Montag: Aussagenlogik, direkte Beweise

Aufgabe 1

Zeige, dass die Lösungen $x_{1,2}$ der Mitternachtsformel

$$x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}.$$

Nullstellen des Polynoms $f(x) = ax^2 + bx + c$ sind.

Aufgabe 2

(a) Per Definition (Vorlesung) heisst eine Zahl ungerade, falls sie nicht gerade ist. Verneine die Definition von «n ist eine gerade Zahl» um eine explizite Definition für «n ist eine ungerade Zahl» zu erhalten.

(b) Beweise mittels Wahrheitstafel: $(A \Rightarrow B) \Leftrightarrow (\neg B \Rightarrow \neg A)$.

(c) Beweise: $\neg(A \wedge B) \Leftrightarrow (\neg A \vee \neg B)$.

Aufgabe 3

Beweise folgenden Satz: *Sei $x, y \in \mathbb{R}$. Wenn $y^3 + yx^2 \leq x^3 + xy^2$, dann gilt $y \leq x$.*

Aufgabe 4

Beweise folgenden Satz: *Für alle $n \in \mathbb{N}$ ist $\frac{n(n+1)(n+2)}{6} \in \mathbb{N}$.*