlaca aşmış olur. Türev kontrolcüsü ise error fonksiyonunun türevini alarak gelecekte durumu tahmin etmeye yönelik çalışır ve sistemin aşım durumunu (Overshoot) engeller.

$$K_d \frac{de}{dt}$$



Şekil 2.7 PID Kontrolcü Modeli

2.3 Ziegler-Nichols Metodu

Bölüm 2.2’de bahsedilen PID kontrolcünün katsayıları düzgün tayin edilmez ise sistem çok daha kararsız bir hale gelebilir. Bunun için sisteme uygun parametreler belirlenmelidir.

Ziegler-Nichols yöntemi, PID ile kontrol edilen ve matematiksel modeli bilinmeyen sistemlerin PID katsayılarını deneysel olarak bulmak için geliştirilen bir yöntemdir. Ziegler-Nichols metodunda, öncelikli olarak K_i ve K_d parametreleri göz ardı edilip sadece oransal katsayı olan K_p değeri üzerine yoğunlaşılır. K_p değerinin arttırılması ile sistemin osilasyona girmesi sağlanır. Sistemi periyodik osilasyonda kontrol eden en düşük oransal kazanç (K_u) değeri ile sistemin periyodu (P_u) not edilir. Bu değerlere göre Tablo 1’de gösterilen Ziegler-Nichols parametre ayarı formülleri kullanılarak PID parametreleri belirlenir.

Tablo 1 Ziegler-Nichols Parametre Bağıntıları

	K_p	K_i	K_d
P Kontrol	$K_u/2$	-	-
PI Kontrol	$K_u/2,2$	$P_u/1,2$	
PID Kontrol	$K_u/1,7$	$P_u/2$	$P_u/8$

2.4 LQR Kontrolcü

LQR(Linear Quadratic Regulator) da tıpkı PID gibi bir kontrolcüdür. Amacı sistemi daha verimli hale getirmektir. Bunu yapmak için ise LQR denetleyici, sistemin parametrelerinden, maliyet fonksiyonunu minimize edecek K kazanç matrisini hesaplamaktadır. Durumu matematik olarak açıklamak gerekirse, öncelikli olarak sistemin durum uzayı modellenmelidir. (Denklem 2.1-2.2)

$$\dot{x} = Ax + Bu \quad 2.1$$

$$y = Cx + Du \quad 2.2$$

Denklem 2.1 ve 2.2'deki A, B, C, D, x, y ve u sırasıyla durum uzay matrisi, kontrol matrisi, çıkış matrisi, geçiş matrisi, uzay vektörü, giriş vektörü ve çıkış vektörünü temsil etmektedir.

Durum uzay, sistemin durumunu ifade eden en küçük terimlerden oluşur. Dolayısıyla çok serbestlik dereceli durumlar gözetilerek Denklem 2.1 ve 2.2'nin birer matris eşitliği olduğu anlaşılır. Denklem 2.1 ve 2.2'de belirtilmesi gereken bir diğer husus da u matrisinin sisteme dışarıdan etkiyen faktörleri temsil ediyor oluşudur. Yani sistemde ele alınan iki farklı durum söz konusudur. Aynı zamanda kazanç matrisi ile u matrisi arasındaki ilişki Denklem 2.3'te verilmiştir.

$$u = -Kx \quad 2.3$$

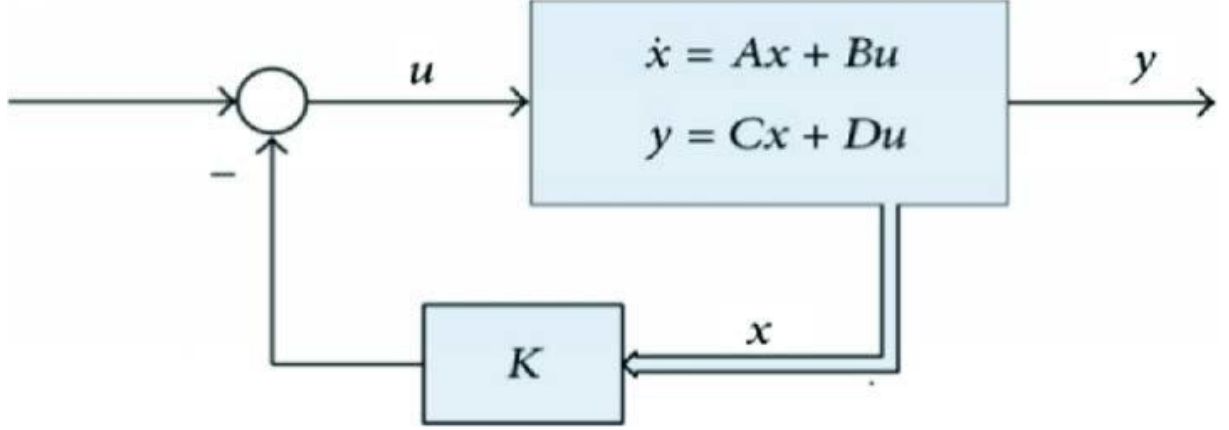
Durum uzayın modellenmesinden sonra ise maliyet fonksiyonu yazılmalıdır. (Denklem 2.4)

$$\int_0^{\infty} (x^T Q x + u^T R u) dt \quad 2.4$$

Denklem 2.3'te Q performansı R ise harcanan eforu kontrol etmekte olan matrislerdir. Bu durum kişinin önceliğine bağlı (zaman ve para) olarak şehir içinde yolculuk etmesine benzetilebilir. Zaman açısından en uygun yöntem taksi çağırarak kabul edilirse para açısından en uygun durum yürümek veya bisiklet kullanmak olabilir. Maliyet fonksiyonun amacı da seçilen durumun 2 yönden incelenmesi ve buna bağlı olarak uygun bir kazanç matrisi K elde edilmesidir.

Q ve R matrisleri başlangıçta birer birim matris olarak ele alınır ve daha sonra değerleri değiştirilerek belirlenen özelliklerde iyileştirmelere gidilebilir. Örneğin bu projede 7 serbestlik dereceli bir taşıt modellenmişti. 7 adet konum ve 7 adet de hız bileşeni ile uzay durum modeli oluşturuldu. Dolayısıyla 14x14'lük bir Q matrisi kullanıldı.

İyileştirilmesi istenen özellik kaç numaralı ise(n) Q matrisinde o satır ve sütundaki değer(n,n) büyük değerli bir sayı ile değiştirilir ve böylece sistemin kullanıcın belirttiği özelliğe önem göstermesi sağlanır. Bu durum R matrisi için de geçerlidir: R matrisindeki değerlerin küçültülmesi, sistemin x değerlerine öncelik vermesini sağlar.



Şekil 2.8 LQR Kontrolcü Modeli

2.5 Euler-Lagrange Denklemi

İsmi İsviçreli matematikçi Leonard Euler (1707-1783) ve İtalyan matematikçi Joseph Louis Lagrange (1736-1813)'ın çalışmalarından almaktadır ve Lagrange mekaniğinin temelini oluşturur.

Lagrange mekaniği, Newton mekaniğine kıyasla istenilen koordinat sisteminde çalışılabilmesi açısından avantajlıdır. Özellikle çok serbestlik dereceli sistemleri inceleme açısından büyük kolaylık sağlar.

Euler-Lagrange denklemini sözel olarak ifade edersek $F(x, y, \dot{y})$ 'in belirlenen aralıkta integre edilmesiyle elde edilen değerin, $y(x)$ 'e bağlı olarak değişimi irdelenmektedir denebilir.

$$F(x, y, \dot{y}), I[y(x)] = \int_{x_1}^{x_2} F dx, \quad \frac{dI}{d\varepsilon} = 0 \quad 2.5$$

Denklemdaki ε değeri, keyfi bir $y(x)$ fonksiyonu elde etmek için kullanılır.

$$(y^*(x) = y(x) + \varepsilon \mu(x))$$

Lagrangian mekaniğinde F ifadesinin yerini L(Lagrangian) alır. Lagrangian, kinetik enerji ile potansiyel enerjinin farkıdır. Eğer bahsedilen türev alma işlemi yapılırsa, bu türev ifadesi sıfıra eşit olacaktır. Yani $y(x)$ konum fonksiyonu, incelenen hareket için bir yerel ekstremum noktası oluşturur. Bu durumda integral sonucunun $y(x)$ fonksiyonundaki en ufak değişime göre sabit kalacağı yorumu yapılır. Bu durumda

evrenin istemli olarak belli bir hareket yolunu ($y(x)$) seçtiğini düşünebiliriz. (Stationary Action Principle) Dışarıdan bakıldığında biraz tuhaf gözükse de Termodinamiğin 1.Kanununa göre enerjinin korunması gerekir. Yani “seçilmiş” olan yol fonksiyonunda yapılan en ufak değişiklik cismin hızını dolayısıyla da cismin hem kinetik hem de potansiyel enerjisini etkilemektedir.

Aslında kinetik enerjinin tamamen potansiyel enerjiyi dönüştürebileceği açıktır. Zira sürtünme kuvvetinin neden olacağı ısı enerjisi, bu dönüşümü bir miktar kısıtlar. Ancak gerek bizim projemizde hareketlerin küçük ölçeklerde gerçekleşiyor olması, gerek sürtünme kuvvetinin bu denli önemli olmayışı türev ifadesini sıfıra eşit olarak kabul etmemize olanak sağlamıştır.

Euler-Lagrange denkleminin Lagrange mekaniğindeki hali Denklem 2.6 şeklinde olur.

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial L(q, \dot{q}, t)}{\partial \dot{q}} \right) - \frac{\partial L(q, \dot{q}, t)}{\partial q} = Q \text{ (Dış kuvvetler var ise)} \quad 2.6$$

$L = T - V$, L (Lagrange fonksiyonu)

2.6 Özdeğer-Özvektör ve Doğal Frekans

Özdeğerler (veya karakteristik değerler) ve özvektörleri (karakteristik özvektörler), fiziksel bir sistemin sahip olabileceği özel değerlerde nasıl davrandıklarını belirlemek için önemlidir. Bu değerler sisteme ait özel bir enerji, özel bir frekans değeri, dalgaların girişimi veya kuvvet dengesinin sağlandığı bir duruma ait olabilir. Özvektörler ise, fiziksel sistemin sahip olduğu özdeğerlerdeki (örneğin bir dalga) fonksiyonları olabilir. Özdeğerler ve özvektörler, diferansiyel denklemler içeren denklem sistemlerinin çözümlerinde, sınır-değer problemlerinde ortaya çıkabilir. Bu tür denklemlere, kuantum mekaniğinde elektriksel bir potansiyel içinde bulunan bir parçacığın enerjisini hesaplarken, elastik çarpışma problemlerinde, akışkanlar mekaniğinde, titreşim yapan cisimlerin hareketlerinde sıkça karşılaşılır. Titreşim yapan bir sistemin doğal frekansı ile dışarıdan uygulanan sürücü kuvvetin frekansı birbirine eşit veya yakın olması sistemin kararlılığı açısından veya malzemelerin elastik özelliklerinin incelendiği durumlarda, şekil bozukluklarının başladığı noktaların belirlenmesinde özfonksiyonların alacağı özdeğerler önemli olmaktadır. (5) Özdeğer problemi şu şekilde ifade edilebilir:

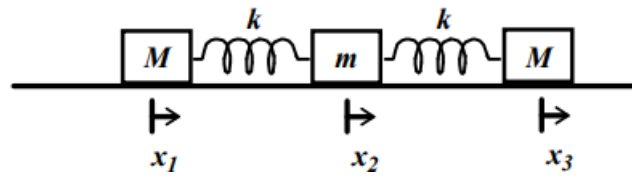
$$\begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{bmatrix} = \lambda \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{bmatrix} \quad 2.7$$

Bu ifadenin matematiksel açıklaması, a terimleri barındıran matris(A) ile x terimlerini barındıran vektörün(x) çarpımının sonucunun x vektörünün keyfi bir sabit(λ) ile çarpımına eşit olmasıdır. Yani vektörün doğrultusu aynı kalmıştır ancak büyüklüğü değişmiştir. Denklem 2.7 düzenlenirse:

$$\begin{bmatrix} a_{11} - \lambda & a_{12} - \lambda & a_{13} - \lambda \\ a_{21} - \lambda & a_{22} - \lambda & a_{23} - \lambda \\ a_{31} - \lambda & a_{32} - \lambda & a_{33} - \lambda \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{bmatrix} = 0 \quad 2.8$$

Haline gelir. Bu ifade özdeğer problemidir. Denklem 2.4'e karakteristik denklem, λ 'ya karakteristik değer veya özdeğer ve λ özdeğerlerine göre değer alan x değerlerine ise özvektör veya özfonksiyon denir.

Şimdi örnek bir model üzerinden doğal frekansın eldesine geçelim:



Şekil 2.9 Örnek Model

Newtonun ikinci yasasını kullanarak Denklem 2.9a, 2.9b ve 2.9c elde edilir.

$$\frac{d^2 x_1}{dt^2} = -\frac{k}{M}(x_1 - x_2) \quad 2.9a$$

$$\frac{d^2 x_2}{dt^2} = -\frac{k}{m}(x_2 - x_1) - \frac{k}{m}(x_2 - x_3) \quad 2.9b$$

$$\frac{d^2 x_3}{dt^2} = -\frac{k}{M}(x_3 - x_2) \quad 2.9c$$

Denklemlerde t, zamanı, M ve m, yaylara tutturulmuş kütleleri, x_i kütlelerin yer değiştirmesini ve k, yay sabitini göstermektedir. Hareketli kütleler sisteminin ortak frekansları olan ω yani sistemin özdeğeri hesaplanmalıdır. 2.5 denkleminin çözümü olan

$$x_i = x_{i0} e^{j\omega t} \quad , \quad i = 1,2,3 \quad (j \text{ kompleks sayı}) \quad 2.10$$

Çözümde yardımcı olacaktır. Denklem 2.10 göz önünde bulundurularak Denklem 2.9 düzenlenir:

$$-\omega^2 x_1 = -\frac{k}{M}(x_1 - x_2) \quad 2.11a$$

$$-\omega^2 x_2 = -\frac{k}{m}(x_2 - x_1) - \frac{k}{m}(x_2 - x_3) \quad 2.11b$$

$$-\omega^2 x_3 = -\frac{k}{M}(x_3 - x_2) \quad 2.11c$$

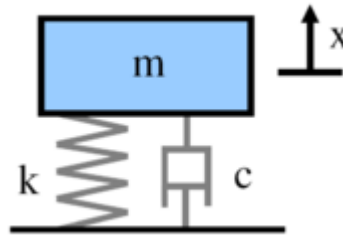
Denklem 2.11 matris formuna dönüştürülürse

$$\begin{bmatrix} \frac{k}{M} & -\frac{k}{M} & 0 \\ \frac{k}{m} & \frac{2k}{m} & -\frac{k}{m} \\ 0 & -\frac{k}{M} & \frac{k}{m} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{bmatrix} = \omega^2 \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{bmatrix} \quad 2.12$$

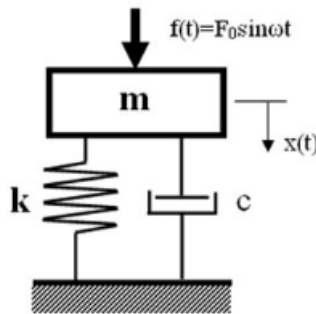
Denklem 2.8’de görüldüğü üzere sistemin frekans değerleri denklemin özdeğerinin karekökünün alınmasıyla elde edilebilir. ($\sqrt{\omega}$)

2.7 Diferansiyel Denklemin Çözümü

Hız, ivme, konum gibi kavramları bir arada bulunduran bir denklemin çözümü elbette diferansiyel denklemleri iyi anlamayı gerektirecektir. Bu bölümde gösterilecek çözümler, sönümlü serbest ve sönümlü, zorlanmış titreşim hareketlerine ait çözümlerdir.



Şekil 2.10 Sönümlü Serbest Titreşim Modeli



Şekil 2.11 Sönümlü Zorlanmış Titreşim Modeli

İlk olarak sönümlü serbest titreşimi ele alalım. Sönümlü serbest titreşimde sisteme etki eden bir dış kuvvet yoktur.(Denklem 2.14)

$$m\ddot{x} + c\dot{x} + kx = 0 \quad 2.13$$

Belirtilen denklemin kökleri bulunursa

$$r_1 = \frac{-c + \sqrt{c^2 - 4mk}}{2m}, \quad r_2 = \frac{-c - \sqrt{c^2 - 4mk}}{2m} \quad 2.14$$

Köklerin değerlerine göre 3 farklı durumla karşılaşabiliriz:

2.7.1 Aşırı Sönümlü Hareket

$c^2 - 4mk > 0$ durumunu içerir. Bu durumda denklemin kökleri gerçektir ve farklıdır. Kütle salınım yapmaksızın statik denge konumuna hareket eder. Büyük sönümleme katsayısı ve buna bağlı olarak yüksek sönümleme kuvveti nedeniyle “aşırı sönümlü” olarak adlandırılır. Diferansiyel denklemin çözümü şu şekilde olur: (6)

$$x_t = C_1 e^{r_1 t} + C_2 e^{r_2 t} \quad 2.15$$

2.7.2 Kritik Sönümlü Hareket

$c^2 - 4mk = 0$ durumunu içerir. Denklemin kökleri gerçektir ve eşittir. Sönümleme kuvveti, herhangi bir salınımın başlamasına ancak engel olabilecek büyüklüktedir ve bu durumdaki kütlenin “kritik sönümlü” olduğu söylenir. Diferansiyel denklemin çözümü şu şekilde olur: (6)

$$x_t = (C_1 + C_2 t) e^{-\frac{ct}{2m}} \quad 2.16$$

2.7.3 Zayıf Sönümlü Hareket

$c^2 - 4mk < 0$ durumunu içerir. Bu durumda denklemin kökleri sanaldır ve farklıdır. Oluşan salınımlar nedeniyle zayıf sönümlü olarak adlandırılır. Diferansiyel denklemin çözümü şu şekilde olur: (6)

$$x_t = e^{-\frac{ct}{2m}} \left(C_1 \cos \sqrt{\frac{k}{m} - \frac{c^2}{4m^2}} t + C_2 \sin \sqrt{\frac{k}{m} - \frac{c^2}{4m^2}} t \right) \quad 2.17$$

Denklem 2.13 düzenlenirse:

$$A e^{-\frac{ct}{2m}} C_1 \cos \left(\sqrt{\frac{k}{m} - \frac{c^2}{4m^2}} t - \varphi \right) \quad 2.18$$

Burada $A = \sqrt{C_1^2 + C_2^2}$, φ ise sinüsü ve kosinüsü sırasıyla $\sin \varphi = \frac{C_1}{A}$, $\cos \varphi = \frac{C_2}{A}$ olan bir açıdır.

Şimdi de sönümlü zorlanmış titreşimi ele alalım. Bu durumda sisteme etki eden bir dış kuvvet vardır. Dolayısıyla Denklem 2.13 yeniden düzenlenir:

$$m\ddot{x} + c\dot{x} + kx = F_0 \cos \omega t \quad 2.19$$

Bu diferansiyel denklemin 2 adet çözümü vardır: Homojen çözüm ve özel çözüm. Bu iki çözümün toplamı, toplam çözümü verir. Homojen çözümde denklemin sağ tarafı 0'a eşitmiş gibi davranılır. Özel çözümde ise denklemin formatına uygun seçilen eğri çözümlenerek sonuca gidilir.

Homojen çözüm $x_h = C_1 e^{r_1 t} + C_2 e^{r_2 t}$ olarak ele alınabilir.

Özel çözüm için ise $x_p = A \cos \omega t + B \sin \omega t$ biçiminde bir çözüm seçilir. Gerekli işlemler yapıldığında özel çözüm Denklem 2.20'deki hale gelir.

$$x_p = \frac{F_0 \cos(\omega t - \varphi)}{\sqrt{m^2(\omega_0^2 - \omega^2)^2 + c^2 \omega^2}} \quad 2.20$$

$$\omega_0 = \frac{k}{m}, \varphi = \tan^{-1} \left(\frac{c\omega}{m(\omega_0^2 - \omega^2)} \right), 0 \leq \varphi \leq \pi$$

Sistemin genel çözümü yazılırsa Denklem 2.21 elde edilir.

$$x = x_p + x_h = C_1 e^{r_1 t} + C_2 e^{r_2 t} + \frac{F_0 \cos(\omega t - \varphi)}{\sqrt{m^2(\omega_0^2 - \omega^2)^2 + c^2 \omega^2}} \quad 2.21$$

Dikkat edilirse kuvvetin frekansı sistemin doğal frekans değerine yaklaştıkça özel çözüm sonsuza yaklaşır. Bu durum, Bode diyagramında doğal frekans değerlerindeki tepeleri açıklamaktadır.

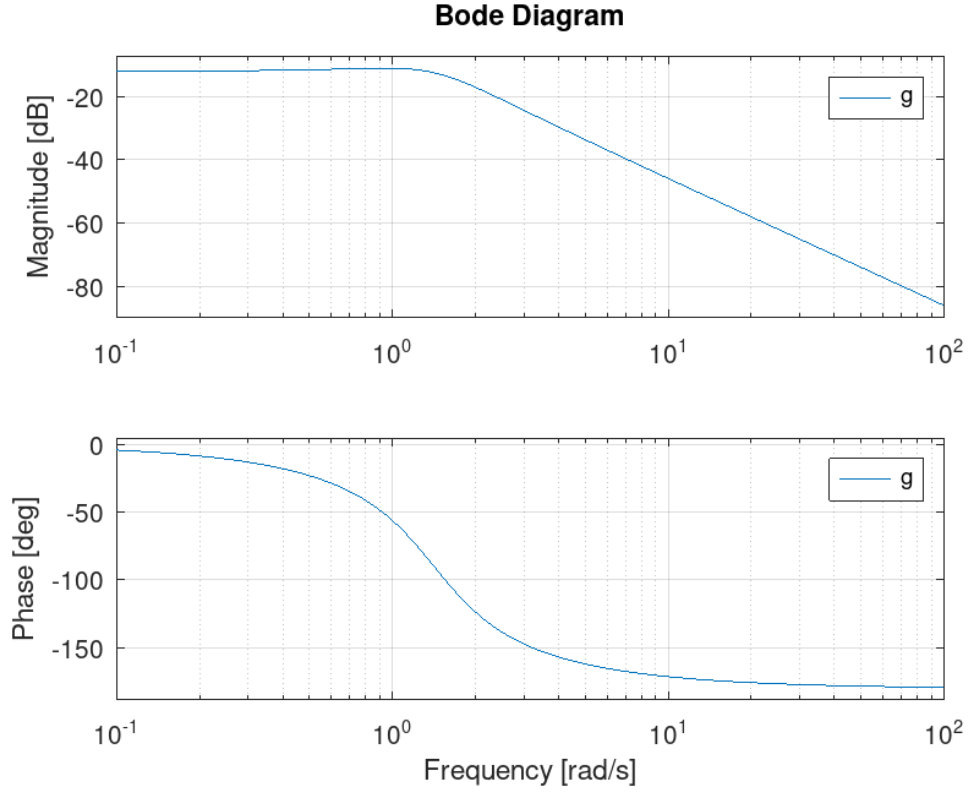
2.8 Bode Diyagramı

Elektrik, elektronik mühendisliği ve kontrol ile ilgili mühendislik bölümlerinde sıklıkla rastlanan Bode diyagramı, bir sistemin frekans cevabı olarak tanımlanır. Frekans cevabı, bir cihazın çıkışındaki sinyal yapısının girişine uygulanan sinyal yapısı ile uyumluluğunu ifade eden terimdir. Birimi desibel (dB) olarak tanımlanmıştır. Bode diyagramı iki bileşenden oluşur. Bunlar Bode genlik diyagramı ve Bode faz diyagramıdır.

Bode genlik diyagramı, sistemin frekans cevabının genliğini ifade etmekte olup genellikle desibel ile ölçülür. Bode faz diyagramı ise sistemdeki faz kaymasını ifade etmektedir. Her iki diyagram da frekansın logaritmasının bulunduğu yatay eksene karşı

izilir. Desibel logaritmik bir skala olduğundan Bode genlik diyagramı log-log izimdir. Bode faz diyagramı ise lin-log izimdir.

Bölüm 2.6’da sistemin frekanslarından bahsedilmişti. Bode diyagramının da sisteme etkiyen bir kuvvetin frekanslarına bağlı olarak izdirildiėi dūřünölürse, sistemin doğal frekans değerlerinde grafiğin pik yapması anlaşılır olacaktır.

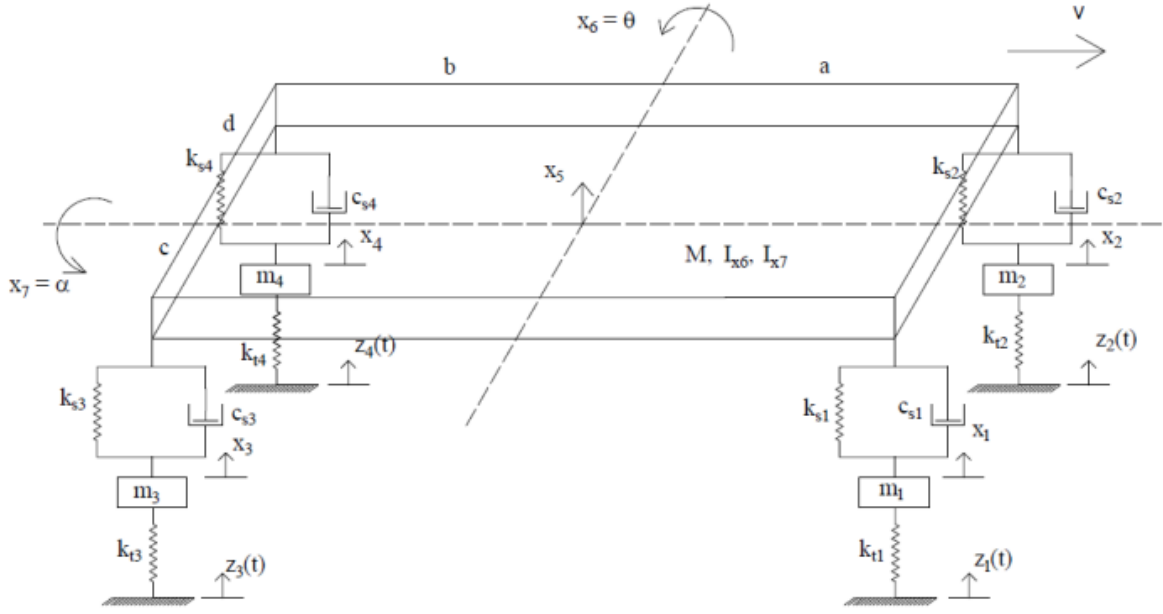


şekil 2.12 Bode Diyagramı Örneği

3. PROBLEMİN TANIMI

Öncelikli olarak çözümlenen taşıtın bir modeli çizilmeli ve parametreler belirlenmelidir. Ardından denklemler elde edilmelidir.

3.1 Pasif Taşıt Modeli ve Hareket Denklemleri



Şekil 3.1 Pasif Taşıt Modeli (7)

Sistemin hareket denklemleri elde edilirken Euler-Lagrange metodu kullanılacaktır.(Denklem 3.1)

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial E_k}{\partial \dot{x}_j} \right) - \left(\frac{\partial E_k}{\partial x_j} \right) + \frac{\partial E_p}{\partial x_j} + \frac{\partial E_D}{\partial \dot{x}_j} = Q_i \quad 3.1$$

Kinetik enerji konumun bir fonksiyonu olmadığından denklemin soldan ikinci terimi sıfıra eşittir. Ayrıca sisteme etki eden bir dış kuvvet bulunmadığından eşitliğin sağ tarafı da sıfırdır.

Sistemin toplam kinetik, potansiyel ve sönüm enerjileri sırasıyla:

$$E_k = \frac{1}{2} (M \dot{x}_5^2 + I_{x6} \dot{x}_6^2 + I_{x7} \dot{x}_7^2 + m_1 \dot{x}_1^2 + m_2 \dot{x}_2^2 + m_3 \dot{x}_3^2 + m_4 \dot{x}_4^2) \quad 3.2$$

$$E_p = \frac{1}{2} \left(\begin{array}{l} k_{s1}(x_5 - x_1 + ax_6 - cx_7)^2 + k_{s2}(x_5 - x_2 + ax_6 + dx_7)^2 \\ k_{s3}(x_5 - x_3 - bx_6 - cx_7)^2 + k_{s4}(x_5 - x_4 - bx_6 + dx_7)^2 \\ k_{t1}(x_1 - z_1)^2 + k_{t2}(x_2 - z_2)^2 + k_{t3}(x_3 - z_3)^2 + k_{t4}(x_4 - z_4)^2 \end{array} \right) \quad 3.3$$

$$E_D = \frac{1}{2} \left(c_{s1}(\dot{x}_5 - \dot{x}_1 + a\dot{x}_6 - c\dot{x}_7)^2 + c_{s2}(\dot{x}_5 - \dot{x}_2 + a\dot{x}_6 + d\dot{x}_7)^2 \right. \\ \left. + c_{s3}(\dot{x}_5 - \dot{x}_3 - b\dot{x}_6 - c\dot{x}_7)^2 + c_{s4}(\dot{x}_5 - \dot{x}_4 - b\dot{x}_6 + d\dot{x}_7)^2 \right) \quad 3.4$$

x5 için denklem yazılırsa:

$$\begin{pmatrix} M\ddot{x}_5 + k_{s1}(x_5 - x_1 + ax_6 - cx_7) + k_{s2}(x_5 - x_2 + ax_6 + dx_7) \\ + k_{s3}(x_5 - x_3 - bx_6 - cx_7) + k_{s4}(x_5 - x_4 - bx_6 + dx_7) \\ + c_{s1}(\dot{x}_5 - \dot{x}_1 + a\dot{x}_6 - c\dot{x}_7) + c_{s2}(\dot{x}_5 - \dot{x}_2 + a\dot{x}_6 + d\dot{x}_7) \\ + c_{s3}(\dot{x}_5 - \dot{x}_3 - b\dot{x}_6 - c\dot{x}_7) + c_{s4}(\dot{x}_5 - \dot{x}_4 - b\dot{x}_6 + d\dot{x}_7) \end{pmatrix} = 0 \quad 3.5$$

x6 için denklem yazılırsa:

$$\begin{pmatrix} I_{x6}\ddot{x}_6 + k_{s1}a(x_5 - x_1 + ax_6 - cx_7) + k_{s2}a(x_5 - x_2 + ax_6 + dx_7) \\ - k_{s3}b(x_5 - x_3 - bx_6 - cx_7) - k_{s4}b(x_5 - x_4 - bx_6 + dx_7) \\ + c_{s1}a(\dot{x}_5 - \dot{x}_1 + a\dot{x}_6 - c\dot{x}_7) + c_{s2}a(\dot{x}_5 - \dot{x}_2 + a\dot{x}_6 + d\dot{x}_7) \\ - c_{s3}b(\dot{x}_5 - \dot{x}_3 - b\dot{x}_6 - c\dot{x}_7) - c_{s4}b(\dot{x}_5 - \dot{x}_4 - b\dot{x}_6 + d\dot{x}_7) \end{pmatrix} = 0 \quad 3.6$$

x7 için denklem yazılırsa:

$$\begin{pmatrix} I_{x7}\ddot{x}_7 - k_{s1}c(x_5 - x_1 + ax_6 - cx_7) + k_{s2}d(x_5 - x_2 + ax_6 + dx_7) \\ - k_{s3}c(x_5 - x_3 - bx_6 - cx_7) + k_{s4}d(x_5 - x_4 - bx_6 + dx_7) \\ - c_{s1}c(\dot{x}_5 - \dot{x}_1 + a\dot{x}_6 - c\dot{x}_7) + c_{s2}d(\dot{x}_5 - \dot{x}_2 + a\dot{x}_6 + d\dot{x}_7) \\ - c_{s3}c(\dot{x}_5 - \dot{x}_3 - b\dot{x}_6 - c\dot{x}_7) + c_{s4}d(\dot{x}_5 - \dot{x}_4 - b\dot{x}_6 + d\dot{x}_7) \end{pmatrix} = 0 \quad 3.7$$

x1 için denklem yazılırsa:

$$\begin{pmatrix} m_1\ddot{x}_1 - k_{s1}(x_5 - x_1 + ax_6 - cx_7) \\ + k_{t1}(x_1 - z_1) - c_{s1}(\dot{x}_5 - \dot{x}_1 + a\dot{x}_6 - c\dot{x}_7) \end{pmatrix} = 0 \quad 3.8$$

x2 için denklem yazılırsa:

$$\begin{pmatrix} m_2\ddot{x}_2 - k_{s2}(x_5 - x_2 + ax_6 + dx_7) \\ + k_{t2}(x_2 - z_2) - c_{s2}(\dot{x}_5 - \dot{x}_2 + a\dot{x}_6 + d\dot{x}_7) \end{pmatrix} = 0 \quad 3.9$$

x3 için denklem yazılırsa:

$$\begin{pmatrix} m_3\ddot{x}_3 - k_{s3}(x_5 - x_3 - bx_6 - cx_7) \\ + k_{t3}(x_3 - z_3) - c_{s3}(\dot{x}_5 - \dot{x}_3 - b\dot{x}_6 - c\dot{x}_7) \end{pmatrix} = 0 \quad 3.10$$

x4 için denklem yazılırsa:

$$\begin{pmatrix} m_4\ddot{x}_4 - k_{s4}(x_5 - x_4 - bx_6 + dx_7) \\ + k_{t4}(x_4 - z_4) - c_{s4}(\dot{x}_5 - \dot{x}_4 - b\dot{x}_6 + d\dot{x}_7) \end{pmatrix} = 0 \quad 3.11$$

3.2 Sistem İçin Kullanılan Parametreler

Sistemin Simulink ortamında modellenmesi için belirlenen genel parametreler Tablo 2’de belirtilmiştir.

Tablo 2 Taşıt Modelinin Parametreleri (7)

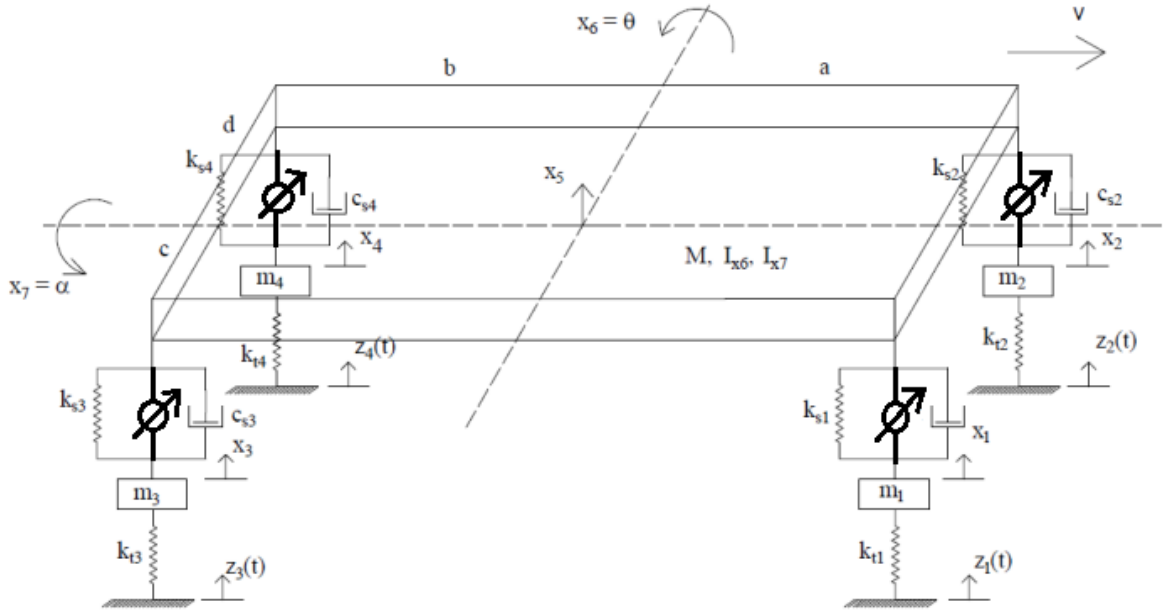
Parametre	Değer	Parametre	Değer	Parametre	Değer
m_1	25 kg	k_{t1}	250000 N/m	I_{x6}	1848 Kg m^2
m_2	25kg	k_{t2}	250000 N/m	I_{x7}	550 Kg m^2
m_3	45kg	k_{t3}	250000 N/m	M	1100 Kg
m_4	45kg	k_{t4}	250000 N/m	a	1.2 m
k_{s1}	15000 N/m	c_{s1}	1250 Ns/m	b	1.4 m
k_{s2}	15000 N/m	c_{s2}	1250 Ns/m	c	0.5 m
k_{s3}	17000 N/m	c_{s3}	1250 Ns/m	d	1 m
k_{s4}	17000 N/m	c_{s4}	1250 Ns/m	v	45 km/sa

Belirlenmesi gereken bir diğer parametre ise sisteme giriş sinyali olarak tanıtılması gereken tümseklerdir. Eğer aracın tekerlerinin ilerlediği iki taraftaki tümseklerde bir gecikme payı bırakılırsa simülasyon daha gerçekçi olacaktır. Aynı zamanda aracın ön tekerlerinin ve arka tekerlerinin aynı anda da sinyale maruz kalamayacağını belirtmesi gerekir. Bunun için aracın ilerlediği yolda sağ tekere gelen tümsek ile sol tekere gelecek tümsek arasında hareket doğrultusunda aracın boyu kadar mesafe bulunduğu varsayılmıştır. Aynı zamanda aracın hızı 45 km/sa olarak kabul edilmiştir.

3.3 PID Kontrolcülü Aktif Taşıt Modeli ve Hareket Denklemleri

Aktif taşıt modeli Şekil 3.2’de verilen modelin PID kontrolcü kuvvetlerinin ilave edilmiş halidir.

PID katsayıları , Bölüm 2.3 ‘de verilen Ziegler-Nichols metodu ve deneysel sonuçların eldesi birlikte değerlendirilerek $K_p = 12000$, $K_i = 0.45$, $K_d = 0.1125$ değerleri atanmıştır.



Şekil 3.2 PID Kontrolcülü Taşıt Modeli

Bölüm 3.1 'de çıkarılan denklemler aktif sistem için de aynen geçerlidir. Ancak PID kontrolcünün kuvveti denklemlere eklenmelidir.

Sırasıyla ön sağ, ön sol, arka sağ, arka sol tekerlere gelen kuvvetler , $F_{PID}^{R1}, F_{PID}^{L1}, F_{PID}^{R2}, F_{PID}^{L2}$ olarak gösterilirse, denklemler 3.12-3.18 arasındaki şekilde olur.

$$\begin{pmatrix} M\ddot{x}_5 + k_{s1}(x_5 - x_1 + ax_6 - cx_7) + k_{s2}(x_5 - x_2 + ax_6 + dx_7) \\ + k_{s3}(x_5 - x_3 - bx_6 - cx_7) + k_{s4}(x_5 - x_4 - bx_6 + dx_7) \\ + c_{s1}(\dot{x}_5 - \dot{x}_1 + a\dot{x}_6 - c\dot{x}_7) + c_{s2}(\dot{x}_5 - \dot{x}_2 + a\dot{x}_6 + d\dot{x}_7) \\ + c_{s3}(\dot{x}_5 - \dot{x}_3 - b\dot{x}_6 - c\dot{x}_7) + c_{s4}(\dot{x}_5 - \dot{x}_4 - b\dot{x}_6 + d\dot{x}_7) \end{pmatrix} = -F_{PID}^{R1} - F_{PID}^{L1} - F_{PID}^{R2} - F_{PID}^{L2} \quad 3.12$$

$$\begin{pmatrix} I_{x6}\ddot{x}_6 + k_{s1}a(x_5 - x_1 + ax_6 - cx_7) + k_{s2}a(x_5 - x_2 + ax_6 + dx_7) \\ - k_{s3}b(x_5 - x_3 - bx_6 - cx_7) - k_{s4}b(x_5 - x_4 - bx_6 + dx_7) \\ + c_{s1}a(\dot{x}_5 - \dot{x}_1 + a\dot{x}_6 - c\dot{x}_7) + c_{s2}a(\dot{x}_5 - \dot{x}_2 + a\dot{x}_6 + d\dot{x}_7) \\ - c_{s3}b(\dot{x}_5 - \dot{x}_3 - b\dot{x}_6 - c\dot{x}_7) - c_{s4}b(\dot{x}_5 - \dot{x}_4 - b\dot{x}_6 + d\dot{x}_7) \end{pmatrix} = -a * (F_{PID}^{R1} + F_{PID}^{L1}) + b * (F_{PID}^{R2} + F_{PID}^{L2}) \quad 3.13$$

$$\begin{pmatrix} I_{x7}\ddot{x}_7 - k_{s1}c(x_5 - x_1 + ax_6 - cx_7) + k_{s2}d(x_5 - x_2 + ax_6 + dx_7) \\ - k_{s3}c(x_5 - x_3 - bx_6 - cx_7) + k_{s4}d(x_5 - x_4 - bx_6 + dx_7) \\ - c_{s1}c(\dot{x}_5 - \dot{x}_1 + a\dot{x}_6 - c\dot{x}_7) + c_{s2}d(\dot{x}_5 - \dot{x}_2 + a\dot{x}_6 + d\dot{x}_7) \\ - c_{s3}c(\dot{x}_5 - \dot{x}_3 - b\dot{x}_6 - c\dot{x}_7) + c_{s4}d(\dot{x}_5 - \dot{x}_4 - b\dot{x}_6 + d\dot{x}_7) \end{pmatrix} = c * (F_{PID}^{R1} + F_{PID}^{R2}) - d * (F_{PID}^{L1} + F_{PID}^{L2}) \quad 3.14$$

$$\begin{pmatrix} m_1\ddot{x}_1 - k_{s1}(x_5 - x_1 + ax_6 - cx_7) \\ + k_{t1}(x_1 - z_1) - c_{s1}(\dot{x}_5 - \dot{x}_1 + a\dot{x}_6 - c\dot{x}_7) \end{pmatrix} = F_{PID}^{R1} \quad 3.15$$

$$\begin{pmatrix} m_2\ddot{x}_2 - k_{s2}(x_5 - x_2 + ax_6 + dx_7) \\ + k_{t2}(x_2 - z_2) - c_{s2}(\dot{x}_5 - \dot{x}_2 + a\dot{x}_6 + d\dot{x}_7) \end{pmatrix} = F_{PID}^{L1} \quad 3.16$$

$$\begin{pmatrix} m_3\ddot{x}_3 - k_{s3}(x_5 - x_3 - bx_6 - cx_7) \\ + k_{t3}(x_3 - z_3) - c_{s3}(\dot{x}_5 - \dot{x}_3 - b\dot{x}_6 - c\dot{x}_7) \end{pmatrix} = F_{PID}^{R2} \quad 3.17$$

$$\begin{pmatrix} m_4\ddot{x}_4 - k_{s4}(x_5 - x_4 - bx_6 + dx_7) \\ + k_{t4}(x_4 - z_4) - c_{s4}(\dot{x}_5 - \dot{x}_4 - b\dot{x}_6 + d\dot{x}_7) \end{pmatrix} = F_{PID}^{L2} \quad 3.18$$

3.4 LQR Kontrolcülü Aktif Taşıt Modeli ve Matrisler

Bu bölümde hareket denklemleri yazılmayacaktır. Çünkü Bölüm 3.3'teki denklemler bu bölümde de geçerlidir. Onun yerine analizin eldesi için gerekli olan matrisler gösterilecektir.

K_{rj} rijitlik, $M_{küt\le}$ kütle matrisleri sırasıyla Denklem 3.19 ve Denklem 3.20'de gösterilmiştir.

$$K_{rj} = \begin{bmatrix} 265000 & 0 & 0 & 0 & -15000 & -18000 & 7500 \\ 0 & 26500 & 0 & 0 & -15000 & -18000 & -15000 \\ 0 & 0 & 26700 & 0 & -17000 & 23800 & 8500 \\ 0 & 0 & 0 & 26700 & -17000 & 23800 & -17000 \\ -15000 & -15000 & -17000 & -17000 & 64000 & -11600 & 16000 \\ -18000 & -18000 & 23800 & 23800 & -11600 & 109840 & -2900 \\ 7500 & -15000 & 8500 & -17000 & 16000 & -2900 & 40000 \end{bmatrix} \quad 3.19$$

$$M_{küt\le} = \begin{bmatrix} 25 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 25 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 45 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 45 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1100 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1848 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 550 \end{bmatrix} \quad 3.20$$

Bölüm 2.6'da verilen bilgiler ışığında sistemin doğal frekans değerleri Denklem 3.21'deki şekilde bulunur.

$$f = \begin{bmatrix} 1.0019 \\ 1.1871 \\ 1.4540 \\ 12.2615 \\ 12.2644 \\ 16.3872 \\ 16.3886 \end{bmatrix} \quad 3.21$$

Sönüm elemanlarının yer aldığı matris Denklem 3.22'de verilmiştir.

$$C = \begin{bmatrix} 1250 & 0 & 0 & 0 & -1250 & -1500 & 625 \\ 0 & 1250 & 0 & 0 & -1250 & -1500 & -1250 \\ 0 & 0 & 1250 & 0 & -1250 & 1750 & 625 \\ 0 & 0 & 0 & 1250 & -1250 & 1750 & -1250 \\ -1250 & -1250 & -1250 & -1250 & 5000 & -500 & 1250 \\ -1500 & -1500 & 1750 & 1750 & -500 & 8500 & -125 \\ 625 & -1250 & 625 & -1250 & 1250 & -125 & 3125 \end{bmatrix} \quad 3.22$$

Bölüm 2.4'te bahsedilen Q ve R matrisleri için deneme yanılma metotları ile şu sonuçlar bulunmuştur: R matrisi 4x4'lük bir birim matristir. Q matrisi ise 14x14'lük bir birim matristen Denklem 3.23, 3.24, 3.25, 3.26 ve 3.27'de belirtilen elemanlarından dolayı

ayrılmaktadır.

$$Q(5,5) = 4596000000 \quad 3.23$$

$$Q(6,6) = 4020000000000 \quad 3.24$$

$$Q(7,7) = 179940000000000 \quad 3.25$$

$$Q(12,12) = 150000000 \quad 3.26$$

$$Q(13,13) = 290000000 \quad 3.27$$

3.23-3.27 arası numaralandırmış bu denklemler, sırasıyla gövdenin düşey yer değiştirme, kafa vurma ve yalpalama hareketlerine ve düşey yer değiştirme hareketinin ve kafa vurma hareketlerinin ivmelerine karşılık gelmektedir.

Durum uzayın kapsadığı değerler Denklem 3.28’de verilmiştir.

$$\ddot{X} = \begin{bmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \\ \dot{x}_3 \\ \dot{x}_4 \\ \dot{x}_5 \\ \dot{x}_6 \\ \dot{x}_7 \\ \ddot{x}_1 \\ \ddot{x}_2 \\ \ddot{x}_3 \\ \ddot{x}_4 \\ \ddot{x}_5 \\ \ddot{x}_6 \\ \ddot{x}_7 \end{bmatrix} \quad 3.28$$

Durum matrisinin 1 ile 5’inci sütunları Denklem 3.29’da; 6 ile 10’uncu sütunları Denklem 3.30’da; 10 ile 14’üncü sütunları Denklem 3.30’da; 13 ile 14’üncü sütunları Denklem 3.31’de verilmiştir.

$$A_{1-5} = 10^4 \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -1.06 & 0 & 0 & 0 & 0.06 \\ 0 & -1.06 & 0 & 0 & 0.06 \\ 0 & 0 & -0.5933 & 0 & 0.0378 \\ 0 & 0 & 0 & -0.5933 & 0.0378 \\ 0.0014 & 0.0014 & 0.0015 & 0.0015 & -0.0058 \\ 0.001 & 0.001 & -0.0013 & -0.0013 & 0.0006 \\ -0.0014 & 0.0027 & -0.0015 & 0.0031 & -0.0029 \end{bmatrix} \quad 3.29$$

$$A_{6-10} = 10^4 \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0.0001 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0.0001 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0.0001 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0.0720 & -0.03 & -0.005 & 0 & 0 \\ 0.0720 & 0.06 & 0 & -0.005 & 0 \\ -0.0529 & -0.0189 & 0 & 0 & -0.0028 \\ -0.0529 & 0.0378 & 0 & 0 & 0 \\ 0.0011 & -0.0015 & 0.0001 & 0.0001 & 0.0001 \\ -0.0059 & 0.002 & 0.0001 & 0.0001 & -0.0001 \\ 0.005 & -0.0073 & -0.0001 & 0.0002 & -0.0001 \end{bmatrix} \quad 3.30$$

$$A_{11-14} = 10^4 \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0.0001 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0.0001 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0.0001 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0.0001 \\ 0 & 0.005 & 0.006 & -0.0025 \\ 0 & 0.005 & 0.006 & 0.005 \\ 0 & 0.0028 & -0.0039 & -0.0014 \\ -0.0028 & 0.0028 & -0.0039 & 0.0028 \\ 0.0001 & -0.0005 & 0.0000 & -0.0001 \\ -0.0001 & 0.0000 & -0.0005 & 0.0000 \\ -0.0002 & -0.0002 & 0.0000 & -0.0006 \end{bmatrix} \quad 3.31$$

B giriş matrisi Denklem 3.32’de verilmiştir.

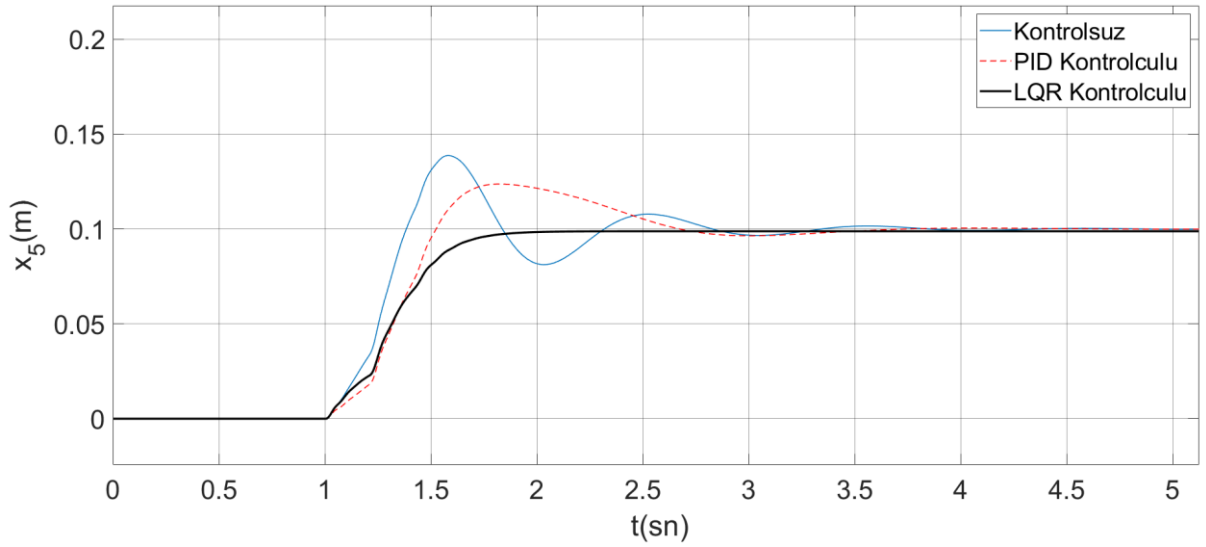
$$B = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ -0.04 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -0.04 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -0.0222 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -0.0222 \\ 0.0009 & 0.0009 & 0.0009 & 0.0009 \\ 0.0006 & 0.0006 & -0.0008 & -0.0008 \\ -0.0009 & 0.0018 & -0.0009 & 0.0018 \end{bmatrix} \quad 3.32$$

A ve B matrislerinin Matlab’de tanımlanmasının ardından “lqr” komutu ile C, D, matrisleri, u vektörü ve K kazanç matrisi elde edilir.

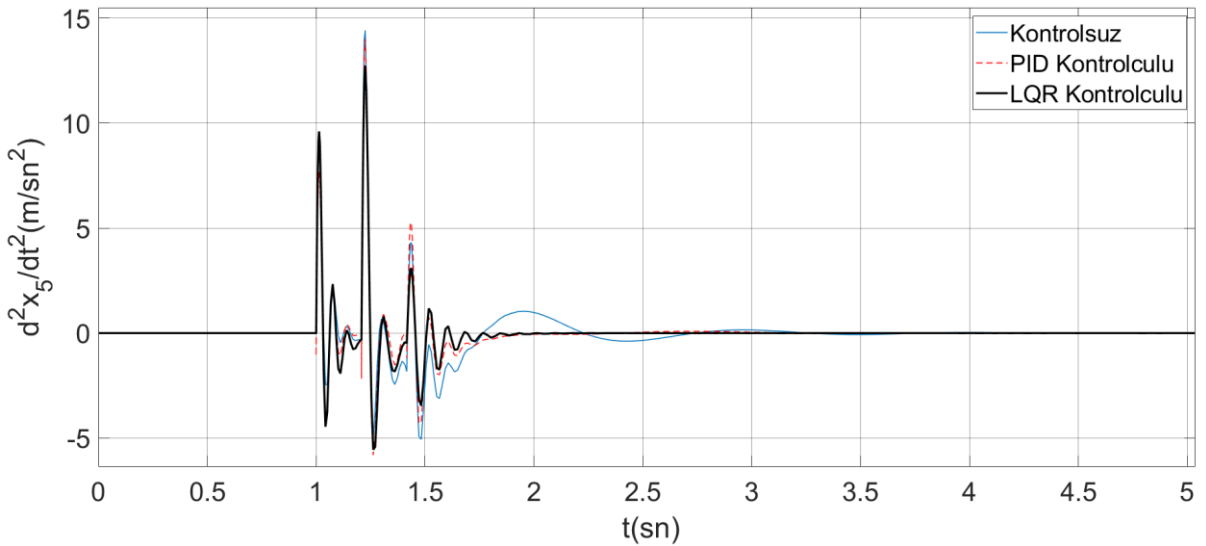
4. VERİLERİN ELDESİ

4.1 Pasif Sistem ile PID ve LQR Kontrolcülü Sistemlerin Karşılaştırılması

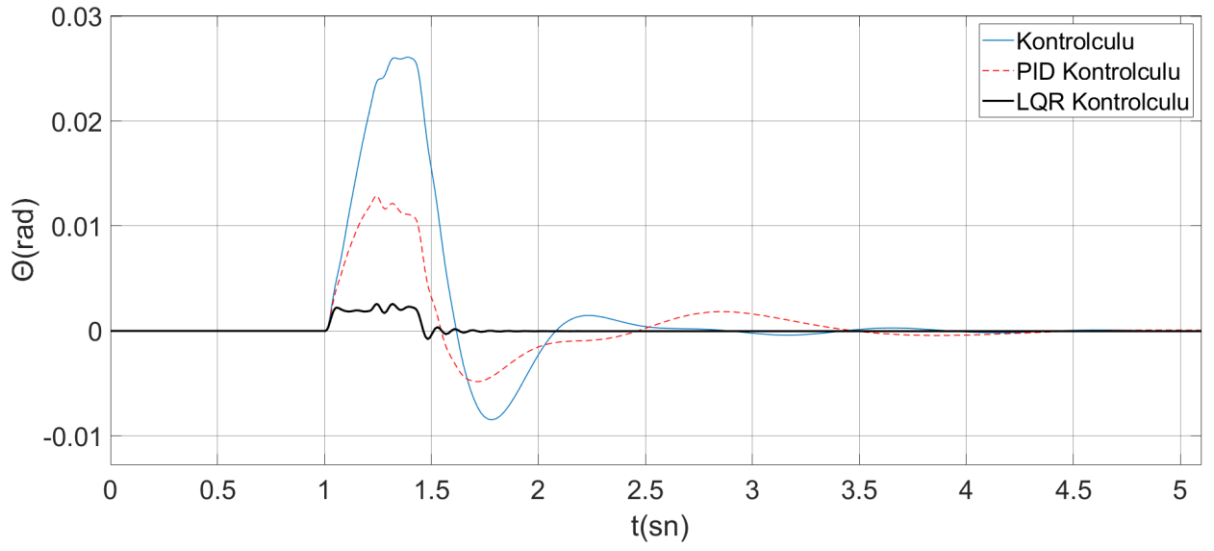
Sistemin simülasyonu, MATLAB-Simulink programı kullanılarak yapılmıştır. Şekil 4.1 ile Şekil 4.6 arasında PID ve LQR kontrolcülü ve pasif sistemlerin taşıt gövdelerinin düşey yer değiştirmeleri ve düşey yer değiştirmelerinin ivmeleri, kafa vurma hareketleri ve kafa vurma hareketlerinin ivmeleri, yalpalama hareketleri ve yalpalama hareketlerinin ivmeleri verilmiştir. Şekil 4.7 ile Şekil 4.12 arasında ise bu değerlerin frekans cevapları verilmiştir.



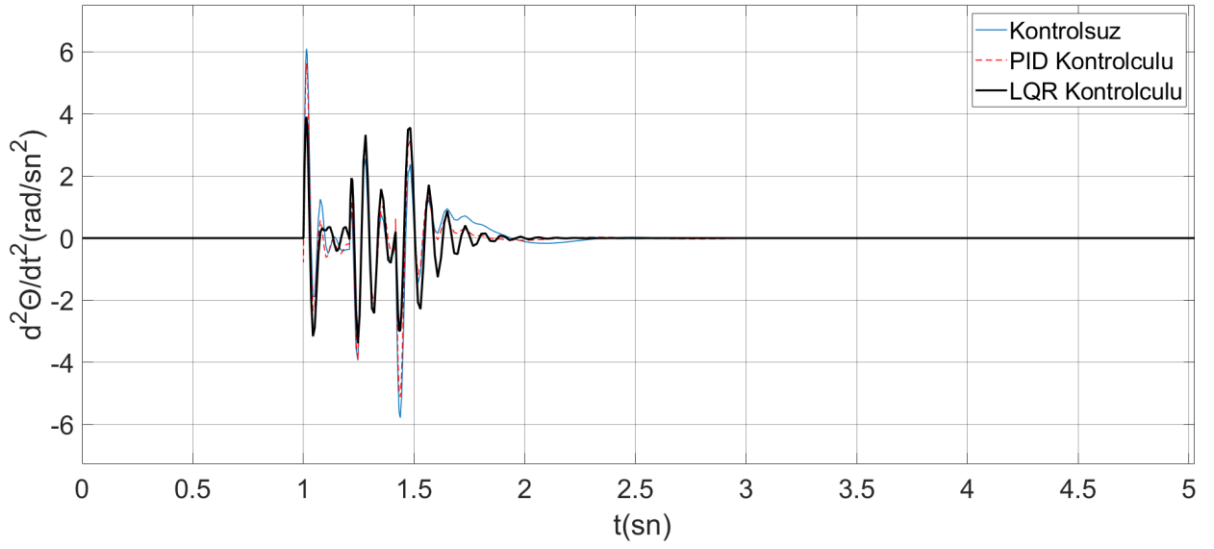
Şekil 4.1 Gövdenin Düşey Hareketinin Karşılaştırması



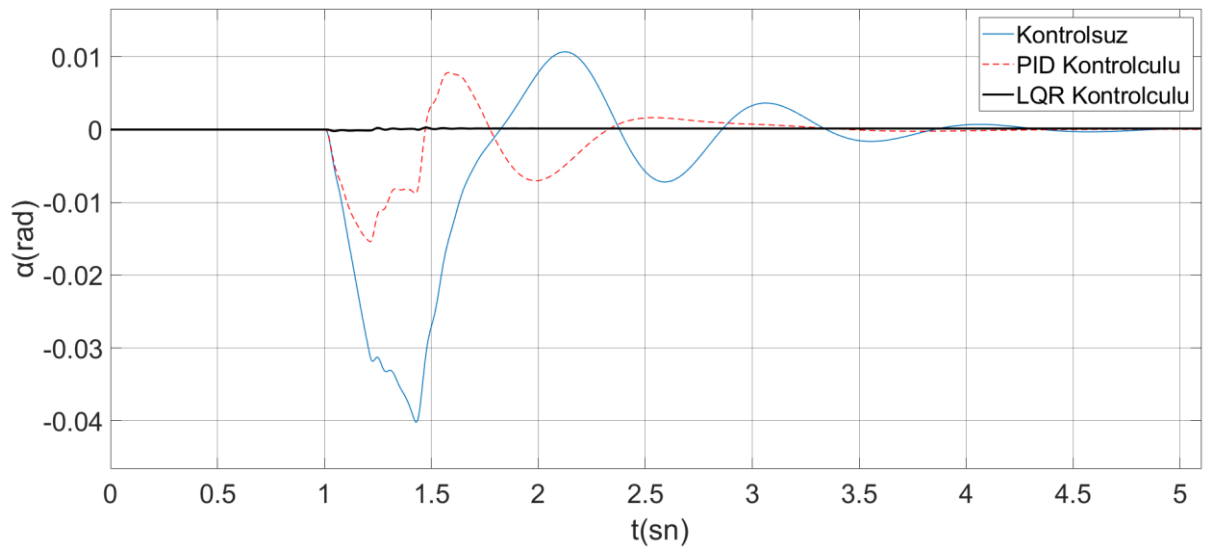
Şekil 4.2 Gövdenin Düşey Hareketinin İvmesinin Karşılaştırması



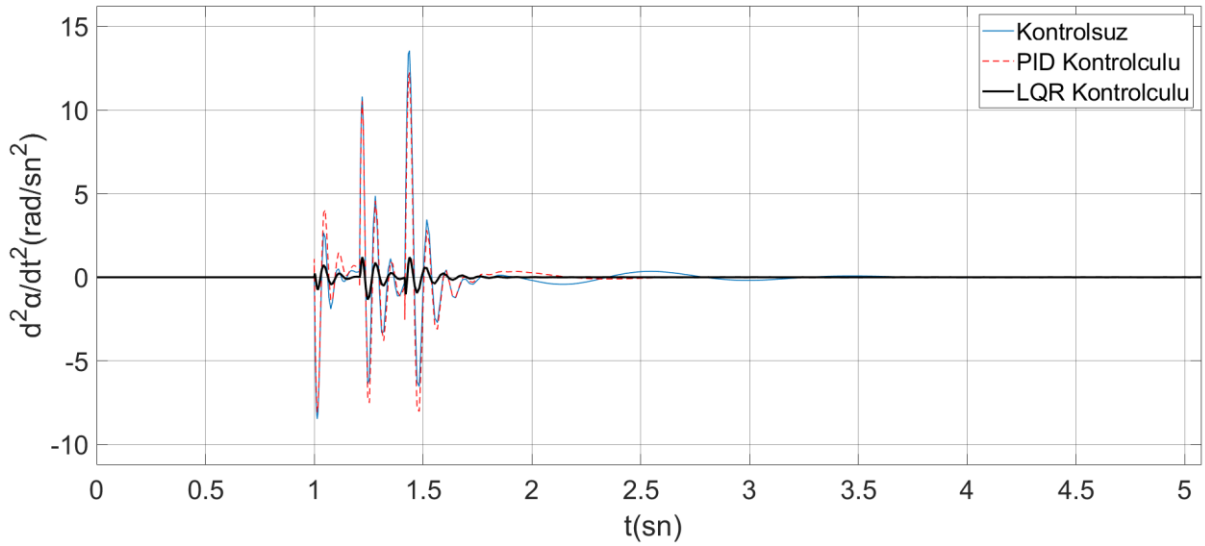
Şekil 4.3 Gövdenin Kafa Vurma Hareketinin Karşılaştırması



Şekil 4.4 Gövdenin Kafa Vurma Hareketinin İvmesinin Karşılaştırması



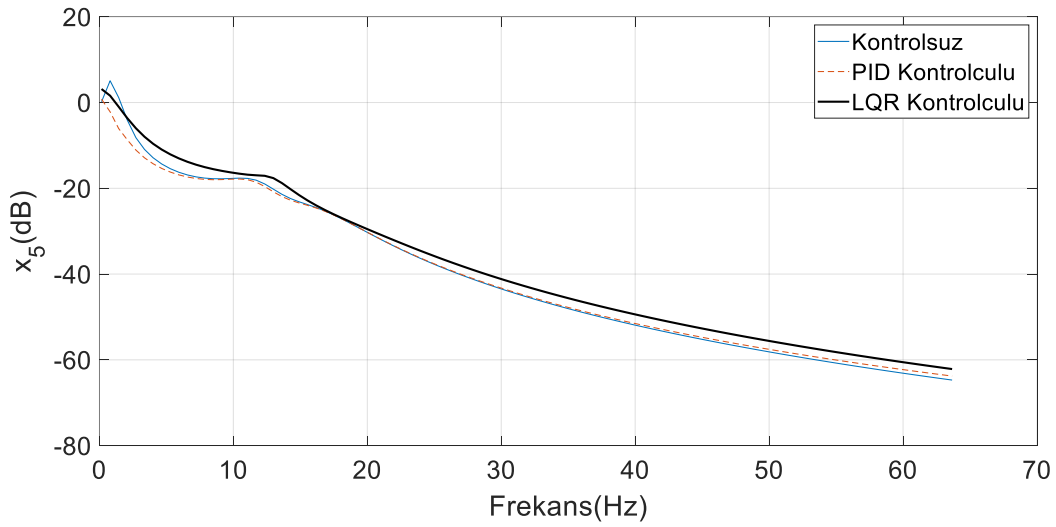
Şekil 4.5 Gövdenin Yalpalama Hareketinin Karşılaştırması



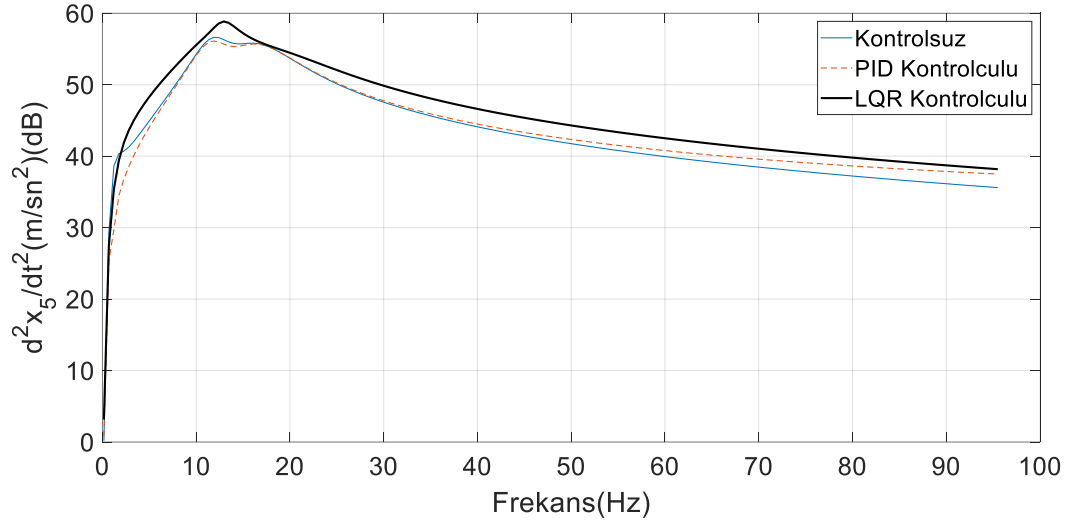
Şekil 4.6 Gövdenin Yalpalama Hareketinin İvmesinin Karşılaştırması

Sistemin, yedi serbestlik derecesine sahip olması 7 adet doğal frekansı olduğu anlamına gelir. Matlab programından “eig” komutuyla elde edilen değerler, 2π değerine bölünerek frekans birimi rad/s’den Hz’ye dönüştürülür. Elde edilen değerler sırasıyla:

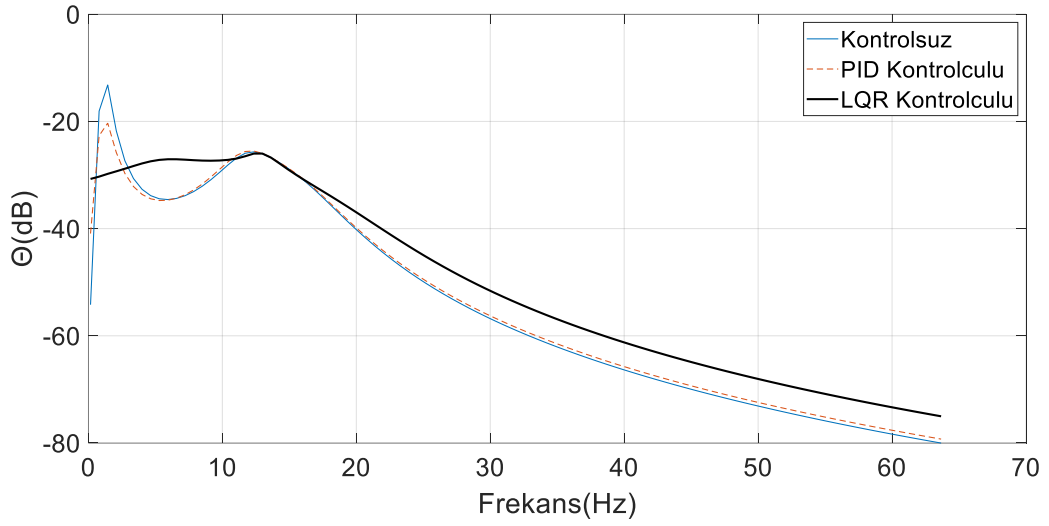
$f_{n1} = 1.0019$ Hertz , $f_{n2} = 1.1871$ Hertz , $f_{n3} = 1.4540$ Hertz , $f_{n4} = 12.2615$ Hertz ,
 $f_{n5} = 12.2644$ Hertz , $f_{n6} = 16.3872$ Hertz , $f_{n7} = 16.3886$ Hertz şeklinde bulunur.



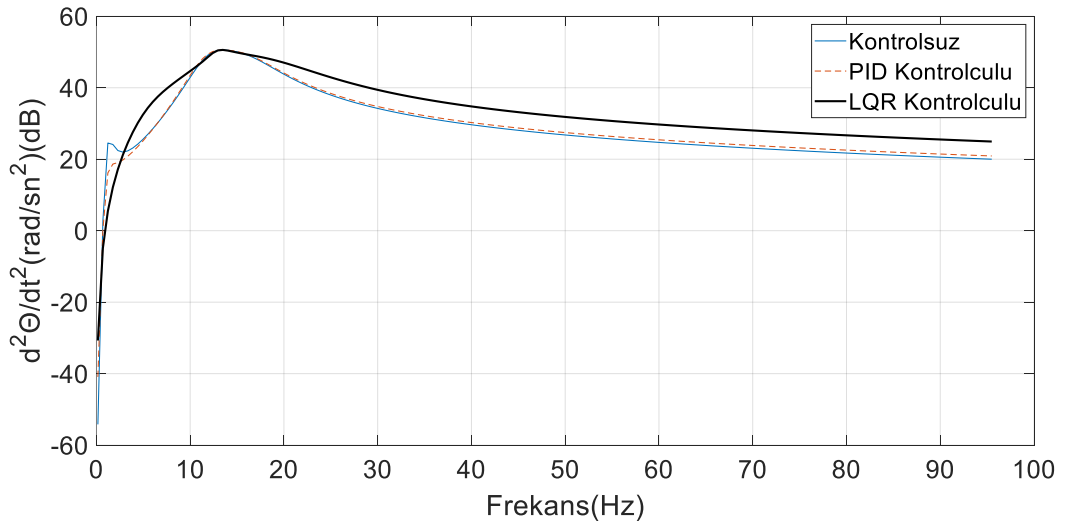
Şekil 4.7 Gövdenin Düşey Hareketinin Bode Diyagramı Karşılaştırması



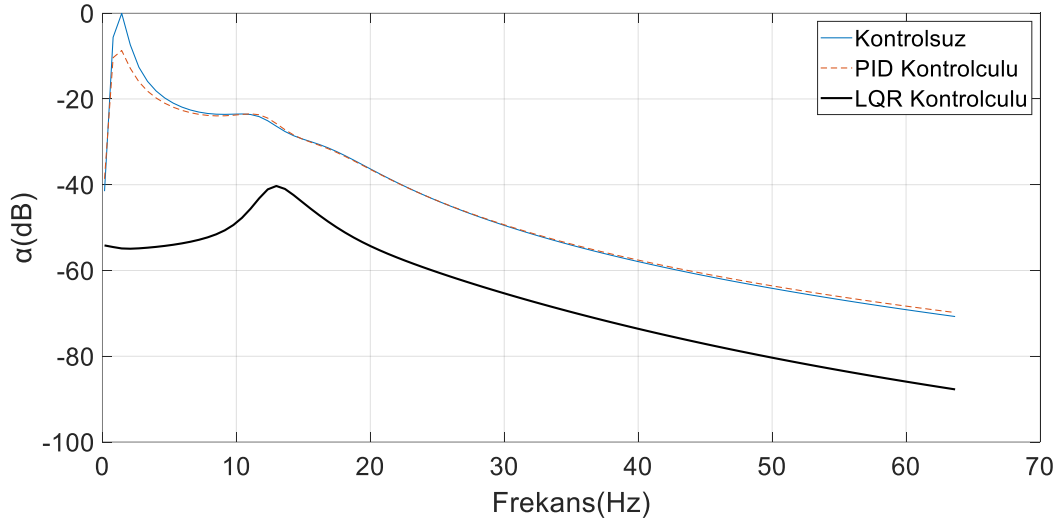
Şekil 4.8 Gövdenin Düşey Hareketinin İvmesinin Bode Diyagramı Karşılaştırması



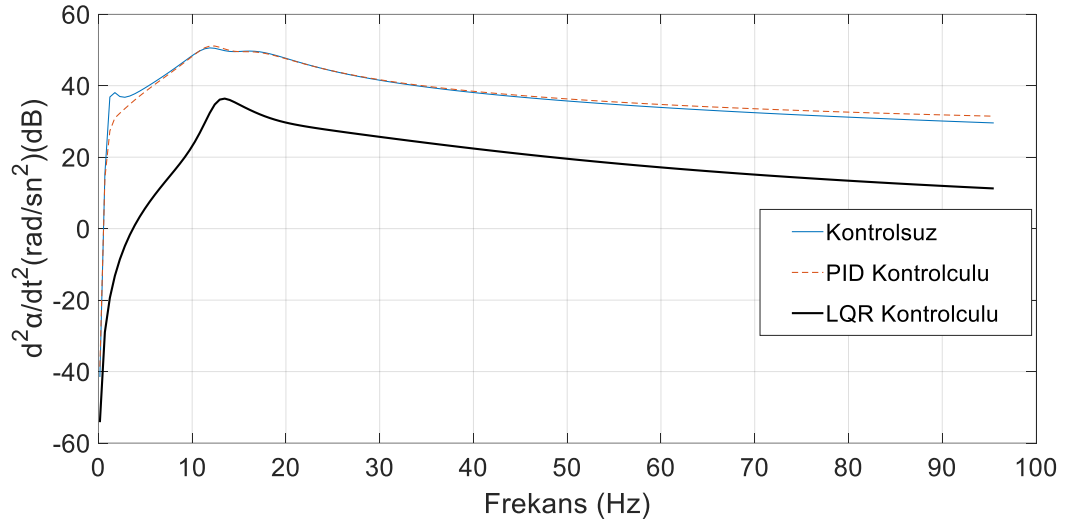
Şekil 4.9 Gövdenin Kafa Vurma Hareketinin Bode Diyagramı Karşılaştırması



Şekil 4.10 Gövdenin Kafa Vurma Hareketinin İvmesinin Bode Diyagramı Karşılaştırması



Şekil 4.11 Gövdenin Yalpalama Hareketinin Bode Diyagramı Karşılaştırması



Şekil 4.12 Gövdenin Yalpalama Hareketinin İvmesinin Bode Diyagramı Karşılaştırması

5. DEĞERLENDİRME

Bölüm 4'te elde edilen veriler PID ve LQR kontrolcülerinin taşıtın hareketlerini istenen seviyeye getirme konusunda başarılı olduğunu göstermiştir. Hareketlerin dengelenme süresi de aynı şekilde olumlu yönde etkilenmiştir. Bu durumun yanı sıra hareketlerin ivmelerinin büyüklükleri de bastırılmış ve daha düzenli bir hale getirilmiştir.

Taşıtın hareketlerinin dengelenme miktarı ve bu dengelenmenin meydana geldiği süre, bu hareketlerin ivmelerinin dengelenme miktarı ve süreleri kıyaslandığında LQR kontrolcünün PID kontrolcüye kıyasla daha başarılı olduğu söylenebilir. Özellikle gövdenin eksenel hareketi ve aracın yalpalama hareketlerinde mükemmel sonuçlar elde edilmiştir. Ancak LQR kontrolcünün yüksek maliyetleri kullanıcılar için bir kar-zarar analizini de beraberinde getirecektir.

Diğer bir konu da sisteme belli bir frekansta etki edecek dış etkilere sistemin vereceği cevaptır. Bu konuda LQR kontrolcü, aracın kafa vurma ve yalpalama hareketleri ve bu hareketlerin ivmeleri konusunda iyi sonuçlar ortaya koymuştur. Ancak aracın düşey eksenel hareketi ve hareketin ivmesi konusunda mevcut sistemi az da olsa kötüleştirmiştir.

KAYNAKÇA

1. *Vikipedi*. [Çevrimiçi] 3 Mart 2023.
<https://tr.wikipedia.org/wiki/Titre%C5%9Fim#:~:text=Titre%C5%9Fim%20bir%20denge%20noktas%C4%B1%20etraf%C4%B1daki,hareketi%20gibi%20rastgele%20de%20olabilir..>
2. KİRAL, Zeki. *MAK 4041 Mekanik Titreşimler Ders Notları*. İzmir : 9 Eylül Üniversitesi, Mühendislik Fakültesi, Makine Mühendisliği Bölümü.
3. ESKİ, İkbâl. *YAPAY SİNİR AĞI DENETİM ORGANI KULLANARAK TAŞITLARDA AKTİF SÜSPANSİYON SİSTEMİ KONTROLÜ*. Kayseri : Erciyes Üniversitesi, Fen Bilimleri Enstitüsü, 2007.
4. KEŞ, Sezgin. *ÇOK SERBESTLİK DERECELİ TAŞIT TİTREŞİMLERİNİN AKTİF KONTROLÜ*. İstanbul : Yıldız Teknik Üniversitesi, Fen Bilimleri Enstitüsü, 2003.
5. <http://phys.eng.ankara.edu.tr/wp-content/uploads/sites/611/2013/11/Ozdeger.pdf>. [Çevrimiçi]
6. Yunus A. Çengel, William J. Palm. *Diferansiyel Denklemler Mühendislik ve Temel Bilimler İçin*. İzmir : İzmir Güven Kitabevi, 2013. 9789756240496.
7. Rahmi GÜÇLÜ, Kayhan GULEZ. *Neural Network Control of Seat Vibrations of a Non-linear Full Vehicle Model using PMSM*. İstanbul : Yıldız Teknik Üniversitesi, Makine ve Elektrik-Elektronik Fakülteleri, 2008.